Niederfrequente Variabilität großräumiger atmosphärischer Zirkulationsstrukturen in spektralen Modellen niederer Ordnung

Ultra-low-frequency variability of large scale atmospheric circulation patterns in spectral low-order models

Antje Weisheimer

Ber. Polarforsch. 356 (2000) ISSN 0176 - 5027

Antje Weisheimer

Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung Forschungsstelle Potsdam, Telegrafenberg A43 D-14473 Potsdam

Die vorliegende Arbeit wurde im Februar 2000 vom Institut für Physik der Universität Potsdam als Dissertation angenommen.

# Inhaltsverzeichnis

K	Kurzfassung / Abstract I						
1	Einführung						
	1.1 Motivation						
2 Charakteristika der allgemeinen atmosphärischen Zirkulation der Nordhemisphäre							
	<ul> <li>2.1 Zeitlich gemittelte Strömungszustände in der Tropo- und unteren Stratosphäre9</li> <li>2.2 Langperiodische Variabilität in beobachteten Daten</li></ul>						
3 Methoden zur Analyse der niederfrequenten Raum-Zeit-Variabilität							
	3.1 Empirische Orthogonale Funktionen (EOF)       21         3.2 Spektralanalyse       23         3.3 Wavelet-Transformation       26						
4 Das spektrale 2-Schichten-Modell							
	4.1 Modellbeschreibung       29         4.1.1 Grundgleichungen       29         4.1.2 Vertikale Diskretisierung und Randbedingungen       31         4.1.3 Parametrisierungen       32         4.1.4 Variablentransformation und Entdimensionierung       33         4.1.5 Horizontale Diskretisierung       34         4.1.5.1 Die spektrale Methode       34         4.1.5.2 Anwendung in sphärischer Geometrie mit Hilfe       36         4.1.6 Numerische Integration       39						
	<ul> <li>4.2 Modellantrieb, Bifurkationsverhalten und Charakterisierung des Attraktors</li></ul>						
	4.4 Räumliche und zeitliche Moden der Variabilität						

		4.4.3	Einfluß des Mittelungsintervalls auf die Struktur der 1. barotropen EOF					
		4.4.4	Einfluß des Jahresganges auf das Variabilitätsverhalten					
5	Da	Das spektrale 3-Schichten-Modell						
5.1 Modellbeschreibung								
		5.1.1	Grundgleichungen					
		5.1.2	Vertikale Diskretisierung und Randbedingungen					
		5.1.3	Parametrisierungen					
		5.1.4	Entdimensionierung71					
		5.1.5	Lösungsmethode					
		5.1.6	Horizontale Diskretisierung					
			5.1.6.1 Die Transformationsmethode76					
			5.1.6.2 Anwendung auf die Modellgleichungen					
		5.1.7	Numerische Integration					
	5.2	Bestir	nmung der Anregung und der Modellparameter					
5.3 Auswirkungen verschiedener Horizontalauflösungen auf die zeitlich gemittelte Struktur der Modellzirkulation		irkungen verschiedener Horizontalauflösungen auf die h gemittelte Struktur der Modellzirkulation						
		5.3.1	Die Zirkulation in der Tropo- und Stratosphäre85					
		5.3.2	Meridionale Windprofile					
		5.3.3	Zonal gemittelter Impulsfluß					
		5.3.4	Zonal gemittelter Temperaturfluß90					
5.4 Einfluß der horizontalen Auflösung auf die dominanten räumlichen und zeitlichen Moden der Variabilität			ιß der horizontalen Auflösung auf die dominanten räumlichen eitlichen Moden der Variabilität91					
		5.4.1	Kopplung zwischen Tropo- und Stratosphäre92					
		5.4.2	Wellenzüge und Telekonnektionen der mittleren und					
		5 4 3	Charakteristika des snektralen Verhaltens 96					
	55	Finflu	R des Jahresganges auf das Modellverhalten					
	5.5	5.5.1	Die zeitlich gemittelte Zirkulation im Winter					
		5.5.2	Die zeitlich gemittelte Zirkulation im Sommer 108					
		5.5.3	Die Variabilität unter dem Einfluß des Jahresganges					
6	Klimavariabilität in einem gekoppelten Zirkulationsmodell der Atmosphäre und des Ozeans							
	6.1	Model	Ilbeschreibung					
6.2 Zeitlich gemittelte Zustände an der Erdoberfläche, in der Tropo- und Stratosphäre.			h gemittelte Zustände an der Erdoberfläche, Tropo- und Stratosphäre					
	6.3	6.3 Charakteristische räumliche und zeitliche Strukturen der niederfrequenten atmosphärischen Verischilltät						
		6.3.1	Der stratosphärische Wirbel 118					
		6.3.2	Die mittlere Troposphäre					
		633	Die Indere Hoposphare 1122 Das Verhalten an der Erdoberfläche					
		0.0.0						

	6.4 Persistente Z	ürkulationsanomalien der mittleren Troposphärel	28
	6.4.1 Natürl	iche atmosphärische Zirkulationsregime	28
	6.4.2 Bevor	zugte Zustände im Modelll	.30
7	Zusammenfass	ung	35
	Literaturverze	ichnis 1	39
	Anhang I:	Wechselwirkungskoeffizientenl	49
	Anhang II:	Spektrale Gleichungen in komplexer Forml	51
	Anhang III:	Spektrale Gleichungen in reeller Form	55
	Anhang IV:	Ergänzende Größen und Zusammenhänge1	.62
	Symbole und A	bkürzungen1	.67
	Danksagung	1	.73

· · ·

# Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der niederfrequenten Variabilität in der Atmosphäre im Bereich von Jahrzehnten und Jahrhunderten, welche durch nichtlineares atmosphärisches chaotisches Verhalten erzeugt wird. Sie liefert damit einen Beitrag zum Verständnis des gegenwärtigen Problems natürlicher Klimavariabilität auf dekadischen und längeren Zeitskalen.

