

Modellierung der Eisbergdrift als Erweiterung eines Finite-Elemente- Meereis-Ozean-Modells



Diplomarbeit Technomathematik

VON

Thomas Rackow

Fachbereich Mathematik

Universität Bremen

Gutachter:

Prof. Dr. Alfred Schmidt (Universität Bremen)

Prof. Dr. Peter Lemke (Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung Bremerhaven)

Bremen, den 15. Juni 2011

Inhaltsverzeichnis

Überblick	1
1 Einführung	2
2 Ein gekoppeltes Finite-Elemente-Meereis-Ozean-Modell: FESOM	6
2.1 Ozeankomponente	7
2.2 Meereiskomponente	10
2.3 Atmosphärendaten	13
2.4 Numerische Umsetzung und Parallelisierung mittels MPI	14
2.5 Folgen für das Layout eines Eisbergmodells	19
3 Physik des Eisbergmodells	21
3.1 Bezeichnungen	21
3.2 Dynamik	22
3.2.1 Corioliskraft	23
3.2.2 Hangabtriebskraft	24
3.2.3 Schubspannungen zwischen Eisberg und Umgebung	26
3.2.4 Effekt von Oberflächenwellen (wave radiation force)	31
3.2.5 Grundgleichung der Eisbergdrift	33
3.3 Thermodynamik	34
3.3.1 Turbulentes Schmelzen (turbulent melting)	35
3.3.2 Konvektion (buoyant convection)	37
3.3.3 Erosion durch Seegang (wave erosion)	37
3.3.4 Handhabung des Schmelzens von Eisbergen	39
4 Numerische Diskretisierung der Eisbergdrift	40
4.1 Diskretisierung des Coriolisterms	41
4.1.1 (Semi-)Implizite Methode	41
4.1.2 Simulation	45
4.1.3 Explizite Adams-Bashforth Methode	46
4.1.4 Simulation	48
4.2 Diskretisierung des Schubspannungsterms zwischen Ozean und Eisberg	49
4.2.1 Teilimplizite Methode	50
4.2.2 Simulation	54
4.3 Gesamtverfahren zur Bestimmung der Eisberggeschwindigkeit	55
4.3.1 Konsistenz	55
4.3.2 Stabilität des gesamten Verfahrens	56

4.3.3	Bemerkung zur Konvergenz des Verfahrens	56
4.4	Trajektorienberechnung	57
4.4.1	Berechnung tangentialer Geschwindigkeiten an polygonal beran-	
	detem Modellgebiet	58
4.4.2	Glättung des Gradienten der Meeresoberflächenauslenkung . . .	60
4.4.3	Regimefunktion zum Einfrieren im Meereis	63
4.5	Abschätzung der Konvergenz des gesamten Verfahrens	66
5	Sensitivitätsstudien und Validierung des Eisbergmodells	68
5.1	Simulation von 12 Eisbergen im Jahr 1999	70
5.1.1	Einstellungen des Referenzmodells	72
5.1.2	Simulationsergebnisse des Referenzmodells	73
5.2	Variationsläufe	89
5.2.1	Einfluss der Oberflächenkräfte	90
5.2.2	Einfluss der Volumenkräfte	95
5.3	Erweiterung des Referenzmodells um zusätzliche physikalische Prozesse	99
5.3.1	Wave radiation force	99
5.3.2	Schmelzen von Eisbergen	101
5.3.3	Einfrieren von Eisbergen im Meereis	107
5.3.4	Einfluss der Gezeiten (Tidenhub)	111
6	Satellitengestützte Verfolgung von Eisbergen	114
7	Fazit und Ausblick	118
A	Umsetzung in Fortran	121
A.1	Das Eisbergmodul	123
A.2	Die Hauptroutine <code>iceberg_step</code> : Aufbau und Parallelisierung	126
A.3	Die Subroutine <code>iceberg_dyn</code>	132
A.4	Weitere ausgewählte Subroutinen	136
A.4.1	Umrechnung zwischen globalen und lokalen Elementindices . .	136
A.4.2	<code>FEM_level</code> und <code>FEM_3eval</code>	137
B	Installation und Benutzung des Eisbergmodells	139
Danksagung		141
Literaturverzeichnis		143
Abbildungsverzeichnis		148

Überblick

In der vorliegenden Arbeit wird ein dynamisch-thermodynamisches Eisbergmodell als Erweiterung des Finite-Elemente-Meereis-Ozean-Modells FESOM des Alfred-Wegener-Instituts für Polar- und Meeresforschung (AWI) in Bremerhaven entwickelt. Dieser Entwicklungsprozess wird umfassend dargestellt und kann ausgehend von den zugrundeliegenden physikalischen Gleichungen und deren numerischer Diskretisierung bis hin zur Implementierung in Fortran nachvollzogen werden. Diese Arbeit kann daher als ausführliche Dokumentation des entwickelten Eisbergmodells dienen.

Abschließend werden eine Validierung des Modells anhand von Beobachtungsdaten im Bereich des Weddellmeeres sowie einige Sensitivitätsstudien durchgeführt, um die Bedeutung der verschiedenen physikalischen Prozesse für die Eisbergdrift zu untersuchen.

Das Eisbergmodell wird zur Beschreibung der charakteristischen Drift von Eisbergen im Weddellmeer eingesetzt und erlaubt in der bestehenden Form bereits einige physikalische Einblicke, von denen hier folgendes Ergebnis erwähnt sei:

Im Gegensatz zu kleinen Eisbergen, die in eisfreien Regionen einem starken Einfluss von Wind und Ozeanströmungen unterworfen sind, werden große Eisberge bis hin zu riesigen Tafelberg-Eisbergen (*giant tabular icebergs*) in diesen Regionen stark von der Balance zwischen Corioliskraft und der Hangabtriebskraft aufgrund einer geneigten Meeresoberfläche beeinflusst.

Möglicherweise stellt die Kraft aufgrund der Neigung der Meeresoberfläche den fehlenden Antrieb in eisfreien Regionen dar, der in einer früheren AWI-Modellstudie von Lichey und Hellmer [2001] bei der Simulation eines Tafelberg-Eisbergs beobachtet wurde.

Durch die Entwicklung des Eisbergmodells steht in Verbindung mit dem Finite-Elemente-Meereis-Ozean-Modell FESOM ein nützliches Werkzeug zur Verfügung, das in zahlreichen Gebieten Anwendung finden könnte.

Ein Beispiel ist die Berechnung von Schmelzraten vieler modellierter Eisberge, die nach einer statistischen Verteilung im Meereis-Ozean-Modell FESOM gestartet werden könnten, um den Süßwasserfluss aufgrund von Eisbergen in physikalisch sinnvoller Weise über den Ozean zu verteilen. Dies wäre ein weiterer Schritt, um den Kreislauf des Wassers im Erdsystem zu schließen.

Martin und Adcroft [2010] nutzen bereits eine solche Verteilung des Süßwasserflusses durch Eisberge, die in Modellrechnungen für den nächsten Assessment Report des *Intergovernmental Panel on Climate Change* (IPCC) Verwendung finden wird.

1 Einführung

Eisberge bestehen aus gefrorenem Süßwasser und weisen die verschiedensten Formen und Größen auf. Sie entstehen durch sogenanntes *Kalben* von den Eisschilden Grönlands und der Antarktis und bewegen sich bzw. *driften* im Ozean unter dem Einfluss von Strömungen, Winden und dem Meereis. Im Folgenden werden einige Einflüsse von Eisbergen auf ihre Umgebung genannt, um deren Bedeutung für das Weltklima herauszustellen. In dieser Arbeit liegt der Fokus auf der südlichen Hemisphäre.

Das Kalben von Eisbergen ist neben der Schneeakkumulation und dem Schmelzen an der Unterseite der Schelfeisgebiete eine nicht zu vernachlässigende Komponente im Massenhaushalt des antarktischen Eisschildes.

Das Verhältnis zwischen den einzelnen Komponenten ist dabei allerdings großen Unsicherheiten unterworfen [Lemke et al., 2007] und aktueller Gegenstand der Forschung. Schätzungen der mittleren jährlichen Kalbungsrate von Eisbergen auf der südlichen Hemisphäre gehen nach Schodlok et al. [2006] von etwa 2000 Gt/Jahr aus.

Sehr große Tafeleisberge, sogenannte *giant tabular icebergs* [Lichey & Hellmer, 2001] mit Seitenlängen von 18 km oder mehr, könnten nach Silva et al. [2006] etwa die Hälfte dieser Kalbungsrate ausmachen: Sie geben eine Kalbungsrate von 1089 ± 300 Gt/Jahr für *giant tabular icebergs* an. Eisberge stellen damit eine wichtige Komponente im Wasserkreislauf dar. Ein typischer Eisberg der Kategorie *tabular* ist in Abbildung 1.1 dargestellt.



Abbildung 1.1: Dargestellt ist ein typischer Tafeleisberg (*tabular iceberg*) mit flacher Oberfläche. Das Bild ist dem *Iceberg Fact Sheet* auf der Webseite von *Environment Canada* entnommen. Dieses ist unter <http://www.ec.gc.ca/glaces-ice/40E178A1-87F5-44CE-8774-40A888ED4B35/icebergfactsheetdec2004.pdf> [Stand: Mai 2011] zu finden.

Eisberge schmelzen während ihrer Drift und verteilen damit große Mengen an Süßwasser über den Ozean.

Der mit dem Schmelzen verbundene Süßwassereintrag in den Ozean sorgt für eine Reduzierung der Wasserdichte salzhaltigen Meerwassers. Die beim Schmelzen eintretende Kühlung des Ozeans sorgt hingegen für eine Zunahme der Wasserdichte. Je nach Verhältnis der beiden Prozesse sind die Auswirkungen des Schmelzens eines Eisbergs auf die Stabilität der Wassersäule verschieden.

Auch das Meereis ist von der Stabilität der Wassersäule abhängig.

Eisberge üben zudem einen Einfluss auf die Biosphäre aus. Durch ihren großen Tiefgang können Eisberge in flacheren Küstenregionen bodennahe Ökosysteme beeinflussen [Lichey, 2000]. Zudem stehen Eisberge in Verbindung mit verstärktem Wachstum von Phytoplankton durch Eintrag von transportierten Sedimenten oder Gestein in den Ozean [Schwarz & Schodlok, 2008].

Nachfolgend wird eine Einteilung von Eisbergen in Größenklassen vorgenommen, um die verschiedenen Formen von Eisbergen besser handhaben zu können.

Gladstone et al. [2001] geben charakteristische Längen und Breiten zehn verschiedener Eisbergklassen an. Daraus wurde hier eine mittlere Länge berechnet, da das Eisbergmodell Eisberge mit quadratischer Deckfläche modelliert. Diese mittlere Länge ist in Tabelle 1.1 angegeben. Die *giant tabular icebergs* werden von Gladstone et al. [2001] keiner Größenklasse zugeordnet und sind separat zu betrachten.

Tabelle 1.1: Einteilung von Eisbergen in Größenklassen nach Gladstone et al. [2001]. Die Masse wurde für eine in dieser Arbeit verwendete Eisbergdichte von $\rho_{ib} = 850 \text{ kg/m}^3$ [Silva et al., 2006] berechnet und unterscheidet sich daher leicht von der Angabe in Gladstone et al. [2001].

Größenklasse	Gesamthöhe [m]	Mittlere Länge [m]	Masse [kg]	Verteilung
1	40	50	$8.5 \cdot 10^7$	0.25
2	67	83.5	$4.0 \cdot 10^8$	0.12
3	133	166.5	$3.1 \cdot 10^9$	0.15
4	175	262.5	$1.0 \cdot 10^{10}$	0.18
5	250	416.5	$3.7 \cdot 10^{10}$	0.12
6	250	583.5	$7.2 \cdot 10^{10}$	0.07
7	250	750	$1.2 \cdot 10^{11}$	0.03
8	250	1000	$2.1 \cdot 10^{11}$	0.03
9	250	1333.5	$3.8 \cdot 10^{11}$	0.03
10	250	1833.5	$7.1 \cdot 10^{11}$	0.02

Die in Tabelle 1.1 angegebene Häufigkeitsverteilung ergibt sich aus Beobachtungen antarktischer Eisbergverteilungen [Gladstone et al., 2001].

Im Falle von sehr großen Tafelbergbergen können keine Häufigkeitsverteilungen angege-

ben werden, da diese unregelmäßig kalben [Schodlok et al., 2006].

Trotz ihrer aufgezeigten Bedeutung werden Eisberge in gekoppelten globalen Zirkulationsmodellen oder Klimamodellen bisher nicht oder nur vereinzelt simuliert. Falls die Süßwasserverteilung aufgrund von Eisbergen beachtet wird, geschieht dies zumeist nur durch entsprechende Anpassung der Differenz von Niederschlag und Evaporation ($P-E$) oder des Süßwassereintrages aus Flüssen (*river runoff*).

Martin und Adcroft [2010] studieren im Gegensatz dazu in einer aktuellen Arbeit die Effekte von interaktiven Eisbergen, die als Lagrange-Partikel verdriften und auf ihrem Weg schmelzen können.

Ihre Modellrechnungen werden im nächsten *Assessment Report* des *Intergovernmental Panel on Climate Change* (IPCC¹) Verwendung finden.

Die Entwicklung eines an das Finite-Elemente-Meereis-Ozean-Modell FESOM gekoppelten dynamisch-thermodynamischen Eisbergmodells zum Einsatz am Alfred-Wegener-Institut in Bremerhaven ist daher ein naheliegender Schritt, um in Zukunft ergänzende Erkenntnisse erhalten zu können.

Die Modellierung der Eisbergdrift als Erweiterung von FESOM erfolgt in dieser Arbeit. In Kapitel 2 wird zunächst das Finite-Elemente-Meereis-Ozean-Modell FESOM beschrieben, welches als Grundlage des Eisbergmodells dient. Die Folgen, die sich durch die Verwendung von FESOM für das Eisbergmodell ergeben, werden ebenfalls diskutiert.

Die Kapitel 3 und 4 illustrieren die Entwicklung des Eisbergmodells und bilden daher den Kern der vorliegenden Arbeit.

Die physikalischen Gleichungen, auf denen das Eisbergmodell aufbaut, finden sich in Kapitel 3. Die numerische Diskretisierung dieser Gleichungen ist in Kapitel 4 beschrieben. Das numerische Lösungsverfahren wurde so entwickelt, dass Eisberge verschiedener Größenklassen – von sehr großen Tafelbergen bis hin zu sehr kleinen Eisbergen – stabil simuliert werden können. Um dies zu erreichen, war eine aufwendige Analyse notwendig, sodass Kapitel 4 sehr umfangreich ausfällt.

Eine Beschreibung der konkreten Implementierung des Eisbergmodells ist in Anhang A zu finden. Der gesamte Entwicklungsprozess des Modells kann daher nachvollzogen werden.

Das vom physikalischen Standpunkt aus interessanteste Kapitel ist Kapitel 5. Hier werden in Sensitivitätsstudien die Auswirkungen der einzelnen physikalischen Prozesse auf die Eisbergdrift untersucht und simulierte Eisbergtrajektorien mit Beobachtungsdaten verglichen. Die quantitative Beschreibung physikalischer Größen, etwa die der wirkenden Beschleunigungen und der berechneten Schmelzraten einzelner Eisberge, ist in diesem Detailgrad bislang noch nicht durchgeführt worden und illustriert die Möglichkeiten, die das in der vorliegenden Arbeit entwickelte Eisbergmodell bietet.

¹<http://www.ipcc.ch/> [Stand: Juni 2011]

Außerdem wird die Bedeutung der Hangabtriebskraft für die Drift großer Tafeleisberge herausgestellt.

In Kapitel 6 wird zudem kurz eine erste weitere Anwendung des hier entwickelten Eisbergdriftmodells am Alfred-Wegener-Institut beschrieben.

Bei der satellitengestützten Verfolgung von Eisbergen, beispielsweise von großen Tafeleisbergen, soll das Eisbergdriftmodell helfen, zwischen Satellitenbildern auftretende Lücken zu schließen.

Hier werden erste Ergebnisse vorgestellt und auftretende Abweichungen zwischen Beobachtung und Modellergebnis diskutiert.

Die Arbeit schließt mit einem kurzen Fazit und einem Ausblick, in welchem mehrere Wege der weiteren Entwicklung und Nutzung des Eisbergmodells aufgezeigt werden.

In Anhang B ist die Installation des Eisbergmodells in Erweiterung zu Anhang A beschrieben. Zudem werden Anmerkungen zur Benutzung des Eisbergmodells gegeben und es wird auf die beigefügte DVD verwiesen, auf der unter anderem bestehende Routinen zur (graphischen) Auswertung der Ergebnisse des Eisbergmodells gefunden werden können. Die ausführliche Beschreibung der Implementierung in Anhang A soll auch dazu dienen, zukünftigen Nutzern eine Anpassung und Erweiterung des Modells zu erleichtern.

2 Ein gekoppeltes Finite-Elemente-Meereis-Ozean-Modell: FESOM

Das Eisbergmodell wird als zusätzliches Modul des gekoppelten Finite-Elemente-Meereis-Ozean-Modells FESOM (*Finite Element Sea Ice-Ocean Model*) des Alfred-Wegener-Instituts in Bremerhaven entwickelt. Die Verwendung der Finite-Elemente-Methode, verbunden mit einem unstrukturierten Gitter, erlaubt eine lokal höhere Auflösung in Regionen, die von besonderem Interesse für das Funktionieren des gesamten gekoppelten Systems sind [Timmermann et al., 2009]. Obwohl der Fokus dieser Arbeit auf der südlichen Hemisphäre, insbesondere dem Bereich des Weddellmeeres liegt, kann FESOM durch lokal höhere Auflösung mit vertretbarem Rechenaufwand die globale Ozeanzirkulation sowie die Meereisentwicklung in beiden Polargebieten berechnen. Dies vermeidet zusätzliche Vorgaben von Randbedingungen bei lokalen Prozessstudien und unterscheidet FESOM wesentlich von Modellen, die beispielsweise auf die Finite-Differenzen-Methode setzen.

FESOM besteht aus einer Ozean- und einer Meereiskomponente, die miteinander gekoppelt sind. Zur Kopplung werden sowohl Wärme- als auch Süßwasserflüsse sowie Impuls ausgetauscht [Timmermann et al., 2009]. Im Detail ist die Ozeankomponente FEOM z.B. in der Dissertation von Wang [2007] beschrieben, auf die Meereiskomponente von FESOM und deren Kopplung mit dem Ozean wird ausführlich in der Arbeit von Timmermann et al. [2009] eingegangen. Die Winddaten sowie weitere Antriebsdaten entstammen dem CORE.v2 Datensatz von Large und Yeager [2009] (siehe Abschnitt 2.3). FESOM unter CORE.v2 Antrieb wird in der Arbeit von Sidorenko et al. [2011] untersucht.

Zum besseren Verständnis der vorliegenden Arbeit werden die beiden Komponenten von FESOM sowie der verwendete CORE.v2 Datensatz im Folgenden kurz beschrieben, wobei nur auf einen Teil der wichtigsten Gleichungen eingegangen werden kann. Die Beschreibung der numerischen Umsetzung der Gleichungen mit der Finite-Elemente-Methode sowie der genutzten Parallelisierung beschränkt sich auf die wesentlichen Punkte und wird ebenfalls nur kurz umrissen.

Es sei angemerkt, dass FESOM einige spezielle Parametrisierungen einsetzt, deren Beschreibung den Rahmen dieser Arbeit übersteigen würden.

Abschließend wird in diesem Kapitel skizziert, welche Eigenschaften ein Eisbergmodell als Erweiterung von FESOM besitzen sollte.

2.1 Ozeankomponente

In diesem Punkt sollen die grundlegenden Gleichungen zur Beschreibung des Ozeans genannt werden, welche in der Ozeankomponente von FESOM numerisch gelöst werden. Die Darstellung richtet sich dabei in weiten Teilen nach der Dissertation von Wang [2007]. Es sei angemerkt, dass sich FESOM in laufender Entwicklung befindet und daher bereits leicht von der hier gewählten Darstellung nach Wang [2007] abweichen kann.

Der dynamische Teil umfasst die *Impulserhaltungsgleichung*

$$\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{v} \cdot \nabla_3 \mathbf{u} + f \mathbf{k} \times \mathbf{u} + \frac{1}{\rho_0} \nabla p + g \nabla \eta = \nabla \cdot A_h \nabla \mathbf{u} + \partial_z A_v \partial_z \mathbf{u}, \quad (2.1)$$

die *vertikal integrierte Kontinuitätsgleichung*

$$\partial_t \eta + \nabla \cdot \int_{z=-H}^{z=\eta} \mathbf{u} \, dz = P - E \quad (2.2)$$

sowie die *hydrostatische Approximation*

$$\partial_z p = -g\rho \quad (2.3)$$

und wird auf einem globalen Gitter mit (geographischen) Koordinaten (x, y, z) gelöst. Der thermodynamische Teil umfasst *Erhaltungs-* oder auch *Bilanzgleichungen* der potentiellen Temperatur T

$$\partial_t T + \mathbf{v} \cdot \nabla_3 T - \nabla \cdot K_h \nabla T - \partial_z K_v \partial_z T = 0 \quad (2.4)$$

sowie des Salzgehaltes S

$$\partial_t S + \mathbf{v} \cdot \nabla_3 S - \nabla \cdot K_h \nabla S - \partial_z K_v \partial_z S = 0, \quad (2.5)$$

welche auch als *tracer equations* bekannt sind [Wang, 2007].

Die prognostischen Variablen der obigen Gleichungen hängen von Ort und Zeit t ab und sind

- die horizontale Komponente \mathbf{u} der Ozeangeschwindigkeit $\mathbf{v} := (\mathbf{u}, w) := (u, v, w)$ in drei Dimensionen (w wird diagnostisch ermittelt),
- die Meeresoberflächenauslenkung η bezüglich Normalnull ($z = 0$),
- die potentielle Temperatur T sowie der Salzgehalt S des Ozeans.

Die restlichen in den obigen Gleichungen auftauchenden Terme und Variablen werden nachfolgend beschrieben.

Die ersten beiden Terme der Impulserhaltungsgleichung (2.1) entsprechen einer lokalen zeitlichen Änderung von \mathbf{u} sowie einem Advektionsterm und ließen sich als die totale Ableitung von \mathbf{u} zusammenfassen.

Der horizontale ∇ -Operator ist von dem entsprechenden Operator ∇_3 in drei Dimensionen zu unterscheiden.

Die vertikale Geschwindigkeitskomponente w wird mit geeigneten Randbedingungen [Wang, 2007] aus der *Kontinuitätsgleichung* $\text{div}(\mathbf{v}) = 0$ bestimmt, d.h. über

$$\partial_z w = -\nabla \cdot \mathbf{u} . \quad (2.6)$$

Der Term $f\mathbf{k} \times \mathbf{u}$ beschreibt die mit der Corioliskraft zusammenhängende Beschleunigung in horizontaler Richtung. Die Vernachlässigung der im Gegensatz zu den horizontalen Komponenten kleinen vertikalen Komponente ist nach der *traditionellen Approximation* [Schodlok, 2002] gerechtfertigt. Dieser Term ist auch bei der Eisbergdrift von Bedeutung und wird in Abschnitt 3.2.1 genauer erklärt.

Die Variationen der Dichte ρ des Ozeans sind nach der *Boussinesq-Approximation* klein gegenüber der Referenzdichte ρ_0 [Schodlok, 2002], welche im FESOM-Quellcode als $\rho_0 = 1030 \text{ kg/m}^3$ gewählt ist.

Die Dichte kann über eine Zustandsgleichung $\rho = \rho(T, S, z)$ [Timmermann, 2000] durch Nutzung der Boussinesq-Approximation aus der potentiellen Temperatur T , dem Salzgehalt S des Ozeans sowie der vertikalen Koordinate z bestimmt werden.

Der (hydrostatische) Druck p wird durch Integration aus Gleichung (2.3) bestimmt [Wang, 2007] und g ist die Erdbeschleunigung. Unter Annahme der *sphärischen Approximation* [Schodlok, 2002] wirkt die Erdbeschleunigung nur in vertikaler Richtung.

Die rechte Seite der Impulserhaltungsgleichung (2.1) beschreibt horizontale (A_h) und vertikale (A_v) Viskositäten [Wang, 2007].

Die vertikal integrierte Kontinuitätsgleichung (2.2) liefert eine Gleichung zur Bestimmung der zeitlichen Änderung der Meeresoberflächenauslenkung η .

Die Integration beginnt am Meeresboden, welcher durch die Tiefe $H = H(x, y)$ festgelegt ist. Die obere Integrationsgrenze ist die Meeresoberflächenauslenkung η . Wie in der Arbeit von Wang et al. [2008] erläutert, wird die Differenz aus Niederschlag und Evaporation ($P-E$), gegeben in m/s , zur Bestimmung der zeitlichen Änderung der Meeresoberflächenauslenkung η ebenfalls beachtet.

Die thermodynamischen Gleichungen (2.4) und (2.5) enthalten in Analogie zu den dynamischen Gleichungen horizontale (K_h) und vertikale (K_v) Diffusivitäten [Wang, 2007].

Alle gestellten Randbedingungen, etwa die Beachtung der Atmosphärendaten in Abschnitt 2.3, sind der Arbeit von Wang [2007] zu entnehmen. Nötige Modifikationen

dieser Randbedingungen aufgrund der Kopplung mit dem Meereismodell sowie weitere genutzte Parametrisierungen erläutern Timmermann et al. [2009].

In Abbildung 2.1 ist das Jahresmittel der von FESOM berechneten Ozeangeschwindigkeit für das Jahr 1999 im Bereich des Weddellmeeres dargestellt. Die Ozeangeschwindigkeit ist über die oberen 190m gemittelt, um eine auf Eisberge einwirkende charakteristische Ozeanströmung darzustellen. Die in Kapitel 5 gezeigten Simulationen von zwölf Eisbergen finden im dargestellten Jahr 1999 statt.

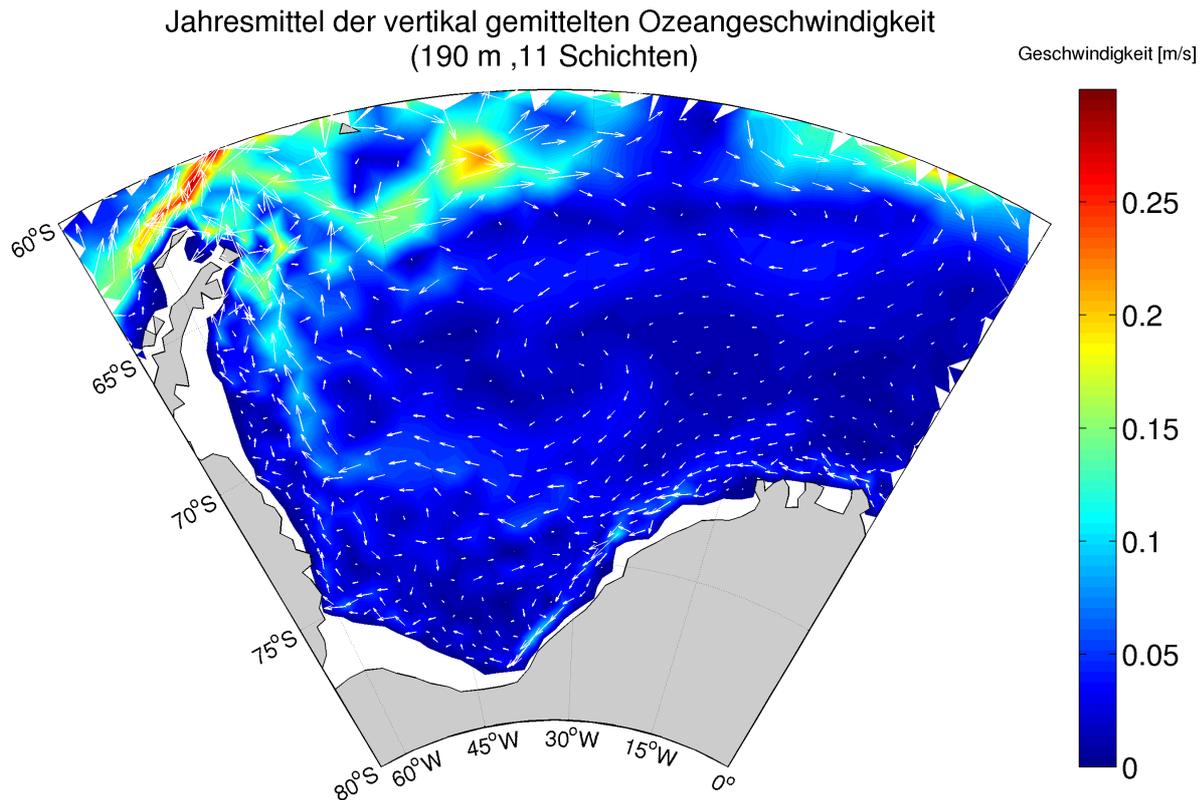


Abbildung 2.1: Dargestellt ist das Jahresmittel des von FESOM simulierten ozeanischen Geschwindigkeitsfeldes des Jahres 1999. Dieses wurde über die oberen 11 Schichten des Ozeanmodells (190m) gemittelt. Die Darstellung zeigt den Bereich des Weddellmeeres.

Der Küstenstrom ist in FESOM nicht sehr stark ausgeprägt. Dennoch ist der vorhersehende *Weddellwirbel* mit dem östlichen Küstenstrom, der sich zwischen 20 und 30°W aufspaltet, mit dem in nördlicher Richtung verlaufenden Küstenstrom entlang der Antarktischen Halbinsel sowie durch die vom ACC (*Antarctic Circumpolar Current*) beeinflussten Strömungen (am oberen Rand der Darstellung) zu erkennen. Der östliche Küstenstrom ist im Bereich zwischen 20 und 30°W recht breit und verlässt die Küste nur langsam, während eine Zone recht hoher mittlerer Geschwindigkeiten von etwa 10 cm/s mit tangential zur Küstenlinie verlaufenden Geschwindigkeitsrichtungen vorliegt. Dieser Bereich erweist sich in Kapitel 5 als für die Eisbergdrift kritischer Bereich.

2.2 Meereiskomponente

In diesem Punkt sollen die physikalischen Gleichungen, die der Meereiskomponente von FESOM zugrunde liegen, kurz vorgestellt werden.

Eine Beschreibung des Meereises als zweidimensionales Kontinuum ist in guter Näherung auf großen Skalen möglich, obwohl es in der Realität aus einzelnen Eisschollen verschiedenster Form besteht [Timmermann, 2000].

Die dynamisch-thermodynamische Meereiskomponente kann über eine *Impulsbilanz* zur Bestimmung der horizontalen Meereisdriftgeschwindigkeit \mathbf{u}_i

$$m \frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = -mf\mathbf{k} \times \mathbf{u}_i + \boldsymbol{\tau}_a + \boldsymbol{\tau}_w - mg\nabla\eta + \mathbf{F}_{internal} \quad (2.7)$$

nach Hibler [1979], *Bilanzgleichungen* für Eisdicke h , Schneedicke h_s sowie für die Meereiskonzentration A

$$\partial_t h + \nabla \cdot (\mathbf{u}_i h) = S_h \quad (2.8)$$

$$\partial_t h_s + \nabla \cdot (\mathbf{u}_i h_s) = S_s \quad (2.9)$$

$$\partial_t A + \nabla \cdot (\mathbf{u}_i A) = S_A \quad (2.10)$$

und durch einen rein thermodynamischen Teil, welcher die thermodynamischen Änderungsraten S_h , S_s sowie S_A festlegt [Timmermann, 2000], beschrieben werden.

Die prognostischen Variablen der obigen Gleichungen hängen vom Ort (x, y) und Zeit t ab und sind

- die horizontale Meereisdriftgeschwindigkeit \mathbf{u}_i ,
- die mittlere Eisdicke h , definiert als das Eisvolumen pro Flächeneinheit,
- die mittlere Schneedicke h_s mit analoger Definition zur mittleren Eisdicke h sowie
- die Eiskonzentration A , definiert als der Anteil der eisbedeckten Fläche an der Gesamtfläche.

Die restlichen in den obigen Gleichungen auftauchenden Terme und Variablen werden nachfolgend beschrieben. In Abschnitt 2.4 folgen Angaben zur numerischen Umsetzung, insbesondere zur Triangulierung, auf der die obigen Gleichungen gelöst werden.

Die linke Seite der Impulsbilanz (2.7) stellt den Beschleunigungsterm dar, wobei

$$m = \rho_i h + \rho_s h_s$$

die Summe von Eis- und Schneemasse pro Fläche ist [Timmermann et al., 2009]. Die Eisdichte $\rho_i = 910 \text{ kg/m}^3$ und die Schneedichte $\rho_s = 290 \text{ kg/m}^3$ sind wie bei Timmermann et al. [2009] gewählt.

Auf der rechten Seite treten, in Analogie zum Ozeanmodell, Terme zur Beschreibung des Einflusses der Corioliskraft sowie der Neigung der Meeresoberfläche auf. Zudem finden sich hier als Antriebsterme ein ozeanischer Schubspannungsterm $\boldsymbol{\tau}_o$ sowie ein atmosphärischer Schubspannungsterm $\boldsymbol{\tau}_a$ [Hibler, 1979].

Der letzte Term $\mathbf{F}_{internal}$ auf der rechten Seite von Gleichung (2.7) stellt die inneren Kräfte des Meereises dar. Diese werden nach Hibler [1979] durch die Divergenz eines Spannungstensors σ bestimmt

$$\mathbf{F}_{internal} = \nabla \cdot \sigma , \quad (2.11)$$

wobei σ über ein rheologisches Fließgesetz bestimmt wird [Timmermann et al., 2009].

In FESOM stehen dazu zwei Optionen zur Wahl:

Zum einen kann eine *viskos-plastische* Meereisrheologie (VP) basierend auf der Arbeit von Hibler [1979] gewählt werden, zum anderen eine *elastisch-viskos-plastische* Meereisrheologie (EVP) nach Hunke und Dukowicz [1997], welche unter anderem aus Gründen der besseren Parallelisierbarkeit entwickelt wurde.

Auf kurzen Zeitskalen liefert die elastisch-viskos-plastische Rheologie aber auch exaktere Ergebnisse und kann zudem das viskos-plastische Verhalten auf langen Zeitskalen reproduzieren [Hunke & Dukowicz, 1997].

Eine genaue Beschreibung der beiden Meereisrheologien übersteigt den Rahmen dieser Arbeit, daher sei für Details auf die genannte Literatur verwiesen.

In dieser Arbeit wurde die elastisch-viskos-plastische Meereisrheologie (EVP) nach Hunke und Dukowicz [1997] gewählt.

Die Bilanzgleichungen (2.8)-(2.10) zur zeitlichen Entwicklung von h , h_s und A enthalten advektive Anteile

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}_i \bullet)$$

und lokale thermodynamische Anteile, welche mit S_h , S_S bzw. S_A bezeichnet sind.

Letztere stellen Quellen und Senken dar, die mit dem Gefrieren und Schmelzen von Meereis in Verbindung stehen [Timmermann, 2000]. In die Berechnung dieser thermodynamischen Anteile gehen Energiebilanzen an der Oberfläche und an der Unterseite des Meereises ein; zudem wird ein Wärmeleitungsmodell mit linearem Temperaturprofil in der (eventuell vorhandenen) Schneeauflage sowie in der Meereisdecke angenommen [Timmermann, 2000], sodass keine Wärmeleitungsgleichung zur Berechnung eines Temperaturprofils herangezogen werden muss.

Für weitere Details sei auf die Dissertation von Timmermann [2000] verwiesen. Die zu stellenden Randbedingungen der obigen Gleichungen, insbesondere nach Kopplung mit der Ozeankomponente, sind der Arbeit von Timmermann et al. [2009] zu entnehmen.

In Abbildung 2.2 ist das von FESOM berechnete Monatsmittel der Meereiskonzentration A im Südpolarmeer für den März und September des Jahres 1999 dargestellt. Dies

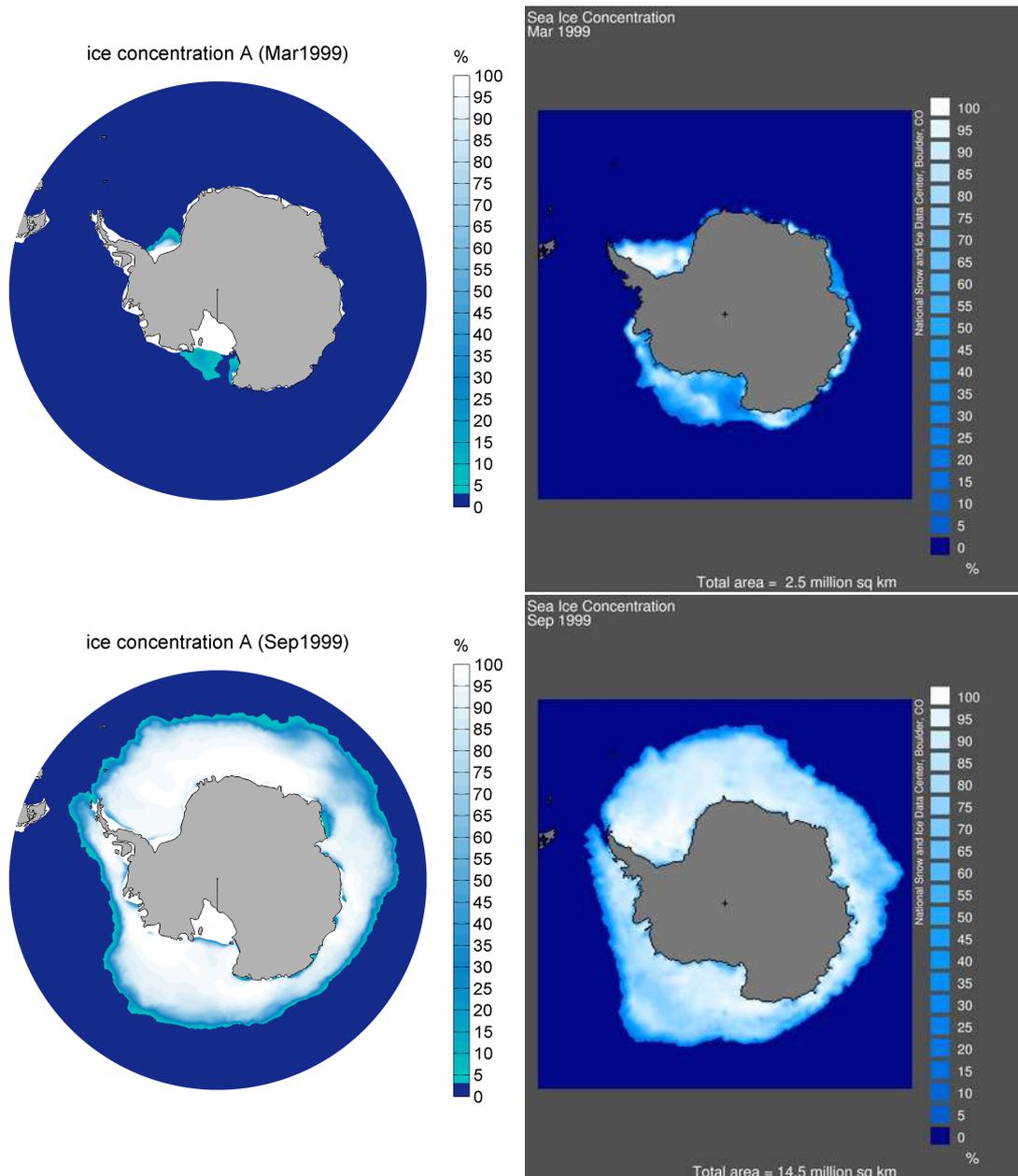


Abbildung 2.2: Dargestellt ist das modellierte Monatsmittel der Meereiskonzentration A im März und September des Jahres 1999 (links) sowie das beobachtete Monatsmittel der Konzentration des entsprechenden Monats nach Daten des NSIDC.

entspricht Zeiträumen der minimalen und der maximalen Meereisausdehnung der in Kapitel 5 durchgeführten Simulationen von zwölf Eisbergen im Weddellmeer.

Als Vergleich sind Beobachtungsdaten derselben Monate auf der rechten Seite der Abbildung 2.2 grau hinterlegt zu sehen, welche mit dem *Sea Ice Animation Tool* des NSIDC¹ (*National Snow and Ice Data Center*) erstellt wurden.

¹http://nsidc.org/data/seaice_index/archives/image_select.html [Stand: Mai 2011]

Die in Abbildung 2.2 dargestellte Septemberkonzentration kann im Vergleich mit der Beobachtung überzeugen. Auch die weiteren Monate des Jahres, beginnend mit April, weisen charakteristische Merkmale der Beobachtungen auf.

In den ersten drei Monaten des Jahres 1999 unterschätzt FESOM die Meereiskonzentration aber, wie exemplarisch mit dem März 1999 dargestellt ist. Im Mittel über die Periode 1979-2006 zeigt FESOM in der Arbeit von Timmermann et al. [2009] realistischere Märzkonzentrationen.

Im Rahmen der Entwicklung des Eisbergmodells wurden mehrere FESOM-Versionen eingesetzt, um möglichst realitätsnahe Südsommerkonzentrationen zu erhalten. Die letztlich in dieser Arbeit eingesetzte Version, mit der auch die gezeigten Simulationen durchgeführt wurden, war die zu Beginn der Auswertung aktuelle Version von FESOM. Zu beachten ist im Folgenden, dass insbesondere zu Beginn der Drift der in Kapitel 5 simulierten Eisberge der mögliche Einfluss des Meereises unterschätzt wird.

2.3 Atmosphären­daten

Die Windgeschwindigkeiten, welche auch im Eisbergmodell Verwendung finden werden, sind den CORE.v2 Daten von Large und Yeager [2009] entnommen. Diese Geschwindigkeiten basieren auf dem Datensatz der NCEP² Reanalyse (*National Centers for Environmental Prediction*) und liegen für die Jahre 1948 bis 2006 in 6-stündigen Intervallen vor. Der CORE.v2 Datensatz umfasst neben turbulenten Flüssen wie dem *wind stress* weitere sogenannte *air-sea fluxes*, welche von FESOM ebenfalls genutzt werden. Beispiele sind die Datensätze der einfallenden lang- und kurzwelligigen Strahlung sowie Angaben der Niederschläge seit 1979 [Large & Yeager, 2009]. Vergleiche der von FESOM unter CORE.v2 Antrieb berechneten Ozeanzirkulation mit anderen Modellen gleichen Antriebs werden von Sidorenko et al. [2011] durchgeführt.

Der NCEP Datensatz weist bekannte Fehler bzw. Tendenzen auf und wurde daher von Large und Yeager [2009] basierend auf Beobachtungen modifiziert. Beispielsweise wurden durch QSCAT³ direkt gemessene Windgeschwindigkeiten beachtet, was in den meisten Regionen der Welt zu einer Anhebung der CORE.v2 Windgeschwindigkeiten gegenüber denen der NCEP Reanalyse führt [Large & Yeager, 2009], insbesondere auch im Bereich des Weddellmeeres.

In Abbildung 2.3 ist das Jahresmittel der Windgeschwindigkeit im Bereich des Weddellmeeres für das Jahr 1999 dargestellt. Die in Kapitel 5 gezeigten Simulationen von zwölf Eisbergen finden im Jahr 1999 statt, sodass die Abbildung 2.3 einen Eindruck der vorherrschenden Winde in diesen Simulationen gestattet.

²<http://www.ncep.noaa.gov/> [Stand: Mai 2011]

³<http://manati.orbit.nesdis.noaa.gov/products/QuikSCAT.php> [Stand: Mai 2011]

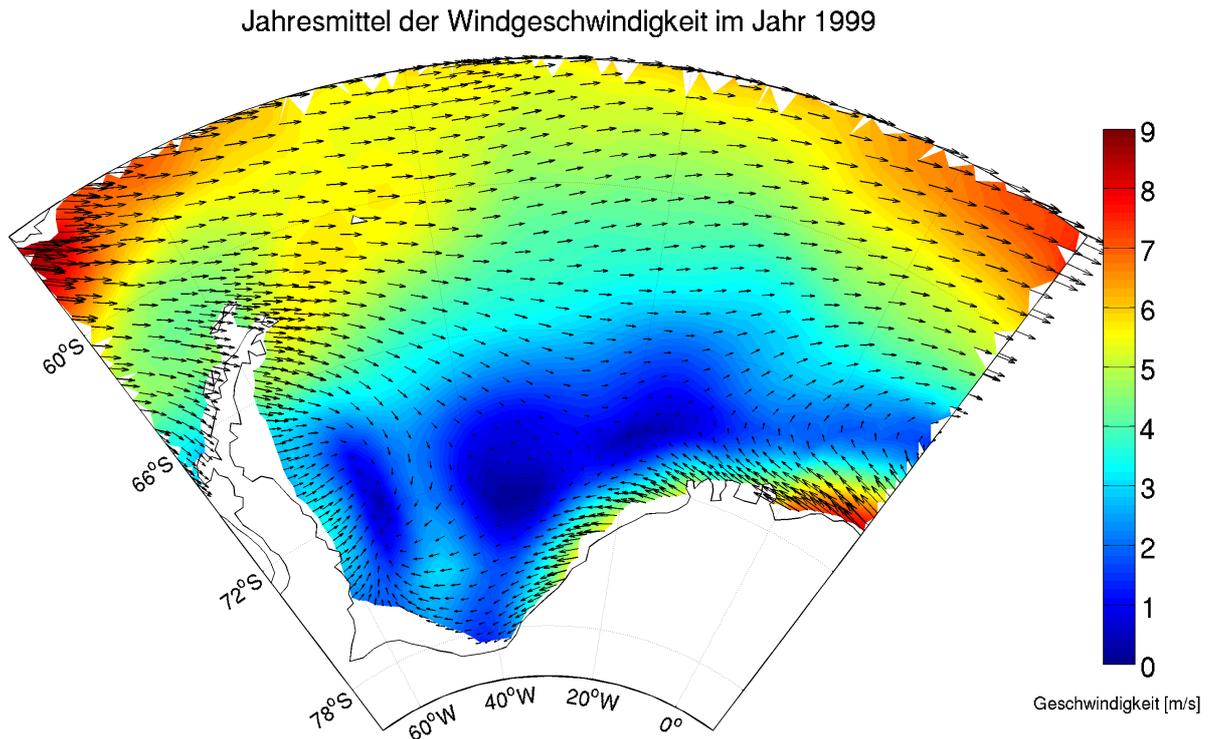


Abbildung 2.3: Dargestellt ist das Jahresmittel der Windgeschwindigkeiten des Jahres 1999 im Bereich des Weddellmeeres.

2.4 Numerische Umsetzung und Parallelisierung mittels MPI

In diesem Abschnitt wird die numerische Umsetzung der in den vorigen Punkten angegebenen Gleichungen kurz beschrieben. Es werden nur die wichtigsten, zum besseren Verständnis dieser Arbeit dienenden Konzepte präsentiert. Ausführliche Angaben zur numerischen Diskretisierung der Gleichungen des Ozeans mit der Finite-Elemente-Methode sind beispielsweise Wang [2007] zu entnehmen, auf die Finite-Elemente-Diskretisierung bezüglich der Meereiskomponente gehen Timmermann et al. [2009] ein. Da FESOM für den Gebrauch auf Parallelrechnern ausgelegt ist, was auch bei der Umsetzung des Eisbergmodells beachtet werden muss, wird an dieser Stelle auch auf die grundlegende Parallelisierungsstrategie von FESOM eingegangen.

Wie bereits mehrfach erwähnt, setzt FESOM auf die Finite-Elemente-Methode, was das Modell von "traditionelleren" Modellen, welche die Finite-Differenzen-Methode verwenden, abhebt.

Das verwendete 3D-Rechengitter besteht aus speziell angeordneten Tetraedern und wird folgendermaßen erhalten:

Zunächst wird die Meeresoberfläche mit einem unstrukturierten Dreiecksgitter trian-

guliert, dessen Knoten und Dreieckselemente in dieser Arbeit als *2D-Knoten* und *2D-Elemente* bezeichnet sind. Die Gleichungen der MeereisKomponente werden nur auf diesem Oberflächengitter ($z = 0$) diskretisiert. Bei der Gittergenerierung kommen spezielle Generatoren zum Einsatz [Wang, 2007].

Das unterhalb der Meeresoberfläche liegende Rechengebiet wird durch die an der Meeresoberfläche vorgegebene Triangulierung in vertikale Säulen unterteilt. Da in der vertikalen Richtung feste *z-level* [Timmermann et al., 2009] vorgegeben sind, folgt eine Zerlegung dieser Säulen in Prismen, welche wiederum in jeweils drei Tetraeder zerlegt werden. Die Eckpunkte der Tetraeder sind als *3D-Knoten* bezeichnet. In Abbildung 2.4 ist das Vorgehen zur Gittergenerierung graphisch veranschaulicht.

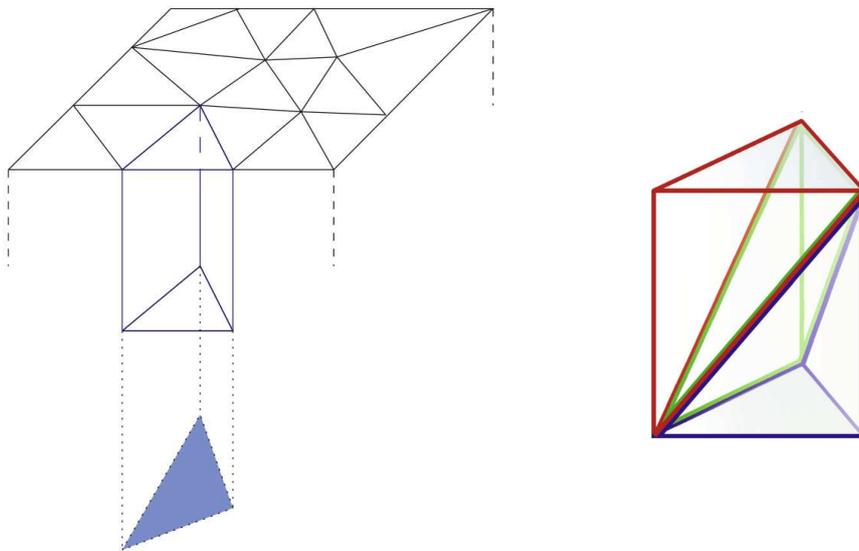


Abbildung 2.4: Dargestellt ist die Zerteilung des Rechengebietes in Prismen anhand der 2D-Triangulierung der Oberfläche (links) sowie die Zerteilung eines Prismas in drei Tetraeder (rechts). Die untersten Prismen dürfen zur besseren Repräsentation des Meeresbodens verzerrt sein. Die Darstellung ist Timmermann et al. [2009] entnommen.

Das Gitter, welches in dieser Arbeit verwendet wird, besteht aus 1902605 Knoten, von denen 67997 Knoten auf die 2D-Knoten entfallen. Das Gitter weist eine variable Auflösung von 150 km im offenen Ozean und etwa 20 km entlang der Küstenlinien auf [Sidorenko et al., 2011]. Zudem ist der Bereich entlang des Äquators mit 40 km aufgelöst. Die minimale Dreiecksfläche eines 2D-Elementes beträgt 81.6 km^2 .

Die Abbildung 2.5 zeigt die variable Auflösung für den Bereich der Südhalbkugel. Der in der vorliegenden Arbeit besonders wichtige Bereich des Weddellmeeres weist in den meisten Bereichen eine Auflösung zwischen 50 und 100 km auf, nahe der Küsten ist eine höhere Auflösung gewählt.

Nach der *Galerkin-Methode* (vgl. z.B. Behrens [2006, S.82]) werden die prognostischen Variablen des gekoppelten Modells nach bestimmten Basisfunktionen entwickelt, um

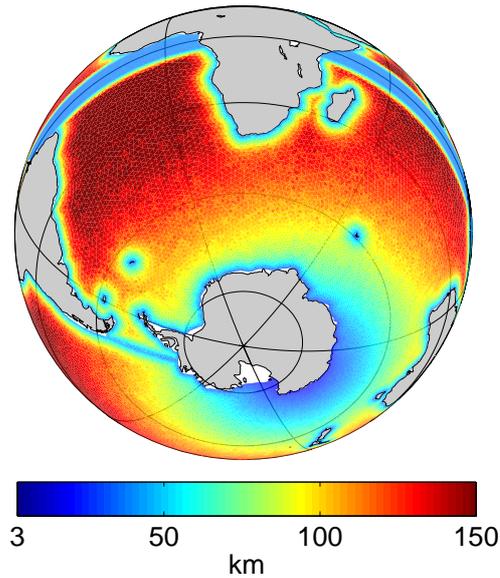


Abbildung 2.5: Dargestellt ist die verwendete Triangulierung auf der südlichen Hemisphäre nebst horizontaler Auflösung in km. Diese Abbildung ist eine rotierte Version der Abbildung 1 aus Sidorenko et al. [2011].

die Lösung der Gleichungen in endlich-dimensionalen Räumen suchen zu können. Zur Anwendung kommen hier stückweise lineare Basisfunktionen in zwei und drei Dimensionen [Wang, 2007]. Zu jedem 2D- und 3D-Knoten gibt es eine zugehörige Basisfunktion, welche an diesem Knoten den Wert 1 annimmt und zu den umliegenden Knoten auf den Wert 0 abfällt. Eingeschränkt auf ein Element des Trägers der Basisfunktion ist die Abnahme linear. In Abbildung 2.6 ist eine typische 2D-Basisfunktion dargestellt.

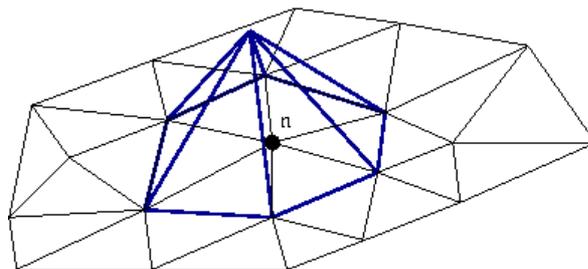


Abbildung 2.6: Dargestellt ist die zum Oberflächenknoten n gehörige 2D-Basisfunktion oder "Hütchenfunktion". Die umliegenden Dreiecke stellen den Träger der Funktion dar. Die Darstellung ist der Erklärung der Finite-Elemente-Methode auf der AWI-Homepage entnommen (http://www.awi.de/en/research/research_divisions/climate_science/ocean_dynamics/community_ocean_model_com/ [Stand: Juni 2011]).

Werden die 2D-Basisfunktionen mit $\phi_j = \phi_j(x, y)$ bezeichnet, die 3D-Basisfunktionen dagegen mit $\psi_j = \psi_j(x, y, z)$, so können die prognostischen Variablen des Ozeanmodells

als

$$\mathbf{u} \simeq \sum (u_j, v_j) \psi_j \quad (2.12)$$

$$T \simeq \sum T_j \psi_j \quad (2.13)$$

$$S \simeq \sum S_j \psi_j \quad (2.14)$$

$$\eta \simeq \sum \eta_j \phi_j \quad (2.15)$$

geschrieben werden [Wang, 2007], wobei die Koeffizienten zeitabhängig sind.

Wie die Meeresoberflächenauslenkung η auch, werden die prognostischen Variablen des Meereismodells ebenfalls auf dem 2D-Gitter nach entsprechenden Basisfunktionen ϕ_j

$$\mathbf{u}_i \simeq \sum (u_{i,j}, v_{i,j}) \phi_j \quad (2.16)$$

$$h \simeq \sum h_j \phi_j \quad (2.17)$$

$$h_s \simeq \sum h_{s,j} \phi_j \quad (2.18)$$

$$A \simeq \sum A_j \phi_j \quad (2.19)$$

mit zeitabhängigen Koeffizienten entwickelt.

Nach der Finite-Elemente-Methode werden die zu lösenden Gleichungen mit den Basisfunktionen multipliziert und anschließend über das Modellgebiet integriert. Vereinfacht dargestellt werden nach Einsetzen der Galerkin-Approximationen und Diskretisierung der zeitlichen Ableitungen mit Finiten Differenzen lineare Gleichungssysteme zur Bestimmung der Koeffizienten in den Gleichungen (2.12)-(2.19) erhalten, die in jedem Zeitschritt gelöst werden müssen. Die erhaltenen Matrizen sind typischerweise dünn besetzt und haben eine begrenzte Bandbreite, welche durch die Zahl der Nachbarknoten eines Knotes festgelegt ist [Timmermann et al., 2009]. Zum Einsatz kommt der iterative PETSc⁴-Löser. Die berechneten Koeffizienten speichert FESOM in entsprechenden Arrays, die hier als *2D-Felder* bzw. *3D-Felder* bezeichnet sind.

Als Parallelisierungsstrategie kommt in FESOM eine Gebietszerlegung zum Einsatz. In dieser Arbeit werden 32 Prozessoren verwendet, sodass das Modellgebiet in 32 Teile unterteilt ist. Jeder Prozessor führt Berechnungen auf einem eigenen Teil des Modellgebietes durch, bei Gebrauch von Daten eines anderen Gebietes muss zwischen den Prozessoren kommuniziert werden. Hierzu kommt der *Message Passing Interface* (MPI⁵) Standard zum Einsatz. In Abbildung 2.7 ist die Gebietszerlegung dargestellt.

Im Gegensatz zu früheren Versionen unterstützt FESOM nun Parallelrechner mit verteiltem Speicher (*distributed memory setup*), sodass jedem Prozessor nur die Daten zur

⁴<http://www.mcs.anl.gov/petsc/petsc-as/> [Stand: Juni 2011]

⁵Homepage des MPI-Standards: <http://www.mcs.anl.gov/research/projects/mpi/> [Stand: Mai 2011]

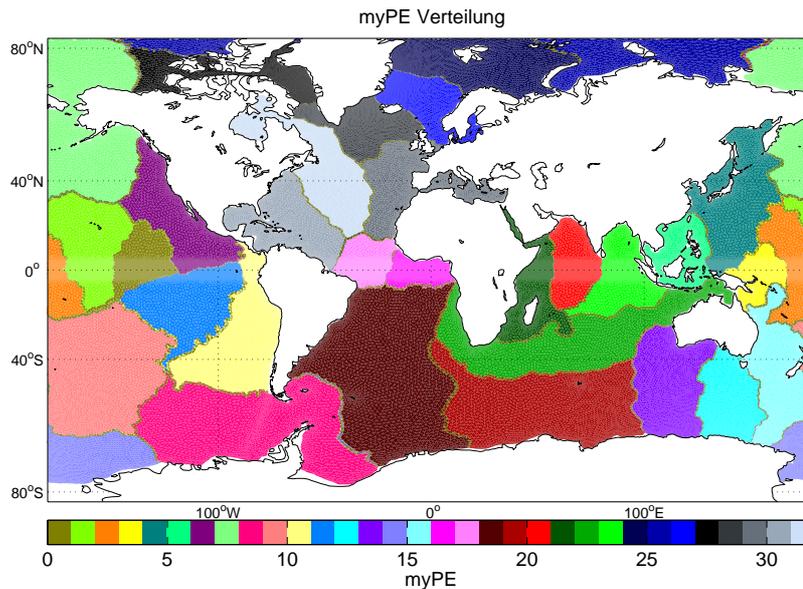


Abbildung 2.7: Das Modellgebiet, eingefärbt nach der Identifikationsnummer *myPE* der für die jeweiligen Gebiete zuständigen Prozessoren. Aufgrund der benutzten vielfarbigen Farbskala weisen die Gebietsgrenzen in der Darstellung einen Farbverlauf über die dazwischenliegenden Farben auf.

Verfügung stehen, die zu seinem Rechengebiet gehören. Dies hat den Vorteil, dass nicht die kompletten 3D-Arrays im Hauptspeicher reserviert werden müssen.

Jeder Knoten des Rechengebietes ist einem eindeutigen Prozessor zugeteilt. Die einem Prozessor zugehörigen Knoten sind von 1 bis `myDim_nod3D` durchnummeriert. Um die Kommunikation zu erleichtern, sind jedem Prozessor aber die angrenzenden Knoten (*Kommunikationsknoten*) benachbarter Prozessoren bekannt, sodass die einen Prozessor betreffenden Knoten von 1 bis insgesamt `myDim_nod3d + eDim_nod3d` durchnummeriert sind.

Die Elemente des Rechengebietes, beispielsweise die 2D-Elemente der Triangulierung der Meeresoberfläche, sind allerdings oft keinem eindeutigen Prozessor zugeordnet. Ein 2D-Element der Triangulierung kann bis zu drei Prozessoren zugeordnet werden, falls die drei Knoten des Elementes in die Rechengebiete dreier Prozessoren fallen. Dies muss bei der Eisbergdrift beachtet werden (siehe Abschnitt A.2). Zudem zeigt Abschnitt A.4.1, wie ein globaler Index eines 2D-Elementes in die lokale Nummerierung eines Prozessors umgerechnet werden kann. Dies ist bei der Berechnung der Eisbergdrift von Wichtigkeit, da nur der globale Index des Elementes, in dem sich der Eisberg befindet, zwischen den verschiedenen Prozessoren kommuniziert wird und Eisberge während ihrer Drift von dem Rechengebiet eines Prozessors in das Rechengebiet eines anderen Prozessors übertreten können.

2.5 Folgen für das Layout eines Eisbergmodells

Das Eisbergmodell ist als Erweiterung von FESOM angelegt. Durch die Verwendung von FESOM sind einige Dinge bereits vorgegeben bzw. bei der Entwicklung des Eisbergmodells zu beachten:

- Das Eisbergmodell soll einfach in eine bereits bestehende FESOM-Installation integrierbar sein. Dies kann durch wenige Änderungen erreicht werden und ist in Anhang A sowie in Anhang B beschrieben.
- Um in Zukunft eine Rückkopplung der Eisberge auf Ozean und Meereis zu ermöglichen, ist eine "Online-Modellierung" notwendig, d.h. die Dynamik und Thermodynamik der modellierten Eisberge muss parallel mit den Berechnungen von FESOM und nicht in einem Nachbearbeitungsschritt (*post-processing*) durchgeführt werden.
- Der Rechenzeitbedarf sollte durch die parallelen Berechnungen des Eisbergmodells nicht stark ansteigen.
Das numerische Lösen der *Grundgleichung der Eisbergdrift* (siehe Abschnitt 3.2.5) wird durch teilweise Verwendung von impliziten Diskretisierungen selbst bei Verwendung der Zeitschrittweite des Ozeanmodells von 45 min stabil erreicht. Daher kann eine Verwendung von kleineren Teilschritten (*substeps*) für das Eisbergmodell mit jeweils teuren Funktionsauswertungen vermieden werden.
- Es wurde sich bewusst gegen eine Standard-Lösungsmethode hoher Ordnung wie etwa das *traditionelle Runge-Kutta-Verfahren* 4. Ordnung (RK4) entschieden. Dieses Verfahren benötigt vier teure Funktionsauswertungen [Büskens, 2004, S.168]. Diese hohe Genauigkeit ist aufgrund der Verwendung von FESOM, welches lineare Basisfunktionen benutzt und viele Näherungen wie etwa *lumping* von Matrizen [Timmermann et al., 2009] durchführt, nicht notwendig.
Die in dieser Arbeit in Kapitel 4 entwickelte Lösungsmethode hält die Rechenzeit durch Verwendung von Methoden niedriger Ordnung vergleichsweise gering, nutzt denselben Zeitschritt wie FESOM und kann im Vergleich mit wesentlich geringeren Zeitschrittweiten überzeugen (siehe Abschnitt 4.5).
Die gleichzeitige Modellierung vieler Eisberge wird von diesem Vorgehen profitieren.

Unabhängig von der Verwendung von FESOM sind weitere Überlegungen anzustellen, welche im Folgenden diskutiert werden:

- Da ein Eisberg bei aktiviertem Schmelzen seine Größe während eines Modelllaufes ändern kann, muss die Lösungsmethode zur Berechnung der Drift unabhängig von der Größenklasse, zu der der modellierte Eisberg gehört, stabil sein.

Eine genaue Analyse des ozeanischen Schubspannungsterms in Abschnitt 4.2.1 erlaubt eine solche Anpassung der Lösungsmethode. Die thermodynamischen Gleichungen, die bei der Berechnung des Schmelzens von Eisbergen zur Anwendung kommen, sind einfache diagnostische Gleichungen, die in der Literatur weit verbreitet sind (siehe Abschnitt 3.3). Daher ist deren numerische Umsetzung unkompliziert.

- Nach der Lagrange-Methode wird in der vorliegenden Arbeit die Drift einzelner Eisberge simuliert, wobei diese als Punktmasse angenommen werden. Dies gestattet eine Validierung des Eisbergmodells anhand von beobachteten Drifttrajektorien, welche in Kapitel 5 durchgeführt wird.

Um eine Verteilung vieler Eisberge zu berechnen, wäre aber auch ein Eulerscher Ansatz denkbar. Ähnlich der Meereiskomponente, bei der einzelne Eisschollen als Kontinuum modelliert werden, wäre für das Eisbergmodell "*some measure of iceberg coverage as tracer*" [Schäfer-Neth & Stategger, 1999, S. 65] zu definieren. Dieser Ansatz wird hier, wie in der Literatur üblich, nicht verfolgt.

Die nächsten beiden Kapitel beschreiben die Physik, auf der das Eisbergmodell aufbaut sowie die numerische Umsetzung der physikalischen Gleichungen. Deren konkrete Implementierung ist in Anhang A beschrieben.

3 Physik des Eisbergmodells

Dieses Kapitel widmet sich der zugrundeliegenden Physik des Eisbergmodells. Dazu werden die auf einen Eisberg wirkenden Kräfte in Abschnitt 3.2 behandelt, anschließend folgen die wichtigsten Prozesse, die die Lebensdauer eines Eisberges betreffen. Dies sind thermodynamische Prozesse sowie die Erosion durch Seegang (siehe Abschnitt 3.3).

Da Eisberge sehr viele unterschiedliche Formen haben können, ist es zunächst nötig, eine Annahme über die im Modell verwendete, vereinfachte Form der Eisberge zu treffen. In dieser Arbeit wird eine einfache Quaderform mit quadratischer Deckfläche angenommen. Dies hat weitere Annahmen zur Orientierung des Eisbergs relativ zu Ozean- und Windströmungen zur Folge, welche in den Abschnitten 3.2.3.1 und 3.2.3.2 getroffen werden. Es gibt weitere Ansätze, wie zum Beispiel zylinderförmige Eisberge [Schäfer-Neth & Stattegger, 1999], bei denen keine weiteren Annahmen zur Orientierung des Eisbergs nötig sind. Für weitere, kompliziertere Ansätze sei auf die Literatur verwiesen [McKenna, 2005, Benedict, 1980].

3.1 Bezeichnungen

Ein Eisberg habe die Masse M . Länge und Breite des Eisbergs seien durch L gegeben, d.h. es wird eine quadratische Deckfläche angenommen. Die Eintauchtiefe sei mit d bezeichnet. Aus der Eintauchtiefe lässt sich durch das *Archimedische Prinzip* aus der Dichte des Eisbergs und der Dichte von Wasser auf die Gesamthöhe H des Eisbergs schließen und umgekehrt. Außerdem sei $F = H - d$ der *Freibord* F des Eisbergs.

Nach dem Archimedischen Prinzip ist die auf einen in Wasser eingetauchten Körper wirkende Auftriebskraft \mathbf{F}_A gleich der Gewichtskraft der vom Körper verdrängten Flüssigkeitsmenge [Gerthsen, 2006, S.97-98]. Ist $V_w = dL^2$ das durch den Körper verdrängte Volumen und ρ_w die Dichte von Wasser, so ist

$$\mathbf{F}_A = -V_w \rho_w \mathbf{g} .$$

Dabei ist \mathbf{g} der Vektor der Erdbeschleunigung. Ist ρ_{ib} die Dichte des Eisbergs und $V_{ib} = HL^2$ sein Gesamtvolumen, dann wirkt auf diesen eine Gewichtskraft

$$\mathbf{F}_G = M \mathbf{g} = V_{ib} \rho_{ib} \mathbf{g} .$$

Im Gleichgewicht gilt

$$\mathbf{F}_G = -\mathbf{F}_A .$$

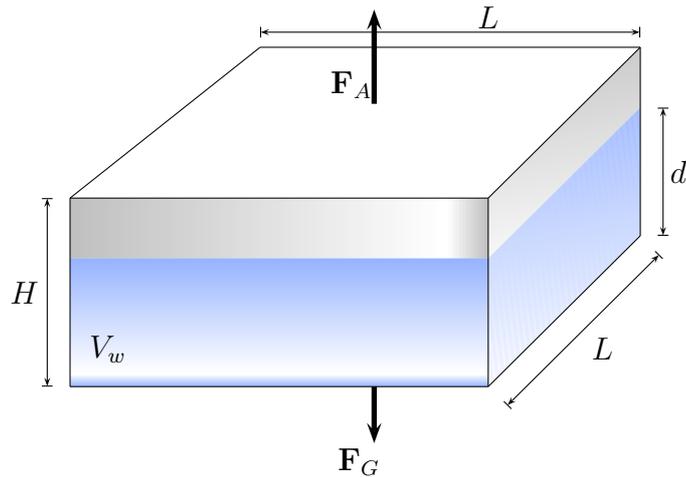


Abbildung 3.1: Archimedisches Prinzip bei eingetauchtem Eisberg.

In Abb. 3.1 ist dieses Gleichgewicht neben den wichtigsten Bezeichnungen graphisch dargestellt.

Teilen durch L^2 und Umstellen ergibt dann

$$\frac{H}{d} = \frac{\rho_w}{\rho_{ib}}. \quad (3.1)$$

Ist die Höhe eines Eisbergs gegeben, so kann die Eintauchtiefe aus (3.1) berechnet werden und umgekehrt. Typische Werte $\rho_w = 1027.5 \text{ kg/m}^3$ und $\rho_{ib} = 850 \text{ kg/m}^3$ [Silva et al., 2006] ergeben damit

$$\frac{\rho_w}{\rho_{ib}} \approx 1.21,$$

sodass etwa $1 - (1/1.2) = 1/6$ der Gesamthöhe eines Eisberges als Freibord zu sehen sind.

3.2 Dynamik

Zur Modellierung der Eisbergdrift werden die auf einen Eisberg wirkenden Kräfte betrachtet. Dazu wird dieser als Punktmasse angenommen. Nach dem zweiten Newtonschen Gesetz gilt dann für die auf den Eisberg wirkende Gesamtkraft durch Superposition aller Kräfte \mathbf{F}_k

$$M \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \sum_k \mathbf{F}_k,$$

wobei die horizontale Geschwindigkeit des Eisbergs nachfolgend immer mit $\mathbf{u} = (u, v) \in \mathbb{R}^2$ bezeichnet sei.

Verwechslungen mit der Ozeangeschwindigkeit aus Kapitel 2 bestehen nicht, da auftretende Geschwindigkeiten des Ozeans im Folgenden immer mit einem Index versehen sein werden.

In den nächsten Unterkapiteln werden die verschiedenen Kräfte einzeln betrachtet.

3.2.1 Corioliskraft

Ein Eisberg ist während seiner Drift dem Einfluss der Corioliskraft \mathbf{F}_c unterworfen, da dieser sich in einem rotierenden Bezugssystem bewegt. Die *Winkelgeschwindigkeit* ω der Rotation der Erde ist $\omega \approx 2\pi/24h \approx 7.27 \cdot 10^{-5} s^{-1}$. Auf der Südhalbkugel bewirkt

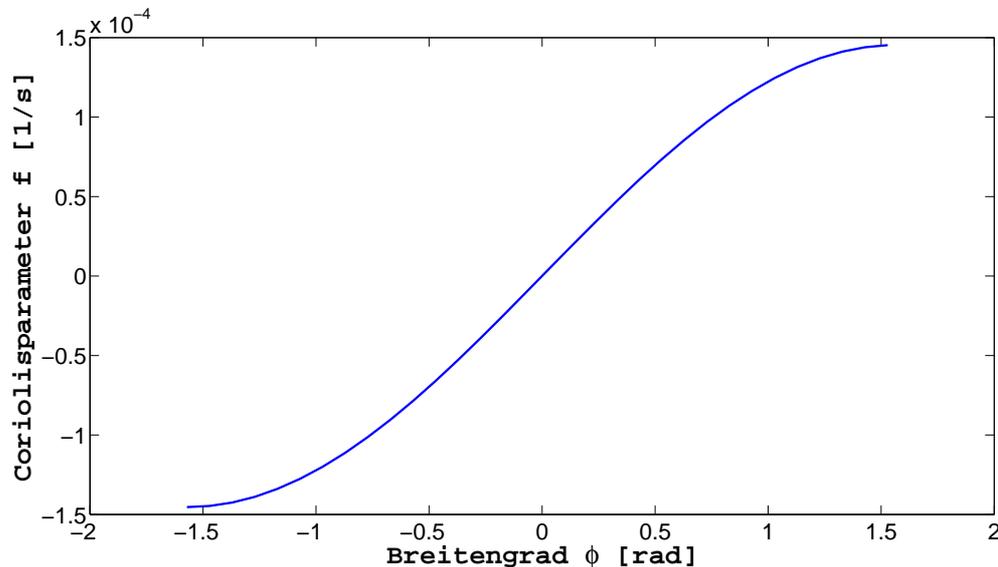


Abbildung 3.2: Der Coriolisparameter in Abhängigkeit vom Breitengrad.

die Corioliskraft eine Ablenkung nach links, während sie auf der Nordhalbkugel zu einer Ablenkung nach rechts führt. Sie berechnet sich durch

$$\mathbf{F}_c = -2M\omega \sin \phi \mathbf{k} \times \mathbf{u}, \quad -\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2,$$

wobei ϕ den Breitengrad angibt und \mathbf{k} den Einheitsvektor senkrecht zur Erdoberfläche. Die Berechnung des Kreuzproduktes ist als

$$\mathbf{k} \times \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u \\ v \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -v \\ u \\ 0 \end{pmatrix}$$

zu verstehen, als Ergebnis dient aber die Projektion in die x - y -Ebene $(-v, u)$. In dieser Ebene soll die horizontale Geschwindigkeit des Eisbergs bestimmt werden.

Nach Definition des *Coriolisparameters* f (siehe Abb. 3.2) zu $f := 2\omega \sin \phi$ schreibt sich die Corioliskraft insgesamt vereinfacht als

$$\mathbf{F}_c = -fM \begin{pmatrix} -v \\ u \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Die Corioliskraft hat in der Nähe der Pole einen größeren Einfluss als in mittleren Breiten (siehe Abb. 3.2), am Äquator wirkt keine Corioliskraft.

3.2.2 Hangabtriebskraft

Die Kraft \mathbf{F}_p , die auf einen Eisberg durch die Neigung der Meeresoberfläche wirkt, wird in einigen Eisbergmodellen aus der Bewegungsgleichung der Oberflächengeschwindigkeit des Ozeans $\mathbf{u}_s = (u_{surface}, v_{surface})$ berechnet [Bigg et al., 1997, Smith, 1993, Gladstone et al., 2001] und aufgrund der Herleitung in diesen Arbeiten auch *pressure gradient force* (*Druckgradientkraft*) genannt. In der vorliegenden Arbeit wird jedoch ein anderer Ansatz verfolgt.

Die "klassische" Berechnung wird hier dennoch kurz vorgestellt, sodass anschließend die Vorteile der in dieser Arbeit verwendeten Berechnungsmethode deutlich werden.

Die oben genannte Bewegungsgleichung für die Oberflächengeschwindigkeit des Ozeans liest sich nach Gladstone et al. [2001] als

$$\frac{d\mathbf{u}_s}{dt} + f\mathbf{k} \times \mathbf{u}_s = -\frac{1}{\rho_w} \nabla P + \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad [N/kg] , \quad (3.3)$$

wobei $\rho_w = 1027.5 \text{ kg/m}^3$ die Dichte von Wasser ist und τ die durch den Wind an der Meeresoberfläche erzeugte Spannung (*wind stress*). P stellt den wirkenden Druck dar und z ist die vertikale Koordinate.

Typischerweise wird *geostrophisches Gleichgewicht* angenommen [Smith & Banke, 1983, Mountain, 1980, Gladstone et al., 2001], sodass sich Coriolis- und Druckgradientkraft balancieren. Durch Vernachlässigung der übrigen Terme in Gleichung (3.3) gilt im geostrophischen Gleichgewicht also

$$\frac{1}{\rho_w} \nabla P = -f\mathbf{k} \times \mathbf{u}_s . \quad (3.4)$$

Die Druckgradientkraft, die auf das von dem Eisberg verdrängte Wasservolumen wirkt, berechnet sich dann über

$$\mathbf{F}_p = -\frac{M}{\rho_w} \nabla P = fM \mathbf{k} \times \mathbf{u}_s . \quad (3.5)$$

Die Gesamtkraft, die durch Coriolis- und Druckgradientkraft auf einen Eisberg wirkt, ist nach dieser Herleitung

$$\mathbf{F}_c + \mathbf{F}_p = -fM \begin{pmatrix} -v \\ u \end{pmatrix} + fM \begin{pmatrix} -v_{surface} \\ u_{surface} \end{pmatrix} = -fM \begin{pmatrix} -(v - v_{surface}) \\ u - u_{surface} \end{pmatrix} = -fM \mathbf{k} \times \mathbf{u}_r , \quad (3.6)$$

wobei $\mathbf{u}_r := \mathbf{u} - \mathbf{u}_s$.

Dieser einfache Ausdruck wird oft genutzt, um die Wirkung von Coriolis- und Druckgradientkraft auf Eisberge zu berechnen. Gladstone et al. nennen diesen Term "Coriolis-related forcing" [2001, S. 19905].

Da das Eisbergmodell mit einem *free-surface* Ozeanmodell angetrieben werden soll,

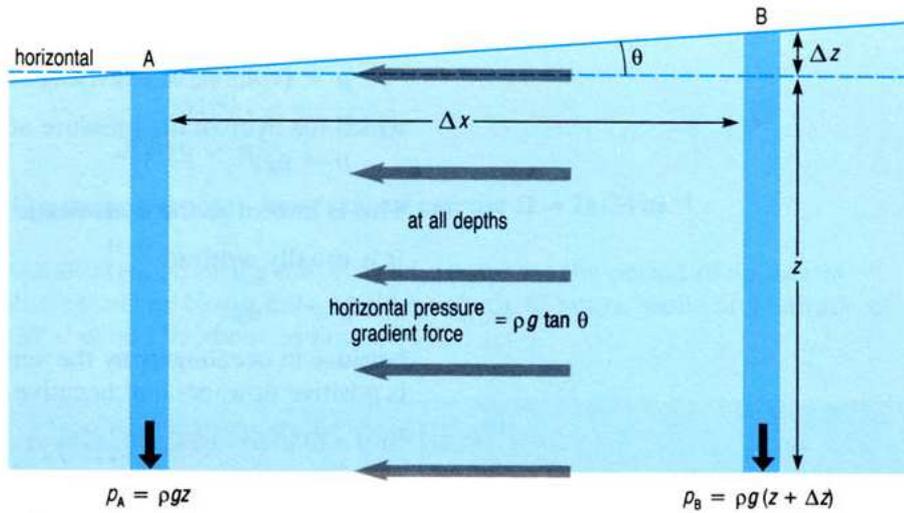


Abbildung 3.3: Eine Neigung der Meeresoberfläche führt zu einer horizontalen Druckgradientkraft. Abbildung aus Colling [2001].

welches die Auslenkung der Meeresoberfläche η (*sea surface height*, kurz SSH) in jedem Zeitschritt knotenweise berechnet, wird in dieser Arbeit jedoch, wie oben erwähnt, ein anderer physikalisch klarer motivierter Ansatz gewählt.

Colling [2001] beschreibt, wie sich aus einer gegebenen Neigung der Meeresoberfläche die Druckgradientkraft direkt berechnen lässt. Das Vorgehen nach Colling [2001] soll hier zur Verdeutlichung kurz dargelegt werden. Durch die Neigung der Meeresoberfläche wirkt am Punkt A in Abb. 3.3 nach der *hydrostatischen Gleichung* ein Druck

$$p_A = \rho_w g z \quad (3.7)$$

aufgrund der darüberliegenden Wassersäule der Höhe z . Am Punkt B gilt eine entsprechende Gleichung, sodass der Druckunterschied zwischen B und A

$$\Delta p = p_B - p_A = \rho_w g \Delta z \quad (3.8)$$

beträgt. Ist die Distanz zwischen A und B durch Δx gegeben, dann ist

$$\frac{1}{\rho_w} \frac{\Delta p}{\Delta x} = g \frac{\Delta z}{\Delta x} = g \frac{\Delta \eta}{\Delta x}, \quad (3.9)$$

wobei die Auslenkung Δz der Meeresoberfläche in FESOM mit $\Delta \eta$ bezeichnet ist. Die Druckgradientkraft lässt sich also aufgrund der linearen Approximation der Meeresoberflächenauslenkung in FESOM auf einem Element der Triangulierung wie bei Jongma et al. [2009] und Martin und Adcroft [2010] über

$$\mathbf{F}_p = -\frac{M}{\rho_w} \nabla P = -M g \nabla \eta \quad (3.10)$$

berechnen, ohne geostrophische Näherungen verwenden zu müssen.

Bei der geostrophischen Näherung (3.4) wird unter anderem der erste Term in Gleichung (3.3), die materielle Ableitung $d\mathbf{u}_s/dt$, vernachlässigt. Dieser Term enthält einen

nicht-linearen Advektionsterm und kann von besonderer Bedeutung bei der Berechnung realistischer Eisbergverteilungen über längere Zeiträume sein. Nur mit diesem Term konnten Bigg und Wadley [1996] beispielsweise die Eisbergdrift von Grönland und der Kanadischen Arktis bis in den Labrador Strom erreichen, sodass eine Haupttrisikozone für die Schifffahrt nur auf diese Art modelliert werden konnte.

Bei der in dieser Arbeit gewählten Methode wird aufgrund der Berechnung des Druckgradienten aus der *sea surface height* η , welche unter anderem über Gleichung (2.1) bestimmt wird, die materielle bzw. totale Ableitung der Ozeangeschwindigkeit neben anderen Termen berücksichtigt, um eine möglichst vollständige Beschreibung der Eisbergdrift zu erreichen.

3.2.3 Schubspannungen zwischen Eisberg und Umgebung

Bewegt sich ein Körper durch ein viskoses Fluid oder wird ein ruhender Körper von einem viskosen Fluid umströmt, so wird durch Wirbelbildung auf der Leeseite¹ des Körpers ein Druckunterschied im Vergleich zur Luvseite² erzeugt [Lichey, 2000]. Die dadurch erzeugte Kraft hängt zudem von der Form des Körpers ab und wird daher auch *form drag* genannt. Zudem kommt es bei bestimmten Körpern, etwa großen Eisinseln oder Tafelbergen, zu einer Wechselwirkung zwischen der horizontalen Ober- bzw. Unterseite des Eisbergs und des umgebenden Mediums, mit der eine weitere Kraft, der *skin drag*, verbunden ist [Smith & Banke, 1983].

Beide Kräfte lassen sich als *Newton-Reibung* parametrisieren, deren Berechnungsformel eine quadratische Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit zwischen dem Körper und dem umgebenden Medium zeigt [Gerthsen, 2006, S. 41] und auch *drag equation* genannt wird.

Für einen Eisberg mit Geschwindigkeit \mathbf{u} und ein Fluid x (Luft oder Wasser) der Geschwindigkeit \mathbf{u}_x gilt daher (vgl. z.B. Mountain [1980])

$$\mathbf{F}_x = \frac{1}{2} C_x \rho_x A_x \|\mathbf{u}_x - \mathbf{u}\| (\mathbf{u}_x - \mathbf{u}) , \quad (3.11)$$

wobei ρ_x die Dichte des Fluids angibt. C_x ist der dimensionslose *form drag coefficient*. Dieser ist von der Form des Körpers und der besonderen Charakteristik der umgebenden Strömung abhängig. Bei einer Stromlinienform des Körpers ist $C_x < 1$, bei einer Kugelform gilt $C_x \approx 1$ und bei ungünstiger Form gilt $C_x > 1$ [Gerthsen, 2006, S. 41]. A_x gibt die Fläche des Eisbergs senkrecht zur Strömung des umgebenden Fluids an, d.h. die Größe der Fläche, auf die die Kraft einwirkt.

Zusätzlich wird in diesem Modell auch der *skin drag* oder *surface drag* betrachtet, welcher auf die horizontale Oberfläche des Eisbergs wirkt [Smith & Banke, 1983] und eine Erweiterung von Gleichung (3.11) darstellt. Dieser Term wird durch die Wechselwirkung zwischen der Oberseite bzw. der Unterseite des Eisbergs und des ihn umgebenden

¹Die der Strömung bzw. dem Wind abgewandte Seite.

²Die der Strömung bzw. dem Wind zugewandte Seite.

Fluids erzeugt und folgt ebenfalls der allgemeinen *drag equation*. Die *Schubspannung* zwischen Eisberg und Fluid x wird als Summe von *form drag* und *skin drag* insgesamt nach Smith und Banke [1983] über

$$\mathbf{F}_x = \left(\frac{1}{2} C_x \rho_x A_x + C_{dx} \rho_x A_{skin,x} \right) \|\mathbf{u}_x - \mathbf{u}\| (\mathbf{u}_x - \mathbf{u}) \quad (3.12)$$

erhalten. Dabei ist C_{dx} der dimensionslose *skin drag coefficient* des Fluids x und $A_{skin,x}$ die horizontale Kontaktfläche des Eisbergs mit dem Fluid. Im Vergleich mit Gleichung (3.11) besitzt Gleichung (3.12) damit einen modifizierten Koeffizienten, der sich vor allem bei Tafelbergen mit großer horizontaler Ausdehnung von dem ursprünglichen Wert unterscheidet [Smith & Banke, 1983]. Der modifizierte Gesamtkoeffizient wird zwecks besserer Unterscheidung nachfolgend *Schubspannungskoeffizient* genannt.

Im Folgenden werden die ozeanische Schubspannung und die Windschubspannung betrachtet, d.h. die Schubspannungen bezüglich der beiden Fluide Wasser und Luft. Eine entsprechende Kraft für die Wirkung des Meereises auf einen Eisberg folgt anschließend. Diese unterscheidet sich durch die starke saisonale Abhängigkeit von den anderen Kräften.

3.2.3.1 Ozean

Für den Ozean bildet die Summe von *form drag* und *skin drag* die *ozeanische Schubspannung*

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_o &= \left(\frac{1}{2} C_o \rho_w A_o + C_{do} \rho_w A_{skin,o} \right) \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}\| (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}) \\ &=: C_{D_1} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}\| (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}) , \end{aligned} \quad (3.13)$$

wobei der *form drag coefficient* zwischen Ozean und Eisberg mit $C_o = 0.85$ angenommen wird [Lichey & Hellmer, 2001]. Die Dichte des Wassers wird konstant gewählt $\rho_w = 1027.5 \text{ kg/m}^3$. Der *skin drag coefficient* an der Unterseite des Eisbergs wird als $C_{do} = 0.0005$ angesetzt [Lichey & Hellmer, 2001]. Der erste Term in \mathbf{F}_o , der *form drag*, wirkt auf die untergetauchte, zur Meeresströmung senkrechte Seitenfläche des Eisbergs. Diese wird durch eine der unter Wasser befindlichen Seitenflächen des Eisbergs angenähert, sodass

$$A_o = dL .$$

Hierbei wird angenommen, dass immer eine Seitenfläche des quaderförmigen Eisbergs senkrecht zur Strömung ausgerichtet ist. Die Fläche der Unterseite des Eisbergs, an der der *skin drag* wirkt, beträgt

$$A_{skin,o} = L^2 .$$

Ändern sich die Dimensionen eines Eisbergs mit der Zeit, beispielsweise durch Schmelzen an der Unterseite, so ist der *ozeanische Schubspannungskoeffizient* C_{D_1} zeitlich nicht konstant.

Die Strömungsgeschwindigkeit \mathbf{u}_o des Ozeans kann durch Mittelung der Modellgeschwindigkeiten aus FESOM von der Unterseite des Eisbergs bis zur Meeresoberfläche berechnet werden (siehe dazu Abschnitt A.3).

3.2.3.2 Atmosphäre

Für die Atmosphäre bildet eine analoge Summe von *form drag* und *skin drag* die Windschubspannung

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_a &= \left(\frac{1}{2} C_a \rho_a A_a + C_{da} \rho_a A_{skin,a}\right) \|\mathbf{u}_a - \mathbf{u}\|(\mathbf{u}_a - \mathbf{u}) \\ &=: C_{D_2} \|\mathbf{u}_a - \mathbf{u}\|(\mathbf{u}_a - \mathbf{u}),\end{aligned}\quad (3.14)$$

wobei der *form drag coefficient* $C_a = 0.4$ zwischen Atmosphäre und Eisberg angenommen wird [Lichey & Hellmer, 2001]. Die Dichte der Luft wird konstant gewählt $\rho_a = 1.293 \text{ kg/m}^3$.

Der *skin drag coefficient* wird als $C_{da} = 0.00025$ angesetzt [Lichey & Hellmer, 2001]. Der erste Term in \mathbf{F}_a , der *form drag*, wirkt auf die sichtbare, zur Windgeschwindigkeit senkrechte Seitenfläche des Eisbergs. Diese wird durch die sichtbare Seitenfläche des Eisbergs angenähert, sodass

$$A_a = (H - d)L .$$

Die Oberfläche des Eisbergs, an der der *skin drag* wirkt, beträgt

$$A_{skin,a} = L^2 .$$

Die Windgeschwindigkeit \mathbf{u}_a wird den in Abschnitt 2.3 eingeführten CORE.v2 Daten entnommen und zur Position des Eisbergs interpoliert (siehe dazu Abschnitt A.3).

3.2.3.3 Meereis

Im Gegensatz zu den durch Ozean und Atmosphäre erzeugten Kräften ist die vom Meereis auf einen Eisberg wirkende Kraft \mathbf{F}_i starken saisonalen Schwankungen unterworfen, da *Meereisdicke* h und *-konzentration* A diesen Schwankungen unterliegen. Daher werden für das Meereis drei Fälle unterschieden.

- 1. Fall: Eisberg ist "eingefroren":

Beobachtungen haben gezeigt, dass Eisberge ab einer gewissen Meereiskonzentration im Meereis eingeschlossen werden können und dann mit diesem driften. Lichey und Hellmer [2001] nehmen dieses Verhalten bei Konzentrationen $A \geq 90\%$ an. Neue Beobachtungen zeigen, dass dies schon bei Meereiskonzentrationen

$$A \geq 86\%$$

der Fall sein kann [Schodlok et al., 2006]. Dieser Wert kommt in der späteren numerischen Umsetzung zum Tragen (siehe Abschnitt 4.4.3). Zunächst wird $A \geq 90\%$ angenommen.

Bilden Eisberg und Meereis einen Festkörper, so wird die auf den Eisberg wirkende

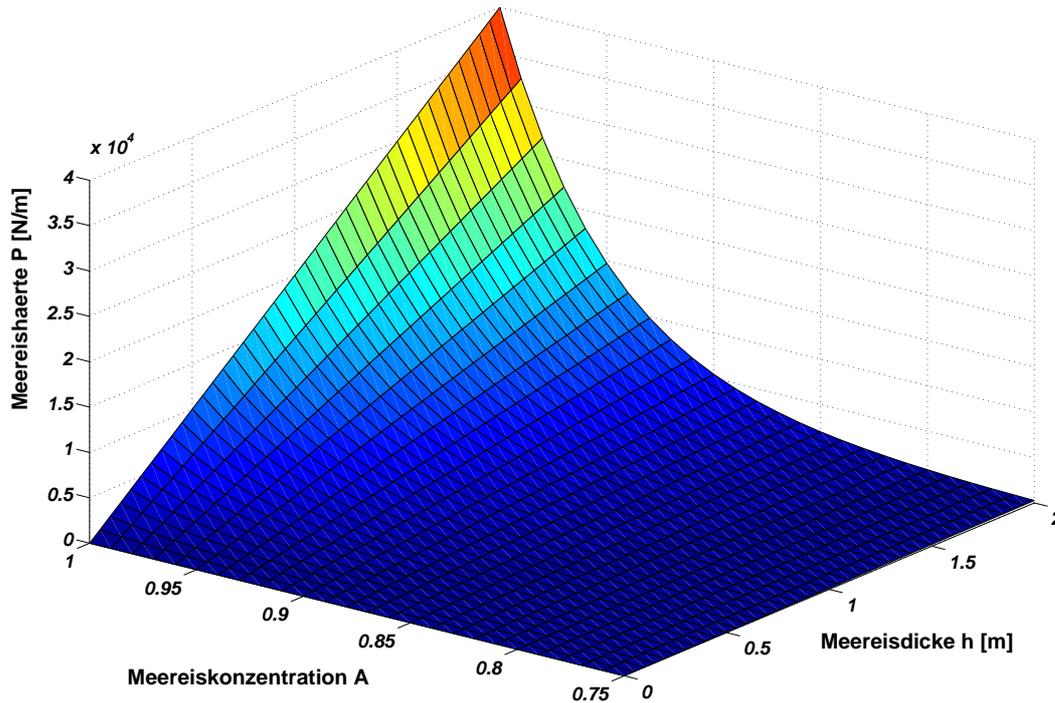


Abbildung 3.4: Die Eishärte P ist proportional zur Meereisdicke h und exponentiell abhängig von der Meereiskonzentration A .

resultierende Kraft vollständig auf das Meereis übertragen, sodass dieses der angreifenden Kraft mit einer Gegenkraft

$$\mathbf{F}_i = - \sum_{k \neq i} \mathbf{F}_k \quad (3.15)$$

widerstehen muss [Lichey, 2000]. Dazu muss das Meereis eine gewisse Mindesthärte P_s aufweisen, da es ansonsten brechen würde.

Die aktuelle Eishärte P (siehe Abb. 3.4) berechnet sich aus der Meereiskonzentration A und der Meereisdicke h über *Hiblers Formel* [Hibler, 1979]

$$P = P^* h \exp(-C(1 - A)) , \quad (3.16)$$

wobei

$$P^* = 20000 \text{ N/m}^2 \text{ und } C = 20$$

empirisch ermittelte Koeffizienten sind [Timmermann, 2000].

Lichey [2001] schätzte den Schwellenwert P_s anhand von charakteristischen Kräftegrößenordnungen im westlichen Weddellmeer auf einen Wert zwischen 660.9 N/m und 14211.6 N/m . Anhand von Sensitivitätsstudien wählten Lichey und Hellmer [2001] global $P_s = 13000 \text{ N/m}$. In dieser Arbeit wird später eine Reihe von Schwellenwerten in

Sensitivitätsstudien untersucht.

Insgesamt ist nun

$$\mathbf{F}_i = - \sum_{k \neq i} \mathbf{F}_k + M \frac{d\mathbf{u}_i}{dt}, \text{ falls } A \geq 90\% \text{ und } P \geq P_s, \quad (3.17)$$

wobei \mathbf{u}_i die Geschwindigkeit des Meereises ist. In Erweiterung zu Lichey und Hellmer [2001] wurde der Term

$$M \frac{d\mathbf{u}_i}{dt} \quad (3.18)$$

ergänzt. Die Summe aller auf den Eisberg wirkenden Kräfte verschwindet im Falle des Einfrierens im Meereis ansonsten und es würde

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = 0$$

gelten. Damit behielte der Eisberg formal seine Geschwindigkeit bei und nähme nicht die Geschwindigkeit des Meereises an, wie von Lichey und Hellmer [2001] aber gewünscht und in ihrem Modellcode auch umgesetzt ist.

Zum numerischen Umgang mit der Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis sei auf Abschnitt 4.4.3 verwiesen.

- 2. Fall: Eisberg ist "frei":

Niedrige Meereiskonzentrationen

$$A \leq 15\%$$

werden als offenes Wasser angenommen [Lichey & Hellmer, 2001], sodass sich der Eisberg ungehindert durch das Eis bewegen kann. Die Kraft durch das Meereis verschwindet in diesem Fall also, d.h.

$$\mathbf{F}_i = 0, \text{ falls } A \leq 15\% . \quad (3.19)$$

- 3. Fall: Eisberg ist von Meereis "umströmt":

Bei mittleren Meereiskonzentrationen

$$15\% < A < 90\%$$

wird nach Lichey und Hellmer [2001] eine Schubspannung zwischen Eisberg und Meereis nach Gleichung (3.11) berechnet

$$\mathbf{F}_i = \frac{1}{2} C_i \rho_i A_i \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}\| (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}) . \quad (3.20)$$

Dabei ist $\rho_i = 910 \text{ kg/m}^3$ die Dichte des Meereises [Timmermann et al., 2009], $C_i = 1.0$ ist der *form drag coefficient* zwischen Meereis und Eisberg [Bigg et al., 1997] und

$A_i = Lh$ die Fläche, auf die \mathbf{F}_i wirkt. Dies ist die Länge des Eisbergs multipliziert mit der Dicke des Eises. Auf die Einbeziehung einer Art *skin drag* des Meereises an den Seiten des Eisbergs wird, wie in der Literatur üblich, auch hier verzichtet.

Zusätzlich bleibt der Fall zu betrachten, wenn

$$A \geq 90\% \text{ und } P < P_s$$

gilt. Dies kann bei dünnem Meereis und gleichzeitig hohen Konzentrationen entstehen und stellt eine Ergänzung der Parametrisierung von \mathbf{F}_i nach Lichey und Hellmer dar [2001]. In diesem Fall wird ein Eisberg nicht im Meereis eingeschlossen (da $P < P_s$), aber eine Schubspannung nach Gleichung (3.20) sollte aufgrund der hohen Eiskonzentration ebenfalls berechnet und in der Impulsbilanz des Eisbergs berücksichtigt werden.

Zusammengefasst lässt sich die Kraft \mathbf{F}_i nun als

$$\mathbf{F}_i = \begin{cases} 0, & \text{falls } A \leq 15\% \\ -\sum_{k \neq i} \mathbf{F}_k + M \frac{d\mathbf{u}_i}{dt}, & \text{falls } A \geq 90\% \text{ und } P \geq P_s \\ \frac{1}{2} C_i \rho_i A_i \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}\|(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}), & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.21)$$

schreiben.

3.2.4 Effekt von Oberflächenwellen (wave radiation force)

Einen zusätzlichen physikalischen Prozess, der bei der Modellierung der Eisbergdrift von Bedeutung ist, stellt der Einfluss von Oberflächenwellen auf einen Eisberg dar.

Werden Oberflächenwellen an einer senkrechten Wand vollständig absorbiert, so wirkt nach Faltinsen [1990, S. 138] eine *horizontal drift-force* auf den absorbierenden Körper. Im Folgenden wird diese Kraft, wie im Kontext der Eisbergmodellierung üblich, *wave radiation force* \mathbf{F}_r genannt [Smith, 1993, Bigg et al., 1997].

Die *wave radiation force* berechnet sich nach Smith [1993] über

$$\|\mathbf{F}_r\| = \frac{1}{4} \rho_w g a^2 L, \quad (3.22)$$

wobei $\rho_w = 1027.5 \text{ kg/m}^3$ die Dichte von Wasser und $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ die Erdbeschleunigung ist. Es wird L als die Länge des Eisbergs senkrecht zur Richtung der einfallenden Oberflächenwellen mit Amplitude a angenommen. Die *wave radiation force* hängt quadratisch von der Wellenamplitude ab.

Gleichung (3.22) wurde für einen zweidimensionalen Körper mit Methoden der Potentialtheorie von Faltinsen [1990, S. 138] berechnet und ist daher keine empirisch ermittelte Gleichung.

Die Wellenhöhe h_w lässt sich durch eine quadratische Regression anhand von Daten

des Meteorological Office von 1969 [Bigg et al., 1997] aus der Windgeschwindigkeit \mathbf{u}_a abschätzen. Dies ergibt eine Schätzung der Amplitude:

$$a = h_w/2 = 0.02025||\mathbf{u}_a||^2/2 .$$

Nach Bigg et al. [1997] hat die *wave radiation force* dieselbe Richtung wie die Windgeschwindigkeit \mathbf{u}_a . Dies entspricht der Annahme, dass sich die Oberflächenwellen in Richtung des Windes bewegen. Somit ist die Kraft insgesamt durch

$$\mathbf{F}_r = \frac{1}{4}\rho_w g a^2 L \frac{\mathbf{u}_a}{||\mathbf{u}_a||} \quad (3.23)$$

$$\approx 2.56 \cdot 10^{-5} \rho_w g L ||\mathbf{u}_a||^3 \mathbf{u}_a \quad (3.24)$$

gegeben.

Vereinzelt wird ein zusätzlicher Koeffizient C_{wave} der *wave radiation force* definiert. Broström et al. [2009] verwenden einen Wert von $C_{wave} = 0.3$.

Martin und Adcroft [2010] führen, nicht zuletzt aus numerischen Gründen zur Stabilisierung ihres Modells, einen variablen Koeffizienten $C_{wave} \leq 0.12$ ein. In dieser Arbeit wird jedoch, wie aktuell auch von Jongma et al. [2009], die unveränderte Formulierung nach Smith [1993] benutzt, um den Einfluss einer solchen Parametrisierung auf die Eisbergdrift zu studieren.

Für weitere mögliche Änderungen der Gleichung (3.23) sei auf die Literatur verwiesen [Martin & Adcroft, 2010].

3.2.5 Grundgleichung der Eisbergdrift

Durch Superposition aller wirkenden Kräfte ergibt sich die *Grundgleichung der Eisbergdrift*

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{1}{M} \{ \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_o + \mathbf{F}_i + \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_r \} , \quad (3.25)$$

oder ausführlich

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{u}}{dt} = & -f \begin{pmatrix} -v \\ u \end{pmatrix} - g \nabla \eta + \frac{C_{D1}}{M} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}\| (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}) + \frac{C_{D2}}{M} \|\mathbf{u}_a - \mathbf{u}\| (\mathbf{u}_a - \mathbf{u}) \\ & + \frac{1}{4M} \rho_w g a^2 L \frac{\mathbf{u}_a}{\|\mathbf{u}_a\|} + \begin{cases} 0, & \text{falls } A \leq 15\% \\ -\frac{1}{M} \sum_{k \neq i} \mathbf{F}_k + \frac{d\mathbf{u}_i}{dt}, & \text{falls } A \geq 90\% \text{ und } P \geq P_s \\ \frac{1}{2M} C_i \rho_i A_i \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}\| (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}), & \text{sonst} \end{cases} . \end{aligned} \quad (3.26)$$

Komponentenweise schreiben sich die beiden Gleichungen wie folgt. Für die x -Komponente u der horizontalen, zunächst unbekanntes Eisberggeschwindigkeit \mathbf{u} gilt

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} = & f v - g \frac{d\eta}{dx} + \frac{C_{D1}}{M} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}\| (u_o - u) + \frac{C_{D2}}{M} \|\mathbf{u}_a - \mathbf{u}\| (u_a - u) \\ & + \frac{1}{4M} \rho_w g a^2 L \frac{u_a}{\|\mathbf{u}_a\|} + \begin{cases} 0, & \text{falls } A \leq 15\% \\ -\frac{1}{M} \sum_{k \neq i} \mathbf{F}_{k,x} + \frac{du_i}{dt}, & \text{falls } A \geq 90\% \text{ und } P \geq P_s \\ \frac{1}{2M} C_i \rho_i A_i \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}\| (u_i - u), & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.27)$$

beziehungsweise für die y -Komponente v

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} = & -f u - g \frac{d\eta}{dy} + \frac{C_{D1}}{M} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}\| (v_o - v) + \frac{C_{D2}}{M} \|\mathbf{u}_a - \mathbf{u}\| (v_a - v) \\ & + \frac{1}{4M} \rho_w g a^2 L \frac{v_a}{\|\mathbf{u}_a\|} + \begin{cases} 0, & \text{falls } A \leq 15\% \\ -\frac{1}{M} \sum_{k \neq i} \mathbf{F}_{k,y} + \frac{dv_i}{dt}, & \text{falls } A \geq 90\% \text{ und } P \geq P_s \\ \frac{1}{2M} C_i \rho_i A_i \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}\| (v_i - v), & \text{sonst} \end{cases} , \end{aligned} \quad (3.28)$$

wobei $\mathbf{F}_{k,x}$ und $\mathbf{F}_{k,y}$ die x - und y -Komponente der Kraft \mathbf{F}_k sind.

Es handelt sich bei den Gleichungen (3.27) sowie (3.28) um ein gekoppeltes System von nichtlinearen gewöhnlichen Differentialgleichungen 1.Ordnung, welches in Kapitel 4 mit Anfangsgeschwindigkeit 0 numerisch gelöst wird.

3.3 Thermodynamik

Nicht nur der Vollständigkeit halber sollten Eisbergmodelle eine thermodynamische Komponente besitzen. Durch Schmelzprozesse oder Erosion an den Seiten ändern sich die Dimensionen eines Eisbergs und seine Masse nimmt entsprechend ab. Die Angriffsflächen der Schubspannungen durch Wind und Ozean beispielsweise werden im Verlauf der Zeit typischerweise geringer, sodass für eine langjährige Driftmodellierung die Thermodynamik eine nicht zu vernachlässigende Komponente ist.

Abgesehen davon erlaubt die Betrachtung thermodynamischer Prozesse in Verbindung mit einem Driftmodell eine zeitliche und räumliche Vorhersage von Süßwasser- und Wärmeffüssen, welche von besonderem Interesse in der Ozeanographie sind.

Drei physikalische Vorgänge sind nach Gladstone et al. [2001] von besonderer Bedeutung, welche im Folgenden vorgestellt werden.

In dieser Arbeit kommen nur einfache, diagnostische Gleichungen zum Einsatz, wie sie unter anderem Bigg et al. [1997] und aufbauend darauf Gladstone et al. [2001], Jongma et al. [2009] oder Martin und Adcroft [2010] zur Beschreibung von Schmelz- und Erosionsraten verwenden. Hierbei sei angemerkt, dass die Erosionsrate wie eine weitere Schmelzrate gehandhabt wird und daher ebenfalls als "thermodynamischer" Prozess aufgeführt wird.

In den betrachteten diagnostischen Gleichungen wurden Koeffizienten eingeführt, um die korrekten Einheiten der Schmelz- und Erosionsraten (m/s) nach Einsetzen der unabhängigen Variablen zu wahren. In der oben genannten Literatur wird ein solcher Koeffizient stillschweigend angenommen.

Zudem sei bemerkt, dass in der Literatur Uneinigkeit über die genauen Eisbergflächen, an denen die betrachteten Schmelzraten wirken sollen, herrscht. In der ursprünglichen Arbeit von Bigg et al. [1997] wurden die Oberflächen, an denen die Schmelzraten wirken, nicht explizit bzw. nur missverständlich genannt. Auch Gladstone et al. [2001] und Jongma et al. [2009] vermeiden eine genaue Nennung dieser Flächen.

In dieser Arbeit wurden Eisbergflächen gewählt, die der Beschreibung der Flächen durch Bigg et al. [1997], an denen die Schmelzraten anzusetzen seien, nach Meinung des Verfassers am nächsten kommen. Diese Wahl stimmt bei dem wichtigsten Term, der Erosionsrate, mit der Interpretation nach Martin und Adcroft [2010] überein, welche die in ihrer Studie verwendeten Angriffsflächen nennen. Die Wahl unterscheidet sich jedoch bei den betragsmäßig kleineren Schmelzraten. Hierauf wird an entsprechender Stelle noch einmal eingegangen.

Eine aufwendigere Beschreibung der thermodynamischen Prozesse als ein sogenanntes *Stefan-Problem* [Meïrmanov, 1992], bei dem sich die freie Phasengrenze zwischen Eis und Luft bzw. Eis und Wasser mit der Zeit bewegen kann, ist möglich, soll hier aber nicht weiter untersucht werden.

3.3.1 Turbulentes Schmelzen (turbulent melting)

Da sich der Eisberg relativ zum Ozean bewegen kann, entsteht eine Turbulenz, welche einen Wärmefluss zwischen Ozean und Eisberg bewirkt. Im Folgenden wird der damit verbundene Schmelzprozess als *turbulentes Schmelzen* bezeichnet.

Die mit diesem Vorgang zusammenhängende Schmelzrate M_b ('basal' turbulent melting rate) ist nach der Notation von Bigg et al. [1997] durch

$$M_b = 0.58 c_{M_b} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}\|^{0.8} \frac{T_o - T_{ib}}{L^{0.2}} \quad (3.29)$$

gegeben, wobei T_{ib} die Oberflächentemperatur des Eisbergs ist. T_o ist die Wassertemperatur des Ozeans (beide in $^{\circ}C$) und

$$c_{M_b} = \frac{1}{86400} \frac{m^{0.4}}{^{\circ}C s^{0.2}}$$

stellt den bereits erwähnten Koeffizient dar, der zur Wahrung der richtigen Einheit der Schmelzrate sowie zum Umrechnen in m/s eingeführt wurde. In der Literatur taucht ein solcher Koeffizient nicht auf.

T_{ib} wird entsprechend der Gleichgewichtsoberflächentemperatur eines Eisbergs als $-4^{\circ}C$ angenommen [Løset, 1993].

T_o wird meist als Temperatur an der Meeresoberfläche (*sea surface temperature, SST*) angenommen [Bigg et al., 1996, Jongma et al., 2009], was auch in dieser Arbeit übernommen wird.

In Zukunft sollte hier beispielsweise die Temperatur am Boden des Eisbergs oder in der Mitte der eingetauchten Seitenflächen verwendet werden, um die dreidimensionale Information, die FESOM liefert, in das Modell einfließen zu lassen. Damit könnte der Einfluss der hier vollzogenen Näherung der Temperatur des Ozeans über die Oberflächentemperatur SST auf die Berechnung der Schmelzraten ermittelt werden. Aus Implementierungsgründen verwenden Martin und Adcroft [2010] ebenfalls nur die 2D-Oberflächenfelder der Ozeantemperatur. Die Implementierung des in dieser Arbeit vorgestellten Eisbergmodells würde ein Einbeziehen der 3D-Temperaturen aber mit vergleichsweise geringem Aufwand ermöglichen.

Gleichung (3.29) geht auf eine Formel von Weeks und Campbell [1973] zurück, die in ihrer Arbeit theoretische Ergebnisse zur Bestimmung von Wärmeaustauschkoeffizienten im Falle einer Strömung eines Fluids über eine ebene (Eis-)Platte verwenden.

Morgan und Budd [1977] berechnen unabhängig von Weeks und Campbell aus beobachteten Eisberg- und Eisberggrößenverteilungen im Südlichen Ozean typische Schmelzraten am Boden und an den Seiten eines Eisbergs und zeigen, dass diese mit den Ergebnissen, die nach der Formel von Weeks und Campbell [1973] erhalten werden, vergleichbar sind.

Morgan und Budd [1977] kommen zudem zu dem Ergebnis, dass sich die Schmelzraten am Boden und an den Seitenwänden eines Eisbergs ähneln, "with the basal melt rates

perhaps slightly lower than that for the sides" [1977, S.226].

Ein weiterer thermodynamischer Prozess, der die Seitenwände betrifft, wird passend zu dieser Aussage im nächsten Abschnitt 3.3.2 besprochen.

Um den Süßwasserfluss aufgrund von turbulentem Schmelzen zu berechnen, muss (3.29) mit der entsprechenden Fläche multipliziert werden, an der dieser Vorgang stattfindet, und die Eisvolumenänderung in das entsprechende Volumen von Süßwasser umgerechnet werden. Die Oberflächen, an der turbulentes Schmelzen nach Gleichung (3.29) stattfindet, sind wie die oben zitierten Aussagen von Morgan und Budd [1977] nahelegen, die Unterseite des Eisbergs sowie die unter Wasser befindlichen Teile der vier Seitenwände des Eisbergs. Wie erwähnt besteht hier Unklarheit über die zu verwendenden Oberflächen. Martin und Adcroft [2010] wählen nur die Unterseite des Eisbergs, wie es der von Bigg et al. [1997] verwendete Name *'basal' turbulent melting rate* auch vermuten lässt.

Bigg et al. [1997, S. 117] drücken sich wie folgt aus:

"The relative motion of the water past the iceberg generates turbulence that acts to carry heat to the berg. This 'basal' turbulent heat transfer also occurs on the sides of the berg past which the water flows."

Daher ergibt sich durch Multiplikation der Schmelzrate M_b mit der Fläche der Unterseite des Eisbergs sowie der vier untergetauchten Seitenflächen:

$$\text{Süßwasserfluss durch turb. Schmelzen } [m^3/s] = \frac{\rho_i}{\rho_w} M_b (L^2 + 4Ld) . \quad (3.30)$$

Zuletzt sei erwähnt, dass weitere Möglichkeiten zur Berechnung des turbulenten Schmelzens eines Eisbergs existieren, welche eine Abhängigkeit vom Salzgehalt des Ozeans enthalten. Diese Gleichungen wurden zur Anwendung auf das Schmelzen an der Unterkante von Schelfeisgebieten entwickelt und finden sich z.B. in Hellmer [1989]. Silva et al. [2006] verwenden Berechnungsvorschriften dieser Art zur Berechnung von turbulenten Schmelzraten sehr großer (*giant*) Eisberge und bemerken, dass im Vergleich zur in dieser Arbeit benutzten Methode im Durchschnitt eine doppelt so hohe turbulente Schmelzrate die Folge ist. Ein Vergleich dieser beiden Methoden übersteigt den Rahmen dieser Arbeit und wurde daher nicht durchgeführt, in Zukunft sollten aber weitere vergleichende Studien folgen.

3.3.2 Konvektion (buoyant convection)

An den Seiten des Eisbergs kommt es zudem aufgrund des Temperaturunterschieds zwischen Eis und Ozean zu Konvektion (*buoyant convection*), mit der ein Wärmetransport einhergeht [Bigg et al., 1997].

Die empirische Schmelzrate M_v (*vertical melting rate*) der vier unter Wasser befindlichen Seitenwände wird von El-Tahan et al. [1987] als

$$M_v = c_{M_v}(7.62 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C} + 1.29 \cdot 10^{-3}T_o)T_o \quad (3.31)$$

angegeben, wobei

$$c_{M_v} = \frac{m}{86400(\text{ }^\circ\text{C})^2\text{s}}$$

ein hier eingeführter Koeffizient ist, der die Schmelzrate in m/s umrechnet und die korrekte Einheit der Schmelzrate wahrt. Auch hier wird T_o zur Zeit über die *sea surface temperature* SST berechnet. In Zukunft sollte z.B. die Temperatur des Ozeans in der Mitte der eingetauchten Seitenflächen gewählt werden.

Der Süßwasserfluss berechnet sich analog zu Gleichung (3.30):

$$\text{Süßwasserfluss durch buoyant convection } [m^3/s] = 4 \frac{\rho_i}{\rho_w} M_v L d, \quad (3.32)$$

wobei die Teile der vier Seitenflächen des Eisbergs, die sich unter Wasser befinden, in Gleichung (3.32) eingehen. Martin und Adcroft [2010] verwenden als Oberfläche, an der die Schmelzrate (3.31) ansetzt, zwei komplette Seitenwände des Eisbergs. Der hier verwendete Ansatz erscheint realistischer. Die Schmelzrate M_v hat in Simulationen jedoch den geringsten Einfluss auf das Schmelzen von Eisbergen (siehe Abschnitt 5.3.2), daher sind keine großen Unterschiede zwischen dem Ansatz von Martin und Adcroft [2010] und dem hier verwendeten zu erwarten.

3.3.3 Erosion durch Seegang (wave erosion)

Aufgrund von starkem Seegang kommt es zu Erosion an den Seiten eines Eisbergs, sowohl über als auch unterhalb der Meeresoberfläche. Es wurde gezeigt, dass ein Seegang von 1-2 etwa 0.5-1 m Erosion pro Tag nach sich zieht [Bigg et al., 1997]. Daraus leiteten Bigg et al. [1997] einen Term M_e ab, der die Erosion in proportionaler Abhängigkeit zum Seegang beschreibt. Gladstone et al. [2001] ergänzten eine lineare Temperaturabhängigkeit.

Damit ist

$$M_e = \frac{1}{6} c_{M_e} (T_o + 2^\circ\text{C}) S_s, \quad ,$$

wobei T_o wie zuvor die Oberflächentemperatur des Ozeans ist und S_s den Seegang (*sea state*) beschreibt. Es wurde erneut ein Koeffizient

$$c_{M_e} = \frac{1}{86400} \frac{m}{\text{ }^\circ\text{C} \text{ s}}$$

eingeführt, um die korrekte Einheit der Erosionsrate nach Einsetzen von T_o zu wahren und diese in m/s umzurechnen. Wie erwähnt, wird ein Koeffizient dieser Art in der Literatur stillschweigend angenommen.

Der Seegang berechnet sich über

$$S_s = \frac{3}{2} \left\| (\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_o) \frac{s}{m} \right\|^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{10} \left\| (\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_o) \frac{s}{m} \right\|, \quad (3.33)$$

wobei dies ein Fit an die Beaufort Skala³ ist [Martin & Adcroft, 2010]. Der Seegang ist eine dimensionslose Größe. Es sei angemerkt, dass in Ergänzung zu Martin und Adcroft [2010] in Gleichung (3.33) jeweils die Einheit s/m ergänzt wurde.

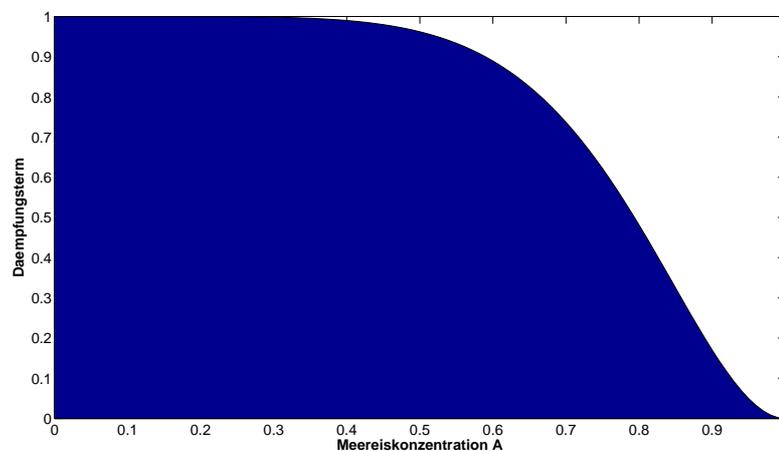


Abbildung 3.5: Dargestellt ist der Dämpfungsterm der Erosion aufgrund von Seegang in Abhängigkeit von der Meereiskonzentration A .

Im Falle von Meereis werden Oberflächenwellen gedämpft. Um diesen Vorgang zu parametrisieren, fügten Gladstone et. al [2001] einen Dämpfungsterm (siehe Abb. 3.5)

$$\frac{1}{2} [1 + \cos(A^3 \pi)]$$

ein, wobei A die Meereiskonzentration wie in Gleichung (3.16) ist. Dieser Term hat die Eigenschaft, dass seine Abnehmrate bei etwa 80% Meereiskonzentration am größten ist, wie Gladstone 1999 im Weddellmeer beobachtete [Gladstone et al., 2001]. Ab etwa 40% Meereiskonzentration setzt die Dämpfung ein; bei 100% findet keine Erosion mehr statt. Damit ist insgesamt

$$M_e = \frac{1}{12} c_{M_e} [1 + \cos(A^3 \pi)] (T_o + 2^\circ C) S_s. \quad (3.34)$$

³Siehe http://oceanworld.tamu.edu/resources/ocng_textbook/chapter04/chapter04.04.htm zur Definition der Beaufort Skala [Stand: April 2011]

Um den Süßwasserfluss zu berechnen, wird mit der halben Seitenfläche multipliziert. Wie in Silva et al. [2006] wird angenommen, dass nur diese dem Wind und den entstehenden Oberflächenwellen ausgesetzt ist:

$$\text{Süßwasserfluss durch Erosion } [m^3/s] = 2 \frac{\rho_i}{\rho_w} M_e L H . \quad (3.35)$$

Martin und Adcroft [2010] wählen in ihrer Studie die gleiche Angriffsfläche. Bei obiger Berechnung des Süßwasserflusses durch Erosion wird angenommen, dass erodierte Teile des Eisbergs dem Ozean direkt als Süßwasser hinzugefügt werden und nicht als sogenannte *"bergy bits"* weiter verdriften können, wovon andere Arbeiten ausgehen [Martin & Adcroft, 2010]. Martin und Adcroft [2010] erreichten damit eine längere Lebensdauer der Eisberge und somit einen von der Küste weiter entfernten Schmelzwassereintrag.

In Abschnitt 5.3.2 sind typische Schmelz- und Erosionsraten verschiedener Eisberge angegeben. Dabei zeigt sich, dass Erosion durch Seegang den wichtigsten Prozess bezüglich der Lebensdauer von Eisbergen darstellt, gefolgt von turbulentem Schmelzen und Konvektion. Eine Rückkopplung der Süßwasserflüsse in das Ozeanmodell FESOM ist noch nicht implementiert. In Zukunft könnten durch vollständige Kopplung der Modelle wichtige interessante Fragestellungen untersucht werden.

3.3.4 Handhabung des Schmelzens von Eisbergen

Durch Multiplikation der vorgestellten Schmelzraten mit den jeweiligen Seitenflächen, an denen diese Prozesse wirken, kann ein Gesamtvolumenverlust des Eisbergs berechnet werden. Dem Volumenverlust aufgrund von turbulentem Schmelzen am Boden des Eisbergs wird durch eine direkte Verringerung der Eisberghöhe Rechnung getragen. Der restliche Volumenverlust wird durch eine Reduzierung der Länge und Breite des Eisbergs beachtet. Länge und Breite des Eisbergs werden dabei so angepasst, dass eine Quaderform mit quadratischer Deckfläche erhalten bleibt.

4 Numerische Diskretisierung der Eisbergdrift

In diesem Kapitel wird die numerische Diskretisierung der Dynamik von Eisbergen beschrieben. Da es sich bei den thermodynamischen Gleichungen, d.h. den Schmelzraten sowie der Erosionsrate, um einfache diagnostische Gleichungen handelt, ist deren numerische Umsetzung unkompliziert und wird hier nicht weiter beschrieben.

Die Gleichung (3.26) beschreibt die Beschleunigung eines Eisbergs als Folge von Ozeantrieb \mathbf{F}_o und Windantrieb \mathbf{F}_a (mit wave radiation \mathbf{F}_r), Corioliskraft \mathbf{F}_c , Hangabtriebskraft \mathbf{F}_p und der Kraft durch das Meereis \mathbf{F}_i . Zu gegebener Anfangsgeschwindigkeit \mathbf{u}^0 zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Gleichung (3.26) im Folgenden numerisch mittels Finite-Differenzen-Verfahren diskretisiert, um den Geschwindigkeitsvektor \mathbf{u}^{n+1} des Eisbergs im Zeitschritt $n + 1$ zu erhalten.

Die einfache explizite Diskretisierung des Coriolisterms ist für alle Zeitschrittweiten instabil, sodass eine (semi-)implizite Diskretisierung (siehe Punkt 4.1.1) oder ein explizites Drei-Schritt-Verfahren (siehe Punkt 4.1.3) gewählt werden sollte. Zudem wird der Schubspannungsterm zwischen Ozean und Eisberg zum Teil implizit diskretisiert, um auch bei sehr kleinen Eisbergen ein stabiles Lösungsverfahren zu erhalten (siehe Punkt 4.2).

Zur Stabilitätsanalyse des Gesamtverfahrens werden vereinfachte Teilprobleme untersucht, deren Stabilität notwendig aber nicht hinreichend für die Stabilität des Gesamtverfahrens ist. Die Stabilität des gesamten Verfahrens muss dann in der Praxis festgestellt werden.

Die Stabilitätsanalyse der Diskretisierung des Coriolisterms richtet sich nach Kurihara [1965] und Haidvogel und Beckmann [1999].

Bei der Analyse des ozeanischen Schubspannungsterms wird zunächst ein linearisiertes Problem betrachtet, welches z.B. in Haidvogel und Beckmann [1999] ausführlich diskutiert wird. Darauf aufbauend kann für den hier interessierenden nichtlinearen ozeanischen Schubspannungsterm gezeigt werden, dass eine teilweise implizite Diskretisierung nötig ist, um ein stabiles Schema, unabhängig von der Eisberggröße, zu erhalten.

4.1 Diskretisierung des Coriolisterms

Der Coriolisterm in Gleichung (3.26) verlangt nach einer besonderen Behandlung. Es ist allgemein bekannt, dass eine einfache explizite Behandlung des Coriolisterms zu einer instabilen Lösungsmethode führt. Im Folgenden werden zwei Diskretisierungen vorgestellt, die in dieser Arbeit benutzt werden.

4.1.1 (Semi-)Implizite Methode

Die Zeitableitung du/dt wird mittels *Euler-Vorwärtsdifferenzen* diskretisiert, d.h.

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t}, \quad (4.1)$$

wobei Δt die Zeitschrittweite der Eisbergdrift ist. In dieser Arbeit wird die Zeitschrittweite von FESOM auch für das Eisbergmodell gewählt, d.h. $\Delta t = 2700 \text{ s}$. Der Coriolisterm wird bei der (semi-)impliziten Methode über

$$\alpha \mathbf{F}_c^{n+1} + (1 - \alpha) \mathbf{F}_c^n, \quad \alpha \in [0.5, 1] \quad (4.2)$$

diskretisiert. Alle anderen Terme werden zunächst explizit behandelt und im Zeitschritt n ausgewertet.

Da die Bewegung einer Punktmasse verfolgt wird (*Lagrange-Methode*), zieht eine zeitliche Änderung auch eine Ortsänderung nach sich. Im Zeitschritt n werden alle Antriebsfelder und Variablen wie Ozeangeschwindigkeit, Windgeschwindigkeit, Meereisgeschwindigkeit und -dicke bzw. -konzentration am zugehörigen Ort des Eisbergs, gegeben in geographischen Koordinaten, ausgewertet bzw. berechnet. In Abschnitt A.4.2 ist die Subroutine beschrieben, die zu diesem Zweck entwickelt wurde.

Alle Geschwindigkeiten sind lokal in horizontalen kartesischen Koordinaten gegeben, wobei x - und y -Richtung der zonalen und der meridionalen Richtung zugeordnet sind. Die Berechnung der jeweiligen geographischen Position des Eisbergs bedarf deshalb einer (einfachen) Umrechnung des Geschwindigkeitsvektors. Siehe dazu Abschnitt 4.4.

Insgesamt ist nun

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{n+1} &= \mathbf{u}^n + \frac{\Delta t}{M} \{ \alpha \mathbf{F}_c^{n+1} + (1 - \alpha) \mathbf{F}_c^n + \mathbf{F}_p^n + \mathbf{F}_o^n + \mathbf{F}_i^n + \mathbf{F}_a^n + \mathbf{F}_r^n \} \\ &= \mathbf{u}^n + \Delta t \alpha \begin{pmatrix} f^{n+1} v^{n+1} \\ -f^{n+1} u^{n+1} \end{pmatrix} + \frac{\Delta t}{M} \{ (1 - \alpha) \mathbf{F}_c^n + \mathbf{F}_p^n + \mathbf{F}_o^n + \mathbf{F}_i^n + \mathbf{F}_a^n + \mathbf{F}_r^n \}. \end{aligned}$$

Für $\alpha > 0$ ist also in jedem Zeitschritt das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & -\Delta t \alpha f^n \\ \Delta t \alpha f^n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{n+1} \\ v^{n+1} \end{pmatrix} = \mathbf{u}^n + \frac{\Delta t}{M} \{ (1 - \alpha) \mathbf{F}_c^n + \mathbf{F}_p^n + \mathbf{F}_o^n + \mathbf{F}_i^n + \mathbf{F}_a^n + \mathbf{F}_r^n \} \quad (4.3)$$

zu lösen, wobei $f^{n+1} \approx f^n$ gesetzt ist. Der Coriolisparameter ist vom Breitengrad abhängig und ändert sich aufgrund der sehr geringen Geschwindigkeiten eines Eisbergs nur wenig zwischen 2 Zeitschritten (vgl. dazu die Abbildung 3.2). Wegen

$$\left| \begin{pmatrix} 1 & -\Delta t \alpha f^n \\ \Delta t \alpha f^n & 1 \end{pmatrix} \right| = 1 + (\Delta t \alpha f^n)^2 > 0$$

ist die Matrix invertierbar. Nun ist die neue Geschwindigkeit durch eine Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\mathbf{u}^{n+1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1+(\Delta t \alpha f^n)^2} & \frac{\Delta t \alpha f^n}{1+(\Delta t \alpha f^n)^2} \\ -\frac{\Delta t \alpha f^n}{1+(\Delta t \alpha f^n)^2} & \frac{1}{1+(\Delta t \alpha f^n)^2} \end{pmatrix} \left(\mathbf{u}^n + \frac{\Delta t}{M} \{ (1-\alpha)\mathbf{F}_c^n + \mathbf{F}_p^n + \mathbf{F}_o^n + \mathbf{F}_i^n + \mathbf{F}_a^n + \mathbf{F}_r^n \} \right) \quad (4.4)$$

gegeben.

Für $\alpha = 1$ ergibt sich ein voll implizites Verfahren, da auf der rechten Seite dann kein Coriolisterm mehr vorhanden ist. Für $\alpha = 0.5$ ist die *Trapezmethode*, eine semi-implizite Methode, die Folge [Haidvogel & Beckmann, 1999]. $\alpha = 0$ führt zu einem expliziten Verfahren mit Euler-Vorwärtsdifferenzen und expliziter Auswertung der rechten Seite. Dieses ist aber unabhängig von der gewählten Schrittweite instabil und zeigt daher starke numerische Oszillationen (siehe Abschnitt 4.1.2).

Konsistenz

Um eine bezüglich Gleichung (3.26) konsistente Diskretisierung des Coriolisterms zu erhalten, müssen die Koeffizienten vor der Corioliskraft im Zeitschritt $n + 1$ bzw. n (\mathbf{F}_c^{n+1} und \mathbf{F}_c^n) in der Summe 1 ergeben [Haidvogel & Beckmann, 1999]. Dies ist hier der Fall

$$(1 - \alpha) + \alpha = 1,$$

also wird für $\Delta t \rightarrow 0$ die ursprüngliche Gleichung erhalten.

Stabilität

Zur Bestimmung der Stabilität der Lösungsmethode bezüglich der obigen Diskretisierung des Coriolisterms wird zunächst ein Gleichungssystem, das nur der Corioliskraft unterworfen ist, untersucht. Dieses ist

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -f\mathbf{k} \times \mathbf{u} = f \begin{pmatrix} v \\ -u \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

Diese Gleichungen werden wie in Kurihara [1965] mit $\mathbf{w} := u + iv \in \mathbb{C}$ umgeschrieben

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} = -if\mathbf{w} \quad (4.6)$$

und sind auf diese Weise leichter handhabbar. Die analytische Lösung des Anfangswertproblems (4.6) zu Anfangswert $\mathbf{w}(0)$ ist

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{w}(0)e^{-ift}. \quad (4.7)$$

Zunächst wird gezeigt, dass eine einfache Lösung mit expliziter Behandlung der rechten Seite instabil ist. Die günstigen Eigenschaften der (semi-)impliziten Diskretisierung des Coriolisterms werden anschließend kurz aufgezeigt. Dazu wird die Darstellung wie in Kurihara [1965] gewählt, die hier zur Verdeutlichung kurz vorgestellt werden soll.

Mit Euler-Vorwärtsdifferenzen für die Zeitableitung und expliziter Behandlung der rechten Seite folgt

$$\mathbf{w}^{n+1} = \mathbf{w}^n - i\Delta t f \mathbf{w}^n . \quad (4.8)$$

Die (1×1) *Amplifikationsmatrix* ist dann

$$1 - i\Delta t f ,$$

der Betrag des Eigenwertes $\sqrt{1 + (\Delta t f)^2}$ ist für nichtverschwindendes $\Delta t f$ offensichtlich immer größer als 1. Der Coriolisparameter f verschwindet nur am Äquator und es gilt $\Delta t > 0$. Damit ist das explizite Verfahren, unabhängig von der Größe der Zeitschrittweite, in Polarregionen instabil (siehe Abbildung 4.1).

Abhilfe schafft eine *(semi-)implizite Diskretisierung* oder die im nachfolgenden Abschnitt vorgestellte *Adams-Bashforth-Methode* (siehe Abschnitt 4.1.3, S. 46). Im Vergleich zu Gleichung (4.8) kann die rechte Seite nach der *Euler-Rückwärts-Methode* voll implizit

$$\mathbf{w}^{n+1} = \mathbf{w}^n - i\Delta t f \mathbf{w}^{n+1} \quad (4.9)$$

bzw. semi-implizit

$$\mathbf{w}^{n+1} = \mathbf{w}^n - i\alpha\Delta t f \mathbf{w}^{n+1} - i(1 - \alpha)\Delta t f \mathbf{w}^n \quad (4.10)$$

diskretisiert werden, wobei hier noch $\alpha \in [0, 1]$ gewählt sei. Für $\alpha = 0$ ergibt sich die instabile explizite Methode in Gleichung (4.8), für $\alpha = 1$ hingegen die voll implizite nach Gleichung (4.9). Der Parameter α erlaubt also eine Gewichtung zwischen den beiden Methoden. Im Folgenden wird das Intervall bestimmt, in dem α liegen muss, um eine stabile Lösungsmethode zu erhalten. Das Ergebnis stimmt mit dem in Kurihara [1965] angegebenen Kriterium überein.

Die (1×1) *Amplifikationsmatrix* ist nun

$$\frac{1 - i(1 - \alpha)\Delta t f}{1 + i\alpha\Delta t f} = 1 - \frac{\alpha(\Delta t f)^2}{1 + (\alpha\Delta t f)^2} - i \frac{\Delta t f}{1 + (\alpha\Delta t f)^2} .$$

Um eine stabile Methode zu erhalten, muss für den Betrag des Eigenwertes nach Quadrieren

$$\left(1 - \frac{\alpha(\Delta t f)^2}{1 + (\alpha\Delta t f)^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t f}{1 + (\alpha\Delta t f)^2}\right)^2 \leq 1$$

gelten. Eine kurze Rechnung ergibt

$$\alpha^2(\Delta t f)^4 + (\Delta t f)^2 - 2\alpha(\Delta t f)^2(1 + (\alpha\Delta t f)^2) \leq 0 .$$

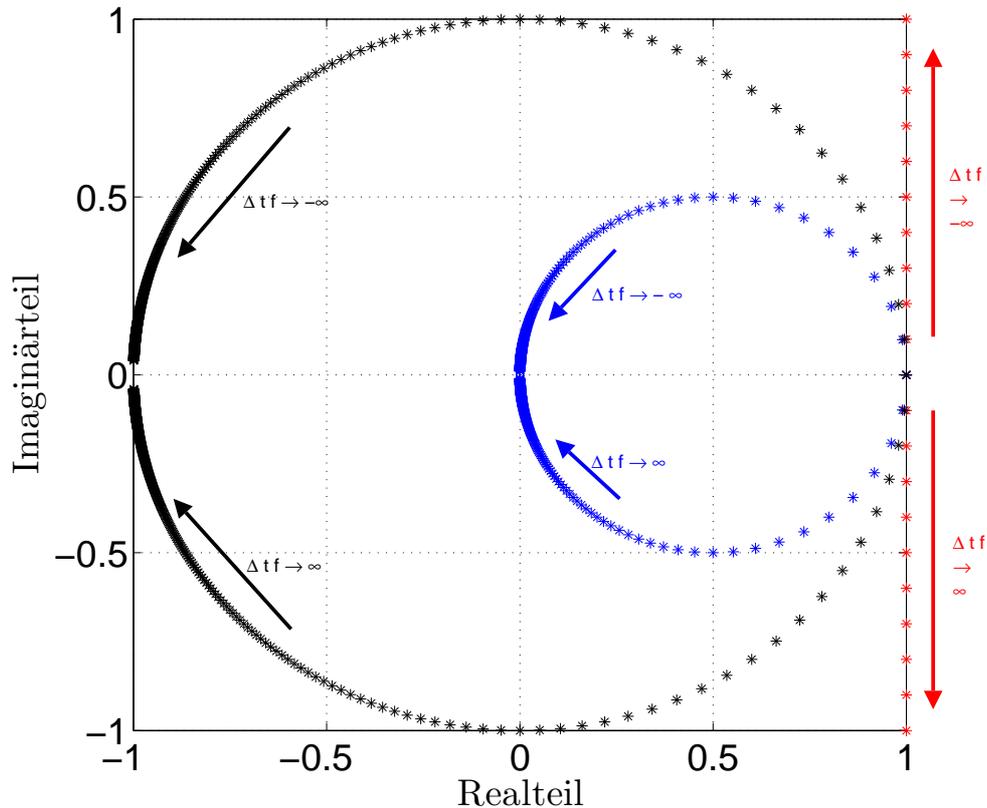


Abbildung 4.1: Spur der Eigenwerte der jeweiligen Amplifikationsmatrizen für $\alpha = 0$ (**explizit**), $\alpha = 0.5$ (**Trapezmethode**) und $\alpha = 1$ (**implizit**). Vom Punkt $(1, 0)$ ausgehend ist der jeweilige Eigenwert in Abhängigkeit von $\Delta t f$ für $\Delta t = 0 : 1000 : 10^6$ s dargestellt (untere Halbebene) sowie für $\Delta t = 0 : -1000 : -10^6$ s (obere Halbebene), da der Coriolisparameter je nach Position auf der Erdoberfläche negativ bzw. positiv sein kann. Der Coriolisparameter ist hier konstant mit $f = 10^{-4} \frac{1}{s}$. Die Abbildung ist angelehnt an Kurihara [1965].

Für nichtverschwindendes $\Delta t f$ folgt

$$(1 - 2\alpha) (1 + (\alpha \Delta t f)^2) \leq 0 ,$$

d.h. für $\alpha \geq 0.5$ ist eine stabile Methode die Folge.

Die Abbildung 4.1 zeigt die Eigenwerte der Amplifikationsmatrizen für verschiedene Werte α . Bei der Trapezmethode, der semi-impliziten Methode mit $\alpha = 0.5$, beschreiben die Eigenwerte einen Kreis mit Radius 1. Diese Methode hat keinen dämpfenden Effekt; für sehr große Zeitschrittweiten von etwa 1000000 s (≈ 12 Tage) führt die Methode zu einem Fehler in der Phase (falsches Vorzeichen), da sich die Eigenwerte dann dem Punkt $(-1, 0)$ nähern. Dies findet also weit entfernt von der FESOM-Zeitschrittweite statt. Für $\alpha = 1$ (voll implizite Methode) nähern sich die Eigenwerte für solch große Zeitschrittweiten dem Ursprung, sodass vollständige Dämpfung einsetzt. Die leichte

Dämpfung der voll impliziten Methode bei kleineren Zeitschrittweiten ist später im Zusammenspiel mit den verschiedenen weiteren Kräften ein gewünschter Effekt, da er für eine glattere Lösung sorgt. Für die gewählte FESOM-Zeitschrittweite sind nach dieser Analyse beide Methoden geeignet, um den Coriolisterm für die Eisbergdrift zu diskretisieren, wobei ein geringeres α eine geringere Dämpfung bedeutet.

Ordnung

Die Ordnung der nichtzentrierten Verfahren, d.h. Euler-Vorwärts und Euler-Rückwärts, ist $O(\Delta t)$. Eine höhere Ordnung von $O(\Delta t^2)$ wird mit der zentrierten Trapez-Methode erreicht [Haidvogel & Beckmann, 1999].

4.1.2 Simulation

Die numerische Lösung von (4.6) mit verschiedenen Parametereinstellungen für α zu

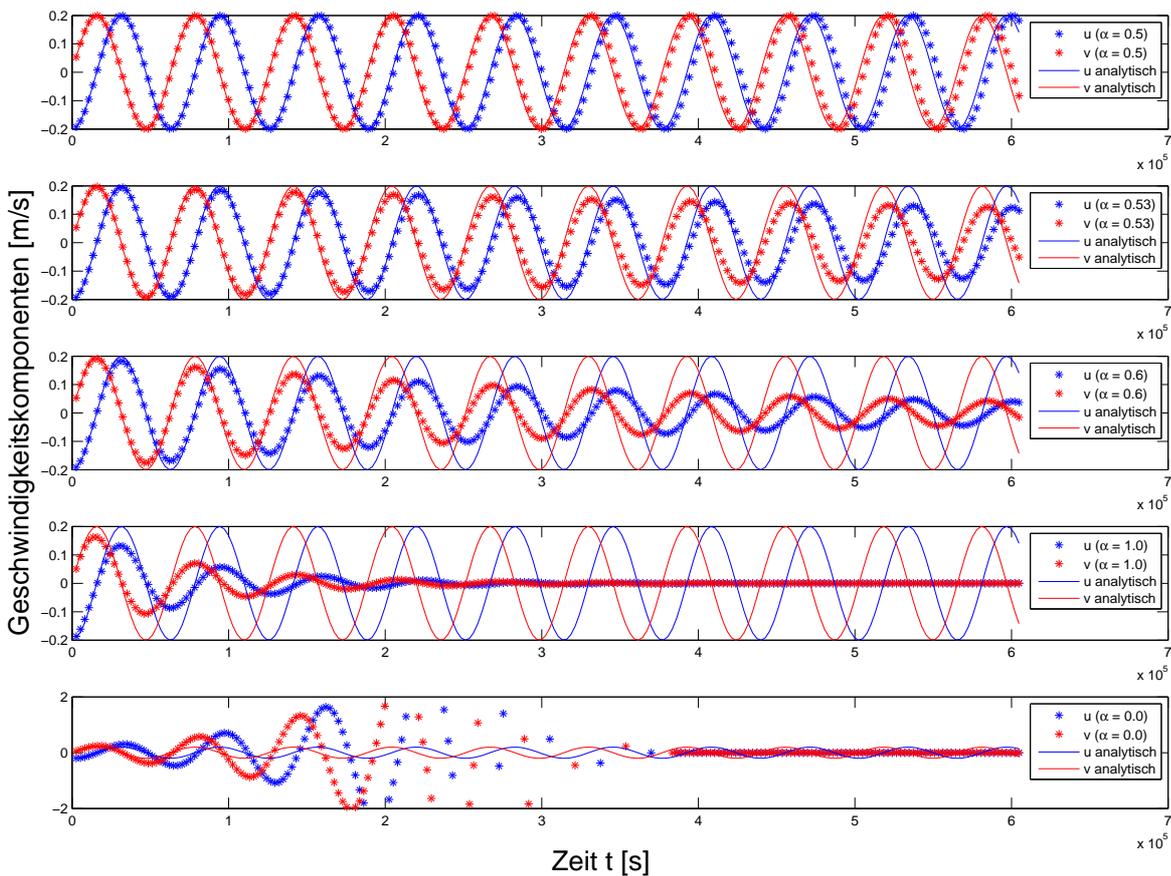


Abbildung 4.2: Numerische Lösung zu verschiedenen Werten für α . Zeitschrittweite ist $\Delta t = 2700$ s, entsprechend der FESOM-Zeitschrittweite. Die untere Abbildung zeigt die instabile explizite Lösung ($\alpha = 0.0$). Zu beachten sind die unterschiedlichen Skalen.

Anfangswert $(-0.2, 0) \frac{m}{s}$ ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Diese Simulation wird mit dem tatsächlichen Eisbergmodell nach Deaktivieren aller anderen Kräfte durchgeführt, um die Implementierung mit **Fortran** zu überprüfen. Zum Vergleich ist die analytische Lösung (4.7) jeweils ebenfalls abgebildet. Die untere Grafik in Abbildung 4.2 zeigt die instabile explizite Lösung zu $\alpha = 0.0$. Da das Eisbergmodell für diese instabile Simulation zum Einsatz kommt, verlässt der simulierte Eisberg aufgrund sehr hoher Geschwindigkeiten das Modellgebiet. In diesem Fall wird der Eisberg auf seine letzte Position im Modellgebiet mit Geschwindigkeit Null zurückgesetzt. Dies erklärt die konstante Lösung nach etwa $3.8 \cdot 10^5$ s.

Die weiteren Grafiken zeigen die numerische Lösung zu verschiedenen Parametereinstellungen für α . Gut zu sehen ist die Phasenverschiebung und die mit wachsendem α zunehmende Dämpfung. Erst nach mehr als 7 Stunden ($\approx 0.25 \cdot 10^5$ s) sind größere Unterschiede zwischen den verschiedenen Verfahren zu erkennen.

Bei Lösung der Grundgleichung der Eisbergdrift (3.26) mit einer Zeitschrittweite von 2700 s werden die Antriebsdaten alle 45 Minuten aktualisiert, sodass die Wahl von α , wie auch in Sensitivitätsstudien festgestellt wurde, selbst über die Dauer eines Modelljahres nur minimale Auswirkungen auf die berechnete Eisbergdrift hat. Das Referenzmodell verwendet $\alpha = 1.0$ (siehe Abschnitt 5.1.1).

4.1.3 Explizite Adams-Bashforth Methode

Eine weitere Möglichkeit, den Coriolisterm zu diskretisieren, ist die *Adams-Bashforth-Methode*. Diese Methode erreicht die Ordnung $O(\Delta t^2)$ ohne implizite Herangehensweise durch Heranziehen eines weiteren bereits vergangenen Zeitschrittes und zählt daher zu den expliziten Mehrschritt-Methoden [Haidvogel & Beckmann, 1999]. Die Adams-Bashforth-Methode 2. Ordnung zählt genauer zu den Drei-Schritt-Methoden aufgrund dreier verwendeter Zeitschritte.

Die Zeitableitung $d\mathbf{u}/dt$ wird wieder mittels Euler-Vorwärtsdifferenzen diskretisiert, d.h.

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} . \quad (4.11)$$

Der Coriolisterm wird bei der Adams-Bashforth-Methode [Wang, 2007] über

$$(3/2 + \varepsilon_{AB})\mathbf{F}_c^n - (1/2 + \varepsilon_{AB})\mathbf{F}_c^{n-1} \quad (4.12)$$

diskretisiert, wobei $n - 1$ im Exponenten für den Zeitschritt $n - 1$ steht. Es werden also zwei vorherige Zeitschritte miteinbezogen. Im ersten Zeitschritt wird $\mathbf{F}_c^0 = \mathbf{F}_c^{-1}$ gesetzt. ε_{AB} ist ein kleiner Wert zur Stabilisierung der originalen Adams-Bashforth-Methode, z.B. $\varepsilon_{AB} = 0.1$ [Wang, 2007]. Insgesamt ergibt sich

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \frac{\Delta t}{M} \left\{ \left(\frac{3}{2} + \varepsilon_{AB} \right) \mathbf{F}_c^n - \left(\frac{1}{2} + \varepsilon_{AB} \right) \mathbf{F}_c^{n-1} + \mathbf{F}_p^n + \mathbf{F}_o^n + \mathbf{F}_i^n + \mathbf{F}_a^n + \mathbf{F}_r^n \right\} . \quad (4.13)$$

Konsistenz

Um eine bezüglich der Gleichung (3.26) konsistente Diskretisierung des Coriolisterms zu erhalten, müssen die Koeffizienten vor der Corioliskraft im Zeitschritt n bzw. $n - 1$ (\mathbf{F}_c^n und \mathbf{F}_c^{n-1}) in der Summe 1 ergeben [Haidvogel & Beckmann, 1999]. Dies ist auch hier der Fall

$$(3/2 + \varepsilon_{AB}) - (1/2 + \varepsilon_{AB}) = 1 ,$$

also wird für $\Delta t \rightarrow 0$ die ursprüngliche Gleichung erhalten.

Stabilität

Die Stabilitätsuntersuchung im Falle der Adams-Bashforth-Methode wird an dieser Stelle kurz gefasst. An entsprechender Stelle werden Ergebnisse von Haidvogel und Beckmann [1999] zitiert.

Zur Bestimmung der Stabilität der Diskretisierung mittels der Adams-Bashforth-Methode wird erneut das Gleichungssystem (4.6), das nur der Corioliskraft unterworfen ist, untersucht. Die analytische Lösung des Anfangswertproblems zu Anfangswert $\mathbf{w}(0)$ ist durch Gleichung (4.7) gegeben.

Nach Diskretisierung des Coriolisterms folgt

$$\mathbf{w}^{n+1} - \mathbf{w}^n = -\left(\frac{3}{2} + \varepsilon_{AB}\right)if\Delta t\mathbf{w}^n + \left(\frac{1}{2} + \varepsilon_{AB}\right)if\Delta t\mathbf{w}^{n-1} . \quad (4.14)$$

Aufgrund zweier vergangener Zeitschritte erhält man nun analog zu Durran [1990] unter Beachtung von

$$\mathbf{w}^{n+1} = \lambda^2\mathbf{w}^{n-1}$$

eine *Amplifikationsgleichung*

$$\lambda^2 - \left(1 - \left(\frac{3}{2} + \varepsilon_{AB}\right)if\Delta t\right)\lambda - \left(\frac{1}{2} + \varepsilon_{AB}\right)if\Delta t = 0 \quad (4.15)$$

zur Bestimmung des (komplexen) Amplifikationsfaktors λ .

Im Fall der unveränderten Adams-Bashforth-Methode mit $\varepsilon_{AB} = 0$ gilt für die beiden komplexen Lösungen λ_1, λ_2 von Gleichung (4.15) für $-f\Delta t \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} |\lambda_1| &\rightarrow 1 \\ |\lambda_2| &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

nach Haidvogel und Beckmann [1999].

Der sogenannte *computational mode* λ_2 wird gedämpft, der *physical mode* λ_1 erreicht 1 erst bei verschwindend kleiner Zeitschrittweite [Haidvogel & Beckmann, 1999]. Ein Wert $\varepsilon_{AB} = 0.03$ führt etwas Dämpfung in das System ein, sodass $|\lambda_1| < 1$ schon bei

$$0 < -f\Delta t < 0.3$$

gilt (siehe Abbildung 4.3).

Da $f \approx -10^{-4} \frac{1}{s}$ gilt und die Zeitschrittweite von FESOM $\Delta t = 2700 s$ beträgt, ist die modifizierte Adams-Bashforth-Methode bedingt stabil.

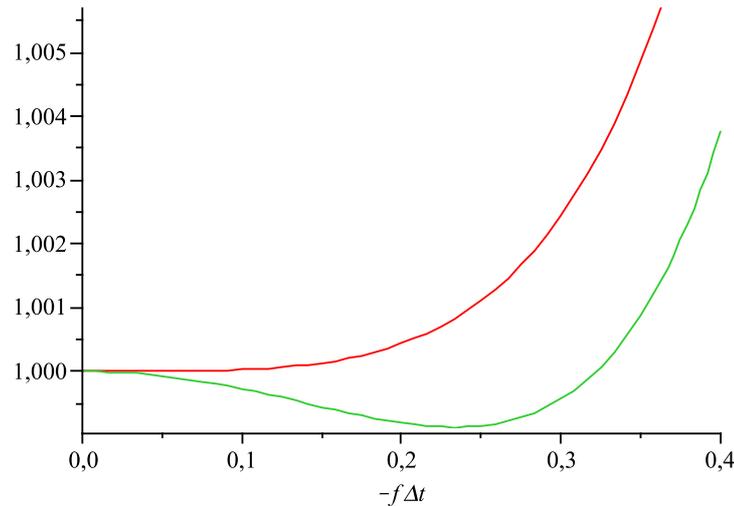


Abbildung 4.3: Betrag des ersten Eigenwertes λ_1 für die Adams-Bashforth-Methode mit $\varepsilon_{AB} = 0$ (rot) und mit $\varepsilon_{AB} = 0.03$ (grün) in Abhängigkeit von $-f\Delta t$.

Ordnung

Die Adams-Bashforth-Methode mit $\varepsilon_{AB} = 0$ erreicht, wie oben schon angemerkt, durch Heranziehen eines weiteren bereits vergangenen Zeitschritts eine Ordnung von $O(\Delta t^2)$ [Haidvogel & Beckmann, 1999]. Durch Verwendung eines kleinen positiven Wertes ε_{AB} wird die Ordnung leicht verringert, sodass die Methode eine "quasi-second order method" [Adcroft, 1995, S. 32] ist.

4.1.4 Simulation

Die numerische Lösung von Gleichung (4.6) zu Anfangswert $(-0.2, 0) \frac{m}{s}$ mit verschiedenen Parametereinstellungen für ε_{AB} ist in Abbildung 4.4 dargestellt.

Zum Vergleich ist die analytische Lösung (4.7) jeweils ebenfalls abgebildet.

Die unveränderte Adams-Bashforth-Methode ($\varepsilon_{AB} = 0$) wirkt schwach verstärkend auf die Amplitude und leicht "bremsend" auf die Phase der Lösung. Dieser Phasenfehler bleibt auch bei wachsendem ε_{AB} erhalten und ist grösser als bei der semi-impliziten Berechnung. Ab etwa $\varepsilon_{AB} = 0.02$ ist das Verfahren schon dämpfend. Große Unterschiede zwischen den numerischen Lösungen zu verschiedenen Parametereinstellungen für ε_{AB} und der analytischen Lösung treten erst nach etwa 24 h auf, also sogar später als bei der (semi-)impliziten Berechnung. Ein stabilisiertes Adams-Bashforth-Verfahren ist ebenfalls zur Diskretisierung des Coriolisterms geeignet. Als Standardwert ist im Eisbergmodell $\varepsilon_{AB} = 0.03$ eingestellt.

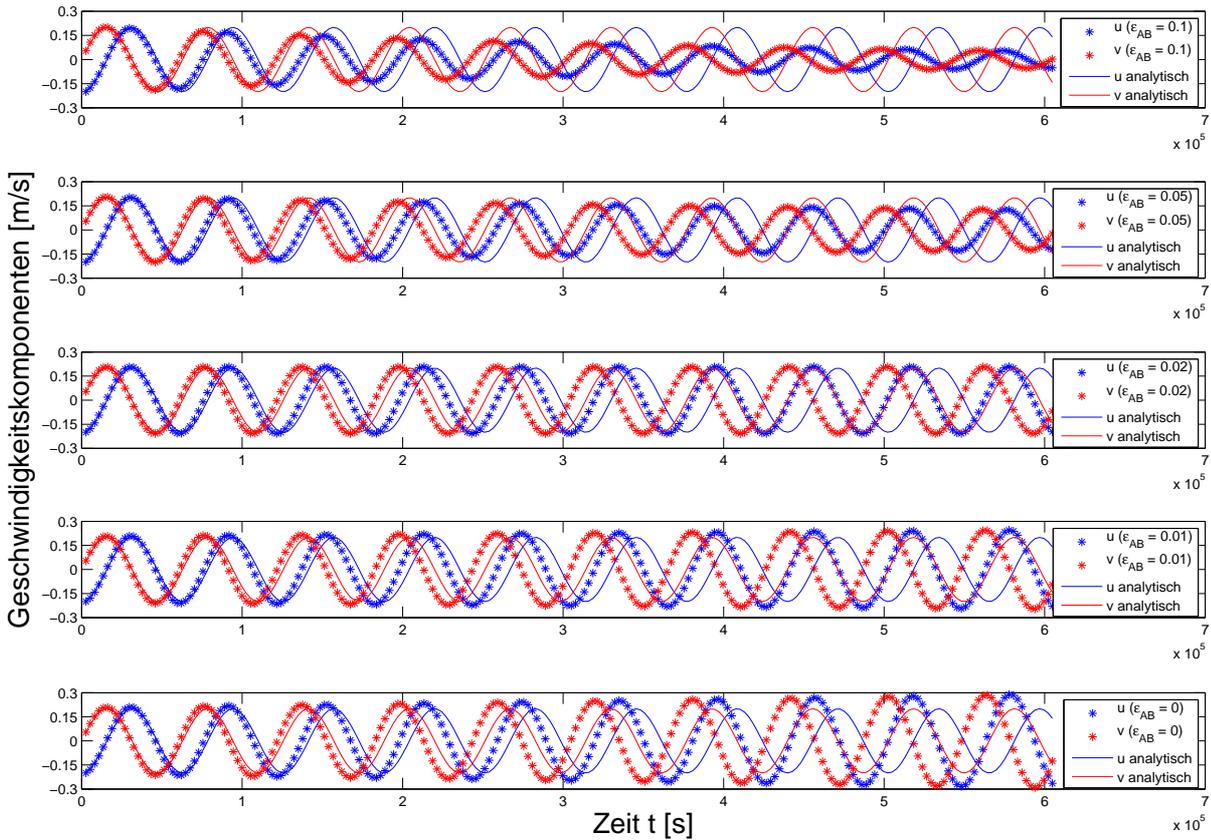


Abbildung 4.4: Numerische Lösung zu verschiedenen Werten ϵ_{AB} . Zeitschrittweite ist $\Delta t = 2700s$.

4.2 Diskretisierung des Schubspannungsterms zwischen Ozean und Eisberg

Bei der Modellierung von kleinen Eisbergen (z.B. Größenklasse 1) treten im Vergleich zu sehr großen Eisbergen wesentlich höhere Beschleunigungen auf, sodass die explizite Behandlung des ozeanischen Schubspannungsterms bei unveränderter Zeitschrittweite zu Problemen führt.

Wie erste Simulationen ergeben haben, kann der Windschubspannungsterm aufgrund von starken Winden plötzlich sehr groß werden und zu einer hohen Beschleunigung führen, sodass im nächsten Zeitschritt (bei unveränderter Zeitschrittweite) sehr hohe Eisberggeschwindigkeiten zur expliziten Auswertung des ozeanischen Schubspannungsterms benutzt werden. Dieser Term verursacht eine Instabilität bei der Modellierung kleiner Eisberge, welche bei sehr großen Eisbergen nicht auftritt. Der folgende Abschnitt erklärt dieses Verhalten ausführlich, da das Verstehen dieses Prozesses einen wichtigen Teil der Entwicklung des Eisbergmodells darstellt.

Zudem wird eine Diskretisierung des ozeanischen Schubspannungsterms angegeben, die es erlaubt, die Zeitschrittweite Δt nicht verringern zu müssen.

Große Eisberge können durch Schmelzprozesse und die damit verbundene Größenänderung mit der hier vorgestellten Diskretisierung nicht mehr in instabile Bereiche des Lösungsverfahrens gelangen, während kleinere Eisberge überhaupt erst simuliert werden können.

4.2.1 Teilimplizite Methode

Der Schubspannungsterm zwischen Ozean und Eisberg weist eine quadratische Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit zwischen Ozean und Eisberg $\mathbf{u}_o - \mathbf{u}$ bzw. $\|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}\|$ auf.

Einer der Terme wird nun implizit diskretisiert, d.h. im Zeitschritt $n + 1$, der andere hingegen explizit im Zeitschritt n :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_o &= (0.5 C_o \rho_w A_o + C_{do} \rho_w A_{skin,o}) \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^n\| (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^{n+1}) \\ &= C_{D_1} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^n\| (\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^{n+1}) . \end{aligned} \quad (4.17)$$

Dieses Vorgehen wurde schon in ähnlicher Form erfolgreich für die numerische Diskretisierung der Bodenreibung bei der Lösung der Flachwassergleichungen in Schelfmeeren [Backhaus, 1983] oder auch im Rahmen der Tsunamimodellierung [Shuto et al., 2003] angewandt. Durch die teilweise implizite Behandlung der Schubspannung kann eine größere Zeitschrittweite aufrechterhalten werden. Da der Begriff der semi-impliziten Diskretisierung schon anderweitig vergeben ist, wird die Diskretisierung (4.17) in dieser Arbeit aufgrund der teilweise impliziten Behandlung *teilimplizite Methode* genannt.

Konsistenz

Für $\Delta t \rightarrow 0$ ist die Diskretisierung konsistent, da die zeitliche Differenz zwischen den Zeitschritten n und $n + 1$ verschwindet.

Stabilität

Da es sich bei dem Schubspannungsterm um einen nichtlinearen Term handelt, gestaltet sich die Stabilitätsanalyse schwierig. Um dennoch eine Aussage treffen zu können, wird zunächst die lineare gewöhnliche Differentialgleichung

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = r(\mathbf{u}_o - \mathbf{u}) \quad (4.18)$$

(*friction equation*) betrachtet, wobei \mathbf{u}_o die konstante Ozeangeschwindigkeit ist und $r > 0$ den *Reibungskoeffizienten* darstellt [Haidvogel & Beckmann, 1999].

Das Anfangswertproblem zu Anfangswert $\mathbf{u}(0)$ hat die analytische Lösung

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_o + (\mathbf{u}(0) - \mathbf{u}_o)e^{-rt} . \quad (4.19)$$

Abhängig vom Anfangswert $\mathbf{u}(0)$ nähert sich die Lösung durch exponentielle Abnahme bzw. Zunahme der Ozeangeschwindigkeit \mathbf{u}_o .

Wird Gleichung (4.18) auf folgende Art diskretisiert

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + r\Delta t \mathbf{u}_o - r\Delta t (\alpha \mathbf{u}^{n+1} + (1 - \alpha) \mathbf{u}^n), \quad \alpha \in [0, 1], \quad (4.20)$$

so ist nach Umstellen

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{n+1} &= \frac{1 - r\Delta t(1 - \alpha)}{1 + r\Delta t\alpha} \mathbf{u}^n + \frac{r\Delta t}{1 + r\Delta t\alpha} \mathbf{u}_o \\ &=: \lambda \mathbf{u}^n + \frac{r\Delta t}{1 + r\Delta t\alpha} \mathbf{u}_o. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Für $\alpha = 0$ ist wieder eine explizite Diskretisierung die Folge (*Euler-Vorwärts*), für $\alpha = 1$ eine implizite Diskretisierung (*Euler-Rückwärts*). Mit $\alpha = 0.5$ wird wieder die *Trapez-Methode* erhalten.

Für die Verstärkungsfaktoren gilt jeweils:

- Euler-Vorwärts: $\lambda = 1 - r\Delta t$
- Euler-Rückwärts: $\lambda = \frac{1}{1+r\Delta t}$
- Trapez-Methode: $\lambda = \frac{1-0.5r\Delta t}{1+0.5r\Delta t}$.

Um ein stabiles Schema zu erhalten, muss wie in der Begründung in Abschnitt 4.1.1

$$|\lambda| \leq 1$$

gelten. Im ersten Fall muss also $-1 \leq 1 - r\Delta t$ sowie $1 - r\Delta t \leq 1$ erfüllt sein. Die Euler-Vorwärts Methode ist damit bedingt stabil, falls

$$0 \leq r\Delta t \leq 2$$

gilt. Die Euler-Rückwärts Methode ist unabhängig von der Zeitschrittweite stabil, da

$$0 < \frac{1}{1 + r\Delta t} \leq 1$$

ist. Die Trapez-Methode ist ebenfalls unabhängig von der gewählten Zeitschrittweite stabil, denn es gilt

$$-1 < \frac{1 - 0.5r\Delta t}{1 + 0.5r\Delta t} \leq 1.$$

Zu beachten ist, dass bei großem $r\Delta t$ sowohl bei der Euler-Vorwärts- als auch bei der Trapez-Methode ein negativer Verstärkungsfaktor auftreten kann, was eine oszillatorische Bewegung zur Folge hätte.

Ausgehend von diesen allgemeinen Erkenntnissen wird $r\Delta t$ im konkreten Fall der ozeanischen Schubspannung betrachtet und die passende Diskretisierung gewählt.

Im Fall der Eisbergdrift ist

$$r = \frac{C_{D_1}}{M} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}\| \quad (4.22)$$

bzw. im diskreten Fall

$$r = \frac{C_{D_1}}{M} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^n\| , \quad (4.23)$$

d.h. der Reibungskoeffizient ist abhängig von der Eisberggeschwindigkeit und wird explizit im Zeitschritt n ausgewertet. Für hohe Relativgeschwindigkeiten zwischen Eisberg und Ozean ist der Reibungskoeffizient somit größer.

Ein sehr großer Eisberg mit den Dimensionen von D18 beispielsweise (siehe Tabelle 6.1) hat ein Verhältnis von

$$\frac{C_{D_1}}{M} \approx 2.4 \cdot 10^{-5} ,$$

was auf das Verhältnis von quadratischen Flächentermen in C_{D_1} zu einem kubischen Volumenterm im Nenner zurückzuführen ist. Selbst bei einer hohen Relativgeschwindigkeit von $1ms^{-1}$ und einer Zeitschrittweite von $2700s$ (FESOM) ist somit

$$r\Delta t \approx 0.0635 ,$$

sodass nach obiger Stabilitätsbetrachtung selbst das Euler-Vorwärts-Verfahren stabil angewendet werden kann. Dies erklärt, warum bei sehr großen Eisbergen die explizite Behandlung der Schubspannung zwischen Ozean und Eisberg keine Probleme bereitet. Bei allen drei Verfahren tritt kein negativer Verstärkungsfaktor auf.

Ein kleiner Eisberg der Größenklasse 1 hingegen (siehe Tabelle 1.1) weist ein Verhältnis von

$$\frac{C_{D_1}}{M} \approx 8 \cdot 10^{-3}$$

auf, sodass bei einer Zeitschrittweite von $2700s$

$$\frac{C_{D_1}}{M} \Delta t \approx 21.6$$

gilt. Das Euler-Vorwärts-Verfahren ist instabil, falls

$$r\Delta t = \frac{C_{D_1}}{M} \Delta t \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^n\| > 2$$

ist. Dies ist schon bei

$$\|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^n\| > 0.093 \frac{m}{s}$$

der Fall. Relativgeschwindigkeiten von einigen cm/s treten beispielsweise nach heftigen Windstößen in den Simulationen oft auf, sodass das beobachtete instabile Verhalten bei kleineren Eisbergen erklärt ist.

Die Trapez-Methode sollte auch nicht eingesetzt werden, da bei

$$r\Delta t > 2$$

zwar noch ein stabiles Verfahren erhalten wird, allerdings ein negativer Verstärkungsfaktor die Folge ist. Um dies zu vermeiden wurde die Euler-Rückwärts-Methode gewählt, sodass der ozeanische Schubspannungsterm insgesamt wie in Gleichung (4.17) diskretisiert wird.

Zu untersuchen ist nun noch, inwieweit die teilimplizite Methode in Gleichung (4.17) eine Dämpfung bewirkt. Der Verstärkungsfaktor der Methode ist

$$\lambda = \frac{1}{1 + r\Delta t} ,$$

wobei der Reibungskoeffizient r von der Relativgeschwindigkeit zwischen Ozean und Eisberg abhängt.

Für große Eisberge wie D18 ist selbst bei einer sehr hohen Relativgeschwindigkeit von $1 \frac{m}{s}$

$$\lambda \approx \frac{1}{1 + 0.0635} \approx 0.94 ,$$

sodass wenig Dämpfung stattfindet.

Bei kleinen Eisbergen der Größenklasse 1 und gleicher Relativgeschwindigkeit ist hingegen

$$\lambda \approx \frac{1}{1 + 21.6} \approx 0.04 .$$

Diese hohe Dämpfung ist allerdings nicht unphysikalisch. Ein hoher Koeffizient vor der Relativgeschwindigkeit $\|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^n\|$ besagt, dass eine von der Ozeangeschwindigkeit \mathbf{u}_o abweichende Eisberggeschwindigkeit gedämpft werden soll, sodass sich diese wieder \mathbf{u}_o annähert. Ist die Relativgeschwindigkeit klein, so ist die Dämpfung geringer. Durch die implizite Behandlung der Schubspannung wird nach einer Störung des Systems die Gleichgewichtsgeschwindigkeit auch bei großen Zeitschrittweiten wieder erreicht. Die Genauigkeit der Übergangsschritte kann dabei, wie bei impliziten Verfahren üblich, bei sehr großen Zeitschrittweiten leiden. Die Zeitschrittweite von FESOM (2700s) erweist sich allerdings als hinreichend klein (siehe Punkt 4.2.2), sodass dieser Effekt hier nicht zu beobachten ist.

Ist $\mathbf{u}_o = \mathbf{u}$, so findet in der Realität keine Reibung mehr statt, und auch hier ist $|\lambda| = 1$.

Ordnung

Die Ordnung der Euler-Rückwärts-Methode, angewandt auf die lineare *friction equation* (4.18), ist $O(\Delta t)$ [Haidvogel & Beckmann, 1999].

4.2.2 Simulation

Es wird testweise das Anfangswertproblem (4.18) mit

$$r = \frac{C_{D1}}{M} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}\|$$

und Anfangswert $\mathbf{u}(0) = (-0.2, 0) \frac{m}{s}$ numerisch für einen Eisberg der Größenklasse 1 gelöst. Der Ozean ruht dabei mit $\mathbf{u}_o = 0 m/s$. Es werden Euler-Vorwärtsdifferenzen für die Zeitableitung und die teilimplizite Diskretisierung (4.17) gewählt. Als Referenzlauf wird eine sehr kleine Zeitschrittweite von $\Delta t = 60s$ gewählt und mit der numerischen Lösung bei $\Delta t = 2700s$ (45min) verglichen.

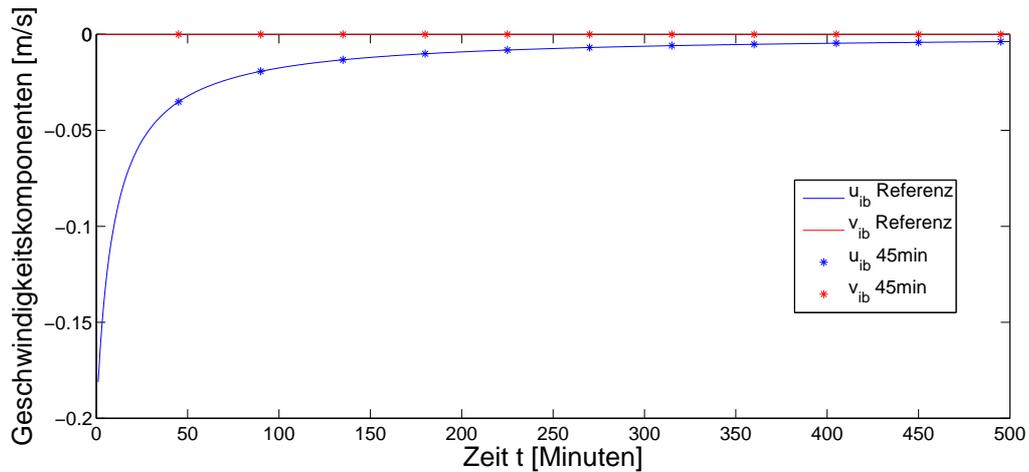


Abbildung 4.5: Numerische Lösung der nichtlinearen friction equation. Zeitschrittweite 45min bzw. 1min (Referenzlauf).

Die Abbildung 4.5 zeigt die Ergebnisse des Referenzlaufs und der numerischen Lösung mit einer Zeitschrittweite von $\Delta t = 2700 s$. Wie zu erkennen, korrespondiert die FESOM-Zeitschrittweite von 45 min mit der Zeitskala der Reibungseffekte zwischen Eisberg und Ozean, sodass auch Übergangsschritte zum Erreichen des Gleichgewichtszustandes $\mathbf{u} = 0 m/s$ nahe der Referenzlösung liegen.

Das Maximum der Abstände zwischen der Referenzlösung und der numerischen Lösung bei $\Delta t = 2700s$ über die dargestellten diskreten Zeitpunkte liegt bei etwa

$$1.388 \cdot 10^{-17} m/s$$

im Falle der ersten Geschwindigkeitskomponente u_{ib} .

Im Falle der zweiten Geschwindigkeitskomponente v_{ib} beträgt das Maximum 0, da durch den gewählten Anfangswert der Gleichgewichtszustand bereits erreicht ist.

4.3 Gesamtverfahren zur Bestimmung der Eisberggeschwindigkeit

Das gesamte zu lösende Gleichungssystem wird nun in kompakter Form geschrieben. Testläufe zeigen, dass sich die Ergebnisse der Behandlung des Coriolisterms mit der modifizierten Adams-Bashforth-Methode ($\varepsilon_{AB} = 0.03$) nur minimal von denen der Behandlung mittels semi-impliziter Diskretisierung unterscheiden, selbst bei Wahl von $\alpha = 1.0$. Siehe hierzu Abschnitt 4.5. Daher wird hier nur die semi-implizite Form angegeben. Das Referenzmodell verwendet einen Wert von $\alpha = 1.0$ (siehe Abschnitt 5.1.1). Es ergibt sich das Gleichungssystem

$$\mathbf{M}\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \frac{\Delta t}{M} \left\{ (1 - \alpha)\mathbf{F}_c^n + \mathbf{F}_p^n + C_{D_1} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^n\| \mathbf{u}_o + \mathbf{F}_i^n + \mathbf{F}_a^n + \mathbf{F}_r^n \right\}, \quad (4.24)$$

$$\text{mit } \mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{\Delta t}{M} C_{D_1} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^n\| & -\Delta t \alpha f^n \\ \Delta t \alpha f^n & 1 + \frac{\Delta t}{M} C_{D_1} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^n\| \end{pmatrix}. \quad (4.25)$$

Da

$$\det(\mathbf{M}) = \left(1 + \frac{\Delta t}{M} C_{D_1} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^n\|\right)^2 + (\Delta t \alpha f^n)^2 > 0,$$

ist die Matrix auch mit der Diskretisierung nach Gleichung (4.17) weiterhin invertierbar. Im Vergleich mit Gleichung (4.4) ändert sich die Matrix nun in jedem Zeitschritt in Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit $\|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^n\|$. Die Berechnung der neuen Geschwindigkeit ergibt sich durch eine Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{M}^{-1} \left(\mathbf{u}^n + \frac{\Delta t}{M} \left\{ (1 - \alpha)\mathbf{F}_c^n + \mathbf{F}_p^n + C_{D_1} \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}^n\| \mathbf{u}_o + \mathbf{F}_i^n + \mathbf{F}_a^n + \mathbf{F}_r^n \right\} \right). \quad (4.26)$$

Als Anfangsbedingung wird im Folgenden

$$\mathbf{u}^0 = 0 \quad (4.27)$$

gewählt, da die Anfangsgeschwindigkeit der betrachteten Eisberge unbekannt ist.

4.3.1 Konsistenz

Da nur konsistente Diskretisierungen verwendet wurden, ist das gesamte Verfahren somit konsistent. Für $\Delta t \rightarrow 0$ wird die ursprüngliche Differentialgleichung erhalten.

4.3.2 Stabilität des gesamten Verfahrens

Einzelne Terme wurden auf Stabilität untersucht. Dies waren zum einen die Corioliskraft, die den kritischen Term bezüglich der Stabilität des Verfahrens bei sehr großen Eisbergen darstellt. Zum anderen wurde der Schubspannungsterm zwischen Ozean und Eisberg untersucht, welcher bei sehr kleinen Eisbergen (Größenklasse 1) von großer Bedeutung bezüglich der Stabilität ist.

Zu untersuchen bleiben die restlichen Terme in Gleichung (4.26).

Der Schubspannungsterm zwischen Atmosphäre und Eisberg wird oft über

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_a &= C_{D_2} \|\mathbf{u}_a - \mathbf{u}\| (\mathbf{u}_a - \mathbf{u}) \\ &\approx C_{D_2} \|\mathbf{u}_a\| \mathbf{u}_a\end{aligned}$$

berechnet [Kubat & Sayed, 2005, Mountain, 1980], d.h. unabhängig von der Eisberggeschwindigkeit \mathbf{u} . Diese Näherung macht sich nicht stark bemerkbar, da die Windgeschwindigkeit die Eisberggeschwindigkeit generell um einige Größenordnungen übersteigt. Obwohl die Eisberggeschwindigkeit in die Berechnung der Windschubspannung eingeht, ist hier damit keine Stabilitätsanalyse notwendig. Die Abhängigkeit von \mathbf{u} ist in dieser Arbeit nur deshalb nicht entfernt worden, um keine unnötige Näherung einzuführen.

Alle anderen Terme auf der rechten Seite von Gleichung (4.26) sind nicht explizit von der Eisberggeschwindigkeit \mathbf{u} abhängig bzw. nur von geringer Größenordnung (Reibung mit Meereis), sodass dies keine die Stabilität bestimmenden Terme sind. Zur Handhabung des Festfrierens sei auf Punkt 4.4.3 verwiesen.

Das gesamte Verfahren hat sich über einen weiten Bereich von Größenklassen, von sehr großen Eisbergen bis hin zu sehr kleinen Eisbergen, als stabil erwiesen.

4.3.3 Bemerkung zur Konvergenz des Verfahrens

Die führende Ordnung des Verfahrens ist formal 1, da die rechte Seite zum Teil explizit ausgewertet wird. Die implizite Behandlung der Schubspannung zwischen Ozean und Eisberg ergibt ebenfalls $O(\Delta t)$. Insbesondere sei darauf hingewiesen, dass bei sehr großen Eisbergen die Corioliskraft eine sehr wichtige Rolle spielt und diese mit Methoden 2. Ordnung diskretisiert werden kann.

In den obigen Punkten wurden die Stabilität und die Konsistenz des gesamten Verfahrens untersucht. Nach dem *Lax-Richtmyer-Theorem* folgt bei linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten aus der Stabilität und der Konsistenz unmittelbar die Konvergenz des Verfahrens [Haidvogel & Beckmann, 1999]. Aufgrund der nichtlinearen ozeanischen Schubspannung kann dieses Theorem hier nicht direkt angewendet werden. Die Konvergenz des Verfahrens in der Praxis wird in Abschnitt 4.5 aber durch sukzessive Halbierung der Zeitschrittweite gezeigt. Dort wird die Trajektorienberechnung, welche im nächsten Abschnitt vorgestellt wird, ebenfalls beachtet.

4.4 Trajektorienberechnung

Um die Eisbergdrift zu studieren, ist es notwendig, die jeweilige geographische Position des Eisbergs zu ermitteln und gemäß der berechneten Geschwindigkeiten zu variieren. Typischerweise werden zur Beschreibung der geographischen Position \mathbf{x}_g die Symbole λ (geographische Länge) und ϕ (geographische Breite) verwendet. Da keine Verwechslungsgefahr mit den Amplifikationsmatrizen aus den Stabilitätsuntersuchungen in den vorigen Kapiteln besteht, wird hier die geographische Länge ebenfalls mit λ bezeichnet.

Die geographische Position eines Eisbergs im Zeitschritt n wird mit

$$\mathbf{x}_g^n = \begin{pmatrix} \lambda \\ \phi \end{pmatrix}^n \quad (4.28)$$

bezeichnet, wobei λ und ϕ in Radiant gegeben sind.

Ausgehend von \mathbf{u}^n , der Geschwindigkeit im Ort \mathbf{x}_g^n , wird die Geschwindigkeit \mathbf{u}^{n+1} berechnet. Der neue Ort \mathbf{x}_g^{n+1} kann über einen Verschiebungsvektor

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{u}^n \Delta t \quad (4.29)$$

berechnet werden, wobei $\Delta \mathbf{x} = (\Delta x, \Delta y)$ die Strecke beschreibt, die der Eisberg in der Zeit Δt zurücklegt. In dieser Arbeit wird nach der *Methode von Heun* zur Bestimmung des Verschiebungsvektors die mittlere Geschwindigkeit im Zeitschritt benutzt, um die neu berechnete Geschwindigkeit in die Trajektorienberechnung mit einfließen zu lassen, d.h.

$$\Delta \mathbf{x} = \frac{1}{2}(\mathbf{u}^n + \mathbf{u}^{n+1})\Delta t . \quad (4.30)$$

Die Geschwindigkeit ist in einem lokalen kartesischen Koordinatensystem gegeben, dessen x - und y -Achsen in zentraler bzw. meridionaler Richtung ausgerichtet sind.

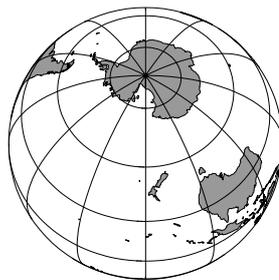


Abbildung 4.6: Breitengrade verlaufen parallel zueinander und haben den gleichen Abstand, während Längengrade an den Polen zusammenlaufen.

Für kleine Geschwindigkeiten berechnet sich die neue Position des Eisbergs in geographischen Koordinaten daher mit kleinem Fehler durch

$$\begin{pmatrix} \lambda \\ \phi \end{pmatrix}^{n+1} = \begin{pmatrix} \lambda \\ \phi \end{pmatrix}^n + \begin{pmatrix} \Delta x / (r_{Erde} \cos(\phi^n)) \\ \Delta y / r_{Erde} \end{pmatrix} , \quad (4.31)$$

wobei $r_{Erde} = 6.3675 \cdot 10^6 m$ der Radius der Erde ist. Dieser Wert entspricht dem im Code von FESOM gewählten Wert.

Bei der Berechnung wird deutlich, dass Längenunterschiede (in Meter) entlang von Längengraden direkt in Radiant umgerechnet werden können, da Breitengrade einen konstanten Abstand zueinander haben:

$$1m \hat{=} 1/r_{Erde} \text{ rad} .$$

Einem meridionalen Unterschied von 1° entsprechen daher etwa 111 km.

Bei Längenunterschieden entlang von Breitengraden ist die Umrechnung allerdings vom Breitengrad der Eisbergposition abhängig, da die Längengrade an den Polen zusammenlaufen (siehe Abb. 4.6).

4.4.1 Berechnung tangentialer Geschwindigkeiten an polygonal berandetem Modellgebiet

Bei der Trajektorienberechnung kann es vorkommen, dass ein Eisberg das Modellgebiet verlässt. Um dies zu verhindern, wird, nachdem der Eisberg das Modellgebiet verlassen hat, die zur Küste tangentiale Geschwindigkeit berechnet. Von der letzten Position im Modellgebiet ausgehend kann dann mithilfe der tangentialen Geschwindigkeit eine neue Position im Modellgebiet ermittelt werden. Dadurch wird erreicht, dass Eisberge an der Küste entlanggleiten können, selbst bei beispielsweise auflandigem Wind.

In bestimmten Fällen kann es vorkommen, dass ein Eisberg selbst nach Verwendung der zur Küstenlinie tangentialen Geschwindigkeit das Modellgebiet verlässt, etwa an Knicken des polygonalen Randes des Modellgebietes. Dann wird der Eisberg mit einer Geschwindigkeit von 0 m/s auf seine letzte Position im Modellgebiet zurückversetzt und kann von dort wieder beschleunigt werden. Im Folgenden wird die Berechnung der tangentialen Geschwindigkeiten genauer angegeben.

Da es sich bei dem Modellgebiet um ein polygonal berandetes Gebiet handelt, ist es schwierig, tangentiale Geschwindigkeiten, insbesondere in der Nähe von Knicken im Rand, zu definieren. In FESOM sind alle Knoten mit einem Index versehen, welcher in den Feldern `index_nod2D` bzw. `index_nod3D` gespeichert ist. Der Index 1 bezeichnet dabei Randknoten, der Index 0 hingegen innere Knoten im Ozean (siehe Abb. 4.7).

Verlässt ein Eisberg ein Element am Rand, d.h. mit Randknoten (Index 1), so wird dessen Tangentialgeschwindigkeit über eine Fallunterscheidung berechnet. Es werden 2 Fälle unterschieden (siehe Abb. 4.8):

- 1. Das Element besitzt genau einen Randknoten.
- 2. Das Element besitzt genau zwei Randknoten.

Das Gitter, welches in dieser Arbeit zum Einsatz kommt, weist keine Elemente mit 3 Randknoten auf. Hier wäre es schwierig zu entscheiden, wie der Verlauf der Küstenlinie ist.

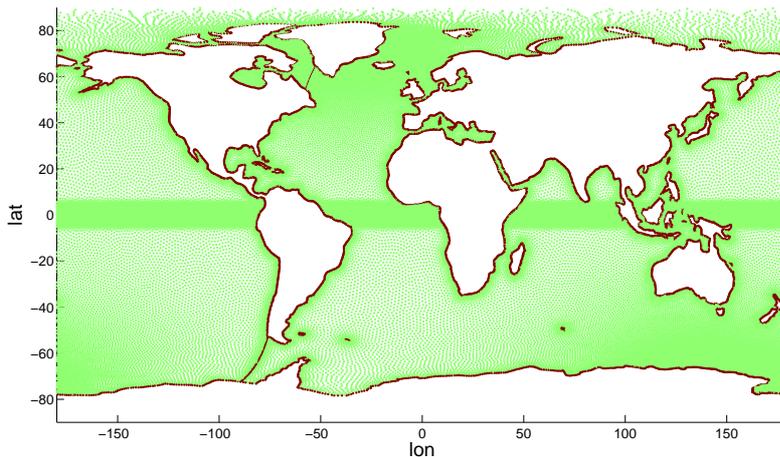


Abbildung 4.7: Indices der 2D Knoten an der Meeresoberfläche. **Rot:** Randknoten (1), **Grün:** Innere Knoten (0). Die "Randknoten" zwischen Südamerika und der Antarktis sowie zwischen Grönland und Nordamerika markieren periodische Ränder des Ozeanmodells und können von den hier gebrauchten Küstenknoten mittels eines weiteren Index unterschieden werden.

Verlässt ein Eisberg das Modellgebiet aus einem Element mit 2 Randknoten, so wird über die Differenz der Koordinaten der beiden Randknoten ein Vektor \mathbf{r} gebildet, auf den die Geschwindigkeit \mathbf{u} des Eisbergs projiziert werden soll. Die gerichtete Projektion \mathbf{u}_r eines Vektors $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^2$ auf einen Vektor $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^2$ berechnet sich bekanntermaßen mittels des Skalarprodukts $\langle \cdot, \cdot \rangle$ der beiden Vektoren über

$$\mathbf{u}_r = \langle \mathbf{u}, \mathbf{r} \rangle \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|^2}. \quad (4.32)$$

Verlässt ein Eisberg das Modellgebiet hingegen aus einem Element mit genau einem Randknoten, so wird zunächst in den Nachbarelementen nach den zwei Elementen gesucht, welche nebst diesem Randknoten noch einen weiteren Randknoten enthalten

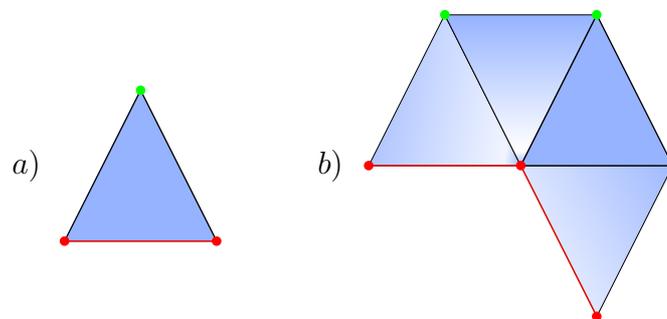


Abbildung 4.8: a) Element mit 2 Randknoten (**rot**) und einem inneren Knoten (**grün**).
 b) Typisches Element mit einem Randknoten. Elemente dieser Art besitzen genau 2 Nachbarelemente mit je 2 Randknoten.

(siehe Abb. 4.8 b)). Die Geschwindigkeit des Eisbergs wird anschließend auf die nächstgelegene Randkante projiziert.

Ist \mathbf{u}_r bestimmt, so wird mittels Gleichung (4.31) die Position des Eisbergs aktualisiert. Liegt diese Position noch immer außerhalb des Modellgebietes, so wird der Eisberg auf seine alte Position mit einer Geschwindigkeit von 0 m/s zurückgesetzt und kann im nächsten Zeitschritt bei sich änderndem Forcing wieder beschleunigt werden.

4.4.2 Glättung des Gradienten der Meeresoberflächenauslenkung

Bei der Trajektorienberechnung sehr großer Eisberge fällt auf, dass die berechnete Trajektorie in Küstennähe zeitweilig unnatürliche, zur Küste gerichtete Knicke aufweist, sodass in manchen Regionen des Modellgebietes ein Vorankommen der Eisberge unmöglich ist. Dies ist auf die Finite-Elemente-Darstellung der Meeresoberflächenauslenkung η zurückzuführen, welche in die Hangabtriebskraft \mathbf{F}_p eingeht. Diese ist nach Gleichung (3.10)

$$\mathbf{F}_p = -Mg\nabla\eta ,$$

wobei M die Masse des Eisbergs und g die Erdbeschleunigung ist. Um den Einfluss der auf nur *einem* Element der Triangulierung berechneten Neigung der Meeresoberfläche $\nabla\eta$ zu mindern, kann eine lokale Glättung unter Einbeziehung benachbarter Elemente durchgeführt werden, welche im Folgenden vorgestellt wird.

Die Finite-Elemente-Darstellung der Meeresoberflächenauslenkung η (*sea surface height*, *SSH*) ist überall stetig und eingeschränkt auf ein Element der Triangulierung linear. Der Gradient $\nabla\eta$ ist deswegen auf Elementen konstant und in den meisten Fällen unstetig über Elementkanten. Daher können die Komponenten des Gradienten über Elementkanten Sprünge aufweisen.

Vor allem bei Eisbergen großer Masse, welche stark vom Gradienten der Meeresoberflächenauslenkung beeinflusst werden, führen die beim Übergang zwischen zwei Elementen auftretenden Sprünge von $\nabla\eta$, wie erwähnt, vereinzelt zu unrealistischen Knicken in der Trajektorie des Eisbergs, insbesondere in der Nähe der Küste, sodass in dieser Arbeit eine Glättung durchgeführt wird.

Abbildung 4.9 zeigt eine simulierte Eisbergtrajektorie in einer frühen Version des Eisbergmodells. Hier war die Glättung des Gradienten der Meeresoberfläche noch nicht implementiert. Der von Osten kommende und küstennahe Eisberg erreicht eine Stelle im Modell, an der ein weiteres Vorankommen in Richtung des Küstenstromes aufgrund der Diskretisierung der Meeresoberfläche nicht möglich ist. Ein weiter nördlich driftender Eisberg zeigt dieses Verhalten nicht.

Bei sehr großen Eisbergen mit großer horizontaler Ausdehnung ist es auch aus physikalischer Sicht sinnvoll, die Neigung der Meeresoberfläche nicht nur in einem Punkt (dem Schwerpunkt des Eisbergs) zu bestimmen, sondern Informationen über $\nabla\eta$ auch aus benachbarten Elementen der Triangulierung miteinzubeziehen.

Zum Vergleich: Die Fläche des Tafeleisbergs D18 (siehe Tabelle 6.1) beispielsweise beträgt ca. 392 km^2 , die minimale Fläche eines Elementes nur etwa 80 km^2 .

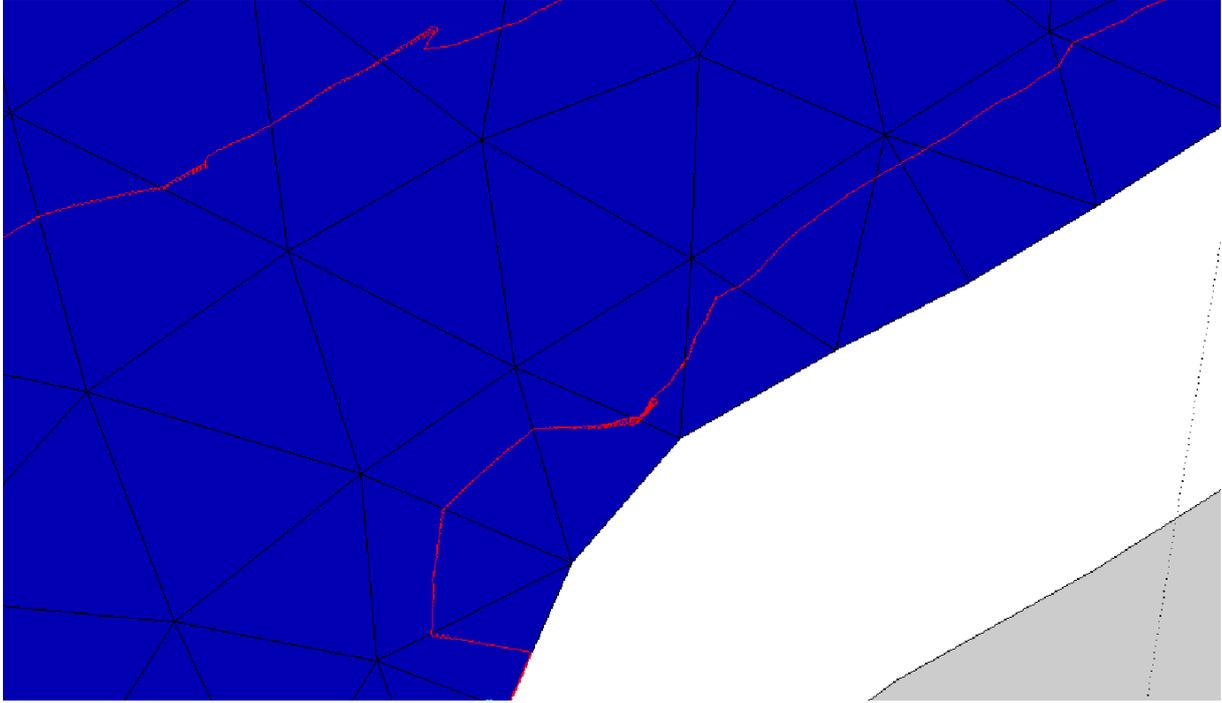


Abbildung 4.9: Zu sehen ist ein Beispiel einer simulierten Eisbergtrajektorie in einer frühen Simulation. Die Glättung des Gradienten der Meeresoberflächenauslenkung war noch nicht implementiert.

Eine Möglichkeit, die Neigung der Meeresoberflächenauslenkung lokal zu glätten, ist, auf die Komponenten des Gradienten eine *Clément-Interpolation* [Rappaz, 2006] anzuwenden. Diese ist eine lokale L^2 -Projektion. Im Folgenden wird diese Interpolation kurz vorgestellt und eine einfache Berechnungsvorschrift hergeleitet.

Sei dazu ω_i die Menge aller den Knoten i enthaltenden Elemente der Triangulierung. Die lokale L^2 -Projektion einer Komponente des Gradienten $v \in L^2(\omega_i)$,

$$\Pi : L^2(\omega_i) \rightarrow \mathbb{P}_0(\omega_i),$$

ist eindeutig definiert [Rappaz, 2006] durch

$$\int_{\omega_i} (v - \Pi v) \varphi \, d\mathbf{x} = 0 \quad \forall \varphi \in \mathbb{P}_0(\omega_i), \quad (4.33)$$

wobei $\mathbb{P}_0(\omega_i)$ die konstanten Funktionen auf ω_i beschreibt. Der Raum $L^2(\omega_i)$ ist der Raum der quadratisch integrierbaren Funktionen auf ω_i . Für die Differenz $v - \Pi v$ gilt damit

$$v - \Pi v \perp \mathbb{P}_0(\omega_i) \quad \text{in } L^2;$$

insbesondere ist Πv die beste konstante Approximation an v in $L^2(\omega_i)$, da

$$\|v - \Pi v\|_{L^2(\omega_i)} = \inf_{\varphi \in \mathbb{P}_0(\omega_i)} \|v - \varphi\|_{L^2(\omega_i)}$$

gilt [Ohlberger, 2008, S. 65].

Es genügt nun, Gleichung (4.33) nur für die Basisfunktion von $\mathbb{P}_0(\omega_i)$ zu fordern (etwa die konstante Funktion mit Funktionswert 1), sodass in diesem einfachen Fall

$$\int_{\omega_i} (v - \Pi v) \, d\mathbf{x} = 0 \iff \int_{\omega_i} v \, d\mathbf{x} = \int_{\omega_i} \Pi v \, d\mathbf{x} \quad (4.34)$$

gelten muss. Da Πv konstant auf ω_i ist, gilt

$$\int_{\omega_i} \Pi v \, d\mathbf{x} = \Pi v \int_{\omega_i} d\mathbf{x} = \Pi v \sum_{\tau \in \omega_i} A_\tau, \quad (4.35)$$

wobei τ ein Element aus ω_i mit Flächeninhalt A_τ ist.

Unter der Annahme, dass v konstant auf Elementen der Triangulierung ist (dies ist für die Komponenten von $\nabla\eta$ erfüllt), folgt

$$\int_{\omega_i} v \, d\mathbf{x} = \sum_{\tau \in \omega_i} \int_{\tau} v \, d\mathbf{x} = \sum_{\tau \in \omega_i} v|_{\tau} A_\tau. \quad (4.36)$$

Einsetzen der Gleichungen (4.35) und (4.36) in (4.34) ergibt die lokale Projektion von $v \in L^2(\omega_i)$ auf den Raum der konstanten Funktionen

$$\Pi v = \frac{\sum_{\tau \in \omega_i} v|_{\tau} A_\tau}{\sum_{\tau \in \omega_i} A_\tau}, \quad (4.37)$$

wobei $v \in L^2(\omega_i)$ auf den Elementen $\tau \in \omega_i$ als konstant angenommen ist. Die lokale Projektion von v ergibt sich also durch die Summe der den Knoten i umgebenden Werte $v|_{\tau}$, wobei jeder Summand mit der Fläche A_τ des entsprechenden Elementes τ gewichtet ist. Anschließend wird durch die Gesamtfläche von ω_i geteilt. Die Clément-Interpolation reduziert sich in diesem einfachen Fall also auf ein gewichtetes Mittel.

Wird obige Methode auf die Komponenten des Gradienten von $\nabla\eta$ angewandt, so kann eine Projektion

$$\Pi' : L^2(\omega_i) \times L^2(\omega_i) \rightarrow \mathbb{P}_0(\omega_i) \times \mathbb{P}_0(\omega_i)$$

berechnet werden über

$$\Pi' \nabla\eta = \frac{\sum_{\tau \in \omega_i} \nabla\eta|_{\tau} A_\tau}{\sum_{\tau \in \omega_i} A_\tau}. \quad (4.38)$$

Diese Methode der Mittelung wird oft angewandt, um Sprünge, die im Zusammenhang mit der Finite-Elemente-Methode entstehen, zu glätten [Huebner, 2001].

Mit Gleichung (4.38) kann nun den Knoten $i = 1, 2, 3$ des Elementes, in dem sich der Eisberg aufhält, eine interpolierte Neigung der Meeresoberfläche auf ω_i zugeordnet werden.

Die drei berechneten Werte in den Ecken des Elementes werden dann linear zur Position des Eisbergs interpoliert, dazu kommt die Subroutine `FEM_3eval` zum Einsatz (siehe Abschnitt A.4.2).

4.4.3 Regimefunktion zum Einfrieren im Meereis

In diesem Abschnitt wird angegeben, wie das Einfrieren von Eisbergen im Meereis in dieser Arbeit numerisch gehandhabt wird. Die Parametrisierung dieses Vorgangs nach Lichey und Hellmer [2001] sowie die bereits in Kapitel 3 eingeführte leicht veränderte Version

$$\mathbf{F}_i = \begin{cases} 0, & \text{falls } A \leq 15\% \\ -\sum_{k \neq i} \mathbf{F}_k + M \frac{d\mathbf{u}_i}{dt}, & \text{falls } A \geq 90\% \text{ und } P \geq P_s \\ \frac{1}{2} C_i \rho_i A_i \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}\|(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}), & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.21)$$

der Parametrisierung sind durch die Fallunterscheidung von unstetiger Natur, sodass hier eine Regimefunktion für einen glatteren Übergang zwischen den Fällen "Im Meereis eingefroren" und "Im Meereis nicht eingefroren" vorgestellt wird. Auch nach physikalischen Gesichtspunkten erscheint ein glatterer Übergang sinnvoll.

Die Reibung mit dem Meereis ist nur sehr gering, daher macht sich der sprunghafte unstetige Übergang zwischen dem Fall der eisfreien Drift (Meereiskonzentration $A \leq 15\%$) und dem letzten Fall kaum bemerkbar.

Ist nun aber die kritische Meereiskonzentration $A \geq 90\%$ und eine ausreichende Meereishärte $P \geq P_s$ erreicht, so gilt ein Eisberg als im Meereis eingefroren und soll sich mit dessen Geschwindigkeit bewegen.

Lichey und Hellmer [2001] setzen in diesem Fall in ihrem Modellcode die Eisberggeschwindigkeit per `if`-Abfrage in unstetiger Weise auf die Meereisgeschwindigkeit. Die Berechnung der Eisberggeschwindigkeit nach Gleichung (4.26) wird damit "umgangen".

Fällt die Meereishärte oder die Meereiskonzentration unter den kritischen Wert, so wird die Eisberggeschwindigkeit umgehend wieder nach Gleichung (4.26) berechnet, wobei die zuletzt genutzte Meereisgeschwindigkeit als Anfangsgeschwindigkeit eingeht.

Diese Unstetigkeit in der berechneten Lösung ist numerisch ungünstig. Der folgende Ansatz löst dieses Problem.

Es sei eine Funktion *factor* wie folgt

$$factor(x, x_{sill}, x_{zone}) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x \leq x_{zone} \\ (x - x_{zone}) / (x_{sill} - x_{zone}), & \text{falls } x_{zone} < x < x_{sill} \\ 1, & \text{falls } x \geq x_{sill} \end{cases} \quad (4.39)$$

definiert. Der Verlauf der Funktion ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Die Idee bei der Definition der Funktion ist, eine Übergangszone zu erreichen, in der der Einfluss des Meereises auf den Eisberg stetig zu- bzw. abnimmt. Dazu ist es notwendig, passende Bereiche der Parameter A und P festzulegen.

Nach Lichey und Hellmer [2001] muss die Meereiskonzentration 90% betragen, um

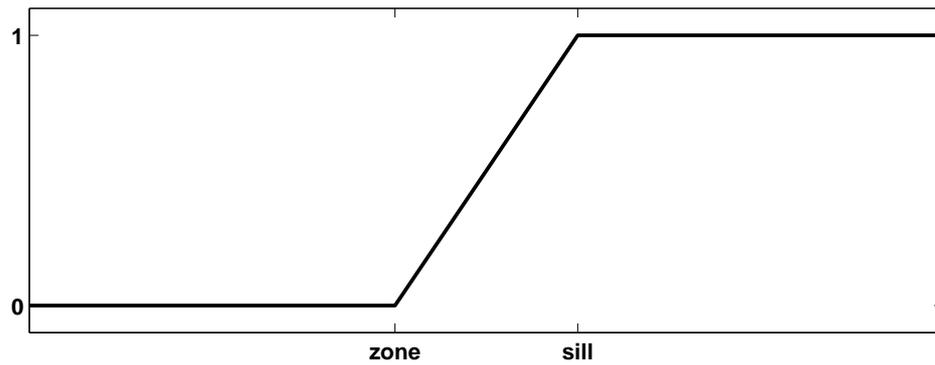


Abbildung 4.10: Dargestellt ist die Funktion *factor*. Vor dem Schwellenwert (*sill*) befindet sich eine Übergangszone, in der ein linearer Übergang mit Funktionswerten zwischen 0 und 1 stattfindet.

einen Eisberg als im Meereis eingefroren betrachten zu können. Nach Schodlok et al. [2006] ist dies schon bei 86% der Fall. Als Bereich, in dem der Einfluss des Meereises beginnt, wird hier deshalb eine Meereiskonzentration von

$$86\% < A < 90\%$$

gewählt. Der Parameter P_s , der den Schwellenwert der zum Einfrieren ins Meereis notwendigen Eishärte darstellt, wird hier noch nicht festgelegt. Als Übergangsbereich hat sich aber ein Bereich von

$$P_s - 3000N/m < P < P_s$$

als geeignet erwiesen, da die Eishärte in den Simulationen schnell ansteigt.

Die Regimefunktion bestimmt nun in Abhängigkeit von der Eiskonzentration A und der Eishärte P , ob ein Eisberg dem Einfluss des Meereises unterworfen ist oder nicht. Diese wird hier durch

$$r(A, P) := \text{factor}(A, 90\%, 86\%) \cdot \text{factor}(P, P_s, P_s - 3000N/m) \quad (4.40)$$

festgelegt, wobei P_s fest gewählt ist.

Ist $A > 86\%$ und $P > P_s - 3000N/m$, so beginnt nach obiger Parametrisierung der Einfluss des Meereises durch fortschreitendes Einfrieren eines Eisberges zu wirken und es gilt

$$r(A, P) > 0 .$$

Der volle Einfluss ergibt sich erst bei Werten von $A \geq 90\%$ und $P \geq P_s$, wie in der ursprünglichen Parametrisierung durch Lichey und Hellmer [2001] angenommen. In diesem Fall gilt

$$r(A, P) = 1 .$$

Ist die Eisberggeschwindigkeit \mathbf{u}^{n+1} nach Gleichung (4.26) berechnet, wird diese Geschwindigkeit durch Einbeziehen der Meereisgeschwindigkeit \mathbf{u}_i^n modifiziert

$$\mathbf{u}_*^{n+1} = (1 - r(A, P)) \mathbf{u}^{n+1} + r(A, P) \mathbf{u}_i^n, \quad (4.41)$$

wobei der Anteil der Meereisgeschwindigkeit nun abhängig von der Eishärte bzw. -konzentration stetig zu- bzw. abnimmt. Anschließend wird

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}_*^{n+1} \quad (4.42)$$

gesetzt. Die Trajektorie eines Eisbergs wird mit diesen modifizierten Geschwindigkeiten weiter über Gleichung (4.31) berechnet.

In Abbildung 4.11 ist der Effekt der Benutzung einer Regimefunktion dargestellt. Dazu wurde derselbe Eisberg (Eisberg Nr. 11, siehe Kapitel 5, Tabelle 5.1) unter Benutzung der Regimefunktion (links) und ohne Benutzung dieser zusätzlichen Parametrisierung simuliert (rechts).

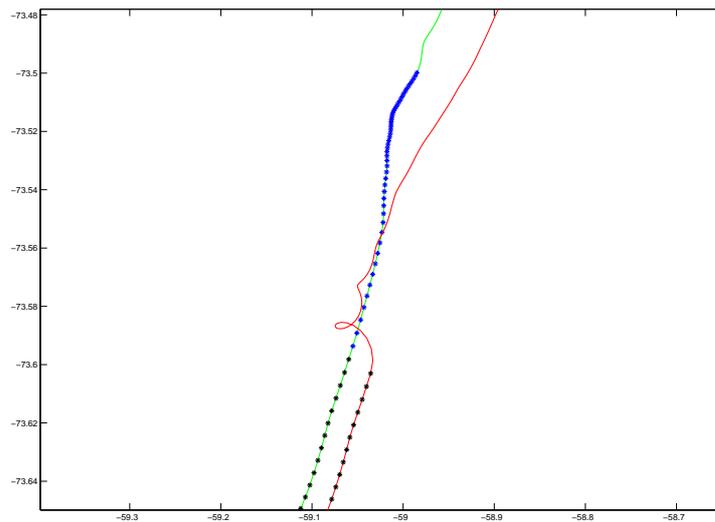


Abbildung 4.11: Dargestellt sind zwei berechnete Trajektorien desselben Eisbergs unter Benutzung der Regimefunktion (grün) und ohne Benutzung dieser zusätzlichen Parametrisierung (rot). Schwarze Punkte zeigen Positionen, an denen der Eisberg sich mit der Geschwindigkeit des Meereises bewegt hat. Die linke Trajektorie zeigt eine Übergangsphase (blaue Punkte), in der der Einfluss des Meereises langsam abnimmt. Die Koordinaten sind in geographischer Länge und Breite gegeben.

Die beiden Eisberge bewegen sich aus Süden kommend unter dem Einfluss des Meereises in Richtung Norden. Da bei Benutzung der Regimefunktion die Meereisgeschwindigkeit früher zu wirken beginnt, sind die beiden Trajektorien leicht versetzt.

Es ist deutlich zu erkennen, dass der Einfluss des Meereises bei der linken Trajektorie langsam abnimmt, während bei der rechten Trajektorie Oszillationen auftreten. Diese fallen bei größeren Eisbergen noch deutlich stärker aus.

4.5 Abschätzung der Konvergenz des gesamten Verfahrens

Um eine Aussage über die Konvergenz des gesamten Verfahrens treffen zu können, wird eine Simulation der Drift eines Eisbergs mit einer Zeitschrittweite von $\Delta t = 45 \text{min}$ über etwa einen Modellmonat durchgeführt. Durch sukzessive Halbierung der genutzten Zeitschrittweite wird die Konvergenz abgeschätzt. Als Vergleich dient eine Lösungstrajektorie mit einer Zeitschrittweite von nur 60s.

Es sei angemerkt, dass ausführliche Simulationen erst in Kapitel 5 folgen, in dem die simulierten Eisberge und die Einstellungen des Referenzmodells gegeben sind. Zudem werden dort Fehlermaße zum Vergleich mit Beobachtungsdaten eingeführt, welche eine Quantifizierung des Fehlers erlauben: Dies ist der RMS-Fehler (*root mean square*) sowie ein mittlerer und ein gewichteter mittlerer Fehler, gegeben in *km*. Die genaue Definition findet sich in Abschnitt 5.1.2.1. Um an dieser Stelle schon eine Aussage über die Konvergenz des Verfahrens treffen zu können, wird hier vorgegriffen, wobei an entsprechender Stelle auf Kapitel 5 verwiesen wird.

Bei dem simulierten Eisberg handelt es sich um den Eisberg Nr. 1, dessen Dimensionen, Masse und Startpunkt in Kapitel 5 in Tabelle 5.1 gegeben sind. Die sonstigen Einstellungen entsprechen denen des Referenzmodells, welche in Kapitel 5 in Tabelle 5.2 zu finden sind. Insbesondere ist in diesem Modell eine implizite Diskretisierung des Coriolisterms mit $\alpha = 1$ gewählt.

Nach einem Modellmonat ergeben sich bei einer Zeitschrittweite von $\Delta t = 45 \text{min}$ im Vergleich mit der Lösungstrajektorie bei einer Zeitschrittweite von nur 60s folgende Fehler:

Zeitschrittweite	RMS-Fehler [km]	mittl. Fehler [km]	gewichteter mittl. Fehler [km]
Δt	0.2161	0.2009	0.1929
$\frac{1}{2}\Delta t$	0.0855	0.0745	0.0780
$\frac{1}{4}\Delta t$	0.0373	0.0315	0.0336

Tabelle 4.1: Abnahme des Fehlers bei Halbierung der Zeitschrittweite.

Es ist gut zu erkennen, dass sich alle drei Fehlermaße bei Halbierung der Zeitschrittweite mehr als halbieren. Die hier durchgeführte Simulation bestätigt die in Punkt 4.3.3 angenommene Konvergenzrate von $O(\Delta t)$.

Zudem zeigt die Simulation, dass bereits eine Zeitschrittweite von 45 min eine geeignete Zeitschrittweite ist: Selbst über die Dauer eines Modellmonats weicht die Lösungstrajektorie im Mittel nur etwa 200 m von der Vergleichstrajektorie, welcher eine Zeit-

schrittweite von nur 60 s zugrunde liegt, ab. Verglichen mit der Länge und Breite des simulierten Eisbergs von 250 m ist diese Abweichung sehr gering, weshalb die FESOM-Zeitschrittweite von 45 min auch für das Eisbergmodell verwendet werden kann.

Zuletzt sei in diesem Kapitel angemerkt, dass die Wahl der Diskretisierungsmethode des Coriolisterms bei einem Zeitschritt von 45 min keine wesentlichen Unterschiede in der berechneten Trajektorie eines Eisbergs erzeugt.

Die Abbildung 4.12 zeigt als Beispiel zwei berechnete Trajektorien des Eisbergs Nr. 1 unter Nutzung der impliziten Diskretisierung des Coriolisterms sowie unter Nutzung der Adams-Bashforth-Methode über die Dauer von 24 Modelltagen. Das Ende der gezeigten Drift ist vergrößert dargestellt.

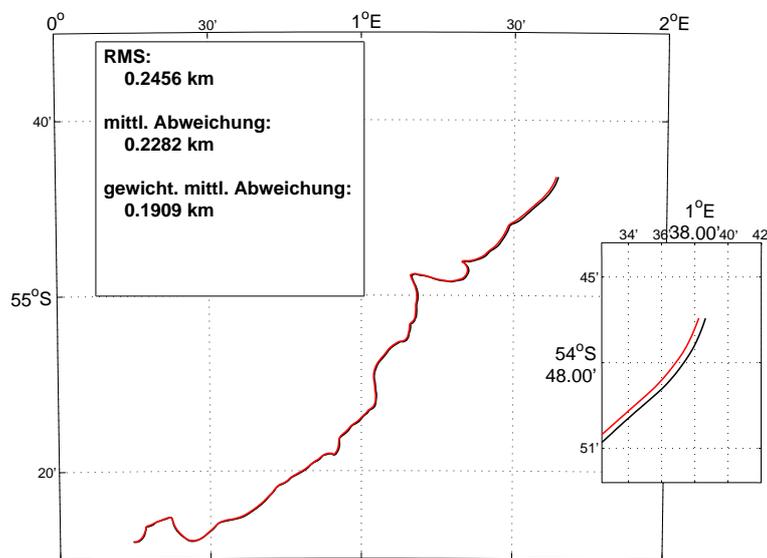


Abbildung 4.12: Dargestellt ist die Trajektorie des Eisbergs Nr. 1 unter Nutzung der impliziten Diskretisierung (rot) und der Adams-Bashforth-Methode (schwarz). Die Zeitschrittweite beträgt jeweils 45 min. Der Ausschnitt rechts zeigt eine Vergrößerung des Endes der beiden Trajektorien. Die geringe Abweichung der beiden Trajektorien voneinander ist ebenfalls quantitativ dargestellt. Zur besseren Einordnung der Abweichung: 1° östlicher Länge entspricht bei $55^\circ S$ etwa $111 \text{ km} \cdot \cos(-55^\circ) \approx 64 \text{ km}$. Der Startpunkt befindet sich unten links im Bild.

Die mittlere Abweichung von etwa 228 m nach 24 Modelltagen ist erneut sehr gering. Das Referenzmodell verwendet die implizite Diskretisierung des Coriolisterms (siehe Abschnitt 5.1.1).

5 Sensitivitätsstudien und Validierung des Eisbergmodells

In diesem Kapitel werden einige Sensitivitätsstudien und die Validierung des Eisbergmodells durchgeführt.

Dazu wird ein Referenzlauf untersucht und mit Beobachtungsdaten im Weddellmeer verglichen. Im Referenzmodell kommen zunächst nur jene physikalischen Prozesse zum Tragen, welche sich in den meisten Studien zur Modellierung der Eisbergdrift finden. Dies sind die Windschubspannung, die ozeanische Schubspannung, die Neigung der Meeresoberfläche, die Corioliskraft sowie die Reibung mit dem Meereis.

Hier sei ausdrücklich erwähnt, dass der Prozess des Einfrierens im Meereis, der nach Lichey und Hellmer [2001] eine Erweiterung der Kraft durch das Meereis darstellt, zunächst "ausgeschaltet" ist. Ebenso sind die *wave radiation force* (Parametrisierung des Einflusses von Wellen auf Eisberge) sowie das Schmelzen von Eisbergen zunächst deaktiviert. Als weiterer Prozess wird der Einfluss der Gezeiten (Tidenhub) in diesem Kapitel untersucht.

Das Eisbergmodell ist dadurch anfänglich so einfach wie möglich gehalten. Daher lassen sich die Einflüsse der einzelnen Kräfte und Parameter, wie z.B. der Schubspannungskoeffizienten, besser als in einem sehr komplexen Modell in Sensitivitätsstudien untersuchen.

Anschließend wird das Modell schrittweise um die anfänglich deaktivierten physikalischen Prozesse erweitert, um Aussagen über deren Bedeutung für die Eisbergdrift treffen zu können. Zudem wird eine weitere Parametrisierung bezüglich des Strandens von Eisbergen bei niedriger Wassertiefe (*grounding*) und ein Stabilitätskriterium nach Weeks und Mellor [1978] ergänzt.

Da das Eisbergmodell zum Großteil mit Modelldaten gespeist wird, ist die exakte Modellierung einzelner Eisbergtrajektorien äußerst unwahrscheinlich.

Ziel kann es aber sein, die charakteristische Drift der beobachteten Eisberge im Weddellmeer zu reproduzieren, was für einen Einsatz des Modells zur Bestimmung von Schmelzwassereinträgen über Jahrzehnte oder sogar längere Zeiträume von Bedeutung wäre.

Zudem ist es wünschenswert, passende Einstellungen für bestimmte Bereiche des Weddellmeeres oder für bestimmte Eisberggrößenklassen zu finden oder jedenfalls wichtige physikalische Prozesse in den verschiedenen Regionen des Weddellmeeres zu identifizieren. Dies wäre auch bei der Modellierung bestimmter individueller Eisberge, beispielsweise beim automatischen Verfolgen von Eisbergen (siehe Kapitel 6), von großer Hilfe.

Gladstone et al. [2001] erwähnen, dass gerade der Bereich des Weddellmeeres Probleme bei der Bestimmung der Eisbergdrift bereiten kann, sollte das zugrundeliegende Ozeanmodell in diesem Bereich Schwächen aufweisen. Lichey und Hellmer [2001] stellen Probleme im westlichen Weddellmeer zwischen simulierter und beobachteter Drift eines sehr großen Tafelberges fest und führen dies zum Teil auf einen schwachen Küstenstrom im in ihrer Studie verwendeten Ozeanmodell zurück, können aber mithilfe der Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis die charakteristische Drift eines beobachteten Eisberges reproduzieren. Generell ist in ihren Simulationen der Antrieb der modellierten Eisberge – abgesehen vom Antrieb durch das Einfrieren im Meereis – gering, sodass diese bei Vernachlässigung des Meereisantriebs nur etwa die Hälfte der beobachteten Strecke zurücklegen [Lichey, 2000].

In dieser Arbeit wurde auch der Bereich des Weddellmeeres gewählt, um die oben genannten Probleme bei der Modellierung der Eisbergdrift im Weddellmeer zu untersuchen und ergänzende Erkenntnisse zu gewinnen.

5.1 Simulation von 12 Eisbergen im Jahr 1999

Zum Vergleich mit Beobachtungsdaten dienen in diesem Abschnitt 12 Eisberge. Diese wurden zwischen Januar und März 1999 vom Alfred-Wegener-Institut in verschiedenen Regionen des Weddellmeeres mit speziellen GPS-Sendern, sogenannten ARGOS Bojen, ausgestattet [Schodlok et al., 2006]. Dabei handelt es sich um Eisberge der Größenklasse 4-10 und einen großen Eisberg mit einer maximalen Kantenlänge von 7 km.

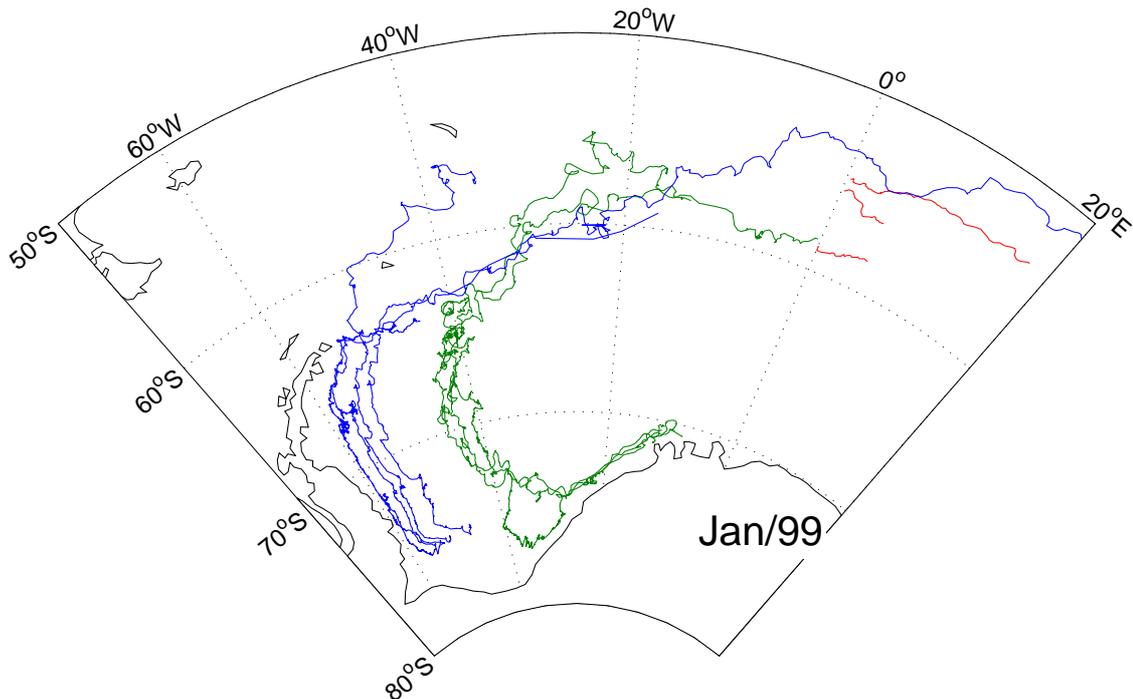


Abbildung 5.1: Die 12 Eisberge, welche vom AWI zwischen Januar und März 1999 mit GPS-Sendern ausgestattet wurden. **Rot:** Startpunkte auf dem Meridian von Greenwich (Nullmeridian). **Dunkelgrün:** Startpunkte nahe der Neumayer-Station II (ca. 71°S, 8°W). **Blau:** Startpunkte jeweils ca. 75°S. Abbildung nach Schodlok et al. [2006]

In Abbildung 5.1 sind die Trajektorien der beobachteten Eisberge dargestellt. Zur besseren Unterscheidung sind die Eisberge nach der Ähnlichkeit des Startpunktes, an dem sie mit GPS-Sendern ausgestattet wurden, farblich gekennzeichnet.

Die Dauer der beobachteten Drift variiert stark. Dabei ist zu beachten, dass der letzte Sendezeitpunkt nicht notwendigerweise mit dem kompletten Schmelzen eines Eisbergs, d.h. mit seiner Lebensdauer, zusammenhängen muss. Der GPS-Sender kann auch durch andere Gründe aufgehört haben zu senden, z.B. nach Ausfall der Batterien.

Die Tabelle 5.1 gibt einen Überblick über den Ort des ersten und des letzten Sendezeitpunkts. Zudem sind grobe Angaben der maximalen Seitenlängen der Eisberge und eine Abschätzung des beobachteten Freibords zu Beginn der beobachteten Drift gegeben. Davon ausgehend ist die mittlere Kantenlänge aufgeführt, die zur Initialisierung

5.1 Simulation von 12 Eisbergen im Jahr 1999

Tabelle 5.1: Übersicht über die beobachteten Eisberge. Zu beachten ist, dass Angaben negativer Längengrade (lon) $^{\circ}W$ bedeuten. Angaben negativer Breitengrade (lat) sind als $^{\circ}S$ zu verstehen. Positive Werte beschreiben entsprechend $^{\circ}E$ bzw. $^{\circ}N$ (der letzte Fall tritt nicht auf). Alle Längen sind in m gegeben.

Nr.	ID	Startdatum	lon	lat	Enddatum	lon	lat
1	9803	15.01.99	0.352	-54.752	25.03.99	17.955	-53.746
2	9802	16.01.99	0.243	-55.466	08.02.99	4.845	-56.146
3	9835	16.01.99	0.004	-58.644	17.02.99	5.157	-58.313
4	9665	21.01.99	-9.487	-70.375	21.12.99	-12.400	-71.233
5	9782	23.01.99	-11.242	-70.262	17.01.01	-13.548	-58.251
6	9834	23.01.99	-11.496	-70.501	07.02.01	-0.146	-58.389
7	9667	28.01.99	-46.619	-75.155	27.05.02	-151.606	-56.867
8	9831	30.01.99	-51.589	-75.266	05.05.00	-16.611	-59.178
9	9781	31.01.99	-53.652	-75.214	25.12.00	-34.818	-57.358
10	8069	01.02.99	-55.041	-75.444	10.03.02	-44.082	-63.929
11	9832	05.02.99	-53.861	-75.360	10.11.99	-58.730	-71.668
12	8057	01.03.99	-8.113	-70.557	04.03.01	-39.421	-63.909

Nr.	ID	Beobachtung:			Gemittelte Werte:		Gesamthöhe H nach Gl. (3.1)
		Länge	Breite	Freibord	Länge L	Freibord F	
1	9803	250	250	40	250	40	231.55
2	9802	1830	530	50	1180	50	289.44
3	9835	740	560	30-40	650	35	202.61
4	9665	600	300	30	450	30	173.66
5	9782	650	280	30-40	465	35	202.61
6	9834	740	280	25-35	510	30	173.66
7	9667	370	100	15-25	235	20	115.77
8	9831	520	220	30-50	740	40	231.55
9	9781	750	350	20-35	550	27.5	159.19
10	8069	1200	280	45-60	740	52.5	303.91
11	9832	7000	4000	9-65	5500	37	214.18
12	8057	650	370	45	510	45	260.49

der Länge der quaderförmigen Eisberge mit quadratischer Deckfläche im Eisbergmodell benötigt wird. Daher ist diese Länge mit L bezeichnet. Der im Modell zu verwendende Freibord F als Mittel des beobachteten Freibords sowie die daraus folgende Gesamthöhe des jeweiligen Eisbergs nach Gleichung (3.1) sind ebenfalls gegeben.

Zum Eisberg Nr. 1 wurden schon in Punkt 4.5 bei numerischen Betrachtungen Simulationsergebnisse dargestellt. Ein kurzer Ausschnitt einer simulierten Trajektorie des Eisbergs Nr. 11 ist bereits in Punkt 4.4.3 gezeigt worden, um den Effekt der Benutzung einer Regimefunktion zur Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis aufzuzeigen.

5.1.1 Einstellungen des Referenzmodells

Das Referenzmodell verwendet, sofern nicht anders angegeben, den Parametersatz von Lichey und Hellmer [2001] mit dem Unterschied, dass die Parametrisierung des Einfrierens im Meereis zunächst deaktiviert ist. Die physikalischen Prozesse Schmelzen, *wave radiation* und die Tiden stellen zusätzliche Vorgänge dar, die in der Arbeit von Lichey und Hellmer [2001] noch keine Beachtung fanden und auch hier zunächst ausgeschaltet sind.

Tabelle 5.2: Einstellungen des Referenzmodells.

	Einstellung
C_o (<i>form drag coefficient</i> des Ozeans)	0.85
C_{do} (<i>skin drag coefficient</i> des Ozeans)	$5 \cdot 10^{-4}$
C_a (<i>form drag coefficient</i> der Atmosphäre)	0.4
C_{da} (<i>skin drag coefficient</i> der Atmosphäre)	$2.5 \cdot 10^{-4}$
C_i (Schubspannungskoeffizient des Meereises)	1.0
ρ_{ib} (Dichte der Eisberge)	850 kg/m^3 [Silva et al., 2006]
Einfrieren im Meereis	nein
Schmelzen	nein
<i>wave radiation</i>	nein
Tiden	nein
Zeitschrittweite Δt	2700 s = 45 min (FESOM- Zeitschrittweite)
<code>steps_per_FESOM_step</code>	1
<code>l_semiimplicit</code>	.true.
<code>semiimplicit_coeff</code>	1.0

Tabelle 5.2 zeigt eine Übersicht über die Einstellungen des Referenzmodells. Die letzten Einträge der Tabelle zur Numerik des Modells sind der Vollständigkeit halber ebenfalls aufgeführt. Die Wahl der numerischen Parameter ist nicht mit denen von Lichey und Hellmer [2001] vergleichbar, da in der vorliegenden Arbeit ein neues Eisbergmodell mit anderem numerischen Lösungsverfahren entwickelt wurde. Ein Vorteil ist die größere mögliche Zeitschrittweite von 2700s im Vergleich zu 600s bei Lichey und Hellmer [2001].

FESOM wurde 1982 gestartet, sodass sich für die Simulationen der Eisbergdrift des Jahres 1999 eine Vorlaufzeit (*spinup*) von 17 Jahren ergibt. Während des Vorlaufs ging das Eisvolumen (und damit die Eisdicke und -konzentration) zu Beginn stark zurück. In dieser Phase wird ein Teil der im Warmen Tiefenwasser (WDW) gespeicherten Wärme

durch vertikale Vermischung in die ozeanische Deckschicht eingemischt (sogenanntes *entrainment*) und zum Schmelzen von Meereis benutzt. Nachdem dieses Energiereservoir (zum Teil) aufgebraucht ist, erhöht sich das Eisvolumen wieder auf realistische Werte.

Zur Verwendung kam das CORE.v2 Forcing (siehe Abschnitt 2.3). Der Ozean wurde mit Daten des World Ocean Atlas 2001¹ initialisiert.

Ein Modelljahr benötigt auf dem Parallelrechner *blizzard*² des Deutschen Klimarechenzentrums (DKRZ³) mit 32 Prozessoren ca. 5 Stunden Rechenzeit. Um die Rechenzeit gering zu halten, werden alle Simulationen nur über die Dauer eines Jahres durchgeführt. Bei Bedarf können FESOM sowie das Eisbergmodell die Berechnung fortsetzen (*restart*), da alle dafür benötigten Variablen am Ende eines Modelljahres gesichert werden.

5.1.2 Simulationsergebnisse des Referenzmodells

In diesem Abschnitt folgt die Simulation der Drift der oben genannten 12 Eisberge mittels des Referenzmodells. Dazu wurde ein *restart* von FESOM zu Beginn des Jahres 1999 basierend auf den Ergebnissen des Vorlaufs durchgeführt. Die Eisberge wurden dabei gemäß ihres Startzeitpunktes zwischen Januar und März 1999 im Modell gestartet. Da FESOM nur ein Modelljahr berechnen sollte, liegen jeweils simulierte Eisbergdaten bis zum 31.12.1999 vor.

Im Folgenden sind zum besseren Vergleich daher nur die Teile der beobachteten Trajektorien dargestellt, die im Jahre 1999 aufgezeichnet wurden. Die vollständigen Beobachtungsdaten sind bereits in Abbildung 5.1 zu sehen.

Enden die GPS-Daten schon vor dem 31.12.1999, so sind die modellierten Trajektorien entsprechend gekürzt, um den gleichen Zeitraum darstellen zu können. Dies ist bei fünf der beobachteten Eisberge der Fall (vgl. Tabelle 5.1).

Es folgt nun die Darstellung der Modellergebnisse, geordnet nach dem Startort der mit GPS-Sendern ausgestatteten Eisberge.

• Auf dem Nullmeridian gestartete Eisberge

Die Modellergebnisse der drei auf dem Nullmeridian gestarteten Eisberge sind in Abb. 5.2 dargestellt. Dabei sind die Modelleisberge mit IB1, IB2 und IB3 bezeichnet. Die IDs der GPS-Sender kennzeichnen die beobachteten Trajektorien.

Die modellierten Eisberge zeigen eine im Vergleich mit der beobachteten Trajektorie leichte Tendenz nach Norden. IB1 ist dabei etwas zu langsam. IB2 zeigt eine recht große Abweichung von der Beobachtung. Insbesondere legt IB2 weniger als die Hälfte der Strecke der beobachteten ARGOS Boje 9802 zurück. Die Richtung der Drift ist zu Beginn aber gut und nähert sich gegen Ende der Drift der Trajektorie von IB1. Die

¹http://www.nodc.noaa.gov/OC5/WOA01/1d_woa01.html [Stand: April 2011]

²<http://www.dkrz.de/Klimarechner/hpc/ibm> [Stand: Juni 2011]

³<http://www.dkrz.de/> [Stand: Juni 2011]

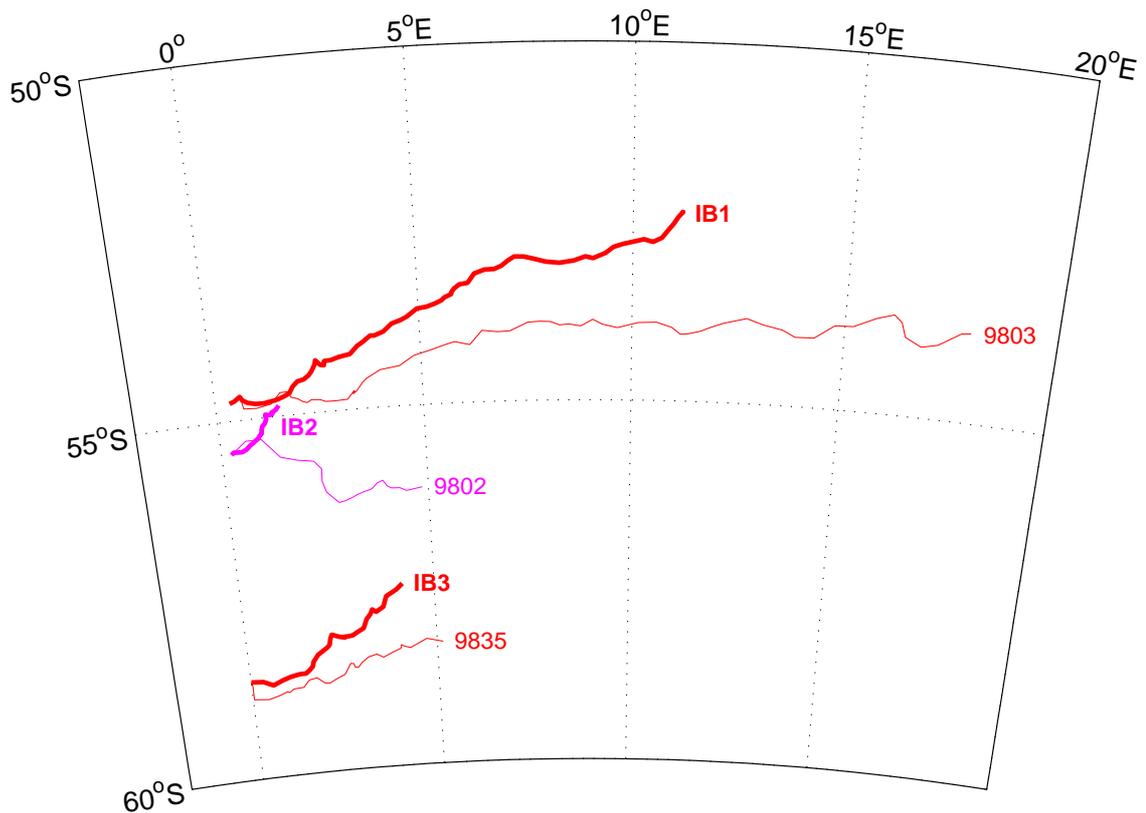


Abbildung 5.2: Dargestellt ist die Drift der Eisberge Nr. 1 bis Nr. 3 nach Simulation des Referenzmodelles (fett gedruckte Linien) und nach Beobachtung (dünn gedruckte Linien).

Gestalt der modellierten Drift sowie die zurückgelegte Strecke sind insbesondere bei IB3 sehr gut. Anzumerken ist, dass es sich bei dem Eisberg IB2 im Vergleich zu IB1 und IB3 um einen wesentlich größeren und schwereren Eisberg handelt, dessen Dynamik sich von der kleineren Eisberge unterscheidet. Um genauere Aussagen treffen zu können, werden im Folgenden die wirkenden Beschleunigungen aufgeführt.

Abbildung 5.3 zeigt die im ersten Monat der Drift auf IB2 wirkenden Beschleunigungen, die auf die Kräfte aus Kapitel 3.2 zurückzuführen sind.

Es ist zu beachten, dass die *wave radiation force* sowie das Einfrieren im Meereis im Referenzmodell ausgeschaltet sind. Das Meereis hat auf die Drift von IB2 zu diesem Zeitpunkt des Jahres aber keinen Einfluss. Auch die anderen auf dem Nullmeridian gestarteten Eisberge waren in der Realität nicht dem direkten Einfluss des Meereises unterworfen. Daher sind die Eisberge IB1-IB3 gut geeignet, um die Einflüsse der restlichen Kräfte zu bestimmen.

Die Diskrepanz zwischen modellierter und beobachteter Drift kann im Falle von IB2 also nicht durch Fehlen der von Lichey und Hellmer [2001] eingeführten Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis erklärt werden und muss andere Gründe haben.

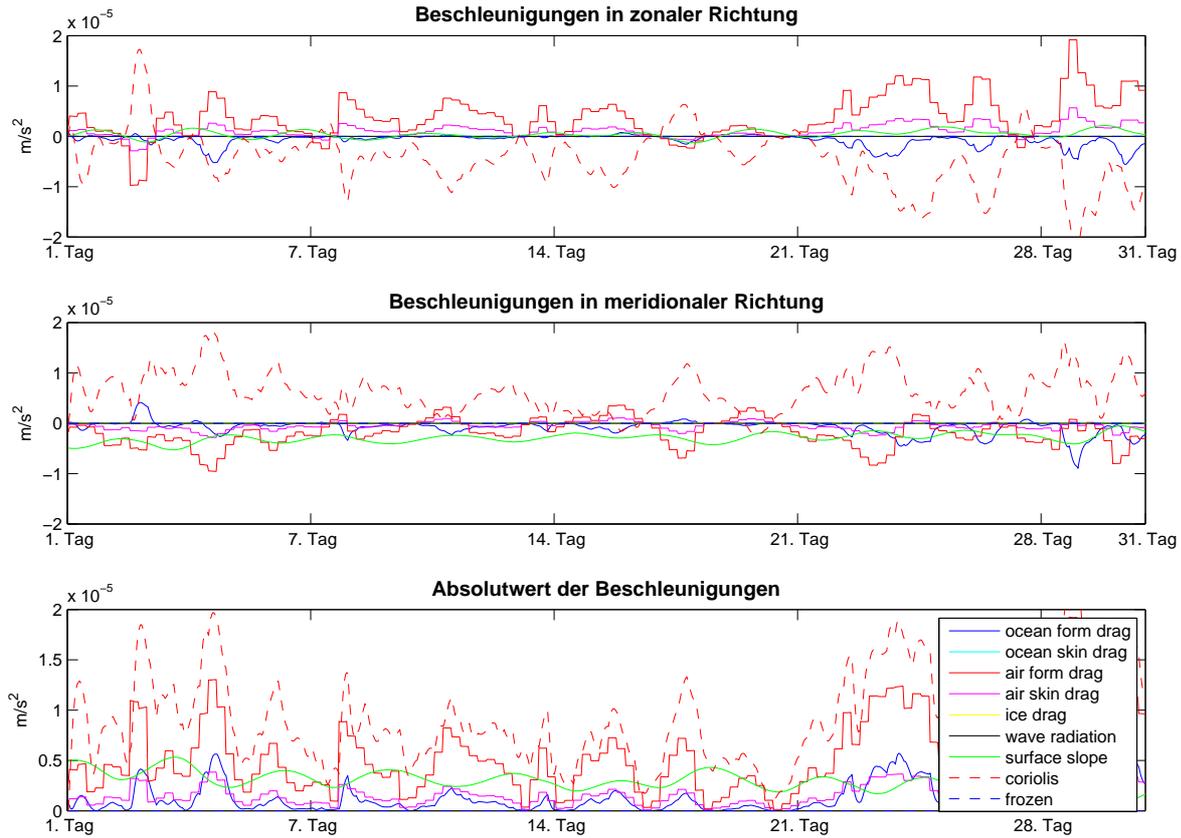


Abbildung 5.3: Die wirkenden Beschleunigungen auf IB2 im ersten Monat der Drift. Mit "surface slope" ist die Beschleunigung aufgrund der Neigung der Meeresoberfläche bezeichnet. "frozen" kennzeichnet Zeiträume der Drift, in denen der Eisberg fest im Meereis eingeschlossen war. Dieser Effekt war hier ausgeschaltet.

Die untere Grafik der Abbildung 5.3 zeigt deutlich, dass die mit der Corioliskraft verbundene Beschleunigung im dargestellten Zeitraum den betragsmäßig größten Einfluss auf die Drift von IB2 hat, gefolgt von Windantrieb und Hangabtrieb aufgrund der Neigung der Meeresoberfläche. Der *form drag* der ozeanischen Schubspannung ist von vergleichbarer Größenordnung wie der *skin drag* in der Definition der Windschubspannung. Der große Einfluss der Corioliskraft und der Neigung der Meeresoberfläche auf die Drift von IB2 – den größten der auf dem Nullmeridian gestarteten Eisberge – ist auf die Proportionalität dieser beiden Terme zur Eisbergmasse zurückzuführen.

Darauf weisen auch Gladstone et al. [2001, S. 19911] hin:

"[The mass] increases more rapidly with berg size than does surface area, to which the air and water drag forces are proportional."

Die oberen beiden Grafiken der Abbildung 5.3 sind zusätzlich aufgeführt, um die Richtungen der verschiedenen Beschleunigungen erkennen zu können. Der in die positive meridionale Richtung (nach Norden) wirkende Teil der Beschleunigung von IB2 ist fast ausschließlich auf den Corioliseffekt zurückzuführen. Die Neigung der Meeresoberfläche

und der Windantrieb arbeiten diesem Effekt entgegen. Die Beschleunigung nach Osten (positive zonale Richtung) ist zudem vor allem auf diese beiden Komponenten zurückzuführen.

Da der mit der ARGOS Boje 9802 ausgestattete Eisberg eine südöstliche Richtung aufweist, sollte ein Verschieben der Gewichtung zwischen Corioliskraft und den restlichen Kräften ein besseres Modellergebnis liefern.

Zur besseren Einordnung der auf IB2 wirkenden Beschleunigungen sind in Abbildung 5.4 die auf den Eisberg IB1 wirkenden Beschleunigungen dargestellt. IB1 ist ein wesentlich kleinerer Eisberg, der aber aufgrund seines nahe gelegenen Startpunktes ähnlichen Einflüssen wie IB2 ausgesetzt ist.

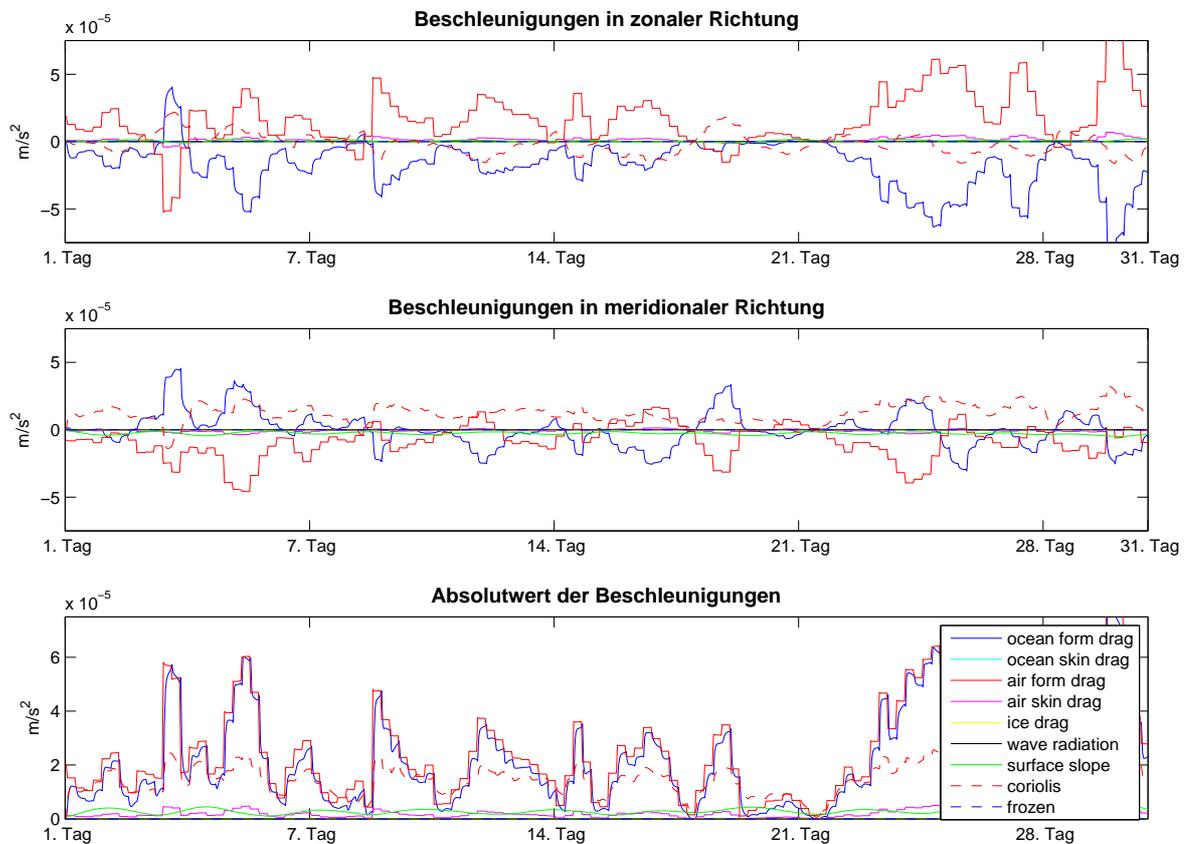


Abbildung 5.4: Dargestellt sind die wirkenden Beschleunigungen auf IB1 im ersten Monat der Drift.

Anders als bei IB2 ist bei IB1 im Wesentlichen eine Balance zwischen dem ozeanischen und dem atmosphärischen *form drag* zu erkennen, die Corioliskraft hat einen kleineren Einfluss als es bei dem größeren Eisberg IB2 der Fall war.

Der in die positive meridionale Richtung (nach Norden) wirkende Teil der Beschleunigung von IB1 ist auf den ozeanischen *form drag* sowie die Corioliskraft zurückzuführen, der Wind wirkt dem meist entgegen. Der Antrieb des Eisbergs in östliche Richtung (positive zonale Richtung) ist zudem fast ausschließlich durch den Windantrieb gegeben.

Da der mit der ARGOS Boje 9803 ausgestattete Eisberg etwas schneller als der modellierte Eisberg IB1 Richtung Osten und zudem weiter südlich driftet, sollte z.B. ein verstärkter Einfluss des Windes eine bessere Übereinstimmung zwischen Modellergebnis und Beobachtung erbringen.

Die simulierte Drift von IB3 weist gute Übereinstimmung mit der Beobachtung hinsichtlich Länge und Gestalt der Trajektorien auf. Daher scheint dessen Geschwindigkeit durch das Modell gut wiedergegeben zu sein. In Abbildung 5.5 ist die Geschwindigkeitsverteilung des Eisbergs IB3 über die gesamte modellierte Drift dargestellt.

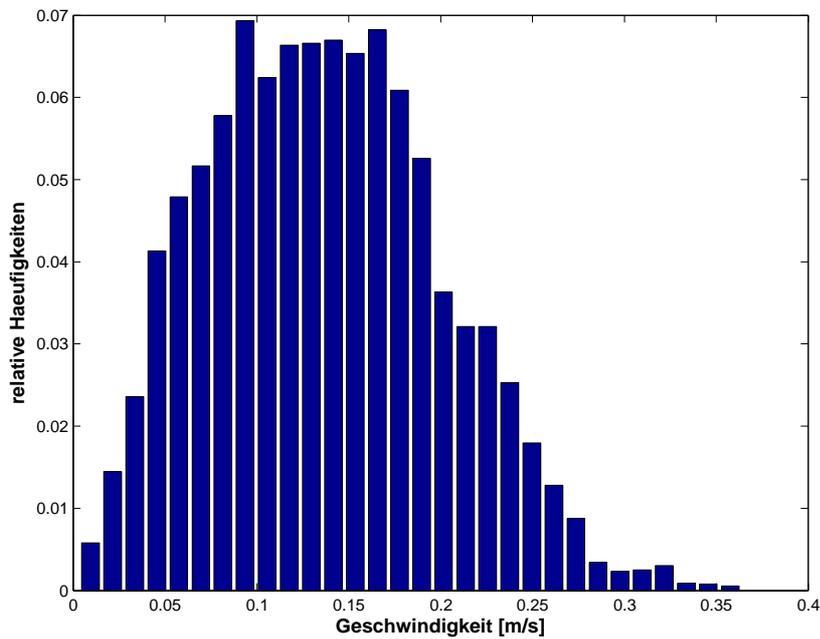


Abbildung 5.5: Die Darstellung zeigt die modellierte Geschwindigkeitsverteilung des Eisbergs IB3, der auf dem Nullmeridian gestartet ist.

Die Verteilung zeigt, dass zumeist Geschwindigkeiten zwischen 10 und 20 cm/s angenommen werden.

• Nahe Neumayer gestartete Eisberge

Die Modellergebnisse der vier nahe der Neumayer-Station gestarteten Eisberge sind in den Abbildungen 5.6 und 5.7 dargestellt. Dabei sind die Modelleisberge mit IB4, IB5, IB6 und IB12 bezeichnet. Die IDs der entsprechenden GPS-Sender kennzeichnen erneut die beobachteten Trajektorien.

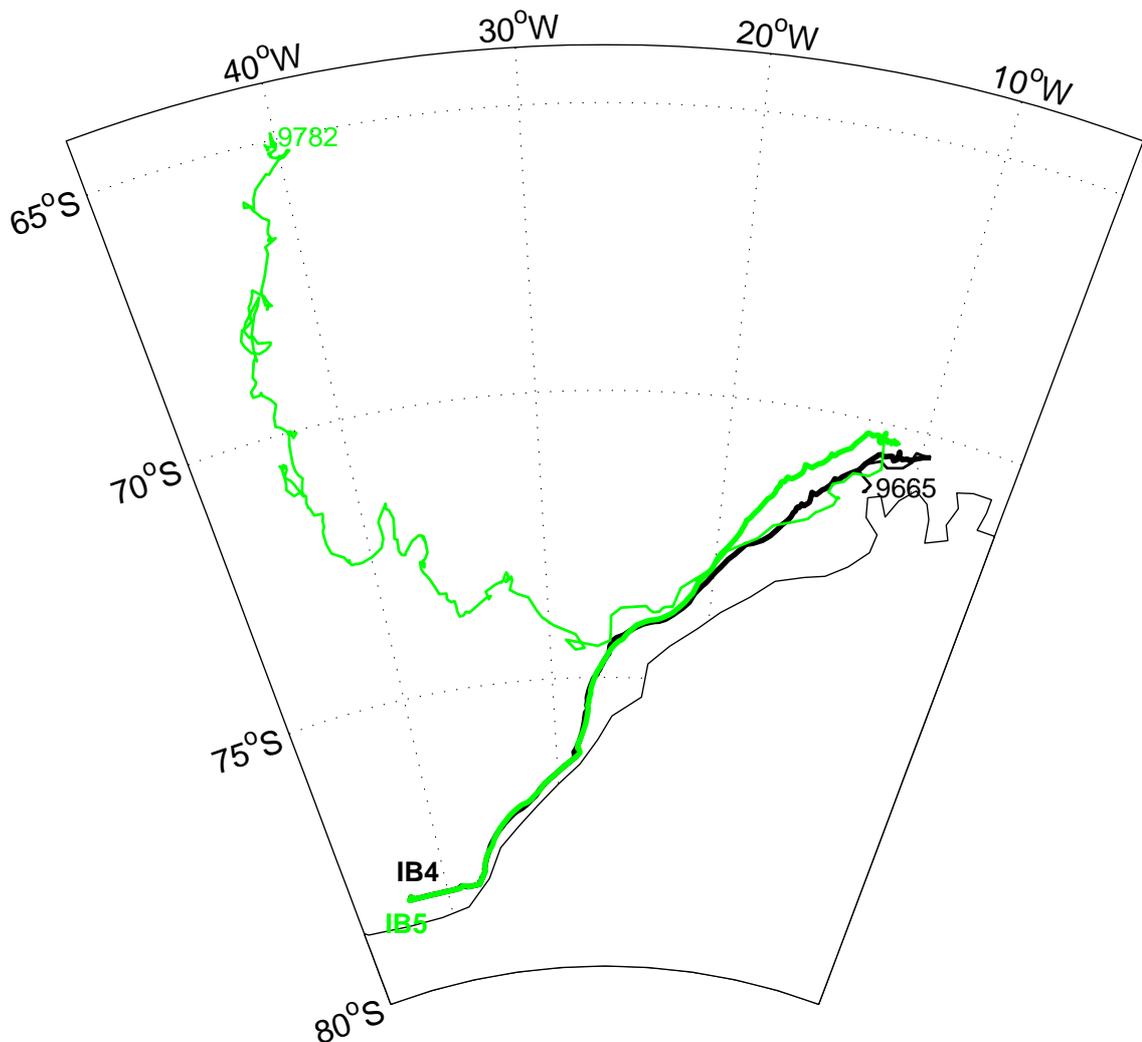


Abbildung 5.6: Dargestellt ist die Drift der Eisberge Nr. 4 und Nr. 5 nach Simulation des Referenzmodelles (fett gedruckte Linien) und nach Beobachtung (dünn gedruckte Linien).

Die Eisberge IB4 und IB5, die in Abbildung 5.6 gezeigt sind, folgen dem entlang der Küstenlinie verlaufenden Küstenstrom über die gesamte Dauer der Simulation. Der mit der ARGOS Boje 9782 ausgestattete Eisberg verlässt in der Realität hingegen die Küste zwischen 20 und 30° W, der mit der Boje 9665 ausgestattete Eisberg strandet an der Küste.

Bis zu dem Zeitpunkt des Strandens kann der modellierte Eisberg IB4 die Beobachtung wiedergeben. Der Effekt des Auflaufens bzw. Strandens von Eisbergen an der Küste ist im Referenzmodell nicht implementiert und muss diesem durch eine weitere Parametrisierung hinzugefügt werden.

Der Eisberg IB5 bewegt sich, leicht versetzt, ähnlich wie IB4 entlang der antarktischen Küste und verlässt die Küste entgegen der Beobachtungen nicht.

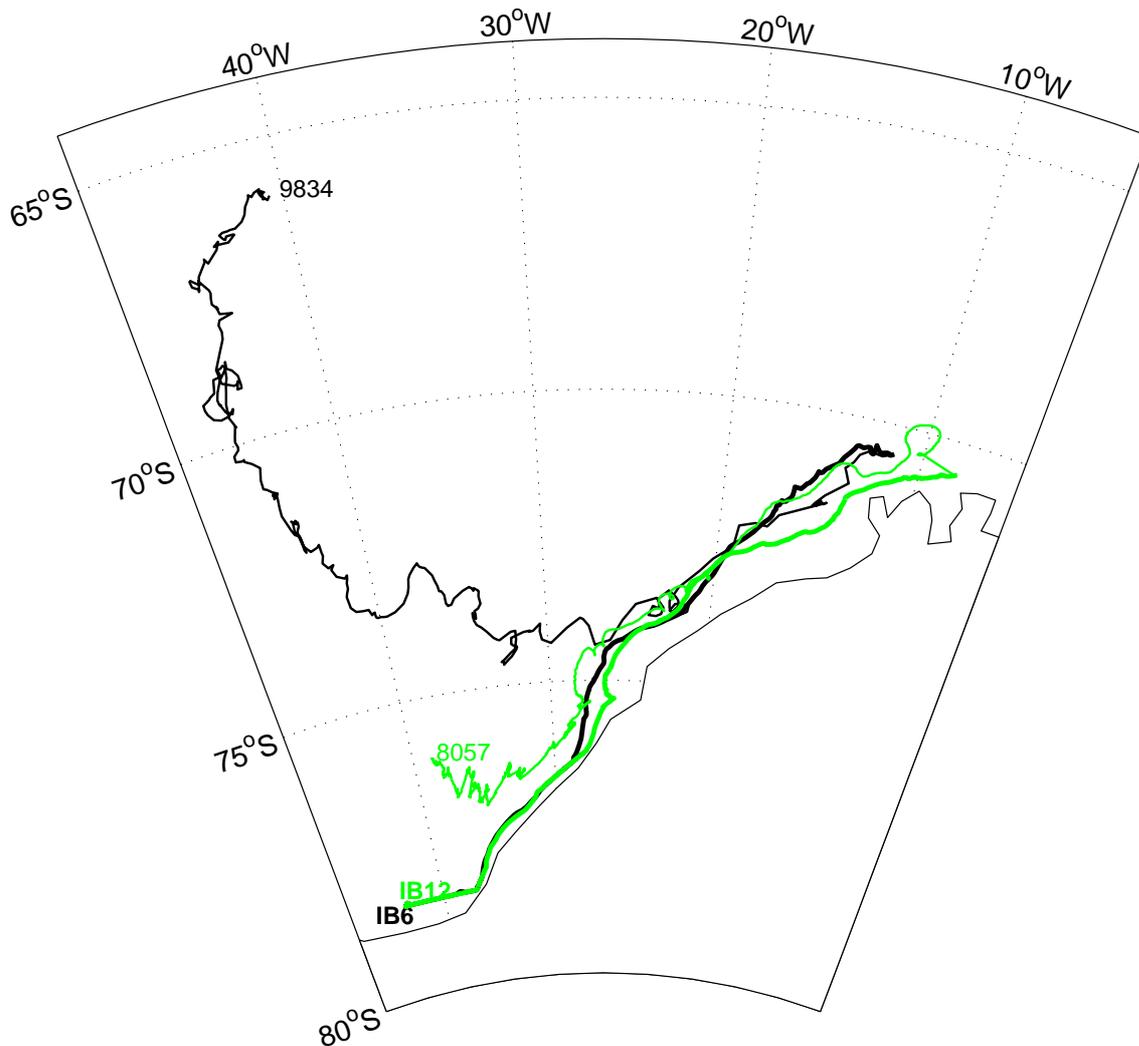


Abbildung 5.7: Dargestellt ist die Drift der Eisberge Nr. 6 und Nr. 12 nach Simulation des Referenzmodelles (fett gedruckte Linien) und nach Beobachtung (dünn gedruckte Linien).

Dies kann mehrere Gründe haben: Zum einen ist der von FESOM berechnete Küstenstrom, wie in Abbildung 2.1 auf S. 9 gezeigt ist, vergleichsweise breit und verlässt die Küste zwischen 20 und 30° W nur langsam, während lokal (ca. 25° W) eine Zone hoher Geschwindigkeiten mit tangential zur Küste verlaufenden Geschwindigkeitsrichtungen

vorliegt.

Zum anderen ist die Neigung der Meeresoberfläche, welche durch Auftürmen des Wassers am Kontinent hervorgerufen wird, aufgrund der ansonsten meist geringen Geschwindigkeiten des Küstenstromes womöglich nicht sehr stark ausgeprägt, sodass eine von der Küste weg weisende Komponente in der Impulsbilanz unterrepräsentiert ist.

Die Eisberge IB6 und IB12 in Abbildung 5.7 zeigen einen ähnlichen Verlauf wie die anderen nahe der Neumayer-Station gestarteten Eisberge. Hervorzuheben ist, dass der ab dem 1. März 1999 beobachtete Eisberg mit der ARGOS Boje 8057 die Küste deutlich später als die anderen beobachteten Eisberge verlässt und damit länger der Küstenlinie folgt, wie es auch die modellierten Eisberge zeigen. Auch in der Realität scheinen der Zeitpunkt und die genaue Position, an der Eisberge den kritischen Bereich zwischen 20 und 30° W erreichen, über die Richtung der Drift zu entscheiden.

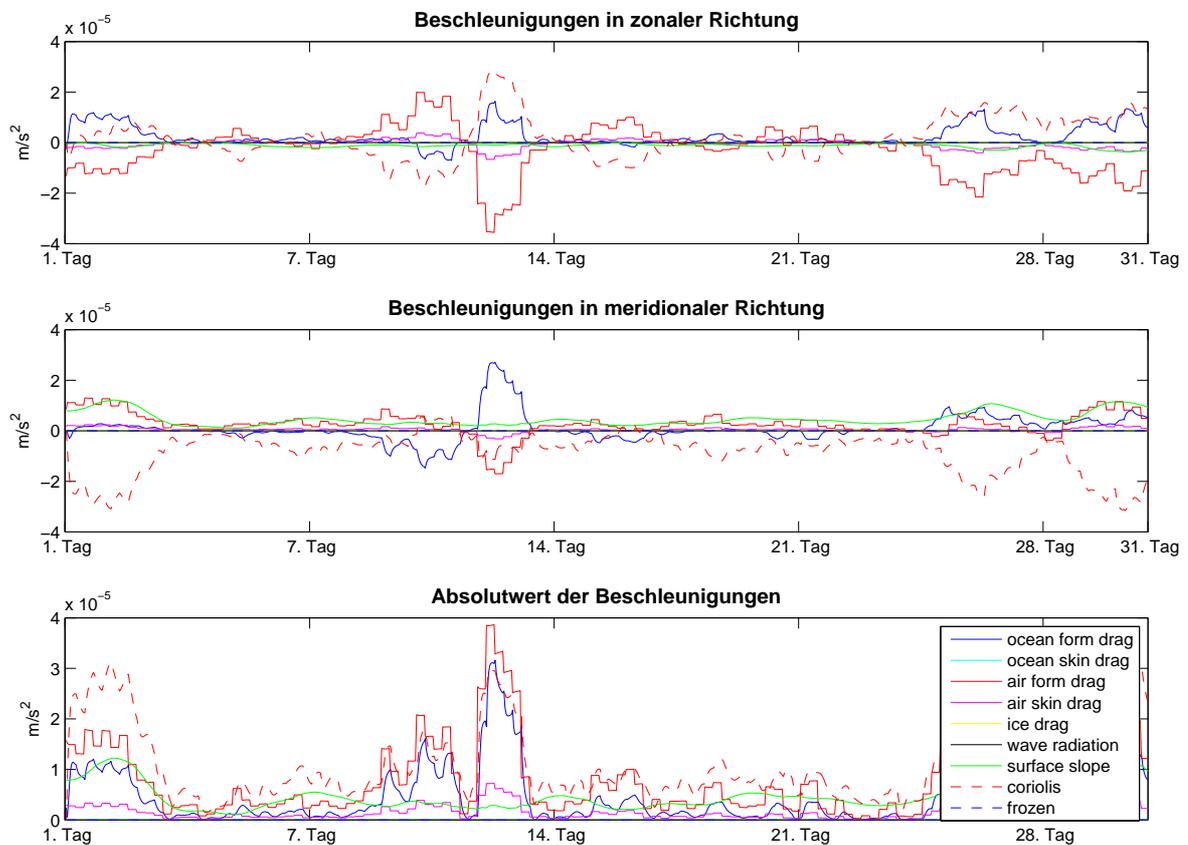


Abbildung 5.8: Dargestellt sind die wirkenden Beschleunigungen auf IB4 im ersten Monat der Drift.

Exemplarisch für die nahe der Neumayer-Station gestarteten Eisberge sind in Abbildung 5.8 die auf den Eisberg IB4 wirkenden Beschleunigungen angegeben. Die Neigung der Meeresoberfläche wirkt durchgehend in positive meridionale Richtung (Richtung Norden), während die Corioliskraft diesem Effekt entgegenwirkt. Die Neigung der Meeresoberfläche könnte eine entscheidende Rolle bei der Richtung der Drift einnehmen,

welche Eisberge in dem Bereich zwischen 20 und 30° W einschlagen.

In den Variationsläufen in Abschnitt 5.2 wird der für die Eisbergdrift kritische Punkt zwischen 20 und 30° W weiter untersucht.

• **Bei ca. 75° S gestartete Eisberge**

Die Modellergebnisse der letzten fünf Eisberge, die nahe 75°S gestartet sind, können den Abbildungen 5.9 und 5.10 entnommen werden. Diese Modelleisberge werden mit IB7 bis IB11 bezeichnet. Die IDs der entsprechenden GPS-Sender kennzeichnen erneut die beobachteten Trajektorien.

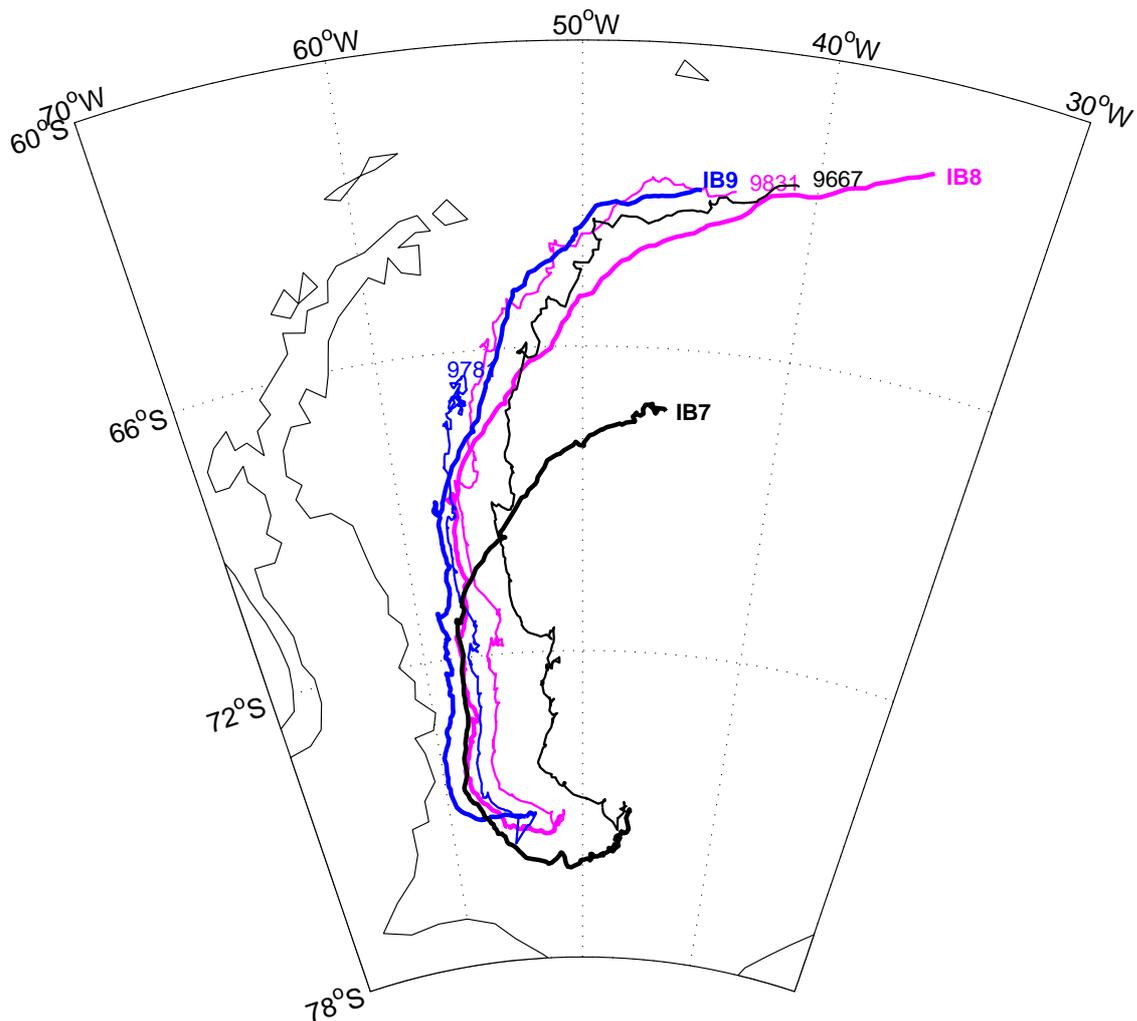


Abbildung 5.9: Dargestellt ist die Drift der Eisberge Nr. 7 bis Nr. 9 nach Simulation des Referenzmodelles (fett gedruckte Linien) und nach Beobachtung (dünn gedruckte Linien).

Wie in Abbildung 5.9 gut zu sehen ist, driften die Eisberge IB8 und IB9 realitätsnah entlang der Antarktischen Halbinsel. Im Vergleich mit den beobachteten Driften

(Bojen 9831 und 9781) legen die modellierten Eisberge jedoch etwas zu viel Strecke zurück. Möglicherweise strandet der beobachtete Eisberg, der mit der ARGOS Boje 9781 ausgestattet ist, zum Ende der gezeigten Drift.

Bemerkenswert ist die sehr gute Übereinstimmung der modellierten Drift von IB9 mit der benachbarten Boje 9831, die eigentlich IB8 zugeordnet ist.

Der Eisberg IB7 weist – von den fünf bei ca. 75°S gestarteten Eisbergen – insbesondere zu Beginn seiner Drift die größten Unterschiede verglichen mit der Beobachtung auf. Der Bereich, in dem die fünf Eisberge starten, ist in der Realität das ganze Jahr über von Meereis bedeckt (vgl. dazu auch die Abbildung 2.2, S.12). Hier ist der lenkende Einfluss des Meereises möglicherweise essentiell. Dieser Effekt ist im Referenzmodell aber zunächst ausgeschaltet.

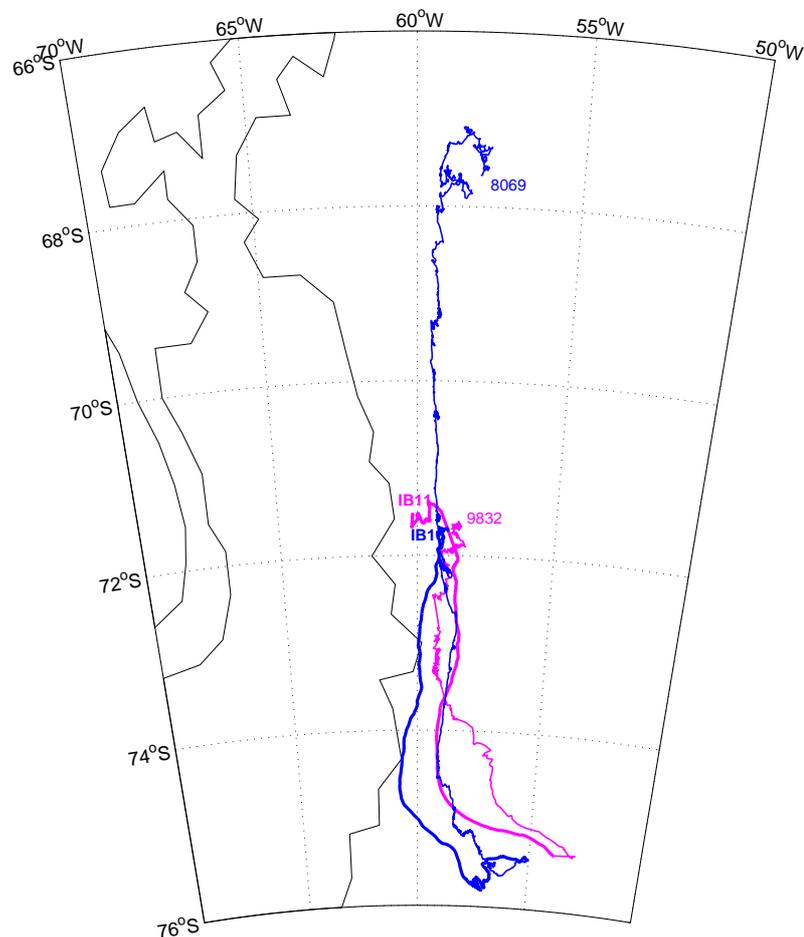


Abbildung 5.10: Dargestellt ist die Drift der Eisberge Nr. 10 und Nr. 11 nach Simulation des Referenzmodelles (fett gedruckte Linien) und nach Beobachtung (dünn gedruckte Linien).

Die Drift der Eisberge IB10 und IB11 ist in Abbildung 5.10 neben der beobachteten

Drift dargestellt. Insbesondere IB11, der den größten der zwölf in diesem Kapitel modellierten Eisberge darstellt, zeigt gute Übereinstimmung mit der Beobachtung. Die Trajektorie von IB10 endet an ähnlicher Stelle wie die von IB11 und ist daher nur etwa halb so lang wie beobachtet.

Da der Eisberg IB11 den größten hier modellierten Eisberg darstellt, ist eine Angabe der wirkenden Beschleunigungen interessant. Diese sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Das Gleichgewicht der Corioliskraft und der Hangabtriebskraft ist gut zu erkennen.

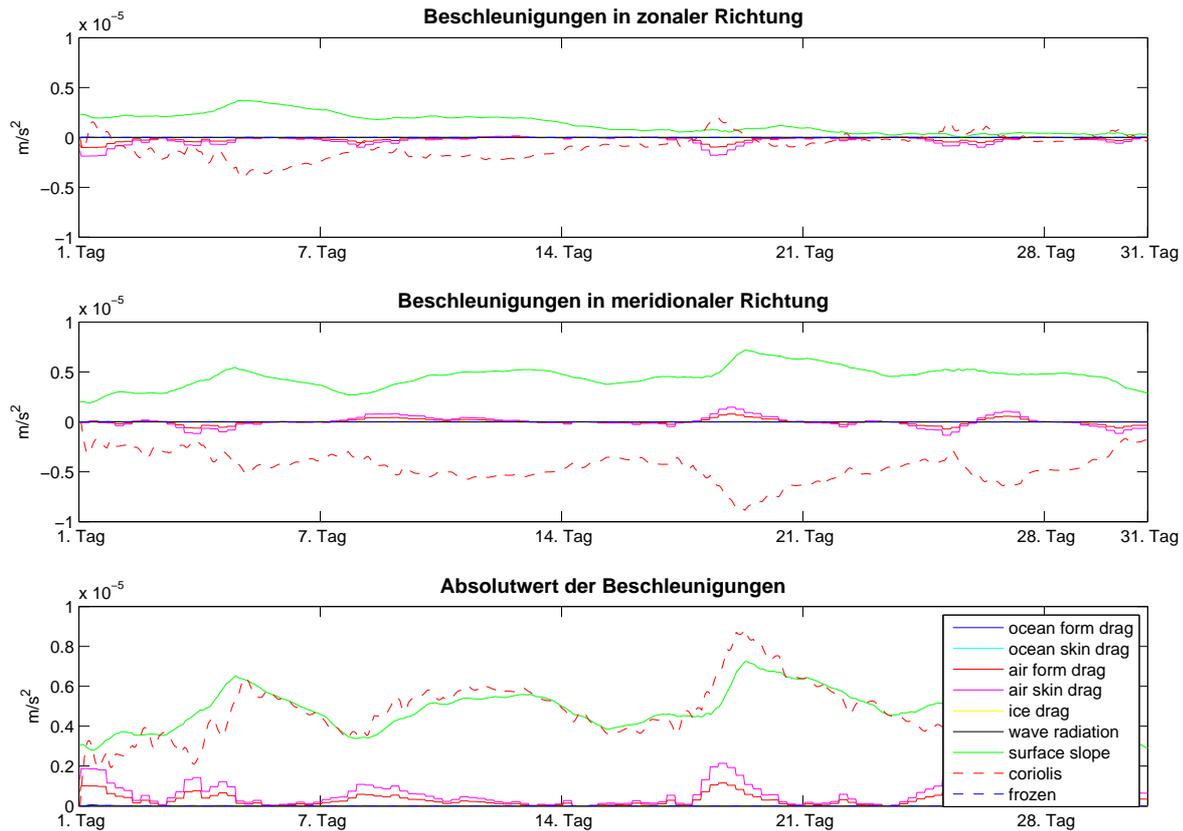


Abbildung 5.11: Die wirkenden Beschleunigungen auf IB11 im ersten Monat der Drift. Die Corioliskraft und die Hangabtriebskraft (*surface slope*) balancieren sich.

Diese Kräfte verhalten sich, wie bereits erwähnt, proportional zur Eisbergmasse und spielen deshalb bei großen Eisbergen eine wichtige Rolle. Die anderen Kräfte, welche nur eine Proportionalität zu den Eisbergoberflächen aufweisen, sind von geringerem Einfluss.

Die Abbildung 5.12 verdeutlicht diese Erkenntnis. Im Gegensatz zu Abbildung 5.11 sind hier die Beschleunigungen, welche mit der Corioliskraft und der Hangabtriebskraft in Verbindung stehen, nicht dargestellt, um die restlichen Beschleunigungen genauer untersuchen zu können.

Einzig der atmosphärische Schubspannungsterm, bestehend aus dem atmosphärischen

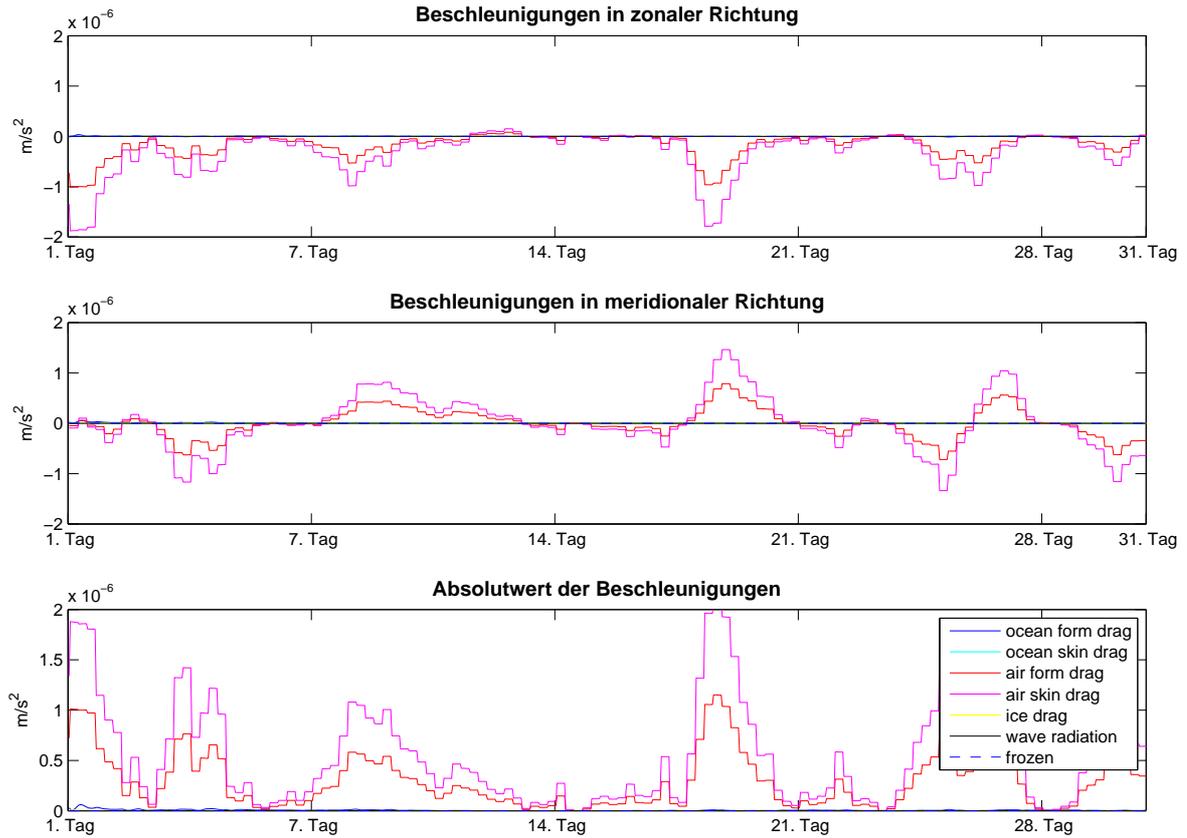


Abbildung 5.12: Die wirkenden Beschleunigungen auf IB11 im ersten Monat der Drift. Die Einflüsse der Corioliskraft und der Hangabtriebskraft (*surface slope*) wurden im Vergleich zu Abbildung 5.11 entfernt, um die restlichen Beschleunigungen veranschaulichen zu können.

form drag und *skin drag*, ist von nennenswerter Größenordnung. Hervorzuheben ist zum einen, dass der *skin drag* der Atmosphäre aufgrund der großen horizontalen Ausdehnung des Eisbergs IB11 nun einen größeren Einfluss auf die Eisbergdrift ausübt als der entsprechende *form drag*. Bei kleineren Eisbergen gilt ein umgekehrtes Verhältnis. Zum anderen ist der Einfluss des Ozeans verschwindend gering. Genauer: Der Einfluss des Ozeans über die ozeanische Schubspannung ist verschwindend gering.

Erklären lässt sich dies über die Balance zwischen Coriolis- und Hangabtriebskraft. Aufgrund dieser Balance bewegt sich der Eisberg meist entlang der Höhenlinien der Meeresoberflächenauslenkung mit der geostrophischen Ozeangeschwindigkeit, sodass die Relativgeschwindigkeit zwischen der über den Tiefgang des Eisbergs gemittelten Ozeangeschwindigkeit \mathbf{u}_o und der Eisberggeschwindigkeit sehr gering ist. Die ozeanische Schubspannung nach Gleichung (3.13) hängt quadratisch von dieser Relativgeschwindigkeit ab und ist daher verschwindend klein.

Die simulierte Drift von IB11 zeigt gute Übereinstimmung mit der Beobachtung hinsichtlich des Endpunktes und der Richtung der Drift. Daher scheint die Geschwindigkeit des Eisbergs durch das Modell gut wiedergegeben zu sein. In der Abbildung 5.13 ist

die Geschwindigkeitsverteilung des Eisbergs IB11 über die gesamte modellierte Drift dargestellt.

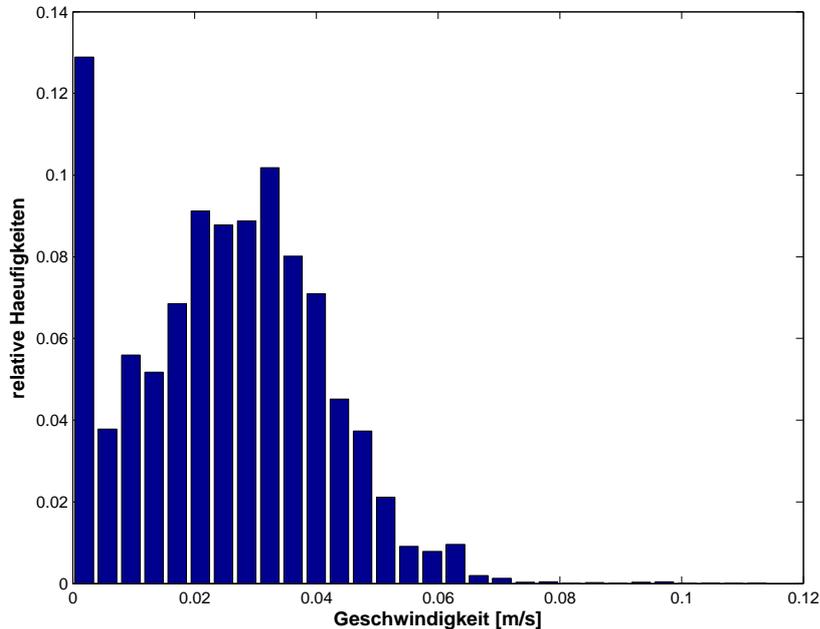


Abbildung 5.13: Die Darstellung zeigt die modellierte Geschwindigkeitsverteilung des Eisbergs IB11, der bei ca. 75° S gestartet ist.

Zu erkennen ist, dass sich IB11 meist nur mit Geschwindigkeiten von 2 - 4 cm/s bewegt. Das Maximum bei sehr kleinen und verschwindenden Geschwindigkeiten kommt durch die Interaktion des Eisbergs mit der Modellküstenlinie zustande: Falls der Eisberg das Modellgebiet verlässt, wird nur die zur Küste tangentielle Geschwindigkeitskomponente verwendet. Ist danach weiterhin eine Position außerhalb des Modellgebietes die Folge, so wird der Eisberg auf seine letzte gültige Position im Modellgebiet mit einer Geschwindigkeit von 0 m/s zurückgesetzt.

5.1.2.1 Fehlermaße

Um die Abweichung zwischen den Modelltrajektorien und den Beobachtungen auch quantitativ erfassen zu können, werden nachfolgend drei Fehlermaße angegeben.

Die ersten beiden entsprechen Standardmaßen. Das dritte Fehlermaß beachtet, dass Fehler im Verlauf der Simulation akkumulieren können und gewichtet daher zeitlich weiter vorangeschrittene Abweichungen schwächer.

Zu den Beobachtungszeitpunkten $t = 1, \dots, N$ sei die geographische Distanz (in km) zwischen der modellierten Position und der beobachteten Position eines Eisbergs mit ε_t bezeichnet.

Zur Verwendung kommt der *RMS-Fehler* (*root mean square error*)

$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2}, \quad (5.1)$$

welcher sich wegen der Division durch die Zahl der Beobachtungen N nur um eine Konstante von dem *l²-Fehler* unterscheidet.

Zudem wird eine *mittlere Abweichung* bzw. der *l¹-Fehler* durch

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon_t \quad (5.2)$$

berechnet.

In Anlehnung an Keghouche et al. [2009] können die bei der Eisbergdriftmodellierung auftretenden Abweichungen ε_t für $t = 1, \dots, N$ mit linear abfallenden Faktoren

$$N, N - 1, N - 2, \dots, 1$$

gewichtet werden. Wird anschließend durch die Summe dieser Faktoren geteilt, welche der Summe der ersten N natürlichen Zahlen

$$\frac{N(N + 1)}{2}$$

entspricht, so kann eine *gewichtete mittlere Abweichung* über

$$\frac{2}{N(N + 1)} \sum_{t=1}^N (N - t + 1) \varepsilon_t \quad (5.3)$$

berechnet werden.

Schon kleine Abweichungen sorgen dafür, dass die simulierte und die beobachtete Boje anderen äußeren Antrieben ausgesetzt sind. Diese Abweichungen nehmen mit der Zeit

zu, da der Unterschied der wirkenden Einflüsse immer größer wird. Durch die gewichtete mittlere Abweichung kann der Einfluss dieses Effektes bei der Berechnung eines Fehlers verringert werden.

Auf der Grundlage der drei definierten Fehlermaße (5.1)-(5.3) ist in Tabelle 5.3 die Abweichung zwischen den Modellergebnissen und den Beobachtungsdaten angegeben.

Tabelle 5.3: Abweichungen des Referenzmodells von der Beobachtung über die gesamte Dauer der Drift.

Modell	Boje	RMS-Fehler [km]	mittl. Fehler [km]	gewichteter mittl. Fehler [km]
IB1	9803	233.5575	184.2816	103.9895
IB2	9802	162.4523	145.9391	107.1768
IB3	9835	55.9445	51.3390	40.4595
IB4	9665	842.4917	743.2428	522.3053
IB5	9782	901.4182	783.3584	531.5255
IB6	9834	804.4191	683.7601	446.5956
IB7	9667	477.4810	444.5813	370.1237
IB8	9831	242.6168	224.2814	197.2462
IB9	9781	239.0201	191.4516	133.7014
IB10	8069	537.8953	478.5854	374.8302
IB11	9832	77.9907	74.7513	76.6146
IB12	8057	280.5316	257.5977	277.7372

Bei den teilweise recht hohen Abweichungen sind unter anderem folgende Dinge zu beachten:

- Der mit der ARGOS Boje 9665 ausgestattete Eisberg war die meiste Zeit der Drift auf Grund gelaufen, daher die hohe Abweichung zu IB4. Zu Beginn kann das Modell die beobachtete Drift reproduzieren.
- Die Eisberge IB5 und IB6 verlassen entgegen der Beobachtung die Küste nicht. Dies wird in den Variationsläufen weiter untersucht.
- Die Modelleisberge werden über lange Zeiträume simuliert, um das Modell auf die Fähigkeit zur Wiedergabe der charakteristischen Drift von Eisbergen im Weddellmeer zu untersuchen.

Auf kurzen Zeitskalen liefert das Eisbergmodell unter den gewählten Einstellungen die im Folgenden beschriebenen Ergebnisse.

Die geographischen Distanzen ε_t zwischen den modellierten und den beobachteten Positionen sind in Abbildung 5.14 für die ersten Tage der jeweiligen Drift dargestellt.

Die Abweichung des Eisbergs IB12 ist nicht gezeigt. Hier findet in den vorliegenden Daten innerhalb von nur drei Stunden ein großer Sprung von mehr als 2° geographischer Länge statt

lat	lon	date	time
-70.579	-8.158	1-3-99	15:00
-70.365	-10.233	1-3-99	18:00

der nicht mit realistischen Eisberggeschwindigkeiten erklärt werden kann. Es liegen vermutlich fehlerhafte Daten vor. Dies wurde erst spät erkannt, daher wird der Eisberg IB12 nachfolgend weiterhin von derselben Position gestartet, bei Darstellungen wie in Abbildung 5.14 aber vernachlässigt.

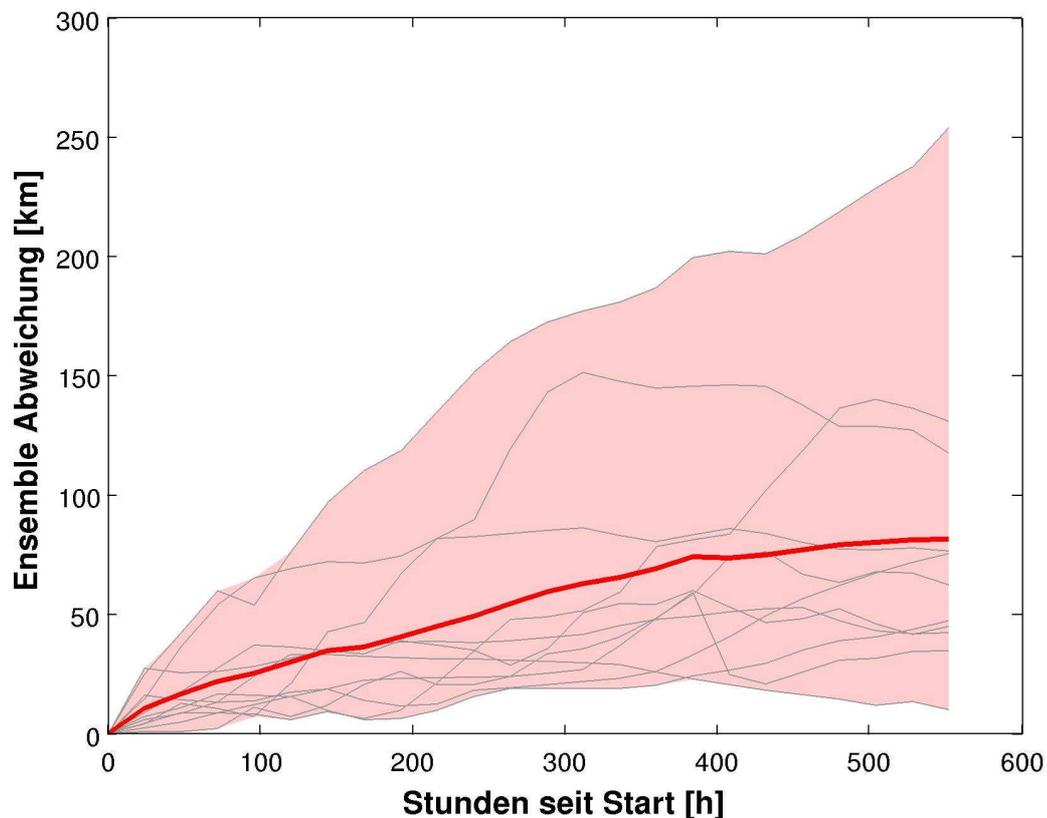


Abbildung 5.14: Abweichung der Modelleisberge IB1 bis IB11 von der Beobachtung in den ersten 23 Tagen (~ 550 h) der jeweiligen Drift. Die rote Linie zeigt die mittlere Abweichung des Eisbergensembles.

Wie die Abbildung 5.14 zeigt, liegt die mittlere Abweichung der Eisberge IB1 bis IB11 zur beobachteten Position nach 10 Tagen bei knapp unter 50 km. Nach 100 Stunden liegt die mittlere Abweichung gar noch unter 25 km.

In ihrer Modellstudie arktische Eisberge betreffend kommen Broström et al. [2009] auf eine mittlere Abweichung von 35 km nach bereits 72 Stunden. Diese Werte sind natürlich nicht direkt mit den hier ermittelten Abweichungen zu vergleichen, dennoch erscheinen die hier berechneten Werte vielversprechend.

Der Abbildung ist ebenfalls zu entnehmen, dass die meisten modellierten Eisberge wesentlich bessere individuelle Abweichungen als die mittlere Abweichung des Eisbergensembles aufweisen; nur drei Eisberge zeigen nach 550 Stunden eine größere Abweichung als die Ensembleabweichung. Die beste Übereinstimmung mit der Beobachtung nach etwa 550 Stunden zeigt IB10, gefolgt von IB9, IB11, IB3, IB8, IB1, IB7 und IB4. Oberhalb der mittleren Abweichung des Eisbergensembles nach 550 Stunden liegen die Eisberge IB6, IB5 und IB2, der die größte Abweichung aufweist. Die Abbildung 5.14 illustriert zudem, dass sich die Abweichung zur Beobachtung mit der Zeit verringern kann.

5.2 Variationsläufe

Es werden nun die Einflüsse der einzelnen Antriebsterme auf die Eisbergdrift untersucht. Dazu wird jeweils ein Term ausgeschaltet bzw. variiert und die resultierende simulierte Drift mit den Simulationsergebnissen des Referenzmodells, die in Abschnitt 5.1.2 dargestellt sind, verglichen.

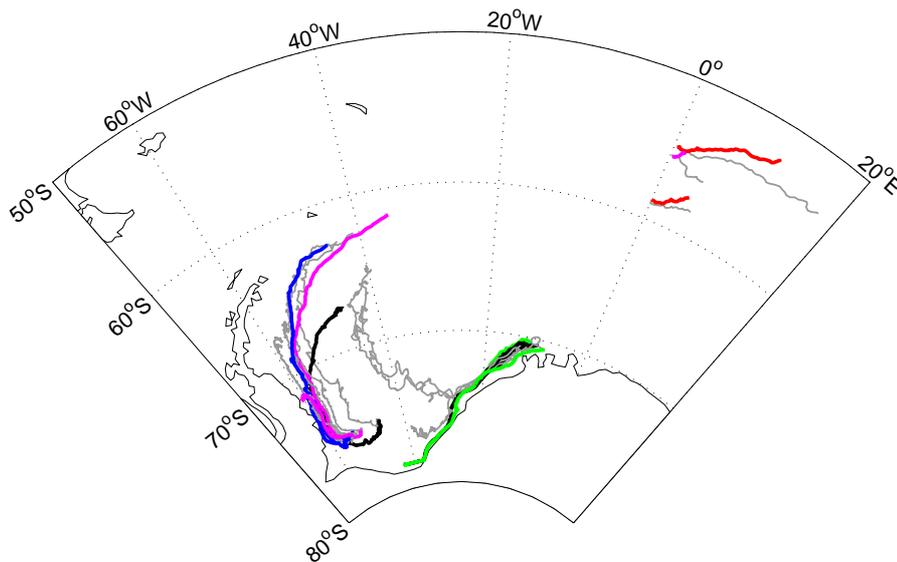


Abbildung 5.15: Dargestellt sind die mit dem Referenzmodell erhaltenen Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge.

Um eine kompaktere Darstellung als in Abschnitt 5.1.2 erreichen zu können, wird die Auswertung graphisch anhand von Überblicken über alle zwölf Eisberge durchgeführt. Die Effekte der einzelnen Antriebsterme sind in dieser Weise gut zu erkennen. Zum Vergleich dient die Abbildung 5.15, die einen Überblick der Simulationsergebnisse des Referenzmodells aus Abschnitt 5.1.2 zeigt. Die beobachteten Eisbergtrajektorien sind grau dargestellt.

Bei deutlichen Auswirkungen auf einzelne Eisberge wird vereinzelt auch ein quantitativer Fehler angegeben oder ein vergrößerter Ausschnitt der interessierenden Region gezeigt.

Es sei angemerkt, dass im Laufe der Entwicklung des Eisbergmodells eine Vielzahl an Testläufen durchgeführt wurde, von denen an dieser Stelle nur einige angeführt werden können.

5.2.1 Einfluss der Oberflächenkräfte

Zunächst werden die Schubspannungen durch Ozean, Wind und Meereis untersucht. Da diese Terme nur auf die Oberflächen eines Eisbergs wirken, werden diese auch als *Oberflächenkräfte* bezeichnet. Die restlichen beiden Terme, die eine Proportionalität zur Masse des Eisbergs aufweisen, sind die Corioliskraft und die Hangabtriebskraft. Diese können als *Volumenkräfte* zusammengefasst werden und sind Gegenstand von Abschnitt 5.2.2.

Ozeanische Schubspannung

Wird die ozeanische Schubspannung

$$\mathbf{F}_o = \left(\frac{1}{2} C_o \rho_w A_o + C_{do} \rho_w A_{skin,o} \right) \|\mathbf{u}_o - \mathbf{u}\| (\mathbf{u}_o - \mathbf{u})$$

(siehe Gleichung (3.13)) aus der Impulsbilanz entfernt, so ist kein Reibungsterm vorhanden, der die simulierte Bewegung der Eisberge ausreichend bremsen könnte.

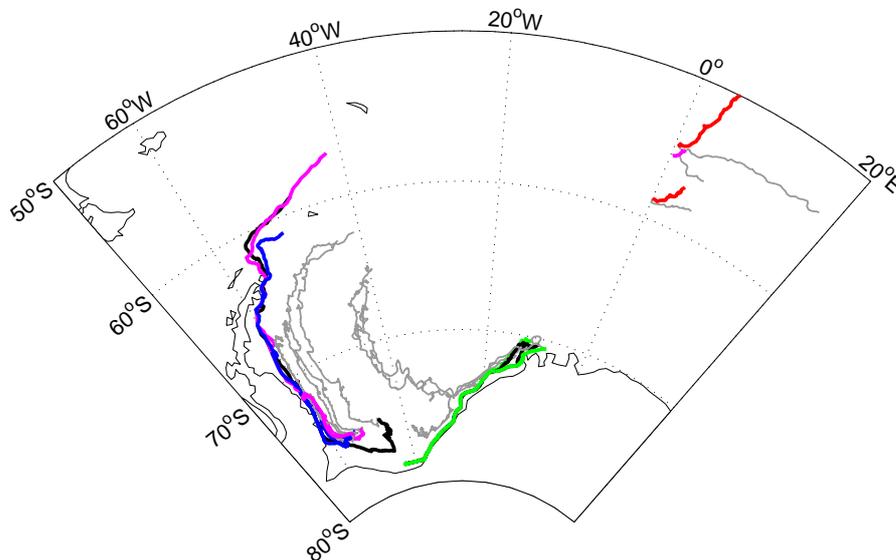


Abbildung 5.16: Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit im Vergleich zum Referenzmodell deaktivierter ozeanischer Schubspannung.

Angetrieben durch den Wind bewegen sich die Eisberge daher sehr schnell und werden

nur an der Küste gestoppt. Insbesondere die auf dem Nullmeridian gestarteten Eisberge sind wesentlich vom Ozean beeinflusst. In Abbildung 5.16 ist das beschriebene Verhalten dargestellt.

Um den Einfluss des Antriebs durch den Ozean genauer untersuchen zu können, wird nun die Ozeangeschwindigkeit \mathbf{u}_o auf 0 m/s gesetzt. Ein Eisberg erfährt daher keinen Antrieb mehr aufgrund der Ozeanströmung, kann durch den Ozean aber weiterhin gebremst werden.

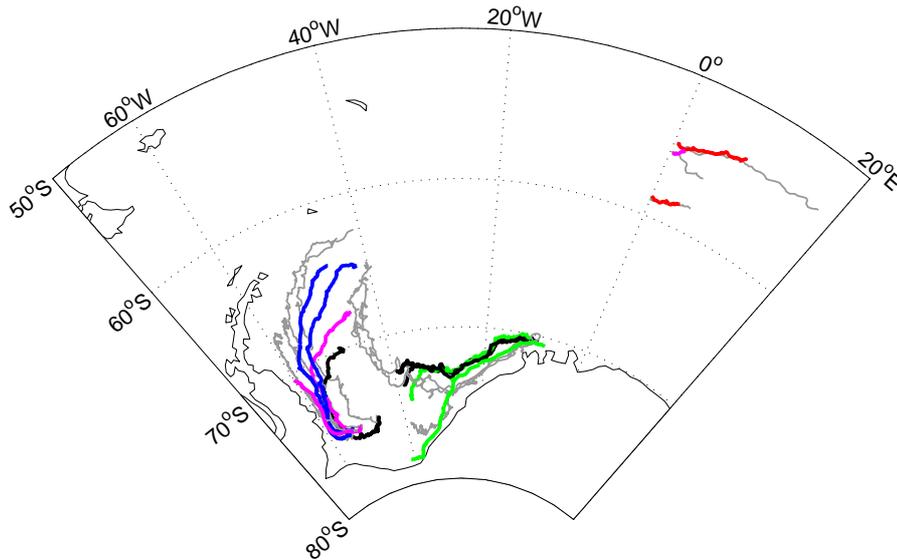


Abbildung 5.17: Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit $\mathbf{u}_o = 0$ m/s im Vergleich zum Referenzmodell.

Wie der Abbildung 5.17 zu entnehmen ist, ist das Modellergebnis bei deaktivierter Ozeangeschwindigkeit erstaunlich gut. Die nahe der Neumayer-Station im Januar 1999 gestarteten Eisberge IB4, IB5 und IB6 verlassen nun sogar entsprechend der Beobachtungen die Küste zwischen 20° und 30° W. Der zuletzt in diesem Bereich gestartete Eisberg IB12 (1. März 1999) zeigt hingegen ein anderes Verhalten als diese drei Eisberge und verweilt länger an der Küste, ähnlich wie die beobachtete Eisbergtrajektorie. Die Drift der Eisberge IB1 und IB3, welche auf dem Nullmeridian gestartet wurden, verläuft nun auf der beobachteten Trajektorie, allerdings sind diese Eisberge im Vergleich mit der Beobachtung zu langsam. Insbesondere IB1 legt nur etwa die Hälfte der beobachteten Strecke zurück.

Die Eisberge, welche entlang der antarktischen Halbinsel driften, sind ohne Berücksichtigung der von FESOM berechneten Ozeangeschwindigkeit \mathbf{u}_o mit Ausnahme von IB10 und IB11 zu langsam und driften – unter Einfluss des Windes – früher nach Osten. Wie nach der Beschreibung der Simulationsergebnisse des Referenzmodells zu erwarten, zeigen die Trajektorien der größten hier simulierten Eisberge IB11 und IB2 wenig Veränderung nach Variation des ozeanischen Schubspannungsterms, da diese stärker

von den Volumenkräften beeinflusst werden.

Insgesamt lassen die bisherigen Simulationen den Schluss zu, dass die Bremsreibung mit dem Ozean den Großteil der ozeanischen Schubspannung ausmacht.

Die von FESOM simulierte Ozeanströmung, welche den Antrieb der ozeanischen Schubspannung darstellt, zeigt aber über lange Zeitskalen ihren Einfluss:

- Die Eisberge IB4 bis IB6 sowie IB12 werden bei Berücksichtigung der Ozeangeschwindigkeit \mathbf{u}_o über den gesamten Verlauf der Drift näher an der Küste gehalten und verlassen diese zwischen 20° und 30° W nicht und
- die restlichen Eisberge sind zumeist schneller.

Zuletzt wird nun der *form drag coefficient* C_o verdoppelt, es wird also

$$C_o = 1.7$$

verwendet. In Abbildung 5.18 sind die Auswirkungen eines erhöhten Koeffizienten dargestellt. Eine Änderung des *skin drag coefficient* C_{do} zeigt keine großen Veränderungen.

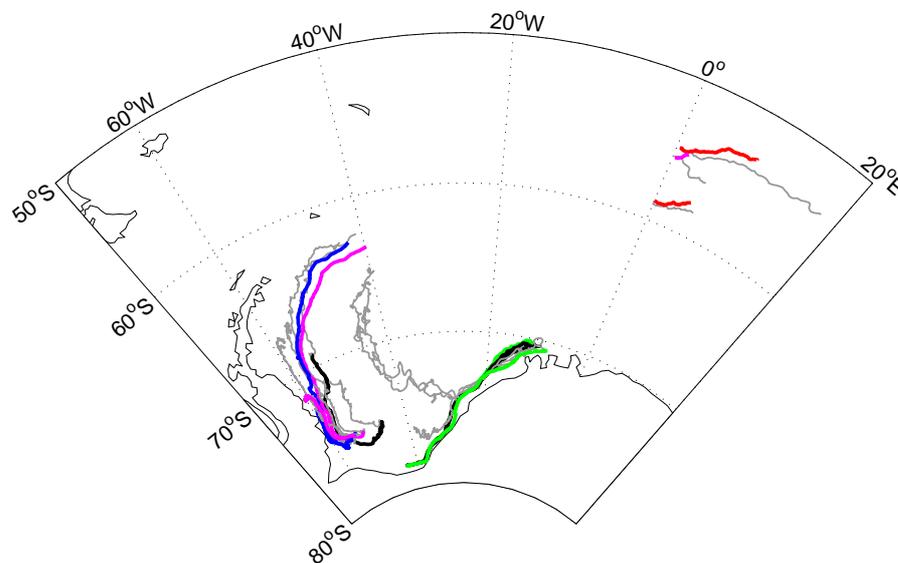


Abbildung 5.18: Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit einem im Vergleich zum Referenzmodell doppelt so hohen *form drag coefficient* $C_o = 1.7$.

Im Folgenden wird die Windschubspannung untersucht, um die hier gewonnenen Erkenntnisse besser einordnen zu können.

Windschubspannung

Wird die Windschubspannung

$$\mathbf{F}_a = \left(\frac{1}{2} C_a \rho_a A_a + C_{da} \rho_a A_{skin,a} \right) \|\mathbf{u}_a - \mathbf{u}\| (\mathbf{u}_a - \mathbf{u})$$

(siehe Gleichung (3.14)) aus der Impulsbilanz entfernt, so fehlt einer der wichtigsten Antriebsterme, wie die Abbildung 5.19 zeigt. Die Länge der simulierten Trajektorien

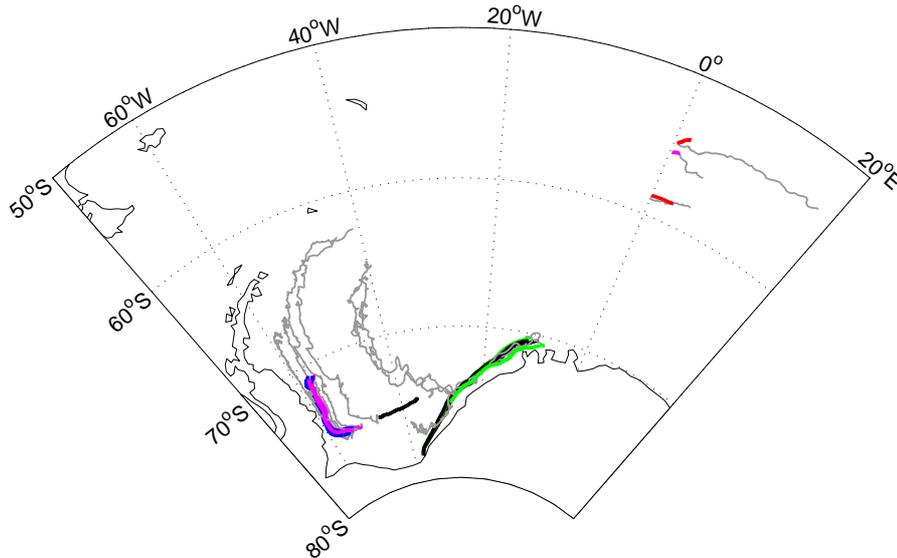


Abbildung 5.19: Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit einer im Vergleich zum Referenzmodell deaktivierten Windschubspannung.

ist meist stark verkürzt, da die Eisberge wesentlich langsamer als in den Simulationen des Referenzmodells driften.

Zudem driftet IB7 – unter dem Einfluss des ozeanischen Antriebs und der Hangabtriebskraft – in die entgegengesetzte Richtung. Das Jahresmittel der über die ersten 190m gemittelten Ozeangeschwindigkeit des Jahres 1999 (siehe Abbildung 2.1) zeigt in diesem Bereich nach Osten gerichtete Strömungen.

Gut zu erkennen ist die nahezu unveränderte Drift des größten simulierten Eisbergs IB11. Hier zeigt sich erneut, dass der wesentliche Einfluss auf große Tafelberge von der Hangabtriebskraft und der Corioliskraft ausgeübt wird. Variationen der Oberflächenkräfte zeigen bei großen Tafelbergen nur geringe Auswirkungen auf die modellierte Drift.

Unter einem erhöhten Einfluss des Windes, welcher durch einen im Vergleich zum Referenzmodell doppelt so hohen *form drag coefficient*

$$C_a = 0.8$$

erreicht wird, zeigen die Eisberge eine erhöhte Geschwindigkeit. Der Eisberg IB1, welcher auf dem Nullmeridian gestartet wurde, liegt nun näher an der beobachteten Trajektorie und weist eine längere Driftstrecke auf, wie Abbildung 5.20 zu entnehmen ist.

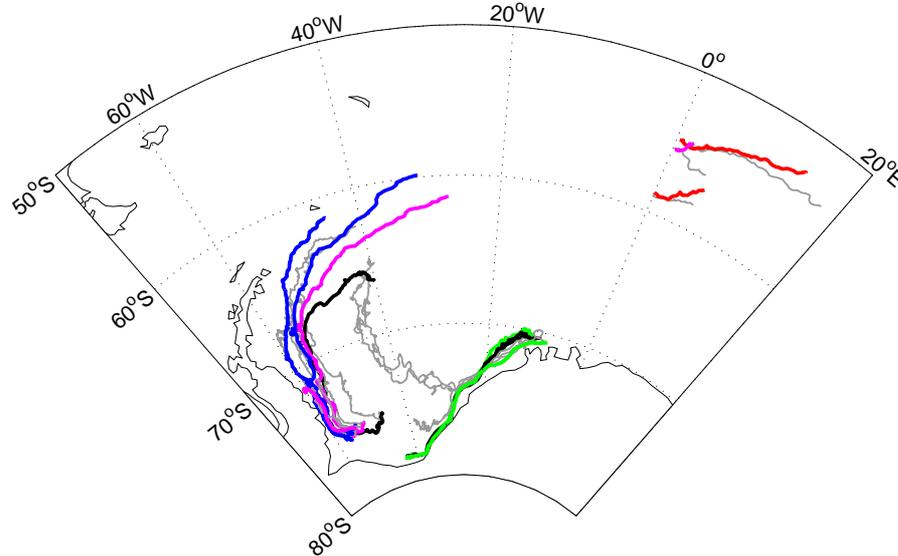


Abbildung 5.20: Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit einem im Vergleich zum Referenzmodell doppelt so hohen form drag coefficient $C_a = 0.8$.

Die nahe der Neumayer-Station gestarteten Eisberge IB4 bis IB6 sowie IB12 zeigen auch nach Erhöhen des Windeinflusses keine wesentliche Veränderung.

Schubspannung des Meereises

Ist ein Eisberg von Meereis "umströmt", so wirkt nach Gleichung (3.20) eine Schubspannung

$$\mathbf{F}_i = \frac{1}{2} C_i \rho_i A_i \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}\| (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}),$$

im Fall der "freien" Eisbergdrift gilt hingegen $\mathbf{F}_i = 0$. Wird diese Schubspannung aus der Impulsbilanz der Eisberge entfernt, so ist nur eine sehr geringe Veränderung im Vergleich zur Simulation des Referenzmodells festzustellen.

Den größten Einfluss übt das Meereis auf Eisberge aus, wenn diese im Meereis "eingefroren" sind. Dieser Vorgang wird in Abschnitt 5.3.3 für die zwölf hier simulierten Eisberge untersucht. Eine kurze Darstellung dieses Einflusses auf einen großen Tafelberg folgt in Kapitel 6.

5.2.2 Einfluss der Volumenkräfte

Nachdem im vorigen Abschnitt die Oberflächenkräfte variiert wurden, werden in diesem Abschnitt die Volumenkräfte, welche auf den gesamten Eisberg wirken und daher proportional zur Masse des Eisbergs sind, untersucht. Dies sind die Corioliskraft und die Hangabtriebskraft aufgrund einer Neigung der Meeresoberfläche.

Corioliskraft

Wird die Corioliskraft (siehe Gleichung (3.2))

$$\mathbf{F}_c = -fM \begin{pmatrix} -v \\ u \end{pmatrix}$$

aus der Impulsbilanz der Eisberge entfernt, so hat dies starke Auswirkungen, wie Abbildung 5.21 veranschaulicht.

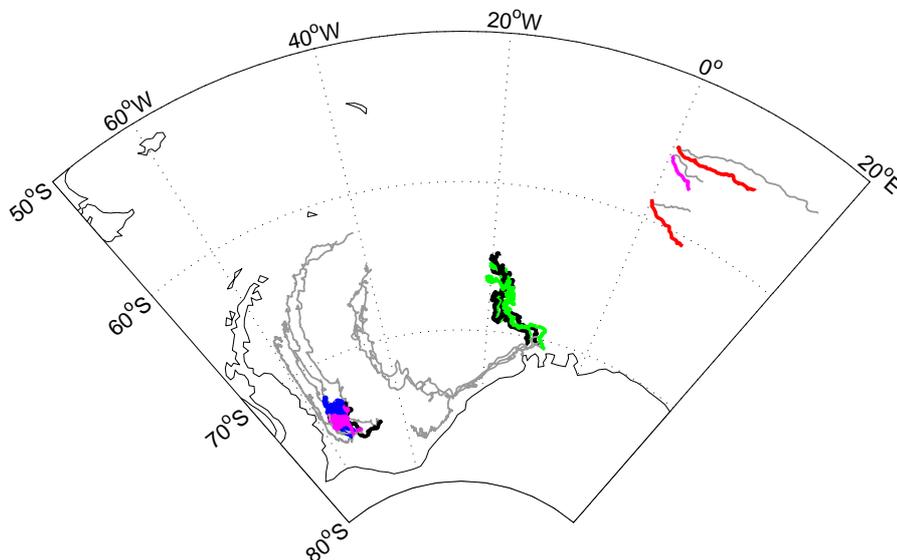


Abbildung 5.21: Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit einer im Vergleich zum Referenzmodell deaktivierten Corioliskraft.

Die Eisberge IB4 bis IB6 sowie IB12 folgen dem Windgeschwindigkeitsfeld (siehe dazu Abbildung 2.3) und verlassen die Küste direkt. Die Corioliskraft ist die essentielle Komponente bei der beobachteten küstennahen Drift dieser Eisberge.

Auch bei den Eisbergen IB7 bis IB11, die bei ca. 75° S starten, ist der fehlende lenkende Einfluss der Corioliskraft zu erkennen.

Die Abbildung 5.22 zeigt einen vergrößerten Ausschnitt der Eisberge IB1 bis IB3. Die fehlende Ablenkung nach links aufgrund des fehlenden Einflusses der Corioliskraft ist bei den Eisbergen IB1 und IB3 offensichtlich. Interessant ist die bisher beste Übereinstimmung des – im Vergleich zu IB1 und IB3 – größeren Eisbergs IB2 mit der

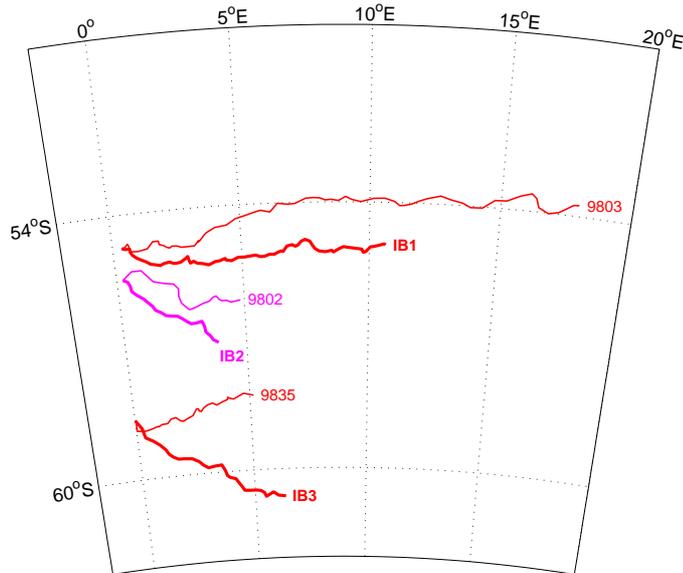


Abbildung 5.22: Dargestellt sind die Simulationsergebnisse der Eisberge IB1 bis IB3 mit einer im Vergleich zum Referenzmodell deaktivierten Corioliskraft.

Beobachtung. Sowohl Richtung, Länge als auch Gestalt der Drift sind wesentlich besser wiedergegeben als im Referenzmodell (vgl. Abbildung 5.2). In Tabelle 5.4 ist diese Beobachtung quantitativ erfasst. Offenbar fehlen in den Simulationen des Eisbergs IB2

Tabelle 5.4: Abweichungen der simulierten Trajektorie von IB2 von der Beobachtung über die gesamte Dauer der Drift. Dargestellt ist die Abweichung der Referenzsimulation sowie die Abweichung der Simulation mit deaktivierter Corioliskraft.

Modell	Boje	RMS [km]	mittl. Fehler [km]	gewicht. mittl. Fehler [km]
IB2 (Referenz)	9802	162.4523	145.9391	107.1768
IB2 (o. Coriolis)	9802	69.1603	64.5034	54.1067

eine oder mehrere dem Corioliseffekt entgegenwirkende Kräfte.

Ein Kandidat hierfür ist z.B. die Hangabtriebskraft. Die Neigung der Meeresoberfläche ist in den FESOM-Simulationen (in dieser Region) möglicherweise unterschätzt.

Während die Volumenkräfte bei der Modellierung der Dynamik von Meereis aber von geringerer Bedeutung gegenüber den Oberflächenkräften sind [Harder, 1996], nimmt die Bedeutung der Volumenkräfte bei Eisbergen mit der Größe zu, bis sich bei großen Tafelbergen die Bedeutung der beiden Einflüsse sogar umkehrt. Eine unterschätzte Hangabtriebskraft hat daher auf Simulationen dieser Eisberge großen Einfluss, während die Auswirkungen auf die Simulation der Meereisbedeckung geringer sind.

Auch ist nicht auszuschließen, dass dem Eisbergmodell ein wichtiger physikalischer Prozess fehlen könnte, der erst bei großen Tafelbergen von Bedeutung ist (siehe da-

zu Kapitel 7). Zudem stellt die Modellierung von Eisbergen als Punktmasse eine Fehlerquelle dar. Diese Annahme ist bei Eisbergen mit großer horizontaler Ausdehnung möglicherweise nicht mehr haltbar.

Neigung der Meeresoberfläche

Wird die Hangabtriebskraft aufgrund einer Neigung der Meeresoberfläche (siehe Gleichung (3.10))

$$\mathbf{F}_p = -Mg\nabla\eta$$

in der Impulsbilanz der Eisberge vernachlässigt, so hat dies starke Auswirkungen auf die modellierten Eisberge, wie Abbildung 5.23 veranschaulicht.

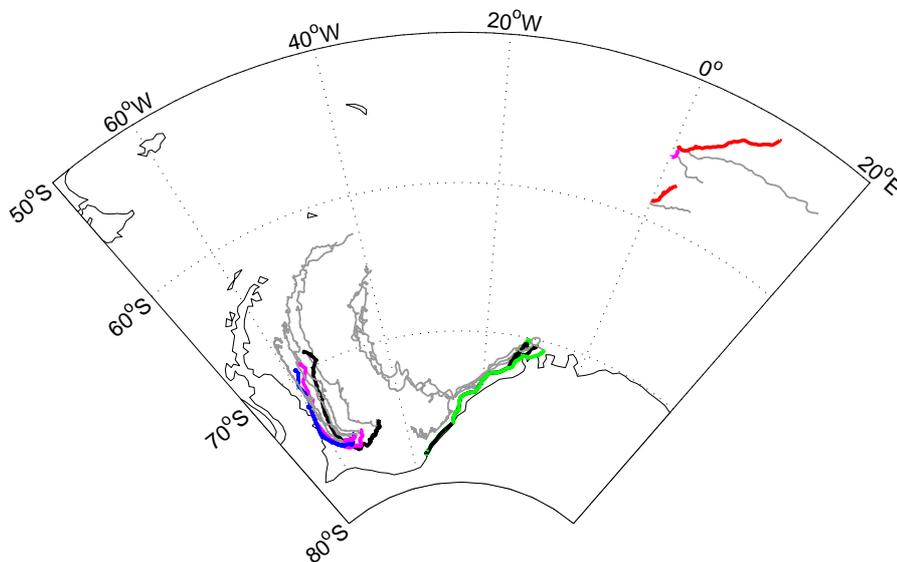


Abbildung 5.23: Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit einer im Vergleich zum Referenzmodell deaktivierten Hangabtriebskraft.

Tabelle 5.5: Abweichungen der simulierten Trajektorie von IB11 von der Beobachtung über die gesamte Dauer der Drift. Dargestellt ist die Abweichung der Referenzsimulation sowie die Abweichung der Simulation bei Vernachlässigung der Neigung der Meeresoberfläche.

Modell	Boje	RMS [km]	mittl. Fehler [km]	gewicht. mittl. Fehler [km]
IB11 (Referenz)	9832	77.9907	74.7513	76.6146
IB11 (o. Neigung)	9832	326.6374	312.3919	262.1043

Hervorzuheben ist, dass der Eisberg IB11, welcher der größte hier modellierte Eisberg

ist, durch Vernachlässigung der Hangabtriebskraft seinen wichtigsten Antriebsterm verliert. Dies lässt sich der Tabelle 5.5 entnehmen.

Um die Sensitivität der simulierten Eisbergdriftrajektorien gegenüber der von FESOM berechneten Meeresoberflächenneigung besser einschätzen zu können, wird die Neigung der Meeresoberfläche testweise verdoppelt, wobei die Richtung des Gradienten $\nabla\eta$ erhalten bleibt. Das Ergebnis dieses Modelllaufes ist der Abbildung 5.24 zu entnehmen.

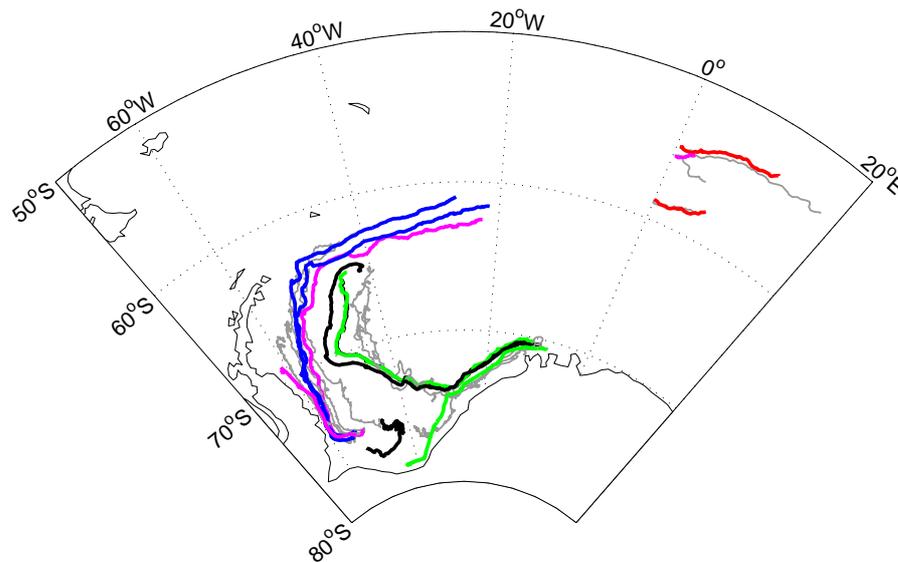


Abbildung 5.24: Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit einer im Vergleich zum Referenzmodell verdoppelten Neigung der Meeresoberfläche.

Die bisher auffälligste Änderung zeigen die Eisberge IB4 bis IB6 sowie IB12, welche nahe der Neumayer-Station starten. Die simulierte Drift liegt nun wesentlich näher an der beobachteten Drift, wobei die Eisberge IB4 bis IB6 die Küste zwischen 20° und 30° W verlassen, während der Eisberg IB12, wie beobachtet, länger an der Küste bleibt. Durch Anpassung der verschiedenen Schubspannungskoeffizienten kann dieses Verhalten, wie in den vorigen Abschnitten gezeigt, nicht reproduziert werden.

Die Neigung der Meeresoberfläche ist daher möglicherweise eine wichtige Komponente bei der beobachteten Eigenschaft von Eisbergen, die Küstenlinie zwischen 20° und 30° W zu verlassen. Um genauere Aussagen treffen zu können, sollte die von FESOM prognostizierte Neigung der Meeresoberfläche in Zukunft in für die Eisbergdrift kritischen Regionen – wenn möglich – mit Messdaten verglichen werden. Eine durch *Datenassimilation* SSH-optimierte FEOM-Version [Skachko et al., 2008] besteht bereits, deren berechnete Auslenkung der Meeresoberfläche im Bereich des Weddellmeeres auch als Vergleich dienen könnte. Der RMS-Fehler zwischen Modellergebnis und Daten konnte in dieser Version durch Datenassimilierung von 16 cm auf 2 cm verringert werden

[Skachko et al., 2008].

Um auszuschließen, dass die in dieser Arbeit verwendete Glättung der Meeresoberflächenneigung zu geringe Neigungen zur Folge hat, wurde auch eine Simulation mit deaktivierter Glättung durchgeführt. Diese zeigt allerdings keine realistischeren Trajektorien.

5.3 Erweiterung des Referenzmodells um zusätzliche physikalische Prozesse

Das Referenzmodell wird nun jeweils einzeln um die anfänglich deaktivierten physikalischen Prozesse erweitert, um Aussagen über deren Wirkung treffen zu können. Wie zuvor ist der Einfluss jeder zusätzlichen Parametrisierung auf die simulierte Eisbergdrift graphisch anhand von Überblicken über alle zwölf Eisberge dargestellt. Je nach Parametrisierung werden aber vereinzelt die auf einen Eisberg wirkenden (zusätzlichen) Beschleunigungen oder auch Schmelzraten angegeben.

5.3.1 Wave radiation force

Wird das Referenzmodell um die Parametrisierung des Effektes von Oberflächenwellen auf die Drift eines Eisbergs

$$\mathbf{F}_r = \frac{1}{4} \rho_w g a^2 L \frac{\mathbf{u}_a}{\|\mathbf{u}_a\|}, \quad a = 0.02025 \|\mathbf{u}_a\|^2 / 2$$

erweitert (*wave radiation force*, siehe Gleichung (3.23)), so weisen die simulierten Eis-

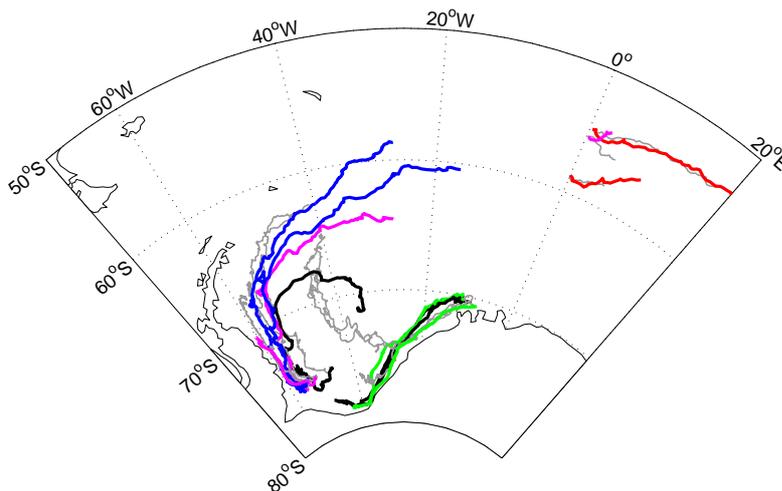


Abbildung 5.25: Dargestellt ist ein Überblick über alle 12 modellierten Eisberge, der die Auswirkungen einer aktivierten *wave radiation force* zeigt.

berge eine zusätzliche Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit \mathbf{u}_a auf. In Abbildung 5.25 ist der Einfluss dieser zusätzlichen Parametrisierung auf die Drift der Eisberge dargestellt.

Der Effekt der zusätzlichen Parametrisierung ist aufgrund ihrer biquadratischen Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit \mathbf{u}_a stärker als beispielsweise der Effekt nach Verdopplung des *form drag coefficient* C_a der Atmosphäre in Abschnitt 5.2.

Der Eisberg IB1 zeigt nach Einführung der *wave radiation force* einen längeren Driftweg als die Beobachtung. Da die simulierte Drifttrajektorie der Eisberge IB1 und IB3 aber auf der beobachteten Trajektorie liegt, erscheint die zusätzliche Parametrisierung vielversprechend.

In Abbildung 5.26 sind exemplarisch die Beschleunigungen dargestellt, die der Eisberg IB1 im ersten Monat der Drift erfährt. Deutlich zu sehen ist die dominierende Balance

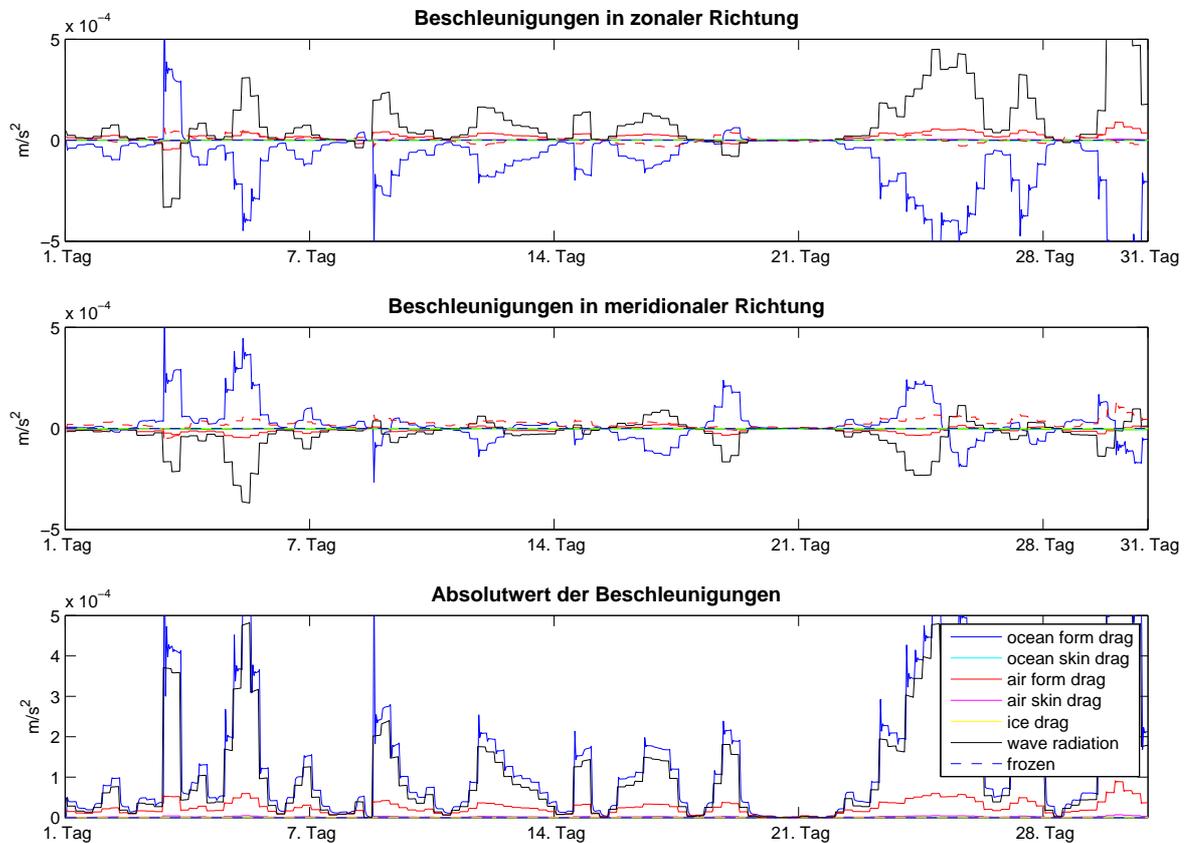


Abbildung 5.26: Dargestellt sind die wirkenden Beschleunigungen auf IB1 im ersten Monat der Drift.

zwischen dem *form drag* des Ozeans und der *wave radiation force*.

Aufgrund von starken Sprüngen in den antreibenden Beschleunigungen sind numerische Oszillationen des *form drags* zu erkennen. Wie bereits in Abschnitt 3.2.4 erwähnt, führen Martin und Adcroft [2010] unter anderem aus diesem Grund einen variablen Koeffizienten $C_{wave} \leq 0.12$ ein.

Auch hier erscheint die Verwendung eines zusätzlichen Koeffizienten der *wave radiation force* sinnvoll, um den sehr großen Einfluss des Windes zu begrenzen.

5.3.2 Schmelzen von Eisbergen

An dieser Stelle werden die in Abschnitt 3.3 eingeführten Schmelzraten M_b und M_v sowie die Erosionsrate M_e angewendet, um mittels einfacher diagnostischer Gleichungen das Schmelzen von Eisbergen parametrisieren zu können. Das Schmelzen der Eisberge wird durch Anpassung der Eisbergdimensionen umgesetzt, wie es in Abschnitt 3.3.4 bereits beschrieben ist.

In Abbildung 5.27 ist die simulierte Drift der schmelzenden Eisberge dargestellt.

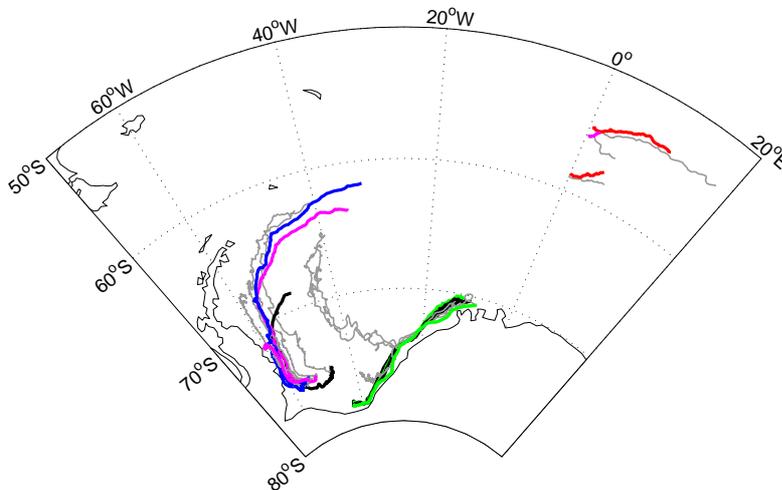


Abbildung 5.27: Dargestellt ist ein Überblick über alle 12 modellierten Eisberge, der die simulierte Drift bei aktiviertem Schmelzen zeigt.

Die simulierten Trajektorien zeigen keine großen Veränderungen im Vergleich mit der Simulation des Referenzmodells. Da die Eisberge durch die Schmelz- und Erosionsprozesse an Masse verlieren, ist aber eine Verschiebung der Drift einiger Eisberge nach rechts zu erkennen, da der Corioliseffekt geringer ist: Dies betrifft etwa den Eisberg IB1 sowie die Eisberge IB8 und IB9, die nahe 75° S starten.

Von besonderem Interesse sind die modellierten Schmelzraten der Eisberge sowie deren typische Größenordnungen. Auf den folgenden beiden Seiten sind in Abbildung 5.28 die Schmelzraten der Eisberge IB1 bis IB6 angegeben. Der Abbildung 5.29 sind die Schmelzraten der Eisberge IB7 bis IB12 zu entnehmen. Zu jedem Eisberg ist außerdem der Gesamtvolumenverlust in m^3/Tag angegeben.

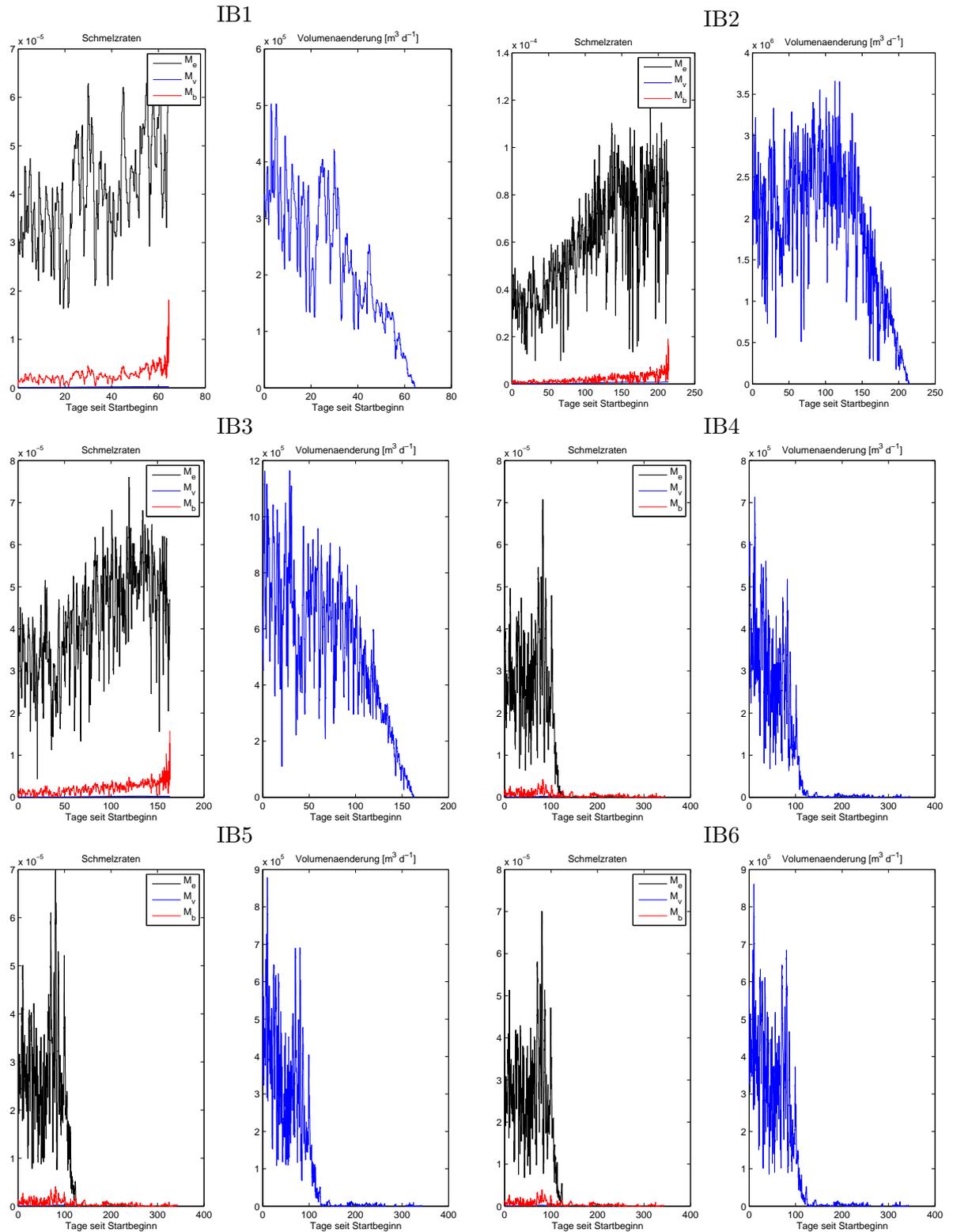


Abbildung 5.28: Dargestellt sind die verschiedenen Schmelzraten (jeweils links) in m/s sowie die Volumenänderung in m^3/Tag (jeweils rechts) für die Eisberge IB1 bis IB6 über die Dauer der gesamten modellierten Drift.

5.3 Erweiterung des Referenzmodells um zusätzliche physikalische Prozesse

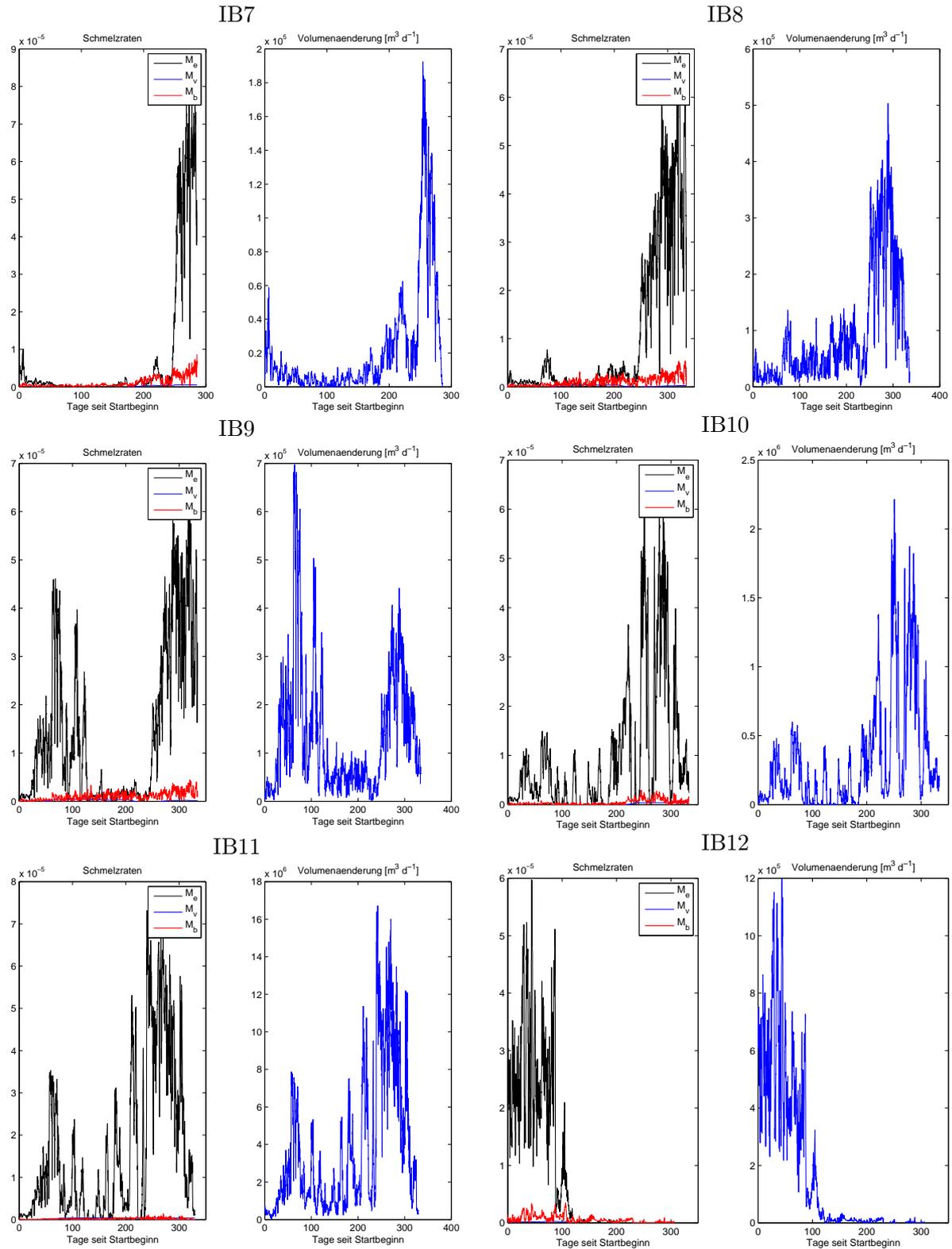


Abbildung 5.29: Dargestellt sind die verschiedenen Schmelzraten (jeweils links) in m/s sowie die Volumenänderung in m³/Tag (jeweils rechts) für die Eisberge IB7 bis IB12 über die Dauer der gesamten modellierten Drift.

Die Erosionsrate M_e hat in den meisten Fällen den größten Einfluss, gefolgt von der turbulenten Schmelzrate M_b und der wesentlich kleineren Schmelzrate M_v .

Die Eisberge IB4 bis IB6 sowie IB12, die nahe der Neumayer-Station starten, zeigen in dem letzten Teil der Simulation jedoch höhere turbulente Schmelzraten als Erosionsraten. Gegen Ende ihrer Drift geraten diese Eisberge in Regionen hoher Meereiskonzentrationen, sodass die Erosion aufgrund von Seegang stark gedämpft wird.

Die Eisberge IB1 bis IB3 schmelzen noch vor Ende des Jahres 1999. IB1 ist bereits nach etwa 65 Tagen geschmolzen, IB3 nach mehr als 160 Tagen und IB2 sogar erst nach mehr als 210 Tagen. In den ersten 150 Tagen verliert Eisberg IB2 meist mehr als $2 \cdot 10^6 \text{m}^3$ pro Tag. Da die Eisberge gegen Ende ihrer Drift an Geschwindigkeit gewinnen, steigt hier auch die turbulente Schmelzrate, welche von der Relativgeschwindigkeit zwischen Ozean und Eisberg abhängt.

Die Erosionsraten im Falle der Eisberge IB7 und IB8 steigen erst gegen Ende der Drift an, wenn Regionen erreicht werden, in denen freie Drift aufgrund des zurücktretenden Meereises stattfindet. Die Eisberge IB9, IB10 und IB11 driften im Vergleich jedoch zu Beginn etwas näher an der antarktischen Halbinsel. Die prognostizierte Meereiskonzentration entlang der Küste ist dort in der ersten Hälfte der modellierten Drift geringer, sodass die Erosion schon früher einsetzt als bei den benachbarten Eisbergen IB7 und IB8.

5.3.2.1 Stabilitätskriterium nach Weeks und Mellor [1978]

Die in Abschnitt 3.3.4 beschriebene Handhabung des Schmelzens hat zur Folge, dass nach einiger Zeit säulenförmige Eisberge mit quadratischer Deckfläche entstehen, da die

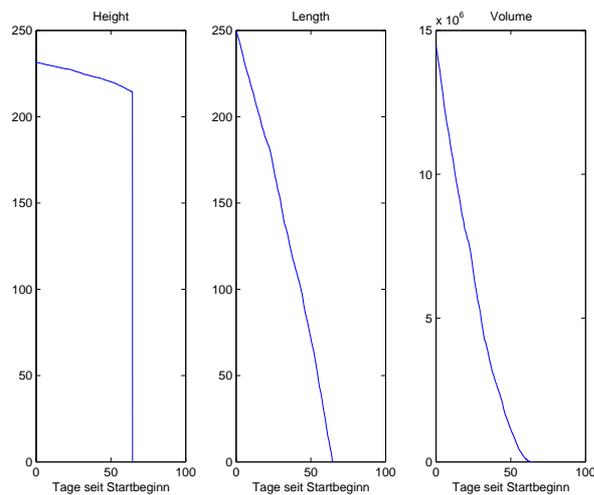


Abbildung 5.30: Gezeigt ist die Abnahme der Höhe, Länge und des Volumens des Eisbergs IB1.

Länge der Eisberge durch Erosionsprozesse schneller abnimmt als deren Gesamthöhe

aufgrund von turbulentem Schmelzen. Dieses Verhalten ist exemplarisch für den Eisberg IB1 in Abbildung 5.30 dargestellt.

Um hier ein realistischeres Verhalten zu erzielen, sollten Eisberge ab einem gewissen Verhältnis zwischen Länge und Gesamthöhe zur Seite kippen können. Hierzu kann das *Stabilitätskriterium* von Weeks und Mellor [1978] genutzt werden. Demnach ist die minimale Voraussetzung für eine stabile Lage des Eisbergs, dass

$$\frac{L^2}{9.72H} - 0.095H - 6 \text{ m} > 0 \text{ m}$$

gilt, wobei L und H die Länge und Gesamthöhe des Eisbergs in m sind.

Ein Eisberg kann daher als instabil angesehen werden, falls

$$L < \sqrt{0.92H^2 + 58.32H} \quad (5.4)$$

erfüllt ist. Dieses Kriterium wird beispielsweise auch von Bigg et al. [1997] oder Martin und Adcroft [2010] verwendet.

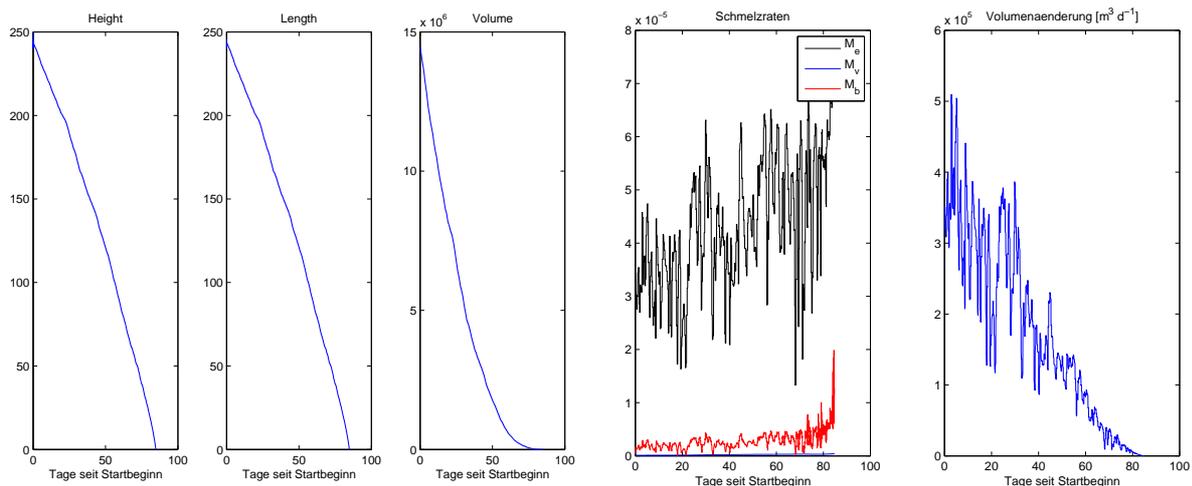


Abbildung 5.31: Die linke Abbildung zeigt, wie sich die Höhe des Eisbergs IB1 bei Verwendung des Stabilitätskriteriums von Weeks und Mellor bis zum Ende seines Bestehens kontinuierlich verringert. Die rechten beiden Abbildungen zeigen die modifizierten Schmelzraten sowie die Volumenabnahme des Eisbergs IB1.

Ist Gleichung (5.4) erfüllt, wird die Höhe des Eisbergs auf die ehemalige Länge des Eisbergs gesetzt, da angenommen wird, dass dieser gekippt ist. Zudem muss die neue Länge so angepasst werden, dass eine Quaderform mit quadratischer Deckfläche sowie das Gesamtvolumen erhalten bleiben. Die Abbildung 5.31 zeigt, wie die Höhe des Eisbergs IB1 unter Benutzung des Stabilitätskriteriums von Weeks und Mellor [1978] nun kontinuierlich abnimmt.

Es ist zudem zu beobachten, dass sich die Lebensdauer des Eisbergs aufgrund leicht modifizierter Schmelzraten erhöht.

5.3.2.2 Stranden von Eisbergen (grounding)

Dem Referenzmodell mit aktiviertem Schmelzen wird nun zusätzlich eine Parametrisierung des Strandens von Eisbergen in flachen Küstengebieten hinzugefügt.

Ein Eisberg, dessen Tiefgang die Meerestiefe an seiner aktuellen geographischen Position überschreitet, wird stationär gehalten. Erst wenn der Eisberg durch die thermodynamischen Prozesse genug (am Boden) geschmolzen ist, wird eine neue Position berechnet.

In Verbindung mit der Schmelzparametrisierung ergibt sich durch die Parametrisierung des Strandens von Eisbergen damit eine einfache Möglichkeit, den Effekt der Topographie des Meeresbodens auf die Drift von Eisbergen zu studieren.

Da hier nur ein Eisberg (IB10) mit einer Gesamthöhe von über 300 m modelliert wird (siehe Tabelle 5.1), sind die beobachteten Auswirkungen eher gering. Erst bei großen Tiefgängen macht sich die zusätzliche Parametrisierung bemerkbar.

Der Abbildung 5.32 ist zu entnehmen, dass die simulierte Drift des Eisbergs IB10 durch

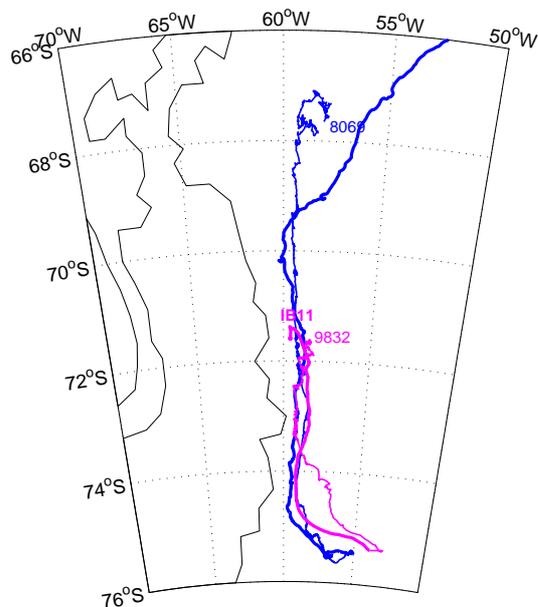


Abbildung 5.32: Gezeigt ist die durch die Topographie des Meeresbodens beeinflusste Drift von IB10 (blau) sowie die unveränderte Drift von IB11.

die zusätzliche Parametrisierung des Strandens von Eisbergen vom Startpunkt der Drift aus bis etwa 70° S wesentlich näher an der beobachteten Trajektorie liegt als die vom Referenzmodell berechnete Trajektorie (vgl. Abbildung 5.10).

Die Simulation von Eisberg IB10, die mit dem Referenzmodell berechnet wurde, zeigt hier zunächst einen südlicheren Verlauf und verläuft später näher an der antarktischen Halbinsel, d.h. in flacheren Regionen.

Bei der Modellierung von Eisbergen mit großem Tiefgang sollte die hier vorgestellte Parametrisierung des Strandens von Eisbergen in flachen Küstengebieten verwendet werden. Zusammen mit der Schmelzparametrisierung ergibt sich zudem eine einfache Möglichkeit, Eisberge gemäß ihres Tiefgangs der Meeresbodentopographie folgen zu lassen.

5.3.3 Einfrieren von Eisbergen im Meereis

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis untersucht. Der numerische Umgang mit diesem Term ist in Punkt 4.4.3 beschrieben.

Falls ausreichende Meereiskonzentrationen A bzw. Eishärten P vorliegen, d.h. falls

$$A \geq 90\% \text{ und } P \geq P_s$$

gilt, so bewegt sich der Eisberg mit der Meereisdriftgeschwindigkeit.

Aufgrund der Verwendung einer Regimefunktion setzt der Einfluss des Meereises schon in geringerem Maße bei kleineren Werten von 86% bzw. $P_s = 3000$ N/m ein, was bei der Wahl des Schwellenwertes P_s zu beachten ist.

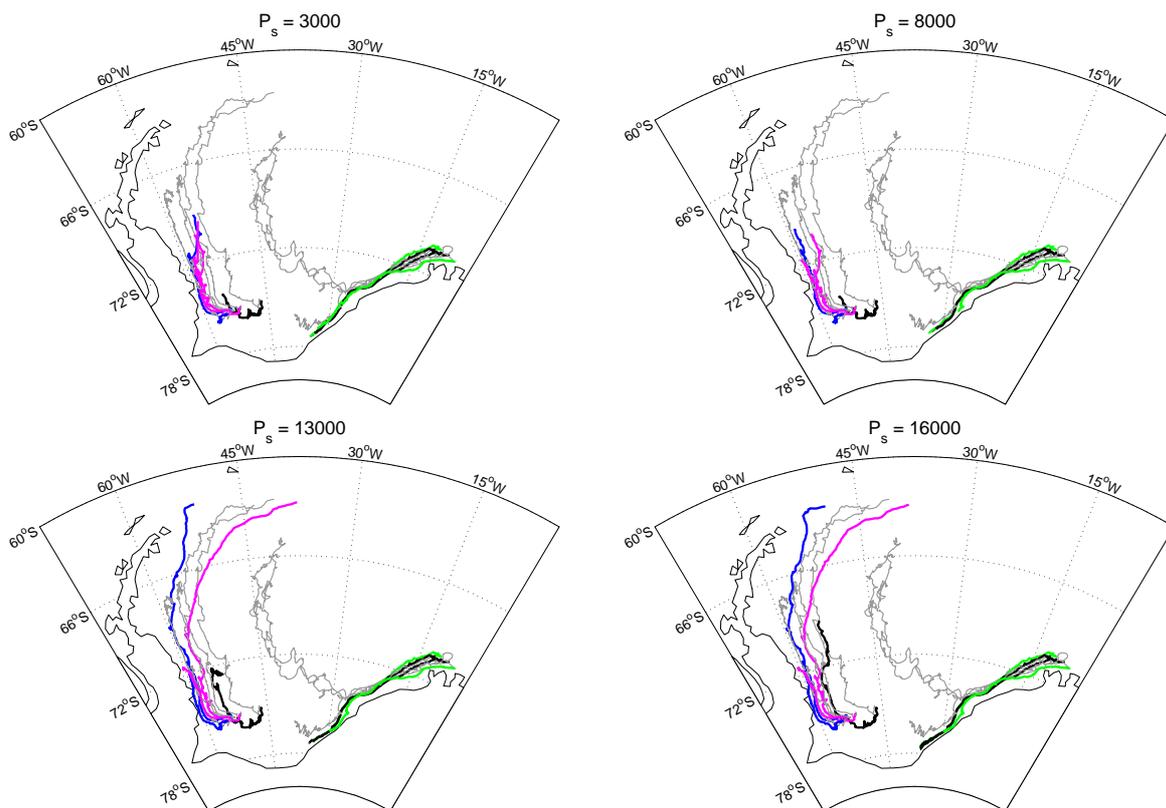


Abbildung 5.33: Dargestellt sind die simulierten Trajektorien der Eisberge IB1 bis IB12 für verschiedene Schwellenwerte P_s .

In Testläufen wird nun eine Reihe von Schwellenwerten P_s auf ihre Eignung zur Modellierung der Eisbergdrift untersucht.

Lichey und Hellmer [2001] verwenden einen Wert von $P_s = 13000$ N/m. Neben diesem werden hier die Werte 3000 N/m, 8000 N/m sowie 16000 N/m untersucht. Die sich jeweils ergebende simulierte Drift ist der Abbildung 5.33 zu entnehmen.

Zunächst ist festzuhalten, dass in den durchgeführten Simulationen das Meereis einen eher bremsenden Einfluss auf die simulierte Drift der nahe 75°S startenden Eisberge ausübt. Bei hohen Schwellenwerten von über $P_s = 13000$ N/m ähneln die Trajektorien den Simulationen des Referenzmodells ohne Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen.

Die nahe der Neumayer-Station gestarteten Eisberge ändern ihre Drift unter dem Einfluss des Meereises kaum. Die Meereisdriftgeschwindigkeit weist hier ähnliche Richtungen auf wie die mit dem Referenzmodell modellierten Eisberggeschwindigkeiten.

In den Simulationen von Lichey und Hellmer [2001], die einen wesentlich größeren Tafelberg modellieren, ist das Einfrieren von Eisbergen im Meereis der wesentliche Antrieb. Dieser Punkt wird in Kapitel 6 noch einmal aufgegriffen.

Bei den hier modellierten kleineren Eisbergen fällt der Einfluss der Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis allerdings geringer aus.

Ein lenkender Einfluss des Meereises auf den Eisberg IB9 ist allerdings zu erkennen. Dieser erreicht in den Simulationen mit Schwellenwerten von $P_s = 13000$ N/m bzw.

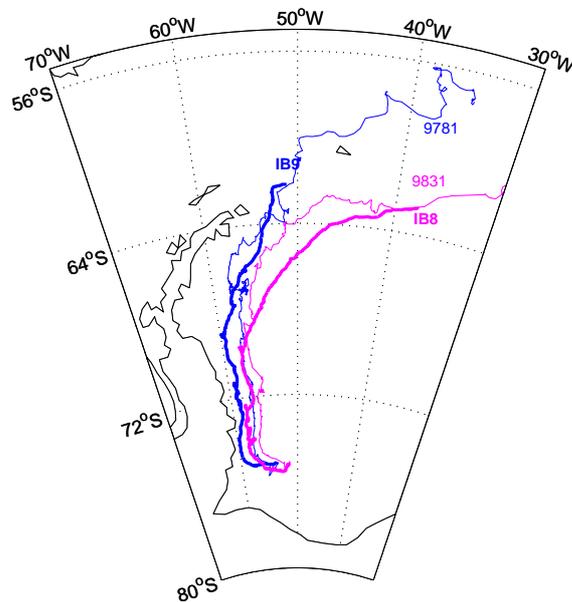


Abbildung 5.34: Gezeigt werden die modellierte Drift der Eisberge IB8 und IB9 unter Benutzung des Schwellenwertes $P_s = 13000$ N/m sowie die beobachteten Positionen der ARGOS Bojen.

16000 N/m die Spitze der antarktischen Halbinsel, während das Referenzmodell eine bereits früher nach Osten weisende Drift prognostiziert.

Werden nicht nur die bis zum 31.12.1999 beobachteten Positionen der entsprechenden ARGOS Boje 9781 betrachtet, sondern alle aufgezeichneten Positionen bis zum 25.12.2000 (siehe Tabelle 5.1), so zeigt sich, dass die simulierte Drift des Eisbergs IB9 in guter Übereinstimmung mit dem – allerdings erst später – beobachteten Verhalten steht. In Abbildung 5.34 ist zur Verdeutlichung ein vergrößerter Ausschnitt der modellierten Drift von IB9 (und IB8) unter Benutzung des Schwellenwertes $P_s = 13000$ N/m gezeigt. Während der Eisberg IB8 auch unter dem Einfluss des Meereises weiter wie die ARGOS Boje 9831 nach Osten driftet, so driftet IB9 unter dem Einfluss des Meereises bis zur Spitze der antarktischen Halbinsel, ähnlich wie es die ARGOS Boje 9781 zu einem späteren Zeitpunkt zeigt.

Um einen Eindruck davon zu bekommen, über welche Zeiträume des Jahres 1999 der simulierte Eisberg IB9 im Meereis eingefroren ist, zeigt die Abbildung 5.35 die entlang der simulierten Trajektorie vorherrschenden Meereishärten P .

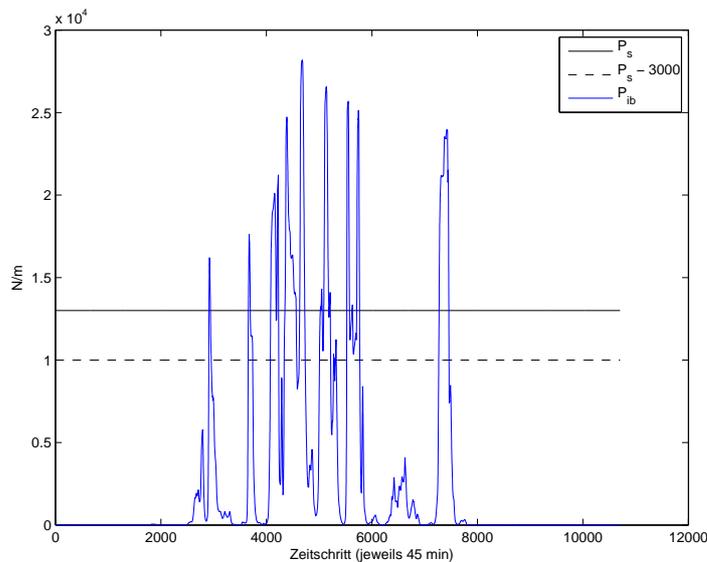


Abbildung 5.35: Gezeigt ist die Meereishärte P entlang der simulierten Drift von IB9.

Zudem ist der verwendete Schwellenwert P_s dargestellt. Wie deutlich zu erkennen ist, steigt die Meereishärte oft stark an, fällt danach aber auch wieder schnell. Um eine Übergangszone zu erreichen, in der der Einfluss der Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis kontinuierlich zu- bzw. abnimmt, ist daher ein zunächst hoch erscheinender Wert von 3000 N/m gewählt worden.

Zwischen Zeitschritt 2500 und Zeitschritt 3000 sind erstmals Meereishärten erreicht, die zum Einfrieren des Eisbergs IB9 ausreichen.

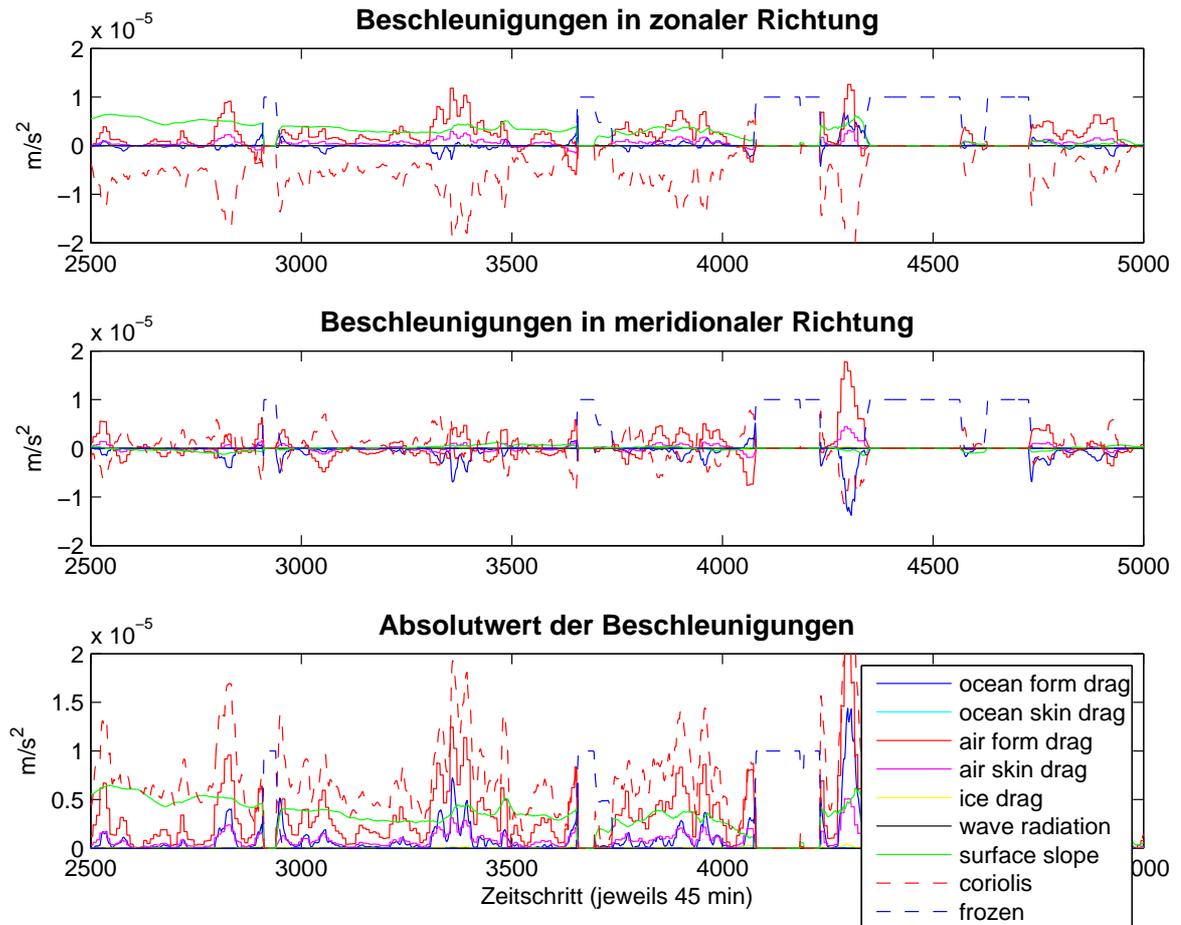


Abbildung 5.36: Gezeigt sind die auf IB9 wirkenden Beschleunigungen für den Zeitraum, in dem der Einfluss des Meereises beginnt.

In Abbildung 5.36 sind die auf den Eisberg IB9 wirkenden Beschleunigungen für den Zeitraum dargestellt, in dem der Einfluss des Meereises einsetzt. Da hier keine Beschleunigungen des Meereises berechnet werden, ist nur der Wert der Regimefunktion $0 \leq r(A, P) \leq 1$ aus Abschnitt 4.4.3 gezeigt, um den qualitativen Einfluss des Meereises abschätzen zu können. Dieser hier "frozen" genannte Wert ist in der Abbildung mit dem Faktor 10^{-5} skaliert, um dieselbe Größenordnung zu erreichen.

Gilt also $frozen = 10^{-5}$, so driftet der Eisberg mit der Meereisdriftgeschwindigkeit; falls $frozen = 0$ zutrifft, kann das Meereis den Eisberg aufgrund zu geringer Meereiskonzentration bzw. -härte nicht einfrieren. Zwischen Zeitschritt 3500 und 4000 ist gut zu erkennen, wie der Einfluss des Meereises kontinuierlich abnimmt, was durch die Regimefunktion erreicht wird.

Zu den anderen Zeitpunkten nimmt der Einfluss der Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen in Meereis innerhalb weniger Zeitschritte zu bzw. ab und ist daher schwer zu erkennen.

Der von Lichey und Hellmer [2001] gegebene Wert $P_s = 13000 \text{ N/m}$ erweist sich auch hier als sinnvolle Wahl. Zur Modellierung individueller Eisbergtrajektorien ist aber eine Anpassung erforderlich.

5.3.4 Einfluss der Gezeiten (Tidenhub)

Abschließend soll in diesem Kapitel der Einfluss der Tiden auf die Eisbergdrift auf einfache Art und Weise untersucht werden. Aufgrund der in den vorigen Abschnitten aufgezeigten Sensitivität der simulierten Eisbergtrajektorien – insbesondere Trajektorien großer Tafelberge – gegenüber Änderungen der Neigung der Meeresoberfläche wird hier nur die zusätzliche Variabilität der Neigung der Meeresoberfläche aufgrund der Gezeiten betrachtet. Die Variabilität der Ozeanströmungen wird vernachlässigt.

Ist die zusätzliche Auslenkung η_{tides} der Meeresoberfläche aufgrund der Gezeiten bekannt, so kann eine modifizierte Hangabtriebskraft (siehe Gleichung (3.10)) über

$$\mathbf{F}_p = -Mg\nabla(\eta + \eta_{tides})$$

berechnet werden.

Da FESOM den Effekt der Gezeiten nicht beachtet, werden zur Bestimmung von η_{tides} externe Modelldaten verwendet. Die Daten entstammen dem TPXO7.1⁴-Modell [Egbert & Erofeeva, 2002]. Diese können auf das hier verwendete Rechengitter interpoliert und in jedem Zeitschritt aktualisiert werden.

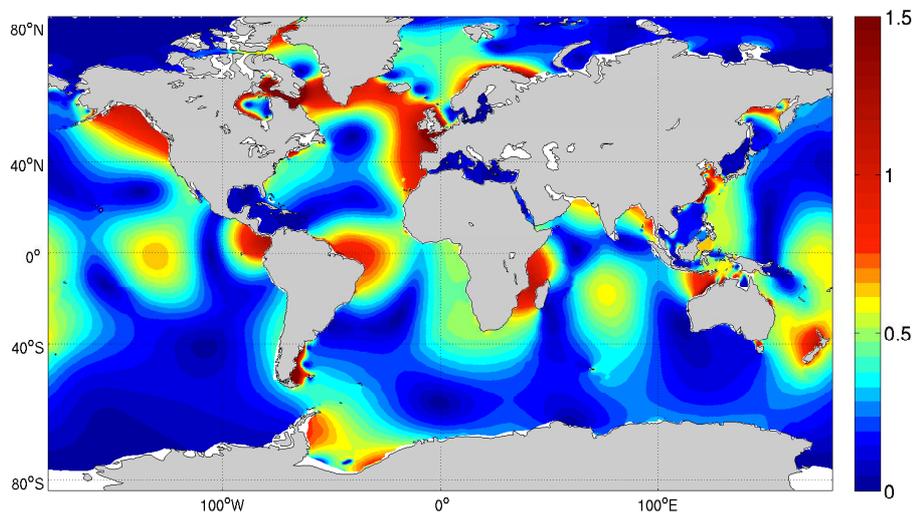


Abbildung 5.37: Dargestellt ist die Amplitude der M_2 sea surface height [m], welche von TPXO7.1 berechnet wurde.

⁴http://polaris.esr.org/ptm_index.html [Stand: Juni 2011]

Die zusätzliche Neigung der Meeresoberfläche wird nur für das Eisbergmodell benutzt. Der Einfluss der Gezeiten setzt sich aus mehreren Bestandteilen (mit verschiedenen Amplituden) zusammen, die z.B. mit $M2$, $S2$, $K1$ oder $O1$ bezeichnet sind [Egbert & Erofeeva, 2002] und sich überlagern.

Die oft größte Komponente $M2$ steht in Zusammenhang mit dem Einfluss des Mondes. Deren Amplitude ist in Abbildung 5.37 gezeigt und ist auch im Bereich des Weddellmeeres von nicht zu vernachlässigender Größenordnung.

Unter Benutzung der modifizierten Hangabtriebskraft ergibt sich auf den ersten Blick eine gegenüber der Simulation des Referenzmodells nur wenig veränderte Drift. Einzig der Eisberg IB10 zeigt einen längeren Driftweg.

Bei genauer Betrachtung zeigt sich jedoch, dass der größte der zwölf hier modellierten Eisberge, Eisberg IB11, oszillatorische Bewegungen aufgrund der Variabilität der Neigung der Meeresoberfläche um die ursprünglich berechnete Trajektorie ausführt. Die simulierten Trajektorien weisen hinsichtlich Länge und Richtung ansonsten große Ähnlichkeit auf. Aufgrund der spiralförmigen Bewegung entlang der antarktischen Halbinsel legt der Eisberg IB11 auf seinem Weg aber im gleichen Zeitraum mehr Strecke zurück. Daher ist er im Vergleich mit der Referenzsimulation (siehe Abbildung 5.13) wesentlich schneller, wie Abbildung 5.38 zu entnehmen ist.

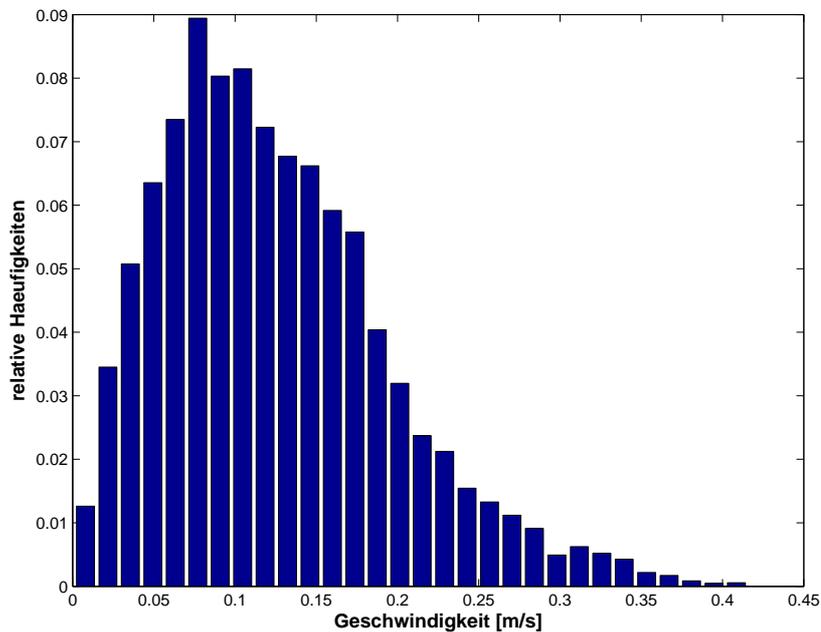


Abbildung 5.38: Die Darstellung zeigt die modellierte Geschwindigkeitsverteilung des Eisbergs IB11, der bei ca. $75^\circ S$ gestartet ist, unter dem Einfluss der Gezeiten.

Dieser hohe Geschwindigkeitszuwachs rührt von wesentlich höheren Beschleunigungen her, welche zur Verdeutlichung in Abbildung 5.39 gegeben sind. Der dominante Einfluss

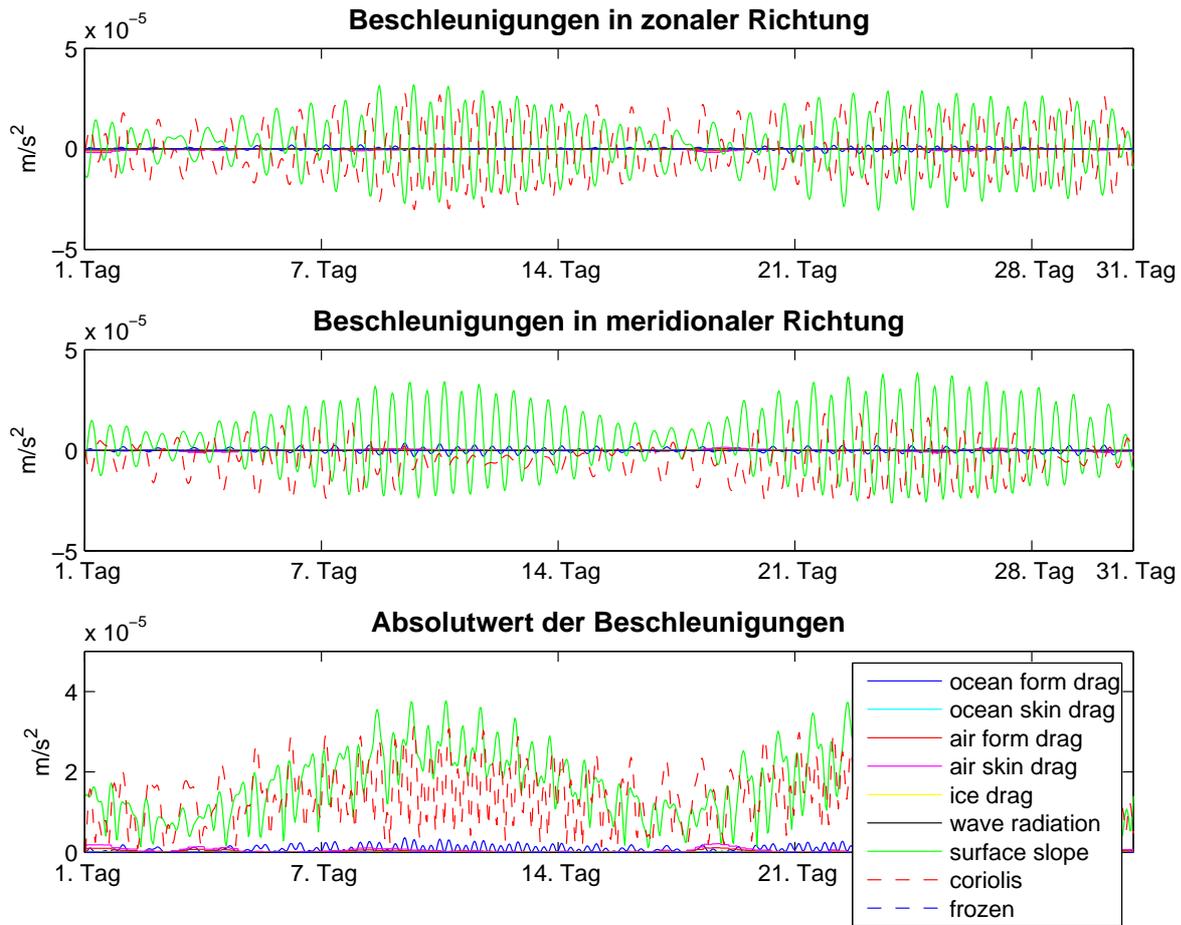


Abbildung 5.39: Die Darstellung zeigt die auf IB11 im ersten Monat der Drift wirkenden Beschleunigungen unter dem Einfluss der Gezeiten.

der von den Gezeiten beeinflussten Hangabtriebskraft ist deutlich zu erkennen.

Zusammengefasst lässt sich sagen, dass der Einfluss der Gezeiten auf die modellier- te Drift der Eisberge auf langen Zeitskalen als gering einzuschätzen ist. Auf kurzen Zeitskalen ist die Drift – insbesondere von großen Eisbergen wie IB11 – aber wesent- lich von Spiralbewegungen aufgrund der Gezeiten geprägt.

Bei Vernachlässigung der Gezeiten weist der Eisberg IB11 deutlich niedrigere Geschwin- digkeiten auf, was Einfluss auf die Berechnung der turbulenten Schmelzrate hat. Bei Vernachlässigung der Tiden wird diese möglicherweise stark unterschätzt.

6 Satellitengestützte Verfolgung von Eisbergen

Dieses Kapitel zeigt erste Ergebnisse einer weiteren Anwendung des in dieser Arbeit entwickelten Eisbergmodells am Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung in Bremerhaven.

Zur genaueren Bestimmung der Massenbilanz des antarktischen Eisschildes werden am Alfred-Wegener-Institut Anstrengungen unternommen, Eisberge per automatischer Detektion in Radarsatellitenbildern erkennen zu können. Durch Berechnung der Oberfläche der Eisberge in den Satellitenbildern und Abschätzung ihrer Dicke soll der Beitrag von Eisbergen an der Massenbilanz des antarktischen Eisschildes genauer beziffert werden [Wesche & Dierking, 2010].

Das manuelle Verfolgen von Eisbergen anhand von Satellitenbildern gestaltet sich sehr mühsam. Insbesondere kleinere Eisberge, die im Gegensatz zu großen Tafeleisbergen keine charakteristische Form aufweisen, sind schwer voneinander zu unterscheiden. Da zwischen Satellitenbildern derselben Region typischerweise zeitliche Lücken auftreten, könnte das Eisbergdriftmodell eine erste Schätzung abgeben, in welchem Bereich der verfolgte Eisberg zu finden ist. Außerdem wäre eine Rückverfolgung des betrachteten Eisbergs zum Kalbungsort mithilfe des Driftmodells wünschenswert, um genauere Aussagen zur Dicke des Eisbergs über Höheninformationen des Eisschelfgebietes treffen zu können [Wesche & Dierking, 2010]. Dies würde auch die Genauigkeit der Abschätzung des Anteils von Eisbergen an der Massenbilanz des antarktischen Eisschildes erhöhen.

Der Nutzen eines Eisbergmodells für die oben genannten Zwecke wird unter Beteiligung des Verfassers in Zukunft untersucht werden.

Nachfolgend sind erste Simulationen eines sehr großen Tafeleisbergs gezeigt, die von Dr. Christine Wesche (AWI) mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Eisbergmodell durchgeführt und mit manuell bestimmten Satellitendaten verglichen wurden.

Tabelle 6.1: In der Tabelle sind die Dimensionen und die Masse des Eisbergs D18 gegeben. Zudem sind die Angriffsflächen des *form drag* und des *skin drag* durch Ozean und Atmosphäre aufgeführt.

Mittl. Länge [m]	Dicke [m]	Masse M [kg]	A_o [km^2]	A_a [km^2]	A_{skin} [km^2]
19800	304	$1.01 \cdot 10^{14}$	4.98	1.04	392.04

Bei dem Eisberg handelt es sich um den Eisberg D18, dessen Dimensionen in Tabelle 6.1 gegeben sind. Dieser ist wesentlich größer als die im vorigen Kapitel modellierten zwölf Eisberge.

Das hier benutzte Eisbergmodell entspricht dem Referenzmodell mit aktivierter Schmelzparametrisierung. Die Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis ist zunächst deaktiviert.

In Abbildung 6.1 sind neben den im Jahr 2006 beobachteten Positionen von D18 die erhaltenen Simulationsergebnisse dargestellt. Im Hintergrund der Darstellung ist die Bodentopographie nach dem RTopo Datensatz [Timmermann et al., 2010] gezeigt.

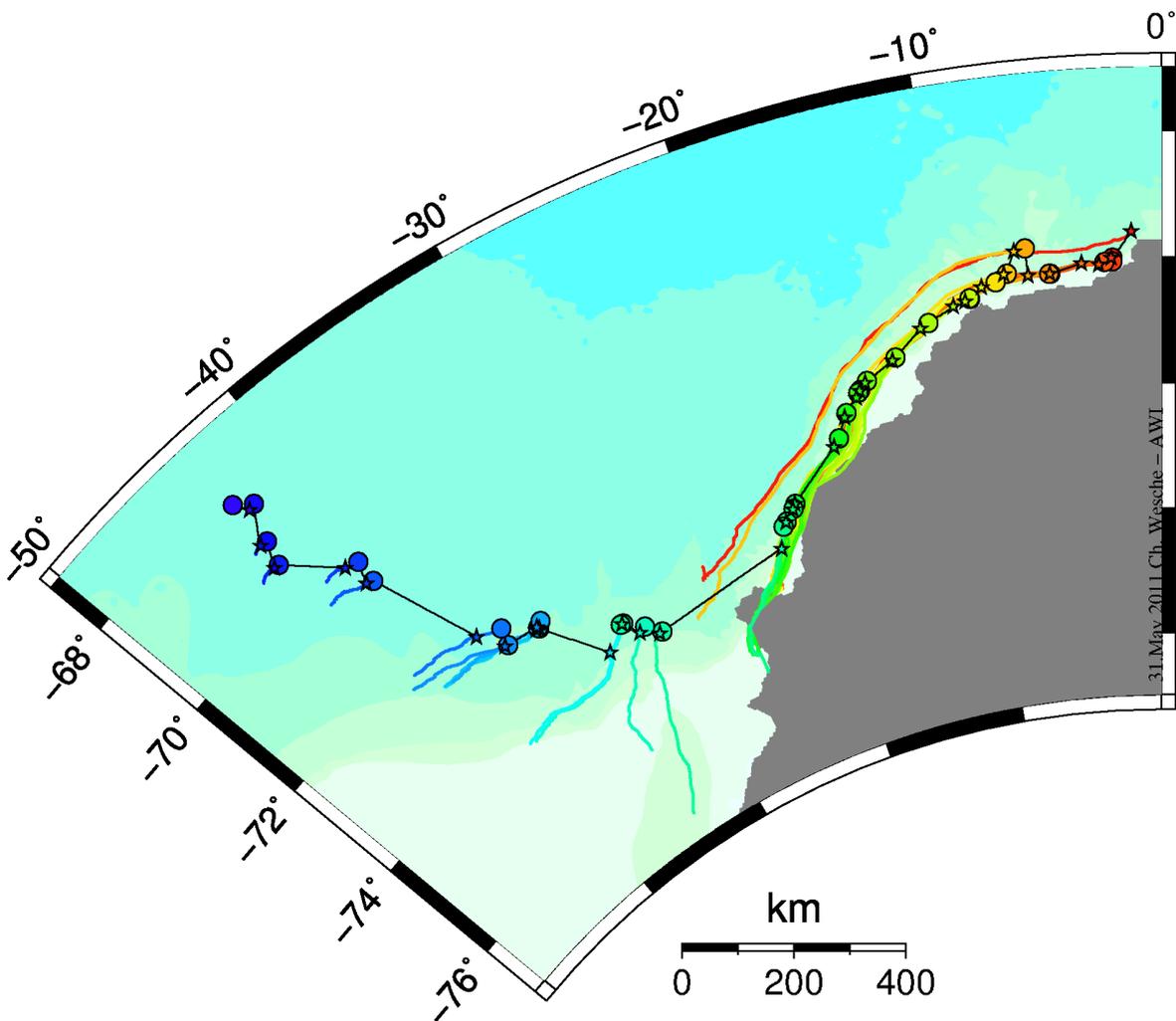


Abbildung 6.1: Dargestellt sind die beobachteten Positionen des Eisbergs D18 (farbige Kreise). Ausgehend von diesen Punkten werden Modelleisberge gestartet, deren Trajektorien dieselbe Farbe wie der Startpunkt aufweisen und bis zum 31.12.2006 berechnet werden. Dünne schwarze Linien kennzeichnen die Differenz von tatsächlichen zu modellierten Positionen (farbige Sterne).

- Farbige Kreise zeigen die beobachteten Positionen des Eisbergs D18 an, welche aus ENVISAT¹ *Wide Swath* Satellitenbildern bestimmt wurden. An diesen Punkten wird jeweils ein Modelleisberg mit den Eigenschaften von D18 gestartet und dessen Drift bis zum 31.12.2006 simuliert. Die Farbe der simulierten Trajektorie stimmt mit der Farbe des Startpunktes überein.
- Die farbigen Sterne zeigen modellierte Positionen zu Zeitpunkten, an denen die nächste aus Satellitenbildern ermittelte tatsächliche Position von D18 vorliegt. Die modellierte und die wahre Position sind mit dünnen schwarzen Linien verbunden.

Kurze dünne Verbindungslinien weisen daher auf eine gute Vorhersage hin, lange Verbindungslinien illustrieren große Unterschiede zwischen Beobachtung und Modellvorhersage. Es ist deutlich zu sehen, dass sich insbesondere in der zweiten Hälfte der Drift die modellierte Driftrichtung von der tatsächlichen Richtung unterscheidet. Außerdem ist die modellierte Geschwindigkeit nur gering.

Durch Anpassung der Schubspannungskoeffizienten werden die modellierten Drifttrajektorien nur unwesentlich beeinflusst. Dieses Verhalten lässt sich mit den Ergebnissen des vorigen Kapitels erklären: Der wesentliche Einfluss auf große Tafeleisberge wird (zumindest in eisfreien Regionen) von den Volumenkräften ausgeübt. Die Oberflächenkräfte haben auf große Tafeleisberge, anders als bei kleineren Eisbergen, geringeren Einfluss.

Abschließend wird das Modell nun um die Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis erweitert. Hier ist ein Schwellenwert $P_s = 10000$ N/m gewählt. Die Auswirkungen auf die simulierte Drift von D18 sind in Abbildung 6.2 dargestellt. Der Abbildung ist der große Einfluss der Parametrisierung zu entnehmen. Die Modelleisberge erfahren nun einen wesentlich höheren Antrieb. Die Driftrichtung ähnelt den Simulationen von Lichey und Hellmer [2001], die die Drift von C7, einem weiteren Tafeleisberg, beginnend im Jahr 1990 modellieren. Der Startzeitpunkt der dort modellierten Drift von C7 ist mit dem hier gewählten Startzeitpunkt von D18 – mit Ausnahme des Jahres – vergleichbar.

Allein durch Verwendung der Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis ist die beobachtete Drift von D18, der im Gegensatz zu C7 eine bereits früher stark nach Norden weisende Driftrichtung zeigt, wahrscheinlich nicht zu reproduzieren. Das Geschwindigkeitsfeld des Meereises weist zwischen den Jahren keine solch großen Änderungen der Richtung auf.

Wie in der vorliegenden Arbeit gezeigt wurde, könnten bei der Drift von D18 folgende Punkte ebenfalls eine wichtige Rolle spielen und sollten daher überprüft werden:

- Die einzige Volumenkraft, die einen Antrieb von Tafeleisbergen darstellt, ist die Hangabtriebskraft. Sollte die Neigung der Meeresoberfläche durch FESOM un-

¹<http://envisat.esa.int> [Stand: Juni 2011]

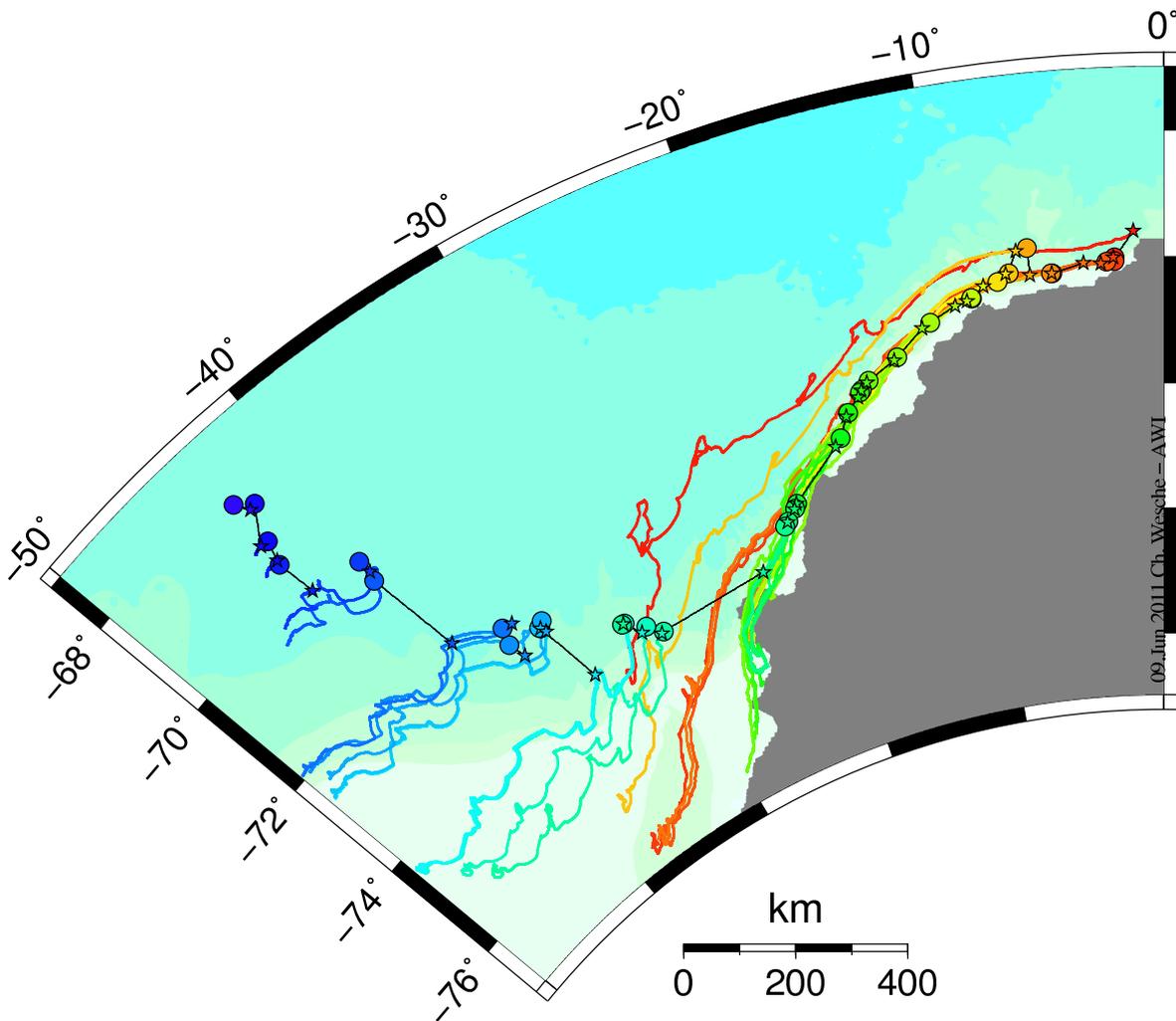


Abbildung 6.2: Dargestellt sind die beobachteten Positionen des Eisbergs D18 (farbige Kreise) sowie modellierte Positionen (farbige Sterne) unter Verwendung der Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis.

terschätzt sein, so fehlt ein wichtiger Antrieb von großen Eisbergen wie D18. Diese Kraft könnte den fehlenden Antrieb darstellen, der von Lichey und Hellmer [2001] bei der Modellierung eines Tafelberges vergleichbarer Größe festgestellt wurde.

- D18 weist aufgrund seiner Dicke einen großen Tiefgang auf und ist daher möglicherweise von der Bodentopographie beeinflusst (vgl. die Höhenlinien der Abbildung 6.2). Hier sollte die Option des Strandens von Eisbergen aktiviert werden.
- Möglicherweise ist das Eisbergmodell um einen weiteren physikalischen Prozess zu erweitern, um das beobachtete Verhalten reproduzieren zu können. Siehe hierzu Kapitel 7.

7 Fazit und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein dynamisch-thermodynamisches Eisbergmodell als Erweiterung des Finite-Elemente-Meereis-Ozean-Modells FESOM entwickelt. Da Eisberge "online", parallel zu den Berechnungen von FESOM, modelliert werden, können in Zukunft Wechselwirkungen zwischen Eisbergen und ihrer Umgebung besser untersucht werden als dies in einem "offline"-Modell möglich ist. Bei einer früheren AWI-Modellstudie von Lichey und Hellmer [2001] wurde die Drift des Tafelbergs C7 (nur) in einem Nachbearbeitungsschritt simuliert.

In seiner jetzigen Form erlaubt das Eisbergmodell bereits die Quantifizierung von Schmelzraten und wirkender Beschleunigungen auf antarktische Eisberge. Zudem können einige physikalische Einblicke gewonnen werden:

Während Oberflächenkräfte wie die Windschubspannung oder die ozeanische Schubspannung großen Einfluss auf die Drift von kleineren Eisbergen ausüben, sind Eisberge mit zunehmender Größe stärker dem Einfluss der Volumenkräfte, d.h. der Hangabtriebskraft und der Corioliskraft, unterworfen. Bei sehr großen Tafelbergen ist die Hangabtriebskraft – zumindest in eisfreien Regionen – der wesentliche Antrieb.

In Regionen hoher Meereiskonzentration ist der Antrieb durch die Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis wesentlich für die Bewegung großer Tafelberge, wie von Lichey und Hellmer [2001] bereits festgestellt wurde. Die Dynamik kleinerer Eisberge unterscheidet sich insofern von der großer Tafelberge, dass die Drift kleinerer Eisberge auch ohne die Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis bereits in vielversprechender Art wiedergegeben werden kann.

Der von Lichey und Hellmer [2001] beobachtete fehlende Antrieb in ihren Simulationen des großen Tafelbergs C7 ist nach den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit möglicherweise auf eine zu geringe Hangabtriebskraft zurückzuführen.

Auch die Drift kleinerer Eisberge ist an kritischen Punkten, etwa nahe der antarktischen Küste zwischen 20° und 30° W, stark von der prognostizierten Neigung der Meeresoberfläche abhängig.

Die Unterschiede zwischen der modellierten und der beobachteten Drift des großen Tafelbergs D18 könnten auch durch weitere – im Eisbergmodell dieser Arbeit nicht repräsentierte – physikalische Prozesse zu erklären sein. Mögliche Erweiterungen des Eisbergmodells sind denkbar:

- Es wird vermutet¹, dass Tafelberge bzw. die unter ihnen liegende Wassersäule

¹http://geosci.uchicago.edu/research/iceberg_drift_research.shtml [Stand: Juni 2011]

dem *Taylor-Proudman Effekt* [Pedlosky, 1987] unterworfen sein könnten. Wie Pedlosky [1987] beschreibt, kann in einfachen Experimenten nachgewiesen werden, dass eine rotierende Flüssigkeit bei kleinen Rossby-Zahlen unter einem relativ zur Flüssigkeit bewegten Körper eine sogenannte Taylor-Säule bildet. Diese Wassersäule bildet mit dem Körper unter bestimmten Voraussetzungen eine Einheit und ist in horizontaler Richtung *nicht-divergent* [Pedlosky, 1987].

Ein Tafelberg könnte daher nicht nur durch direkten Kontakt mit dem Meeresboden in seiner Richtung beeinflusst werden, sondern schon früher durch die Eigenschaft der unter ihm liegenden Wassersäule, Änderungen der Wassertiefe zu vermeiden. Diese Änderungen würden eine horizontale Konvergenz bzw. Divergenz der Wassersäule bedeuten.

Eine Beschreibung dieses Vorgangs ist bisher nicht in Eisbergmodellen umgesetzt worden, könnte bei der Modellierung von großen Tafelbergen aber eine Rolle spielen. Die modellierte Drift von D18 führt in Regionen geringerer Wassertiefe (siehe die Bodentopographie in Abbildung 6.2). Der Taylor-Proudman Effekt trägt möglicherweise zur beobachteten, nach Norden weisenden Komponente der Driftrichtung bei.

- In einer aktuellen Arbeit zeigt Turnbull [2010] den Einfluss atmosphärischer Druckgradienten auf Eisberge, die eine große horizontale Ausdehnung aufweisen und damit an verschiedenen Seitenflächen einem unterschiedlichen Luftdruck ausgesetzt sind. Dieser Einfluss ist möglicherweise nur auf einige Regionen der Antarktis, sogenannte "*iceberg parking lots*" oder "*iceberg graveyards*", beschränkt [Turnbull, 2010]. Eine Umsetzung im Eisbergmodell könnte helfen, den allgemeinen Einfluss atmosphärischer Druckgradienten zu bestimmen.

Mit dem an FESOM gekoppelten Eisbergmodell steht ein nützliches Werkzeug zur Verfügung, das viele mögliche Anwendungen hat:

- Durch Rückkopplung der berechneten Schmelzraten in das zugrundeliegende Finite-Elemente-Meereis-Ozean-Modell könnte in Zukunft die Süßwasserverteilung aufgrund von driftenden Eisbergen simuliert werden und der modellierte Kreislauf des Wassers weiter geschlossen werden. Dazu müssten Eisberge aufgrund des Fehlens eines Eisschildmodells in FESOM beispielsweise nach einer statistischen Verteilung (siehe z.B. die Häufigkeitsverteilung der Größenklassen 1 bis 10 in Tabelle 1.1) im Modell gestartet werden. Die in diesem Fall typischerweise hohe und variable Zahl modellierter Eisberge würde eine Modifizierung des Fortran-Codes und Benutzung von verketteten Listen anstelle vorgegebener Arrays fester Größe erfordern (siehe Anhang A).

Durch Rückkopplung der berechneten Schmelzraten in FESOM könnte der Einfluss des modifizierten Süßwassereintrags auf die Ozeanzirkulation und die Meereisbedeckung auf langen Zeitskalen bestimmt werden, ähnlich wie es beispielsweise Martin und Adcroft [2010] untersuchen.

- Zusammen mit dem Schmelzwasser werden dem Ozean Sedimente bzw. Eisenpartikel zugefügt, welche Auswirkungen auf das Wachstum von Phytoplankton haben [Schwarz & Schodlok, 2008]. Dieser Effekt könnte durch Kopplung des Eisbergmodells mit einem Biologie-Modul, welches sich am Alfred-Wegener-Institut in der Entwicklung befindet, untersucht werden.
- In einer aktuellen Modellstudie mit dem Los Alamos Meereismodell (CICE²) untersuchen Hunke und Comeau [2011] die Auswirkungen, die Eisberge auf die Meereisbedeckung ausüben. Hierzu wurde die Impulsbilanz des Meereismodells um einen Schubspannungsterm erweitert, der bei Vorhandensein eines Eisbergs zum Aufhäufen des Eises (*ridging*) oder zu offenen Wasserflächen führt. Die großskaligen Unterschiede der Verwendung dieser rein dynamischen Parametrisierung des Einflusses von Eisbergen auf Meereis sind gering, thermodynamische Effekte gilt es noch zu untersuchen [Hunke & Comeau, 2011].

Das in dieser Arbeit entwickelte Eisbergmodell liefert bereits vielversprechende Ergebnisse und Einblicke in die Dynamik und Thermodynamik von antarktischen Eisbergen. Während ein Großteil der vorliegenden Arbeit in der Entwicklung des Eisbergmodells, einer passenden numerischen Umsetzung sowie in einer geeigneten Implementierung mit Fortran bestand, ist das Potential des Modells mit der hier durchgeführten Auswertung noch nicht erschöpft. Durch die Auslegung des Eisbergmodells als zusätzliche Komponente von FESOM eröffnet sich für die Zukunft eine Vielzahl von Anwendungsgebieten, in denen die Rückwirkungen von Eisbergen auf ihre Umwelt und letztlich auf das gesamte Weltklima untersucht werden können.

²<http://climate.lanl.gov/Models/CICE/> [Stand: Juni 2011]

A Umsetzung in Fortran

Das Eisbergmodell ist, wie das zugrundeliegende Meereis-Ozean-Modell FESOM, in Fortran90 geschrieben und berechnet, zum Teil parallel über MPI, mehrere Eisberge während eines FESOM-Laufes.

Fortran90 ist keine objektorientierte Sprache, ermöglicht aber modulares Programmieren. Das Eisbergmodell beinhaltet ein Modul `iceberg_params`, welches als reiner Datenbereich genutzt wird. Dadurch kann aus anderen Modulen oder Subroutinen einfach auf einige Variablen des Eisbergmodells zugegriffen werden. Das Eisbergmodul befindet sich in der Datei `icb_modules.F90`.

Die Routinen bezüglich der Dynamik und Thermodynamik finden sich in den Dateien `icb_dyn.F90` sowie in `icb_thermo.F90`.

Die Datei `icb_step.F90` umfasst unter anderem die Hauptroutine `iceberg_step` des Eisbergmodells.

Einige Routinen zum Finden des Elementes, in dem sich der Eisberg befindet, sowie weitere wichtige Hilfsroutinen sind in der Datei `icb_elem.F90` untergebracht.

Insgesamt umfassen diese fünf Dateien über 2200 Zeilen Programmcode.

In der Hauptroutine von FESOM (diese befindet sich in der Datei `fesom_main.F90`) wird das Eisbergmodell direkt nach Berechnung eines Zeitschrittes des Ozeans

```
162      call ocean_step
      call iceberg_calculation      !compute icebergs
```

aufgerufen. Die Berechnung des Meereiszeitschrittes sowie die Kopplung zwischen Meereis und Ozean hat zu diesem Zeitpunkt bereits stattgefunden. Die Zahl am linken Seitenrand des Codefragmentes gibt die Zeilennummer in der Datei `fesom_main.F90` an. Diese Angaben können sich – auch auf den folgenden Seiten – von der endgültigen Modellversion leicht unterscheiden.

Die wichtigsten Variablen des Eisbergmodells werden am Ende eines jeden FESOM-Laufes gesichert, sodass ein *restart* nach Beendigung eines Modelllaufes durchgeführt werden kann. Der Aufruf der entsprechenden Routine erfolgt nach der Speicherung der Variablen des Ozeans und des Meereises:

```
212      call oce_out
      #ifdef use_ice
214      call ice_out
      #endif
```

216

```
call iceberg_out      !save variables for iceberg restart
```

Dies sind die einzigen größeren Änderungen, die in einer bestehenden FESOM-Installation vorgenommen werden müssen, um diese um die neuen Eisbergfunktionalitäten zu erweitern. Das Einrichten gestaltet sich daher sehr einfach. Das Einrichten des Eisbergmodells sowie weitere kleinere notwendige Änderungen wie das Setzen von Pfaden ist im Detail in Anhang B dargestellt.

In der Datei **icb_step.F90** findet sich die Subroutine `iceberg_calculation`. In dieser wird das Eisbergmodul über

```
8      use iceberg_params
```

eingebunden, sodass wichtige Variablen aller modellierten Eisberge verfügbar sind. Nachdem überprüft wurde, ob ein *restart* vorliegt, folgt, wie in Codefragment A.1 angegeben, der Aufruf der Haupt-Eisbergoutine `iceberg_step`.

Codefragment A.1: Aufruf der Hauptroutine `iceberg_step`

32

```
do ib=1, ib_num
    if(real(istep)>real(step_per_day)*calving_day(ib)-1.) then
        do times=1, steps_per_FESOM_step
            call iceberg_step(ib,height_ib(ib),length_ib(ib),...)
        end do
    end if
end do
```

34

36

38

40

Der Zähler `ib` läuft hier über die Zahl der zu modellierenden Eisberge `ib_num`, welche in dem Eisbergmodul festgelegt ist. Erst wenn der aktuelle FESOM-Zeitschritt `istep` das Startdatum `calving_day(ib)` des Eisbergs `ib` erreicht hat, wird dieser im Modell gestartet.

Das Datum ist in bereits vergangenen Tagen seit FESOM-Start gegeben. Demnach entspricht beispielsweise

$$\text{calving_day}(ib) = 14.5$$

dem Startdatum 15. Januar, 12:00 Uhr, falls FESOM am 1. Januar gestartet wird.

Nun folgt der Aufruf der Haupt-Eisbergoutine `iceberg_step`. Falls mehrere Schritte des Eisbergmodells pro FESOM-Zeitschritt durchgeführt werden sollen, kann dies mit einem entsprechenden Wert für `steps_per_FESOM_step` im Eisbergmodul festgelegt werden. Als Standard ist

$$\text{steps_per_FESOM_step} = 1$$

gewählt.

Der Routine `iceberg_step` werden alle Parameter, welche zur Berechnung des Eisbergs `ib` benötigt werden, übergeben. Dies ist angedeutet durch "...". Innerhalb dieser Routine werden die dynamischen Gleichungen gelöst sowie die Thermodynamik berechnet. Zudem finden hier die Ausgaben der Berechnungen statt, die anschließend beispielsweise in MATLAB¹ ausgewertet werden können. Einige dafür hilfreiche Routinen, die während der vorliegenden Arbeit entstanden, sind auf der beigefügten DVD zu finden.

Im Folgenden wird das Eisbergmodul näher beschrieben. Anschließend folgen die Erläuterungen zur Hauptroutine `iceberg_step` des Eisbergmodells.

A.1 Das Eisbergmodul

Die Variablen des Eisbergmoduls haben das zugeteilte Attribut "save", sodass jeweils der aktuelle Wert bis zur nächsten Änderung gespeichert ist.

Da mehrere Eisberge berechnet werden sollen, sind die meisten Variablen mit dem Attribut `dimension(ib_num)` versehen und sind daher Felder der Länge `ib_num`. Dies mag, insbesondere bei konstanten Werten, verwundern, verleiht aber die Möglichkeit, Eisberge verschiedenster Art insbesondere zu Testzwecken zu modellieren. Ein Eisbergmodul mit typischen Werten ist in dem Codefragment A.2 vorgestellt.

Aus Speichergründen sollten bei einer großen Zahl von Eisbergen in Zukunft nur die wichtigsten Parameter (als Array) im Modul auftauchen. Die Einträge des Moduls werden nun in der Reihenfolge ihres Erscheinens beschrieben.

Der Zähler `ib_num` sowie das Startdatum `calving_day` wurden bereits beschrieben. Es folgen nun die Dimensionen der zu modellierenden Eisberge: Die Höhe `height_ib` sowie die Länge `length_ib` und Breite `width_ib` der Eisberge müssen vorgegeben werden, daraus berechnet das Modell die Eintauchtiefe, das Volumen sowie die Masse der betrachteten Eisberge. In dieser Version des Modells muss die Länge mit der Breite des Eisbergs übereinstimmen, da von einer quadratischen Deckfläche ausgegangen wird.

Anschließend müssen die geographischen Startkoordinaten `lon_deg`, `lat_deg` in Dezimalgrad angegeben werden. Die entsprechenden Werte in Radiant werden vom Modell berechnet. Der Eintrag `find_iceberg_elem` gegen Ende des Moduls ist auf `.true.` gesetzt und sorgt dafür, dass beim ersten Aufruf von `iceberg_step` das 2D-Element `iceberg_elem` der Triangulierung gesucht wird, in dem sich der entsprechende Eisberg mit geographischen Koordinaten `lon_deg`, `lat_deg` befindet. Nachdem das Eisbergelement gefunden wurde, gilt `find_iceberg_elem=false.` und die kostenintensive Elementsuche, welche eine Schleife über alle 2D-Elemente der Triangulierung darstellt, wird nicht mehr benutzt. Aufgrund der vergleichsweise geringen Geschwindigkeit von Eisbergen reicht es während der Laufzeit des Modells zumeist aus, nur die Nachbarelemente nach der neuen Eisbergposition zu durchsuchen.

¹<http://www.mathworks.de/> [Stand: Mai 2011]

Codefragment A.2: Das Eisbergmodul iceberg_params

```

2 module iceberg_params
3 implicit none
4 save
5
6 integer , parameter      :: ib_num=2
7 real , dimension(ib_num):: calving_day=(/ 14.5, 15.5 /)
8
9 ! ===== Jan99 icebergs (Schodlok/Hellmer paper) ===== !
10 real , dimension(ib_num):: height_ib = (/ 231.5, 289.4 /) !
11 real , dimension(ib_num):: length_ib = (/ 250.0, 1180.0 /) !
12 real , dimension(ib_num):: width_ib = (/ 250.0, 1180.0 /) !
13 real , dimension(ib_num):: lon_deg = (/ 0.352, 0.243 /) !
14 real , dimension(ib_num):: lat_deg = (/ -54.752, -55.466 /) !
15 ! =====
16
17 ! ===== Lichey & Hellmer values ===== !
18 real , dimension(ib_num):: Co= 0.85 !
19 real , dimension(ib_num):: Ca= 0.4 !
20 real , dimension(ib_num):: Ci= 1.0 !
21 real , dimension(ib_num):: Cdo_skin= 0.0005 !
22 real , dimension(ib_num):: Cda_skin= 0.0025 !
23 ! =====
24 real , dimension(ib_num):: conc_sill=0.90 !
25 real , dimension(ib_num):: P_sill=13000. !
26 logical :: l_freeze = .false. ! use freezing?
27 ! =====
28 logical :: l_melt = .false. ! use melting?
29 ! =====
30 logical :: l_wave = .false. ! use wave rad.?
31 ! =====
32 logical :: l_tides = .false. ! use tides?
33 ! =====
34
35 real , dimension(ib_num):: rho_icb=850.0 !Silva et al.
36 real , dimension(ib_num):: rho_h2o=1027.5
37 real , dimension(ib_num):: rho_air=1.293
38 real , dimension(ib_num):: rho_ice=910.0 !Timmermann
39
40 character(100):: IcebergRestartPath='/path/iceberg.restart'
41
42 ! ===== Numerics (dont have to be changed) ===== !
43
44 integer :: steps_per_FESOM_step = 1
45 logical :: l_semiimplicit = .true. !false: adams-bashforth
46 ! for coriolis
47 real :: semiimplicit_coeff = 1.0 !1.0 fully implicit,
48 !0.5 no damping
49 real :: AB_coeff = 1.53 !1.5 original AB,
50 !1.53 stabilized
51
52 ! ===== nothing has to be changed below this line ===== !
53
54 real , dimension(ib_num):: u_ib, v_ib
55 integer , dimension(ib_num):: iceberg_elem
56 logical , dimension(ib_num):: find_iceberg_elem = .true.
57 real , dimension(ib_num):: f_u_ib_old, f_v_ib_old
58
59 end module iceberg_params
60

```

Im Anschluss können die Schubspannungskoeffizienten, genauer die Koeffizienten der *form* und *skin drags*, angegeben werden. Die Koeffizienten des ozeanischen und des atmosphärischen *form drags* sind mit C_o bzw. mit C_a bezeichnet. Die entsprechenden *skin drag* Koeffizienten sind als C_{do_skin} und C_{da_skin} angegeben. Zudem ist der Schubspannungskoeffizient des Meereises mit C_i bezeichnet. Die hier angegebenen Werte sind Lichey und Hellmer [2001] entnommen und finden im Referenzmodell (siehe Abschnitt 5.1.1) Verwendung.

Im Modul folgen die Parameter, welche die Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis festlegen. Die Konzentration $conc_sill=0.90$ bestimmt die kritische Eiskonzentration, ab der Eisberge dem vollen Einfluss des Meereises unterworfen sind, sollte die Eishärte den Schwellenwert von $P_sill=13000$. übersteigen. Zu beachten ist, dass aufgrund der Verwendung der Regimefunktion (4.40) bei obiger Wahl der Parameter schon bei Konzentrationen

$$A > 90\% - 4\% = 86\%$$

und Eishärten

$$P > P_s - 3000N/m = 10000N/m$$

der Einfluss des Meereises auf Eisberge durch beginnendes Festfrieren einsetzt. Dies ist bei Wahl der entsprechenden Parameter zu beachten. Die Parametrisierung kann über $l_freeze = .true.$ aktiviert werden. Das Referenzmodell benutzt diese Parametrisierung zunächst nicht.

Im Modul folgen einige Boolean-Werte, mit denen sich weitere physikalische Prozesse hinzuschalten lassen. Dies betrifft das Schmelzen von Eisbergen (l_melt), die *wave radiation force* (l_wave) sowie den Effekt der Gezeiten (l_tides). Diese Prozesse sind zunächst deaktiviert und werden einzeln untersucht.

Im Anschluss sind die zu benutzenden Dichten für Eisberge (ρ_{icb}), Ozean (ρ_{h2o}), Atmosphäre (ρ_{air}) und Meereis (ρ_{ice}) anzugeben. Diese sollten, bis auf die Eisbergdichte, in Zukunft aus FESOM-Modulen ausgelesen werden, damit die Modelle konsistent sind.

Nach Angabe des Pfades, in dem die Datei `iceberg.restart` nach Beendigung eines Modelllaufes angelegt werden soll, um bei Bedarf die Simulation fortsetzen zu können, folgen Einstellungen bezüglich des numerischen Verfahrens.

Diese haben sich in zahlreichen Simulationen als robust erwiesen und können bei Bedarf geändert werden. Der Parameter `steps_per_FESOM_step` gibt an, wieviele Schritte des Eisbergmodells pro FESOM-Zeitschritt ausgeführt werden sollen. Eine Angabe von `steps_per_FESOM_step=45` hätte bei dem hier genutzten FESOM-Zeitschritt von 45 min eine Zeitschrittweite von 60 s für das Eisbergmodell zur Folge.

Ist `l_semiimplicit=.true.` gewählt, so wird der Coriolisterm mit der semi-impliziten Methode aus Abschnitt 4.1.1 und einem Koeffizienten `semiimplicit_coeff` diskretisiert. Dieser Koeffizient wurde in Abschnitt 4.1.1 als α eingeführt.

Ist hingegen `l_semiimplicit=.false.`, so kommt die Adams-Bashforth-Methode aus Abschnitt 4.1.3 zum Einsatz. Hierbei ist

$$AB_coeff = (3/2 + \varepsilon_{AB}) ,$$

sodass ein Wert von `AB_coeff=1.53` einer Wahl von $\varepsilon_{AB} = 0.03$ entspricht.

Gegen Ende des Moduls folgen die Geschwindigkeitskomponenten des Eisbergs `u_ib` und `v_ib` sowie das jeweils aktuelle 2D-Element `iceberg_elem`, in welchem sich der Eisberg aufhält. Zudem sind für die Adams-Bashforth-Methode die Coriolisbeschleunigungen `f_u_ib_old`, `f_v_ib_old` aus dem Zeitschritt $n-1$ gespeichert. Hier dürfen keine Änderungen vorgenommen werden, da das Ende des Moduls als reiner Speicherbereich gedacht ist.

A.2 Die Hauptroutine `iceberg_step`: Aufbau und Parallelisierung

Die Hauptroutine `iceberg_step` befindet sich in der Datei `icb_step.F90`.

Zunächst wird in diesem Abschnitt der Aufbau der Routine beschrieben, wobei nur die wichtigsten Zeilen als Codefragmente dargestellt sind. An entsprechender Stelle wird erläutert, wie das *Message Passing Interface* MPI eingesetzt wird. Anschließend werden die benutzten Subroutinen genauer vorgestellt.

Zu Beginn werden die aktuelle Eintauchtiefe `depth_ib`, das Volumen `volume_ib` und die Masse `mass_ib` des jeweiligen Eisbergs berechnet. Dies geschieht in jedem Zeitschritt, da sich die Dimensionen des Eisbergs sowie dessen Eintauchtiefe im thermodynamischen Teil der Routine in jedem Zeitschritt ändern können. Außerdem werden die geographischen Koordinaten durch Multiplikation mit

$$\text{rad} = \pi/180^\circ$$

in Radiant umgerechnet. Die umgerechneten Koordinaten sind mit `lon_rad` und `lat_rad` bezeichnet.

Ist die berechnete Masse des Eisbergs sehr gering, so wird die Routine verlassen, da der Eisberg in diesem Fall im letzten Zeitschritt komplett geschmolzen ist:

```

132  depth_ib = -height_ib * rho_icb/rho_h2o
133  volume_ib= length_ib * width_ib * height_ib
134  mass_ib = volume_ib * rho_icb
135  lon_rad = lon_deg*rad
136  lat_rad = lat_deg*rad
137
138  if(mass_ib .le. 1.0e-6) then
139      return
140  end if

```

In den Simulationen weist ein Eisberg typischerweise im letzten Zeitschritt, bevor er komplett geschmolzen ist und

$$\text{mass_ib} \leq 10^{-6} \text{kg}$$

gilt, noch ein Volumen von wenigen m^3 auf. Eisberge werden daher nie mit sehr geringen Massen modelliert.

Beim ersten Aufruf der Routine wird das 2D-Element *iceberg_elem* der Triangulierung gesucht, in welchem sich der jeweilige Eisberg befindet. Um eine Singularität am Nordpol aufgrund der dort zusammenlaufenden Längengrade zu vermeiden, rechnet FESOM intern auf einem rotierten Gitter, bei welchem sich diese Singularität auf Grönland befindet, die südliche Singularität aber weiterhin auf dem antarktischen Kontinent liegt. Die Routine *g2r* rechnet die geographischen Koordinaten in diese rotierten Koordinaten um:

```

152 if (find_iceberg_elem) then
      !grid is rotated
154 call g2r(lon_rad, lat_rad, lon_rad, lat_rad)
      lat_deg=lat_rad/rad !rotated lat in degree
156 lon_deg=lon_rad/rad !rotated lon in degree

      !find LOCAL element where the iceberg starts:
      call point_in_triangle(iceberg_elem, (/lon_deg, lat_deg/))
160 .
      .
162 .
    
```

Anschließend kann mit der Routine *point_in_triangle* das Eisbergelement gefunden werden. Diese Routine besteht im Wesentlichen aus einer Schleife über alle 2D-Elemente der Triangulierung und einem Test, ob die Funktionswerte der drei zugehörigen Basisfunktionen an der Position des Eisbergs zwischen 0 und 1 liegen. Ist dies erfüllt, so liegt die Eisbergposition in dem betrachteten Element. Liegt die Position des Eisbergs nicht in dem betrachteten Element, so sind Funktionswerte kleiner 0 und/oder größer 1 aufgrund der Implementierung der Basisfunktionen als bilineare Ebenen die Folge.

Jeder der 32 Prozessoren ruft die Routine *point_in_triangle* auf. Im Extremfall können drei Prozessoren das gefundene Eisbergelement zu einem ihrer lokalen Elemente zählen – nämlich dann, wenn die drei Knoten des Elementes zu drei verschiedenen Prozessoren gehören. Die anderen Prozessoren zeigen mit einer Rückgabe von *iceberg_elem=0* an, dass die Position des Eisbergs nicht in ihrem Bereich des Modellgebietes liegt. Die logische Variable *i_have_element* hat damit für maximal drei Prozessoren den Wert *.true.*:

```

i_have_element= (iceberg_elem .ne. 0) !up to 3 PEs possible
    
```

Um eine eindeutige Zuordnung des Elementes, in dem sich der Eisberg befindet, zu nur *einem* Prozessor zu erreichen, wird der Prozessor gewählt, dem der erste Knoten des Elementes zugeordnet ist. Dies wird über das Array `elem2D_nodes(1,:)` erreicht, das zu jedem lokalen Element den lokalen Index des ersten Knotens zurückgibt. Ist dieser Index kleiner oder gleich der lokalen Anzahl `myDim_nod2D` von 2D-Knoten, so ist der Knoten dem Prozessor zugeteilt. Ist der Index jedoch größer als `myDim_nod2D`, so gehört der Knoten nur zu den Kommunikationsknoten des Prozessors:

```

162   if(i_have_element) then
      i_have_element= elem2D_nodes(1,iceberg_elem) <= myDim_nod2D
164   iceberg_elem=myList_elem2D(iceberg_elem) !global now
      end if
166   call com_integer(i_have_element,iceberg_elem)
      .
168   .
      .
170 end if !find_iceberg_elem

```

Das Array `myList_elem2D` wird von FESOM bereitgestellt und ordnet lokalen Elementen den *globalen Index* zu. Dieser globale Index wird über die Routine `com_integer` anschließend kommuniziert, sodass dieser allen beteiligten Prozessoren bekannt ist. Dieser Index wird im Folgenden immer zur Entscheidung darüber genutzt werden, welcher Prozessor die Berechnungen bezüglich eines Eisbergs durchzuführen hat.

Die Routine `com_integer` wurde mit typischen MPI-Befehlen wie z.B. `MPI_RECV` und `MPI_SEND` umgesetzt.

Ein abschließendes `find_iceberg_elem = .false.` sorgt dafür, dass die aufwendige Elementsuche nur einmal zu Beginn der Simulation durchgeführt wird. Verlässt später ein Eisberg ein Element und tritt in ein neues über, so wird nur in den umliegenden Dreiecken gesucht.

Nun folgt der eigentliche Berechnungsteil der Hauptroutine. Das Element, in dem sich der Eisberg befindet, kann sich gegen Ende eines Zeitschrittes durch die berechnete Eisbergdrift ändern. Im zweiten und den darauf folgenden Zeitschritten ist daher an dieser Stelle zunächst nicht bekannt, welchem Prozessor das Eisbergelement zuzurechnen ist. Folglich ist die logische Variable `i_have_element` zu Beginn auf `.false.` gesetzt (siehe Codefragment A.3).

Codefragment A.3: Wahl des Prozessors

```

224 !flag for MPI
      i_have_element=.false.
226 !if element and first node belong to this processor...
      if(local_idx_of(iceberg_elem) > 0 .and. &
228         elem2D_nodes(1,local_idx_of(iceberg_elem)) <= myDim_nod2D) &
      then
230     i_have_element=.true.

```

```

232  .  !compute DYNAMICS AND THERMODYNAMICS
234  end if

```

Wenn das Eisbergelement zu den lokalen Elementen mehrerer Prozessoren gehört, wird anhand des ersten Knotens dieses Elementes entschieden, welcher Prozessor die dynamischen und thermodynamischen Berechnungen durchzuführen hat. Für diesen Prozessor gilt `i_have_element=.true.`, alle anderen Prozessoren gelangen nicht in die entsprechende `if`-Schleife, sodass für diese Prozessoren weiterhin `i_have_element=.false.` gilt. Der Vorteil der hier vorgestellten Methode zur Festlegung des Prozessors ist, dass beim Auswerten von Arrays an der Stelle des Eisbergs keine Kommunikation durchgeführt werden muss, da die benötigten Daten dem Prozessor zur Verfügung stehen.

Da nur der globale Index des Eisbergelementes gespeichert und kommuniziert wird, ist eine Abbildung zum Umrechnen von globaler auf lokale Nummerierung vonnöten. Das Array `local_idx_of` ist für jeden Prozessor verschieden und gibt den lokalen Index eines globalen Elementes an. Dieses Array ist als Abbildung `local_idx_of()` zu verstehen, welche einem globalen Elementindex auf jedem Prozessor den entsprechenden lokalen Index zuordnet. Die Subroutine `global2local`, welche diese Arrays erzeugt, ist in Abschnitt A.4.1 erklärt.

Der Prozessor, der in die `if`-Schleife gelangt ist, berechnet nun die Dynamik und Thermodynamik des Eisbergs:

```

232  call iceberg_dyn(new_u_ib, new_v_ib, u_ib, v_ib, ...)

```

Aufgrund des großen Umfangs ist diese Routine separat in Abschnitt A.3 erklärt. Rückgabewerte sind unter anderem die neuen Eisberggeschwindigkeitskomponenten `new_u_ib` und `new_v_ib` sowie die aktualisierten Dimensionen des Eisbergs, die sich durch Schmelzprozesse geändert haben können. Zur Berechnung der neuen Geschwindigkeit ist die Glättung des Gradienten der Meeresoberfläche nach Gleichung (4.38) sowie die Regimefunktion zum Einfrieren im Meereis nach Gleichung (4.40) ebenfalls in dieser Routine implementiert.

Es folgt die Berechnung der Trajektorie des Eisbergs:

```

254  call trajectory(lon_rad, lat_rad, u_ib, v_ib, &
                new_u_ib, new_v_ib, ...)

```

Aus der alten und der neuen Geschwindigkeit wird nach Gleichung (4.30) in der Subroutine `trajectory` ein Verschiebungsvektor berechnet. Mit diesem kann nach Gleichung (4.31) die neue Position (`lon_rad, lat_rad`) des Eisbergs bestimmt werden.

Wie bereits erwähnt, kann ein Eisberg nach einer Positionsänderung von einem Ele-

ment in ein Nachbarelement übergetreten sein. Die Subroutine `find_new_iceberg_elem` durchsucht nur die lokalen Nachbarelemente, um das neue Eisbergelement zu finden:

```

256 iceberg_elem=local_idx_of(iceberg_elem)           !local
      call find_new_iceberg_elem( iceberg_elem, &
258                               (/lon_deg, lat_deg/), left_mype)
      iceberg_elem=myList_elem2D(iceberg_elem)       !global

```

Hat der Eisberg das Element nicht verlassen, so lässt die Subroutine dieses unverändert. Sollte die Routine die neue Eisbergposition keinem lokalen Nachbarelement zuordnen können, so hat der Eisberg das Modellgebiet verlassen oder ist zwischen den Gebieten zweier Prozessoren gewechselt.

Dies zeigt der Parameter `left_mype` mit einem positiven Wert an.

Befand sich der Eisberg "weit" entfernt von der Küste, d.h. in einem Element ohne Küstenknoten, so hat der Eisberg zwischen den zwei Zeitschritten das Gebiet von einem Prozessor in das Gebiet eines anderen Prozessors verlassen. In diesem Fall wird das Element wie im ersten Zeitschritt mittels einer Schleife über alle *2D*-Elemente der Triangulierung gesucht. Diese Suche mit anschließender Kommunikation vollzieht die Subroutine `iceberg_elem4all`:

```

call iceberg_elem4all(iceberg_elem, lon_deg, lat_deg)

```

Befand sich der Eisberg jedoch in einem Element mit Küstenknoten, so wird zunächst versucht mittels der Routine `parallel2coast` über eine zur Küste tangentiale Geschwindigkeit wie in Abschnitt 4.4.1 eine Position im Modellgebiet zu berechnen.

Sollte auch die Berechnung der tangentialen Geschwindigkeit nicht dafür sorgen, dass der Eisberg in einem der lokalen Nachbarelemente bleibt, so werden mit der Routine `iceberg_elem4all` alle *2D*-Elemente überprüft.

In selten Fällen ist die Eisbergposition nach dieser Prozedur noch immer keinem Element zuzuordnen. Dann wird der Eisberg auf seine letzte gültige Position mit einer Geschwindigkeit von $0m/s$ zurückgesetzt und kann von dort wieder beschleunigt werden.

Gegen Ende der Routine wird ein Array `arr` mit wichtigen Parametern wie z.B. der Position, der Geschwindigkeit und den Dimensionen des Eisbergs von dem Prozessor gefüllt, der die entsprechenden Berechnungen durchgeführt hat. Für diesen Prozessor gilt `i_have_element=.true.`, für alle anderen Prozessoren gilt an dieser Stelle hingegen `i_have_element=.false.` Der Aufruf

```

284 call com_values(i_have_element, arr, iceberg_elem)

```

kommuniziert dieses Array `arr` mit Werten des Typs `real` sowie den globalen Index `iceberg_elem` (Typ `integer`) des Eisbergelementes, sodass alle Prozessoren über die

selben Ergebnisse verfügen.

Die Routine wurde so implementiert, dass der Prozessor mit Identifikationsnummer `mype = 0` von allen Prozessoren zunächst über eine `MPI_RECV`-Anweisung den logischen Wert `i_have_element` empfängt, die restlichen Prozessoren senden diesen Wert an entsprechender Stelle mittels `MPI_SEND`-Anweisungen.

Der Prozessor, für den `i_have_element=.true.` gilt, schickt das mit den Ergebnissen des Zeitschrittes gefüllte Array `arr` sowie das globale Element, in dem sich der Eisberg am Ende des Zeitschrittes befindet, an den Prozessor 0.

Anschließend können die Variablen des Eisbergmodells über zwei `broadcast`-Anweisungen

Codefragment A.4: Auszug aus der Routine `com_values` in der Datei `icb_elem.F90`

```
516 CALL MPI_BCAST(arr, 15, MPI_DOUBLE_PRECISION, 0, MPI_COMM_WORLD, &  
MPIerr)  
518 CALL MPI_BCAST(iceberg_element, 1, MPI_INTEGER, 0, MPI_COMM_WORLD, &  
MPIerr)
```

allen beteiligten Prozessoren durch Angabe von `MPI_COMM_WORLD` zur Verfügung gestellt werden (siehe Codefragment A.4).

Im nächsten Zeitschritt kann nun wieder anhand der Zugehörigkeit des ersten Knotens des Eisbergelementes zu den lokalen Knoten eines Prozessors entschieden werden, welcher Prozessor die Berechnungen durchzuführen hat. Durch die `broadcast`-Anweisungen sind auch bei Wechsel des Prozessors alle wichtigen Variablen des Eisbergmodells bekannt. Um Kommunikationskosten zu sparen, könnte nur beim Übergang zwischen zwei Prozessoren kommuniziert werden. Aufgrund der kleinen kommunizierten Arraygröße ist die wesentlich einfachere Implementierung über eine `broadcast`-Anweisung aber gerechtfertigt.

Zuletzt sei in diesem Punkt bemerkt, dass in dieser Arbeit Eisberge nur im Weddellmeer simuliert werden, dessen Modellregion bei Wahl von 32 Prozessoren nur von zwei Prozessoren berechnet wird (siehe Abbildung 2.7). Zur Zeit wartet der Großteil der Prozessoren meist auf die Prozessoren, die die dynamischen und thermodynamischen Berechnungen durchzuführen haben. Eine gleichzeitige Simulation vieler Eisberge in verschiedenen Regionen der Antarktis würde die Zahl der wartenden Prozessoren verringern.

A.3 Die Subroutine `iceberg_dyn`

Dieser Abschnitt beschreibt die Subroutine `iceberg_dyn` in der Datei `icb_dyn.F90`, welche die Dynamik und Thermodynamik eines Eisbergs berechnet.

Zu Beginn der Routine werden die Geschwindigkeiten des Ozeans, der Atmosphäre und des Meereises an der Position des Eisbergs bestimmt, anschließend werden die Meereisdicke und -konzentration aus den entsprechenden Arrays ausgelesen.

Die Geschwindigkeitskomponenten des Ozeans `uo_ib` und `vo_ib` werden über die Aufrufe

```

52 !OCEAN VELOCITY uo_ib, vo_ib
   call iceberg_avvelo(uo_dz,vo_dz,depth_ib,iceberg_elem)
54 call FEM_3eval(uo_ib,vo_ib,lon,lat,uo_dz,vo_dz,iceberg_elem)

```

bestimmt. Die Routine `iceberg_avvelo` berechnet an den drei Knoten des Eisbergelementes `iceberg_elem` die bis zur Eintauchtiefe `depth_ib` des Eisbergs gemittelte horizontale Geschwindigkeit des Ozeans. Das Ergebnis sind zwei Arrays `uo_dz` und `vo_dz` mit jeweils drei Einträgen. Zum Knoten i des Eisbergelementes gibt

$$(uo_dz(i), vo_dz(i))$$

die berechnete horizontale Ozeangeschwindigkeit an.

Die Routine `FEM_3eval` berechnet, wie in Abschnitt A.4.2 beschrieben, aus den drei Geschwindigkeitsvektoren in den Ecken des Eisbergelementes eine Geschwindigkeit `(uo_ib,vo_ib)` an der Position `(lon,lat)` des Eisbergs.

Das Vorgehen der Subroutine `iceberg_avvelo` wird im Folgenden beschrieben.

Für jeden 2D-Knoten $i = 1, 2, 3$ des Eisbergelementes werden die 3D-Knoten bestimmt, welche unterhalb dieses Knotens liegen. Die Ozeangeschwindigkeit ist für jeden 3D-Knoten durch das Array `uf` gegeben, wobei die erste Hälfte des Arrays die Geschwindigkeiten in zonaler Richtung enthält, die zweite Hälfte hingegen die Geschwindigkeiten in meridionaler Richtung. Die Variable `displ3` ist so gewählt, dass sie die nötige Verschiebung im Array zur Bestimmung der meridionalen Geschwindigkeiten angibt.

Es kann nun unterhalb eines 2D-Knotens i des Eisbergelementes eine Mittelung der Ozeangeschwindigkeiten durch Integration und anschließende Division durch die Tiefe des Eisbergs erhalten werden.

Die Integration muss über mehrere Schichten des Ozeans durchgeführt werden, welche durch die 3D-Knoten festgelegt sind. Ein Teilintegral einer Schicht, welche zwischen den 3D-Knoten `n_up` und `n_low` liegt, kann über

$$0.5 \cdot \left(\begin{array}{c} uf(n_up) + uf(n_low) \\ uf(n_up + displ3) + uf(n_low + displ3) \end{array} \right) \cdot dz \quad (\text{A.1})$$

berechnet werden, wobei

$$dz = \text{abs}(\text{coord_nod3D}(3, n_up) - \text{coord_nod3D}(3, n_low))$$

den Abstand der beiden Knoten beschreibt. Bei der Berechnung des Teilintegrals in Gleichung (A.1) wird ausgenutzt, dass die Ozeangeschwindigkeit aufgrund der in FE-SOM genutzten linearen Basisfunktionen in vertikaler Richtung *linear* zwischen 3D-Knoten verläuft.

Die Eisbergtiefe liegt meist zwischen den z -Koordinaten zweier 3D-Knoten. Um nur über den Eisbergtiefgang zu integrieren, wird durch lineare Interpolation eine Ozeangeschwindigkeit an der Unterseite des Eisbergs ermittelt, mithilfe dieser wie in Gleichung (A.1) das letzte Teilintegral berechnet werden kann.

Ein Aufsummieren aller Teilintegrale und anschließende Division durch `depth_ib` liefert die über den Eisbergtiefgang gemittelten horizontalen Ozeangeschwindigkeiten $(u_{o_dz}(i), v_{o_dz}(i))$ der Knoten $i = 1, 2, 3$ des Eisbergelementes.

Die horizontalen Geschwindigkeiten der Atmosphäre (`ua_ib, va_ib`) und des Meereises (`ui_ib, vi_ib`) können direkt an der Position (lon, lat) des Eisbergs ausgewertet werden,

```

56  !ATMOSPHERIC VELOCITY ua_ib, va_ib
    call FEM_eval(ua_ib, va_ib, lon, lat, u_wind, v_wind, iceberg_elem)
58
    !ICE VELOCITY ui_ib, vi_ib
60  call FEM_eval(ui_ib, vi_ib, lon, lat, u_ice, v_ice, iceberg_elem)

```

wobei die Arrays `u_wind, v_wind, u_ice` und `v_ice` die Wind- und Meereisdriftgeschwindigkeiten zu den lokalen 2D-Knoten angeben. Die Subroutine `FEM_eval`, welche im Gegensatz zu `FEM_3eval` komplette 2D-Felder bzw. deren zugehörige Finite-Elemente-Darstellung auswertet, ist in Abschnitt A.4.2 beschrieben.

Es folgen nun die Bestimmung der Meereisdicke `hi_ib` und -konzentration `conci_ib` an der Position des Eisbergs sowie die damit verbundene Meereishärte `P_ib` nach Hibler [1979]:

```

64  !ICE THICKNESS (CONCENTRATION) hi_ib, conc_i_ib
    hi_ib3 = m_ice(elem2D_nodes(:, iceberg_elem))
66  conc_i_ib3 = a_ice(elem2D_nodes(:, iceberg_elem))
    call FEM_3eval(hi_ib, conc_i_ib, lon, lat, hi_ib3, conc_i_ib3, &
68  iceberg_elem)
    P_ib = 20000. * hi_ib * exp(-20.*(1-conci_ib))

```

Zunächst werden zwei Arrays `hi_ib3` und `conci_ib3` mit jeweils drei Einträgen erhalten, welche die Meereisdicke und -konzentration in den Ecken des Eisbergelementes `iceberg_elem` beinhalten. Die Subroutine `FEM_3eval` wird erneut verwendet, um aus den Werten in den Eckpunkten des Elementes einen entsprechenden Wert der Meereisdicke `hi_ib` und -konzentration `conci_ib` an der Position des Eisbergs zu erhalten. Es folgt die Bestimmung der Meereishärte nach Gleichung (3.16).

Neben den Geschwindigkeiten des Ozeans, der Atmosphäre und des Meereises sind die

Angriffsflächen zu bestimmen, an denen die in Abschnitt 3.2.3 eingeführten Schubspannungsterme wirken. Die Subroutine `compute_areas` berechnet diese unter der Annahme eines quaderförmigen Eisbergs mit quadratischer Deckfläche:

```
72 call compute_areas(Ao, Aa, Ai, Ad, depth_ib, &
           height_ib, length_ib, width_ib, hi_ib)
```

Die Rückgabewerte `Ao`, `Aa` und `Ai` stellen die Angriffsflächen von Ozean, Wind und Meereis dar, welche in den entsprechenden *form drags* zum Einsatz kommen. Die Fläche `Ad` findet in den *skin drags* von Ozean und Atmosphäre Verwendung.

Es sei bemerkt, dass durch Ändern dieser Routine auf einfache Weise auch andere Eisberggeometrien verwendet werden könnten. Diese Änderung müsste dann an entsprechender Stelle des Codes beim Schmelzen von Eisbergen Beachtung finden.

Nach Auslesen des Coriolisparameters `fcoriolis`

```
fcoriolis = coriolis_param_elem2D(iceberg_elem)
```

kann die horizontale Beschleunigung (`au_ib`, `av_ib`) berechnet werden, die der Eisberg in diesem Zeitschritt erfährt. Der Aufruf von `iceberg_acceleration`

Codefragment A.5: Berechnung der Beschleunigung

```
78 call iceberg_acceleration(au_ib, av_ib, Ao, Aa, Ai, Ad,           &
                           uo_ib, vo_ib, ua_ib, va_ib, ui_ib, vi_ib, &
80                           u_ib, v_ib, mass_ib, fcoriolis,       &
                           Ci, Ca, Co, Cda_skin, Cdo_skin, ... )
```

berechnet alle Terme, die auf der rechten Seite von Gleichung (4.24) im Falle einer semi-impliziten Diskretisierung des Coriolisterms mit Δt multipliziert werden (siehe Codefragment A.5).

Hier werden also alle Beschleunigungen berechnet. Der Tideneffekt wird, falls aktiviert, in dieser Routine durch Anpassung der Neigung der Meeresoberfläche beachtet. Die Glättung der Neigung der Meeresoberfläche ist in dieser Routine ebenfalls beachtet. Weitere Variationen, etwa das Hinzufügen neuer Kräfte, können in dieser Routine einfach implementiert werden.

Danach wird die Geschwindigkeit des Eisbergs aktualisiert,

```
102 new_u_ib = u_ib + au_ib * dt_ib
    new_v_ib = v_ib + av_ib * dt_ib
```

wobei die neue Geschwindigkeit als (`new_u_ib`, `new_v_ib`) zwischengespeichert wird. Im Falle der semi-impliziten Methode zur Diskretisierung des Coriolisterms wird noch die Matrixmultiplikation aus Gleichung (4.26) durchgeführt.

Kommt hingegen die Adams-Bashforth-Methode zur Diskretisierung des Coriolisterms zum Einsatz, so berechnet der Aufruf von `iceberg_acceleration` in Codefragment A.5 alle Terme, die auf der rechten Seite von Gleichung (4.13) mit Δt multipliziert werden – unter Beachtung der impliziten Diskretisierung der ozeanischen Schubspannung. Da nur ein Term der ozeanischen Schubspannung im Zeitschritt $n + 1$ diskretisiert wird, folgt eine im Vergleich zu Gleichung (4.26) modifizierte Matrixmultiplikation.

Wie in Abschnitt 4.4.3 eingeführt, wird das Einfrieren von Eisbergen im Meereis durch eine kontinuierliche Zunahme des Einflusses der Meereisdriftgeschwindigkeit implementiert. Der folgende Codeausschnitt A.6 zeigt die Implementierung, die in der vorliegenden Arbeit gewählt wurde.

Codefragment A.6: Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis

```

154  call iceberg_frozen(frozen_in, P_sill,P_ib, conc_sill,conci_ib)
156  new_u_ib = (1-frozen_in) * new_u_ib + frozen_in * ui_ib
    new_v_ib = (1-frozen_in) * new_v_ib + frozen_in * vi_ib

```

Der Aufruf von `iceberg_frozen` berechnet, falls das Einfrieren im Meereis aktiviert ist, den Wert der Regimefunktion $r(A, P)$ aus Gleichung (4.40), sodass

$$\text{frozen_in} = \text{factor}(P_ib, P_sill, P_sill - 3000.0) \quad (\text{A.2})$$

$$* \text{factor}(\text{conci_ib}, \text{conc_sill}, \text{conc_sill} - 0.04) \quad (\text{A.3})$$

Durch den Parameter `frozen_in` kann die zuvor berechnete Eisberggeschwindigkeit (`new_u_ib`, `new_v_ib`) mit der Driftgeschwindigkeit (`ui_ib`, `vi_ib`) des Meereises gewichtet werden.

Der dynamische Teil ist hiermit beendet.

Der Aufruf der thermodynamischen Subroutinen findet an geeigneter Stelle, falls aktiviert, ebenfalls in der Subroutine `iceberg_dyn` statt, da hier die meisten nötigen Variablen bereits berechnet bzw. ausgelesen sind. Die Subroutinen zur Berechnung der Thermodynamik finden sich in der Datei `icb_thermo.F90`.

Beim thermodynamischen Teil wird zunächst die Meeresoberflächentemperatur (*sea surface temperature, SST*) `sst_ib` und der -salzgehalt (*sea surface salinity, SSS*) `sss_ib` an der Position des Eisbergs aus den Arrays `Tsurf` und `Ssurf`, die FESOM liefert, berechnet. Im Anschluss berechnet die Routine `iceberg_meltrates` die Schmelzraten `M_b`, `M_v` und `M_e` nach Gleichung (3.29), (3.31) und (3.34):

```

92  call FEM_eval( sst_ib, sss_ib, lon_rad, lat_rad, &
    Tsurf, Ssurf, iceberg_elem)
94  call iceberg_meltrates(M_b, M_v, M_e, u_ib, v_ib, uo_ib, vo_ib, &
    ua_ib, va_ib, sst_ib, length_ib, conci_ib)

```

An dieser Stelle könnten alternative Schmelzratenberechnungen, etwa abhängig vom Salzgehalt `sss_ib`, durchgeführt werden.

Daraufhin werden die Dimensionen des Eisbergs, wie in Abschnitt 3.3.4 beschrieben, aktualisiert,

```
96      call iceberg_newdimensions( depth_ib,height_ib,length_ib, &
                                width_ib,M_b,M_v,M_e, ...)
```

wobei Volumen und Masse des Eisbergs zu Beginn des nächsten Zeitschritts neu berechnet werden. Ist ein Eisberg geschmolzen, so wird dies hier erkannt und die Hauptroutine `iceberg_step` verlassen.

Der thermodynamische Teil ist hiermit beendet. Einige Subroutinen, die zuvor ohne genaue Erläuterung benutzt wurden, werden nun dargestellt.

A.4 Weitere ausgewählte Subroutinen

In diesem Abschnitt werden weitere Subroutinen im Detail beschrieben, welche zuvor schon zum Einsatz kamen. Die wichtigsten Subroutinen, die im Laufe der Entwicklung des Eisbergmodells entstanden sind, sind in der vorliegenden Arbeit damit umfassend erklärt.

A.4.1 Umrechnung zwischen globalen und lokalen Elementindices

Um zu entscheiden, welcher Prozessor die Dynamik und Thermodynamik eines Eisbergs zu berechnen hat, wird der globale Index des Elementes, in dem sich der Eisberg am Ende des Zeitschrittes aufhält, unter allen beteiligten Prozessoren kommuniziert. In jedem Zeitschritt wird überprüft, welche Prozessoren das entsprechende Element zu ihren lokalen Elementen zählen. Da dies bis zu drei Prozessoren sein können, wird eine eindeutige Zuordnung durch Wahl des Prozessors erreicht, der den ersten Knoten des Elementes zu seinen lokalen 2D-Knoten zählt. Die Abbildung, die den globalen Elementindex auf den lokalen Index eines jeden Prozessors umrechnet, wird wie folgt erhalten.

Nachfolgend ist ein Ausschnitt aus der Subroutine `global2local` gezeigt, welche sich in der Datei `icb_elem.F90` befindet und als Ergebnis das Array `local_idx_of` zurückgibt:

```
460      local_idx_of = 0
      do n = 1, myDim_elem2D
        local_idx_of(myList_elem2D(n)) = n
462      end do
```

Das Array `myList_elem2D` wird von FESOM bereitgestellt und rechnet lokale Element-Indices in die globale Nummerierung um. Mit einer Do-Schleife über die Zahl der lokalen Elemente `myDim_elem2D` wird die geforderte inverse Abbildung leicht erhalten: Das Array `local_idx_of` ordnet dem globalen Elementindex den lokalen Index auf dem jeweiligen Prozessor zu. Gehört das Element nicht zu den lokalen Elementen des jeweiligen Prozessors, so wird 0 zurückgegeben.

Durch den Aufruf

```
call global2local(local_idx_of)
```

wird für jeden Prozessor ein eigenes Array `local_idx_of` angelegt.

A.4.2 FEM_eval und FEM_3eval

Um Arrays bzw. deren zugehörige Finite-Elemente-Darstellung an der Position des Eisbergs auswerten zu können, wurde die Subroutine `FEM_eval` implementiert. Diese findet sich in der Datei `icb_elem.F90`.

Da oftmals Vektorfelder ausgewertet werden, beispielsweise die horizontale Meeresdriftgeschwindigkeit (`u_ice, v_ice`), ist die Subroutine so angelegt, dass ihr zwei Komponenten `field_u` und `field_v` übergeben werden können:

```
76  !-----
76  ! evaluates a given FEM vectorfield at location lon, lat (radian)
76  ! OUT: u_at_ib, v_at_ib (u and v component at location of iceberg)
78  ! IN : lon, lat (position of iceberg in radian)
78  !      field_u, field_v (u and v components of vector field)
80  !      elem      (the LOCAL element the iceberg lies in)
80  !-----
82  subroutine FEM_eval(u_at_ib, v_at_ib, lon, lat, field_u, field_v, elem)
84  .
84  .
```

Rückgabewerte sind die entsprechenden Werte `u_at_ib` sowie `v_at_ib` an der Position (`lon, lat`) des Eisbergs, welcher sich in dem Element `elem` befindet. Die Bestimmung des Wertes `u_at_ib` aus den ersten Komponenten (`field_u`) des Vektorfeldes ist im Folgenden dargestellt, die Bestimmung des zweiten Wertes `v_at_ib` erfolgt analog.

Zu beachten ist, dass die dem Feld `field_u` zugehörige Finite-Elemente-Darstellung aufgrund der Verwendung der bekannten "Hütchenfunktionen" stetig und eingeschränkt auf Elemente der Triangulierung bilinear ist.

Zu Beginn werden die Koordinaten (x_1, y_1) , (x_2, y_2) sowie (x_3, y_3) der drei Eckknoten des Elementes `elem` und die Werte `T1_u`, `T2_u` sowie `T3_u` des Feldes `field_u` an diesen Knoten bestimmt.

Die Finite-Elemente-Darstellung des Feldes `field_u`, eingeschränkt auf ein Element

der Triangulierung, kann durch eine Ebenengleichung

$$T(x, y) = \alpha \cdot x + \beta \cdot y + \gamma \quad (\text{A.4})$$

mit drei Unbekannten beschrieben werden, welche durch die drei Knoten und ihre zugehörigen Werte `T1_u`, `T2_u` sowie `T3_u` festgelegt sind.

Die Subroutine `FEM_eval` bestimmt unter Verwendung von Gleichung A.4 den Wert `u_at_ib` an der Position `(lon,lat)` des Eisbergs, was einer bilinearen Interpolation gleichkommt.

Im Unterschied zur Subroutine `FEM_eval`, welche ein komplettes Vektorfeld als Eingabedatum hat, können der Subroutine `FEM_3eval` direkt drei Werte an den Eckknoten des Elementes `elem` übergeben werden, welche dann bilinear zur Position des Eisbergs interpoliert werden. Das weitere Vorgehen innerhalb der beiden Subroutinen ist identisch.

B Installation und Benutzung des Eisbergmodells

Sind die in Anhang A beschriebenen Änderungen der Datei **fesom_main.F90** durchgeführt, so müssen nur noch wenige Modifizierungen der Dateien einer bereits bestehenden FESOM-Installation vorgenommen werden, um diese um die Eisbergfunktionen zu erweitern. Diese Änderungen sind im Folgenden beschrieben.

Das **Makefile** muss um die Dateien des Eisbergmodells erweitert werden

```
# modules
MODULES =
    .
    .
    icb_modules.o
    .
    .
# objects
OBJECTS=
    .
    .
    icb_step.o
    icb_elem.o
    icb_dyn.o
    icb_thermo.o
    .
    .
```

sodass das Kommando

make

alle nötigen Dateien kompiliert und verlinkt. Bei Änderungen von Einträgen im Eisbergmodul in der Datei **icb_modules.F90** sollte durch einen Aufruf von

make clean bzw. **rm iceberg_params.mod**

und anschließendem **make**-Kommando sichergestellt werden, dass die neuen Werte benutzt werden.

In der Datei **icb_step.F90** müssen die Pfade der Ausgabedateien des Eisbergmodells angegeben werden:

```
206 file_track='/path/iceberg_'
207 file_forces_u='/path/iceberg_forces_u_'
208 file_forces_v='/path/iceberg_forces_v_'
file_meltrates='/path/iceberg_melt_'
```

Die Dateinamen werden vom Modell mit der Nummer des Eisbergs ergänzt, der gerade simuliert wird, sodass beispielsweise für den ersten simulierten Eisberg die Dateien **iceberg_1.dat**, **iceberg_forces_u_1.dat**, **iceberg_forces_v_1.dat** sowie **iceberg_melt_1.dat** in dem angegebenen Verzeichnis '/path/' erstellt werden.

Die Datei **iceberg_1.dat** wird gegen Ende der Subroutine **iceberg_step** beschrieben und enthält spaltenweise die folgenden Variablen:

Zeitschritt **istep**, Längengrad der (rotierten) Eisbergposition in Radiant **lon_rad**, Breitengrad der (rotierten) Eisbergposition in Radiant **lat_rad**, Längengrad der (rotierten) Eisbergposition in Dezimalgrad **lon_deg**, Breitengrad der (rotierten) Eisbergposition in Dezimalgrad **lat_deg**, Geschwindigkeitskomponente in zonaler Richtung **u_ib**, Geschwindigkeitskomponente in meridionaler Richtung **v_ib**, Wert der Regimefunktion **frozen_in**, Eishärteschwellenwert **P_sill**, aktuelle Eishärte an der Position des Eisbergs **P_ib**, aktuelle Meereiskonzentration an der Position des Eisbergs **conci_ib** sowie die Gesamtbeschleunigung **dudt** und **dvd**.

Die Datei **iceberg_forces_u_1.dat** enthält die nachfolgend genannten Variablen und wird gegen Ende der Subroutine **iceberg_acceleration** in der Datei **icb_dyn.F90** beschrieben:

Die Identifikationsnummer des Prozessors **mype**, den Zeitschritt **istep** sowie die Beschleunigungen in zonaler Richtung bezüglich der wirkenden Kräfte. Dies ist der ozeanische *form drag*, der ozeanische *skin drag* **ocean_skin_u**, der atmosphärische *form drag* **air_drag_u**, der atmosphärische *skin drag* **air_skin_u**, die Schubspannung des Meeres **ice_drag_u**, die *wave radiation force* **wave_radiation_u**, die Hangabtriebskraft **surface_slope_u** sowie die Corioliskraft **fcoriolis * v_ib**.

Eine analoge Reihenfolge liegt der Datei **iceberg_forces_v_1.dat** zugrunde.

Die Datei **icb_melt_1.dat** wird gegen Ende der Subroutine **iceberg_newdimensions** (zu finden in der Datei **icb_thermo.F90**) beschrieben und enthält spaltenweise die folgenden Variablen:

Die Schmelzraten **M_b**, **M_v** und **M_e**, die Dimensionen des Eisbergs **height_ib**, **length_ib** sowie die Volumenänderung **tv1 * 32** in m³/Tag. **tv1** (*total volume loss*) gibt den Volumenverlust pro Zeitschritt an (hier 45 min).

Die vier Ausgabedateien des Eisbergmodells können beispielweise mit den MATLAB-Routinen, die auf der beigelegten DVD zu finden sind, (graphisch) ausgewertet werden.

Am Ende eines FESOM-Laufes werden die wichtigsten Variablen des Eisbergmodells in der Datei **iceberg.restart** gesichert. Diese Datei wird an dem Ort erstellt, der in dem Eisbergmodul festgelegt ist. Das Eisbergmodell ist so ausgelegt, dass bei Beginn einer Simulation mit FESOM überprüft wird, ob eine Datei **iceberg.restart** an dem angegebenen Ort existiert. Falls ja, wird die Simulation mit den gespeicherten Einstellungen weitergeführt – *mögliche zwischenzeitliche Änderungen des Eisbergmoduls werden dann ignoriert!* Soll eine neue Simulation durchgeführt werden oder eine

Simulation wiederholt werden, so muss die Datei `iceberg.restart` gelöscht oder umbenannt werden.

Wird eine Datei `iceberg.restart` eingelesen, so wird dies in der Ausgabedatei von FESOM

```
read iceberg restart file
*****
```

angegeben, andernfalls ist dort

```
no iceberg restart
*****
```

zu lesen.

Bei Benutzung von mehr als 32 Prozessoren ist vereinzelt ein Programmabbruch aufgetreten, da das Array `local_idx_of` nach einem FESOM-Output nicht mehr vorhanden zu sein scheint bzw. beschädigt ist. Durch die Änderung von

```
146 if (firstcall) then
147   !creates mapping
148   call global2local(local_idx_of)
149   firstcall=.false.
150 end if
```

in der Datei `icb_step.F90` zu

```
146 if (.true.) then
147   !creates mapping
148   call global2local(local_idx_of)
149   firstcall=.false.
150 end if
```

kann dies notdürftig behoben werden: Hier wird das Array `local_idx_of` nun in jedem Zeitschritt und nicht nur zu Beginn der Simulation geschaffen, was etwas Zeit in Anspruch nimmt.

Zuletzt sei erwähnt, dass bei Benutzung des Effektes der Tiden zwecks einfacher Implementierung in der Datei `namelist.oce` nur die Wahl von

```
tide_opbnd_type='ssh'
```

gültig ist.

Danksagung

Zunächst möchte ich Prof. Dr. Alfred Schmidt und Prof. Dr. Peter Lemke herzlich für die Betreuung dieser Arbeit danken.

Besonderer Dank geht an Dr. Ralph Timmermann, der mir – nicht nur bei fachlichen Fragen – immer mit Rat zur Seite gestanden hat.

Zudem gilt mein Dank Dr. Dmitry Sidorenko, der sich bei Problemen der konkreten Implementierung Zeit genommen und durchweg für eine angenehme Arbeitsatmosphäre gesorgt hat.

Die Begeisterung, die Dr. Hartmut Hellmer meiner Arbeit gegenüber zeigte, hat mich stets sehr motiviert und zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Dr. Qiang Wang und Dr. Sergey Danilov gilt mein Dank für die Unterstützung bei Fragen rund um das Finite-Elemente-Meereis-Ozean-Modell FESOM.

Dr. Christine Wesche danke ich für die Bereitstellung der Abbildungen des Kapitels 6 und für hilfreiche Anregungen.

Abschließend möchte ich an dieser Stelle Maria Böhme und Stephan Juricke danken, die mir stets mit Rat zur Seite standen.

Literaturverzeichnis

- [Adcroft, 1995] Adcroft, Alistair James, 1995. Numerical Algorithms for use in a Dynamical Model of the Ocean. *PhD thesis*, Imperial College, London.
- [Backhaus, 1983] Backhaus, Jan O., 1983. A semi-implicit scheme for the shallow water equations for application to shelf sea modelling. *Continental Shelf Research*, Vol. 2, No. 4, 243-254.
- [Behrens, 2006] Behrens, Jörn, 2006. Adaptive Atmospheric Modeling. Key Techniques in Grid Generation, Data Structures, and Numerical Operations with Applications. *Lecture Notes in Computational Science and Engineering* 54, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [Benedict, 1980] Benedict, C. Peter, 1980. Dimensional Modelling Of Icebergs. *Cold Regions Science and Technology* 1, 299-306.
- [Bigg et al., 1997] Bigg, Grant R., Wadley, Martin R., Stevens, David P., und Johnson, John A., 1997. Modeling the dynamics and thermodynamics of icebergs. *Cold Regions Science and Technology* 26, 113-135.
- [Bigg et al., 1996] Bigg, Grant R. and Wadley, Martin R, 1996. Prediction of iceberg trajectories for the North Atlantic and Arctic Oceans. *Geophysical Research Letters*, Vol. 23, No. 24, 3587-3590.
- [Broström et al., 2009] Broström, G., Melsom, A., Sayed, M., Kubat, I., 2009. Iceberg modeling at met.no: Validation of iceberg model. *met.no report*, Norwegian Meteorological Institute, no.17.
- [Büskens, 2004] Büskens, Christof, 2004. Numerische Mathematik I. *Vorlesungsskript SS04, WS 04/05*, Universität Bremen.
- [Colling, 2001] Colling, Angela, 2001. Ocean Circulation. *The Open University*, Oceanography Course Team.
- [Durrant, 1990] Durrant, Dale R., 1990. The Third-Order Adams-Bashforth Method: An Attractive Alternative to Leapfrog Time Differencing. *Monthly Weather Review*, Vol. 119, S. 702-720.
- [Egbert & Erofeeva, 2002] Egbert, G.D., und Erofeeva, S.Y., 2002. Efficient inverse modeling of barotropic ocean tides. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology* 19, S. 183-204.

-
- [El-Tahan et al., 1987] El-Tahan, M., Venkatesh, S. und El-Tahan, H., 1987. Validation and Quantitative Assessment of the Deterioration Mechanisms of Arctic Icebergs. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vol. 109. S. 102-108.
- [Faltinsen, 1990] Faltinsen, O. M., 1990. Sea Loads On Ships And Offshore Structures. *Cambridge Ocean Technology Series*, Cambridge University Press, S.137 ff.
- [Gerthsen, 2006] Meschede, D., 2006. Gerthsen Physik. Springer Verlag, 23., überarbeitete Auflage.
- [Gladstone et al., 2001] Gladstone, Rupert M., und Bigg, Grant R., 2001. Iceberg trajectory modeling and meltwater injection in the Southern Ocean. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 106, S. 19903 - 19915.
- [Harder, 1996] Harder, Markus, 1996. Dynamik, Rauhigkeit und Alter des Meereises in der Arktis - Numerische Untersuchungen mit einem großskaligen Modell. *Berichte zur Polarforschung* 203, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Bremerhaven.
- [Haidvogel & Beckmann, 1999] Haidvogel, Dale B., und Beckmann, Aike, 1999. Numerical ocean circulation modeling. *Series on Environmental Science and Management*, Vol. 2.
- [Hellmer, 1989] Hellmer, Hartmut H. , 1989. Ein zweidimensionales Modell zur thermohalinen Zirkulation unter dem Schelfeis. *Berichte zur Polarforschung* 60, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Bremerhaven.
- [Hibler, 1979] Hibler, III, W., 1979. A Dynamic-Thermodynamic Sea Ice Model. *Journal of Physical Oceanography* 9, 815-846.
- [Huebner, 2001] Huebner, Kenneth H., 2001. The finite element method for engineers, *Wiley, 4th edition*.
- [Hunke & Comeau, 2011] Hunke, Elizabeth C. und Comeau, Darin, 2011. Sea ice and iceberg dynamic interaction. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 116.
- [Hunke & Dukowicz, 1997] Hunke, E.C., und Dukowicz, J.K., 1997. An Elastic-Viscous-Plastic Model for Sea Ice Dynamics. *Journal of Physical Oceanography*, Vol.27, S. 1849-1868.
- [Jongma et al., 2009] Jongma, Jochem I., Driesschaert, Emmanuelle, Fichefet, Thierry, Goosse, Hugues und Renssen, Hans, 2009. The effect of dynamic-thermodynamic icebergs on the Southern Ocean Climate in a three-dimensional model. *Ocean Modelling* 26, S. 104-113.
- [Keghouche et al., 2009] Keghouche, I., Bertino, L. und Lisæter, K.A., 2009. Parameterization of an Iceberg Drift Model in the Barents Sea. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, Vol. 26, S. 2216-2227.

- [Kubat & Sayed, 2005] Kubat, Ivana, und Sayed, Mohamed, 2005. An Operational Model of Iceberg Drift. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, Vol. 15, No. 2, 125-131.
- [Kurihara, 1965] Kurihara, Yoshio, 1965. On The Use Of Implicit And Iterative Methods For The Time Integration Of The Wave Equation. *Monthly Weather Review*.
- [Large & Yeager, 2009] Large, W.G. und Yeager, S.G., 2009. The global climatology of an interannually varying air-sea flux data set. *Climate Dynamics* 33, S. 341-364.
- [Lemke et al., 2007] Lemke, P., J. Ren, R.B. Alley, I. Allison, J. Carrasco, G. Flato, Y. Fujii, G. Kaser, P. Mote, R.H. Thomas and T. Zhang, 2007. Observations: Changes in Snow, Ice and Frozen Ground. In: *Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* [Solomon, S., D. Qin, M. Manning, Z. Chen, M. Marquis, K.B. Averyt, M. Tignor and H.L. Miller (eds.)]. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom und New York, NY, USA.
- [Lichey, 2000] Lichey, Christoph, 2000. Numerische Simulation der Eisbergdrift im Weddellmeer. *Diplomarbeit, Alfred-Wegener Institut für Polar- und Meeresforschung, Bremerhaven, Universität Bremen*.
- [Lichey & Hellmer, 2001] Lichey, Christoph und Hellmer, Hartmut H., 2001. Modeling Giant Iceberg Drift Under the Influence of Sea Ice in the Weddell Sea. *Journal of Glaciology* 47, 452-460.
- [Løset, 1993] Løset, Sveinung, 1993. Thermal Energy Conservation in Icebergs and Tracking by Temperature. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 98, 10,001-10,012.
- [Martin & Adcroft, 2010] Martin, Torge, Adcroft, A., 2010. Parameterizing the freshwater flux from land ice to ocean with interactive icebergs in a coupled climate model, *Ocean Modelling* 34, S. 111-124.
- [McKenna, 2005] McKenna, Richard, 2005. Iceberg Shape Characterization. *Proc. 18th Int. Conf. on Port and Ocean Eng. under Arctic Conditions*, Vol.2, 555-564.
- [Meïrmanov, 1992] Meïrmanov, Anvarbek Mukatovich, 1992. The Stefan Problem. De Gruyter expositions in mathematics Band 3, Walter de Gruyter Verlag.
- [Mountain, 1980] Mountain, D. G., 1980. On Predicting Iceberg Drift. *Cold Regions Science and Technology*, 1, 273-282.
- [Morgan & Budd, 1977] Morgan, V.I., und Budd, W.F., 1977. The Distribution, Movement And Melt Rates Of Antarctic Icebergs. In: Husseiny, A.A. (Ed.), *Iceberg Utilization: Proceedings of the First International Conference Held at Ames, Iowa*. Pergamon Press, S. 220-228.

- [Ohlberger, 2008] Ohlberger, Mario, 2008. Numerik Partieller Differentialgleichungen 1. *Vorlesungsskript vom WS 2008*. http://wwwmath.uni-muenster.de/num/Vorlesungen/PDEI_WS08/Skript/skriptum_beta.pdf [Stand: Juni 2011]
- [Pedlosky, 1987] Pedlosky, Joseph, 1987. Geophysical fluid dynamics. Springer Verlag, Second Edition, S 43 - 45.
- [Rappaz, 2006] Rappaz, Jacques, 2006. Numerical Approximation of PDEs and Clément's Interpolation. In: *Operator Theory: Advances and Applications*, Vol. 168, 237-250.
- [Schäfer-Neth & Stattegger, 1999] Schäfer-Neth, C., Stattegger, K., 1999. Icebergs in the North Atlantic: Modelling circulation changes and glacio-marine deposition. In: Harff J., Lemke W., Stattegger K. (Eds) *Computerized Modeling Of Sedimentary Systems*, Springer, Berlin, 63-78.
- [Schodlok, 2002] Schodlok, M.P., 2002. Über die Tiefenwasserausbreitung im Weddellmeer und in der Scotia-See. *Dissertation*, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Bremerhaven, Universität Bremen.
- [Schodlok et al., 2006] Schodlok, M. P., Hellmer, H. H., Rohardt, G. und Fahrbach, E., 2006. Weddell Sea iceberg drift: Five years of observations. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 111, 1-36.
- [Schwarz & Schodlok, 2008] Schwarz, Jill und Schodlok, Michael, 2008. Icebergs boost phytoplankton growth in the Southern Ocean. Available from *Nature Precedings*: <http://hdl.handle.net/10101/npre.2008.1706.1>.
- [Shuto et al., 2003] Shuto, Nobuo et al., 2003. TUNAMI N2 TSUNAMI MODELLING MANUAL, Middle East Technical University, Civil Engineering Department, TUNAMI code. <http://tunamin2.ce.metu.edu.tr/tunami-n2-web-1-2.htm> [Stand: Juni 2011]
- [Sidorenko et al., 2011] Sidorenko, D., Wang, Q., Danilov, S. und Schröter, J., 2011. FESOM under coordinated ocean-ice reference experiment forcing. *Ocean Dynamics*. doi: 10.1007/s10236-011-0406-7
- [Silva et al., 2006] Silva, T.A.M., Bigg, G.R. und Nicholls, K. W., 2006. Contribution of giant icebergs to the Southern Ocean freshwater flux. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 111.
- [Skachko et al., 2008] Skachko, S., Danilov, S., Janjić, T., Schröter, J., Sidorenko, D., Savchenko, R. und Bosch, W., 2008. Sequential assimilation of multi-mission dynamical topography into a global finite-element ocean model. *Ocean Science* 4, S. 307 - 318.

- [Smith, 1993] Smith, Stuart D., 1993. Hindcasting iceberg drift using current profiles and winds. *Cold Regions Science and Technology* 22, 33-45.
- [Smith & Banke, 1983] Smith, Stuart D., und Banke, Erik G., 1983. The influence of winds, currents and towing forces on the drift of icebergs. *Cold Regions Science and Technology* 6, 241-255.
- [Timmermann, 2000] Timmermann, Ralph, 2000. Wechselwirkungen zwischen Eis und Ozean im Weddellmeer. Studien mit einem gekoppelten Eis-Ozean-Modell des Südpolarmeeres. *Dissertation*, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Bremerhaven, Universität Bremen.
- [Timmermann et al., 2009] Timmermann, Ralph, Danilov, Sergey, Schröter, Jens, Böning, Carmen, Sidorenko, Dmitry und Rollenhagen, Katja, 2009. Ocean circulation and sea ice distribution in a finite element global sea ice-ocean model. *Ocean Modelling* 27, S. 114-129.
- [Timmermann et al., 2010] Timmermann, R., Le Brocq, A. M., Deen, T. J., Domack, E., Dutrieux, P., Galton-Fenzi, B., Hellmer, H., Humbert, A., Jansen, D., Jenkins, A., Lambrecht, A., Makinson, K., Niederjasper, F., Nitsche, F.-O., Nøst, O. A., Smedsrud, L. H. und Smith, W., 2010. A consistent data set of Antarctic ice sheet topography, cavity geometry, and global bathymetry. *Earth System Science Data* 2, 261-273.
- [Turnbull, 2010] Turnbull, Ian D., 2010. Drift of large tabular icebergs in response to atmospheric surface pressure gradients, an observational study. *Antarctic Science* 22, S. 199 - 208.
- [Wang, 2007] Wang, Qiang, 2007. The finite element ocean model and its aspect of vertical discretization. *PhD thesis*. 143 Seiten, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Bremerhaven, Universität Bremen, <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:46-diss000108304> .
- [Wang et al.,2008] Wang, Q., Danilov, S. und Schröter, Jens, 2008. Finite element ocean circulation model based on triangular prismatic elements, with application in studying the effect of topography representation. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 113, doi:10.1029/2007JC004482.
- [Weeks & Campbell, 1973] Weeks, W.F. und Campbell, W.J., 1973. Icebergs as a freshwater source: An appraisal. *Journal of Glaciology*, Vol. 12, No. 65.
- [Weeks & Mellor, 1978] Weeks, W.F. und Mellor, M., 1978. Some Elements Of Iceberg Technology.In: Husseiny, A.A. (Ed.), *Iceberg Utilization: Proceedings of the First International Conference Held at Ames, Iowa*. Pergamon Press, S. 45 - 98.
- [Wesche & Dierking, 2010] Wesche, C. und Dierking, W., 2010. Eisberge und Meereis in SAR Bildern. *DFG Berichtskolloquium SPP Antarktisforschung auf der 24. Internationalen Polartagung* vom 6.9. - 10.9.2010 in Obergurgl, Österreich.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Dargestellt ist ein typischer Tafeleisberg (<i>tabular iceberg</i>) mit flacher Oberfläche. Das Bild ist dem <i>Iceberg Fact Sheet</i> auf der Webseite von <i>Environment Canada</i> (http://www.ec.gc.ca/ [Stand: Mai 2011]) entnommen.	2
2.1	Dargestellt ist das Jahresmittel des von FESOM simulierten ozeanischen Geschwindigkeitsfeldes des Jahres 1999. Dieses wurde über die oberen 11 Schichten des Ozeanmodells (190m) gemittelt. Die Darstellung zeigt den Bereich des Weddellmeeres. . .	9
2.2	Dargestellt ist das modellierte Monatsmittel der Meereiskonzentration A im März und September des Jahres 1999 (links) sowie das beobachtete Monatsmittel der Konzentration des entsprechenden Monats nach Daten des NSIDC.	12
2.3	Dargestellt ist das Jahresmittel der Windgeschwindigkeiten des Jahres 1999 im Bereich des Weddellmeeres.	14
2.4	Dargestellt ist die Zerteilung des Rechengebietes in Prismen anhand der 2D-Triangulierung der Oberfläche (links) sowie die Zerteilung eines Prismas in drei Tetraeder (rechts). Die untersten Prismen dürfen zur besseren Repräsentation des Meeresbodens verzerrt sein. Die Darstellung ist Timmermann et al. [2009] entnommen. . . .	15
2.5	Dargestellt ist die verwendete Triangulierung auf der südlichen Hemisphäre nebst horizontaler Auflösung in km. Diese Abbildung ist eine rotierte Version der Abbildung 1 aus Sidorenko et al. [2011].	16
2.6	Dargestellt ist die zum Oberflächenknoten n gehörige 2D-Basisfunktion oder "Hütchenfunktion". Die umliegenden Dreiecke stellen den Träger der Funktion dar. Die Darstellung ist der Erklärung der Finite-Elemente-Methode auf der AWI-Homepage entnommen (http://www.awi.de/en/research/research_divisions/climate_science/ [Stand: Juni 2011]).	16
2.7	Das Modellgebiet, eingefärbt nach der Identifikationsnummer <i>myPE</i> der für die jeweiligen Gebiete zuständigen Prozessoren. Aufgrund der benutzten vielfarbigen Farbskala weisen die Gebietsgrenzen in der Darstellung einen Farbverlauf über die dazwischenliegenden Farben auf.	18
3.1	Archimedisches Prinzip bei eingetauchtem Eisberg.	22
3.2	Der Coriolisparameter in Abhängigkeit vom Breitengrad.	23
3.3	Eine Neigung der Meeresoberfläche führt zu einer horizontalen Druckgradientkraft. Abbildung aus Colling [2001].	25
3.4	Die Eishärte P ist proportional zur Meereisdicke h und exponentiell abhängig von der Meereiskonzentration A	29
3.5	Dargestellt ist der Dämpfungsterm der Erosion aufgrund von Seegang in Abhängigkeit von der Meereiskonzentration A	38

4.1	Spur der Eigenwerte der jeweiligen Amplifikationsmatrizen für $\alpha = 0$ (explizit), $\alpha = 0.5$ (Trapezmethode) und $\alpha = 1$ (implizit). Vom Punkt $(1, 0)$ ausgehend ist der jeweilige Eigenwert in Abhängigkeit von $\Delta t f$ für $\Delta t = 0 : 1000 : 10^6$ s dargestellt (untere Halbebene) sowie für $\Delta t = 0 : -1000 : -10^6$ s (obere Halbebene), da der Coriolisparameter je nach Position auf der Erdoberfläche negativ bzw. positiv sein kann. Der Coriolisparameter ist hier konstant mit $f = 10^{-4} \frac{1}{s}$. Die Abbildung ist angelehnt an Kurihara [1965].	44
4.2	Numerische Lösung zu verschiedenen Werten für α . Zeitschrittweite ist $\Delta t = 2700$ s, entsprechend der FESOM-Zeitschrittweite. Die untere Abbildung zeigt die instabile explizite Lösung ($\alpha = 0.0$). Zu beachten sind die unterschiedlichen Skalen.	45
4.3	Betrag des ersten Eigenwertes λ_1 für die Adams-Bashforth-Methode mit $\varepsilon_{AB} = 0$ (rot) und mit $\varepsilon_{AB} = 0.03$ (grün) in Abhängigkeit von $-f\Delta t$	48
4.4	Numerische Lösung zu verschiedenen Werten ε_{AB} . Zeitschrittweite ist $\Delta t = 2700$ s.	49
4.5	Numerische Lösung der nichtlinearen <i>friction equation</i> . Zeitschrittweite 45min bzw. 1min (Referenzlauf).	54
4.6	Breitengrade verlaufen parallel zueinander und haben den gleichen Abstand, während Längengrade an den Polen zusammenlaufen.	57
4.7	Indices der 2D Knoten an der Meeresoberfläche. Rot : Randknoten (1), Grün : Innere Knoten (0). Die "Randknoten" zwischen Südamerika und der Antarktis sowie zwischen Grönland und Nordamerika markieren periodische Ränder des Ozeanmodells und können von den hier gebrauchten Küstenknoten mittels eines weiteren Index unterschieden werden.	59
4.8	a) Element mit 2 Randknoten (rot) und einem inneren Knoten (grün). b) Typisches Element mit einem Randknoten. Elemente dieser Art besitzen genau 2 Nachbarelemente mit je 2 Randknoten.	59
4.9	Zu sehen ist ein Beispiel einer simulierten Eisbergtrajektorie in einer frühen Simulation. Die Glättung des Gradienten der Meeresoberflächenauslenkung war noch nicht implementiert.	61
4.10	Dargestellt ist die Funktion <i>factor</i> . Vor dem Schwellenwert (<i>sill</i>) befindet sich eine Übergangszone, in der ein linearer Übergang mit Funktionswerten zwischen 0 und 1 stattfindet.	64
4.11	Dargestellt sind zwei berechnete Trajektorien desselben Eisbergs unter Benutzung der Regimefunktion (grün) und ohne Benutzung dieser zusätzlichen Parametrisierung (rot). Schwarze Punkte zeigen Positionen, an denen der Eisberg sich mit der Geschwindigkeit des Meereises bewegt hat. Die linke Trajektorie zeigt eine Übergangsphase (blaue Punkte), in der der Einfluss des Meereises langsam abnimmt. Die Koordinaten sind in geographischer Länge und Breite gegeben.	65
4.12	Dargestellt ist die Trajektorie des Eisbergs Nr. 1 unter Nutzung der impliziten Diskretisierung (rot) und der Adams-Bashforth-Methode (schwarz). Die Zeitschrittweite beträgt jeweils 45 min. Der Ausschnitt rechts zeigt eine Vergrößerung des Endes der beiden Trajektorien. Die geringe Abweichung der beiden Trajektorien voneinander ist ebenfalls quantitativ dargestellt. Zur besseren Einordnung der Abweichung: 1° östlicher Länge entspricht bei $55^\circ S$ etwa $111 \text{ km} \cdot \cos(-55^\circ) \approx 64 \text{ km}$. Der Startpunkt befindet sich unten links im Bild.	67

5.1	Die 12 Eisberge, welche vom AWI zwischen Januar und März 1999 mit GPS-Sendern ausgestattet wurden. Rot: Startpunkte auf dem Meridian von Greenwich (Nullmeridian). Dunkelgrün: Startpunkte nahe der Neumayer-Station II (ca. 71°S, 8°W). Blau: Startpunkte jeweils ca. 75°S. Abbildung nach Schodlok et al. [2006]	70
5.2	Dargestellt ist die Drift der Eisberge Nr. 1 bis Nr. 3 nach Simulation des Referenzmodelles (fett gedruckte Linien) und nach Beobachtung (dünn gedruckte Linien).	74
5.3	Die wirkenden Beschleunigungen auf IB2 im ersten Monat der Drift. Mit "surface slope" ist die Beschleunigung aufgrund der Neigung der Meeresoberfläche bezeichnet. "frozen" kennzeichnet Zeiträume der Drift, in denen der Eisberg fest im Meereis eingeschlossen war. Dieser Effekt war hier ausgeschaltet.	75
5.4	Dargestellt sind die wirkenden Beschleunigungen auf IB1 im ersten Monat der Drift.	76
5.5	Die Darstellung zeigt die modellierte Geschwindigkeitsverteilung des Eisbergs IB3, der auf dem Nullmeridian gestartet ist.	77
5.6	Dargestellt ist die Drift der Eisberge Nr. 4 und Nr. 5 nach Simulation des Referenzmodelles (fett gedruckte Linien) und nach Beobachtung (dünn gedruckte Linien).	78
5.7	Dargestellt ist die Drift der Eisberge Nr. 6 und Nr. 12 nach Simulation des Referenzmodelles (fett gedruckte Linien) und nach Beobachtung (dünn gedruckte Linien).	79
5.8	Dargestellt sind die wirkenden Beschleunigungen auf IB4 im ersten Monat der Drift.	80
5.9	Dargestellt ist die Drift der Eisberge Nr. 7 bis Nr. 9 nach Simulation des Referenzmodelles (fett gedruckte Linien) und nach Beobachtung (dünn gedruckte Linien).	81
5.10	Dargestellt ist die Drift der Eisberge Nr. 10 und Nr. 11 nach Simulation des Referenzmodelles (fett gedruckte Linien) und nach Beobachtung (dünn gedruckte Linien).	82
5.11	Die wirkenden Beschleunigungen auf IB11 im ersten Monat der Drift. Die Corioliskraft und die Hangabtriebskraft (<i>surface slope</i>) balancieren sich.	83
5.12	Die wirkenden Beschleunigungen auf IB11 im ersten Monat der Drift. Die Einflüsse der Corioliskraft und der Hangabtriebskraft (<i>surface slope</i>) wurden im Vergleich zu Abbildung 5.11 entfernt, um die restlichen Beschleunigungen veranschaulichen zu können.	84
5.13	Die Darstellung zeigt die modellierte Geschwindigkeitsverteilung des Eisbergs IB11, der bei ca. 75° S gestartet ist.	85
5.14	Abweichung der Modelleisberge IB1 bis IB11 von der Beobachtung in den ersten 23 Tagen (~ 550 h) der jeweiligen Drift. Die rote Linie zeigt die mittlere Abweichung des Eisbergensembles.	88
5.15	Dargestellt sind die mit dem Referenzmodell erhaltenen Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge.	89
5.16	Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit im Vergleich zum Referenzmodell deaktivierter ozeanischer Schubspannung.	90
5.17	Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit $\mathbf{u}_o = 0$ m/s im Vergleich zum Referenzmodell.	91
5.18	Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit einem im Vergleich zum Referenzmodell doppelt so hohen <i>form drag coefficient</i> $C_o = 1.7$	92
5.19	Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit einer im Vergleich zum Referenzmodell deaktivierten Windschubspannung.	93

5.20	Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit einem im Vergleich zum Referenzmodell doppelt so hohen <i>form drag coefficient</i> $C_a = 0.8$	94
5.21	Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit einer im Vergleich zum Referenzmodell deaktivierten Corioliskraft.	95
5.22	Dargestellt sind die Simulationsergebnisse der Eisberge IB1 bis IB3 mit einer im Vergleich zum Referenzmodell deaktivierten Corioliskraft.	96
5.23	Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit einer im Vergleich zum Referenzmodell deaktivierten Hangabtriebskraft.	97
5.24	Dargestellt sind die Simulationsergebnisse aller zwölf modellierten Eisberge mit einer im Vergleich zum Referenzmodell verdoppelten Neigung der Meeresoberfläche.	98
5.25	Dargestellt ist ein Überblick über alle 12 modellierten Eisberge, der die Auswirkungen einer aktivierten <i>wave radiation force</i> zeigt.	99
5.26	Dargestellt sind die wirkenden Beschleunigungen auf IB1 im ersten Monat der Drift.	100
5.27	Dargestellt ist ein Überblick über alle 12 modellierten Eisberge, der die simulierte Drift bei aktiviertem Schmelzen zeigt.	101
5.28	Dargestellt sind die verschiedenen Schmelzraten (jeweils links) in m/s sowie die Volumenänderung in m^3/Tag (jeweils rechts) für die Eisberge IB1 bis IB6 über die Dauer der gesamten modellierten Drift.	102
5.29	Dargestellt sind die verschiedenen Schmelzraten (jeweils links) in m/s sowie die Volumenänderung in m^3/Tag (jeweils rechts) für die Eisberge IB7 bis IB12 über die Dauer der gesamten modellierten Drift.	103
5.30	Gezeigt ist die Abnahme der Höhe, Länge und des Volumens des Eisbergs IB1.	104
5.31	Die linke Abbildung zeigt, wie sich die Höhe des Eisbergs IB1 bei Verwendung des Stabilitätskriteriums von Weeks und Mellor bis zum Ende seines Bestehens kontinuierlich verringert. Die rechten beiden Abbildungen zeigen die modifizierten Schmelzraten sowie die Volumenabnahme des Eisbergs IB1.	105
5.32	Gezeigt ist die durch die Topographie des Meeresbodens beeinflusste Drift von IB10 (blau) sowie die unveränderte Drift von IB11.	106
5.33	Dargestellt sind die simulierten Trajektorien der Eisberge IB1 bis IB12 für verschiedene Schwellenwerte P_s	107
5.34	Gezeigt werden die modellierte Drift der Eisberge IB8 und IB9 unter Benutzung des Schwellenwertes $P_s = 13000 \text{ N/m}$ sowie die beobachteten Positionen der ARGOS Bojen.	108
5.35	Gezeigt ist die Meereishärte P entlang der simulierten Drift von IB9.	109
5.36	Gezeigt sind die auf IB9 wirkenden Beschleunigungen für den Zeitraum, in dem der Einfluss des Meereises beginnt.	110
5.37	Dargestellt ist die Amplitude der M_2 sea surface height [m], welche von TPXO7.1 berechnet wurde.	111
5.38	Die Darstellung zeigt die modellierte Geschwindigkeitsverteilung des Eisbergs IB11, der bei ca. 75° S gestartet ist, unter dem Einfluss der Gezeiten.	112
5.39	Die Darstellung zeigt die auf IB11 im ersten Monat der Drift wirkenden Beschleunigungen unter dem Einfluss der Gezeiten.	113

- 6.1 Dargestellt sind die beobachteten Positionen des Eisbergs D18 (farbige Kreise). Ausgehend von diesen Punkten werden Modelleisberge gestartet, deren Trajektorien dieselbe Farbe wie der Startpunkt aufweisen und bis zum 31.12.2006 berechnet werden. Dünne schwarze Linien kennzeichnen die Differenz von tatsächlichen zu modellierten Positionen (farbige Sterne). Grafik erstellt von Dr. Christine Wesche (AWI). . . . 115
- 6.2 Dargestellt sind die beobachteten Positionen des Eisbergs D18 (farbige Kreise) sowie modellierte Positionen (farbige Sterne) unter Verwendung der Parametrisierung des Einfrierens von Eisbergen im Meereis. Grafik erstellt von Dr. Christine Wesche (AWI). 117

Sofern nicht anders angegeben, wurden alle Abbildungen mit MATLAB oder dem \LaTeX -Tool PSTricks¹ selbst erstellt.

Die gezeigte Küstenlinie richtet sich in den selbst erstellten Darstellungen nach Daten des MATLAB-Tools `m_map`².

¹<http://www.tug.org/PSTricks/main.cgi/> [Stand: Juni 2011]

²<http://www.eos.ubc.ca/~rich/map.html> [Stand: Juni 2011]