Es wurden die Ergebnisse von Langzeitintegrationen über 1 000 bis 10 000 Jahre mit zwei quasigeostrophischen atmosphärischen Spektralmodellen niederer Ordnung verschiedener vertikaler und horizontaler Auflösung und einem gekoppelten Atmosphäre-Ozean-Zirkulationsmodell analysiert. Die Studien mit dem troposphärischen 2-Schichten-Modell zeigen, daß das atmosphärische Verhalten durch persistente Zirkulationsanomalien und stark chaotische Phasen gekennzeichnet ist, welche mit den charakteristischen Strömungszuständen des Index-Zyklus nach Rossby [1939] in Zusammenhang stehen. Die Analyse der raum-zeitlichen Variabilität mit Hilfe der Empirischen Orthogonalen Funktionen (EOF) sowie der Berechnungen der Fourier- und Waveletspektren weist nach, daß die vereinfachte nichtlineare Modellzirkulation der Atmosphäre intermittierende Signale auf den Zeitskalen von Jahren, Jahrzehnten bis zu Jahrhunderten erzeugt. Die dominanten räumlichen Muster sind durch großskalige atmosphärische Zirkulationsstrukturen gekennzeichnet. Die Analysen einer Integration mit Jahresgang der thermischen Anregung über 10 000 Jahre ergeben, daß die periodische externe Anregung zu einem deutlichen Anstieg der niederfrequenten Variabilität führt. Es sind Signale bei etwa 200 - 300 Jahren statistisch gesichert nachgewiesen worden, welche bei zeitlich konstanter Anregung nicht auftreten.

Das in dieser Arbeit neu entwickelte 3-Schichten-Modell ist so konzipiert, daß es zwei troposphärische und eine stratosphärische Modellschicht simuliert. Es erfolgten Modellintegrationen für Winterbedingungen über 1 000 Jahre bei den horizontalen Auflösungen T5, T10 und T15. Die Variabilität in der stratosphärischen Modellschicht wird durch den deformierten Polarwirbel sowie die langen planetaren Wellen mit den Wellenzahlen eins bis zwei bestimmt. In der mittleren Troposphäre stellen die Wellenzüge das Muster der größten Varianz dar. Signifikante Maxima der spektralen Energieverteilungen auf der dekadischen Zeitskala werden in allen Modellhöhen und für alle drei Auflösungen gefunden. Stratosphärische Signale treten vor allem auf der sehr langen Zeitskala von 100 - 150 Jahren aus dem Rauschen heraus und stehen in Zusammenhang mit der Variabilität des Polarwirbels. Die von Wellenzügen dominierte mittlere Troposphäre besitzt auf der interdekadischen Zeitskala viel Varianz, bei längeren Perioden hingegen nicht. Die Zunahme der horizontalen Auflösung hat einen deutlichen Anstieg der intra- und interannuellen Variabilität zur Folge.

Als "Ersatz" für fehlende lange Beobachtungsdatenreihen wurde eine 1 000 Modelljahre umfas-

sende Simulation mit dem gekoppelten Atmosphäre-Ozean-GCM ECHAM3/LSG analysiert. Das Modell beinhaltet komplexe physikalische Parametrisierungen und repräsentiert den aktuellen Wissensstand der Modellierung des gegenwärtigen Klimas. In der unteren Stratosphäre sind der kalte Polarwirbel und die lange planetare Welle der Wellenzahl eins die Muster der größten Varianz. Sie besitzen eine charakteristische langperiodische Zeitskala von ca. 100 Jahren. Die Variabilität der mittleren Troposphäre ist durch großskalige Wellenanomalien der Temperatur, durch das Telekonnektionsmuster der NAO in der geopotentiellen Höhenverteilung sowie daraus folgend durch die Fluktuationen des Zonalwindes im Bereich des Nordatlantik gekennzeichnet. Die dominanten räumlichen Muster der mittleren Troposphäre besitzen die stärkste zeitliche Varianz im interannuellen Skalenbereich. Die Temperatur in 2 m Höhe sowie der Bodenluftdruck zeichnen sich durch geringe niederfrequente Variabilität aus. Untersuchungen zur Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der geopotentiellen Höhe in 500 hPa ergeben, daß das Modell die aus atmosphärischen Daten bekannte multimodale Struktur nicht reproduziert.

Es wurde gezeigt, daß vereinfachte dynamische Modelle der Atmosphäre signifikante niederfrequente Variabilität produzieren, ohne daß externe Faktoren wie z.B. der ozeanische, solare oder anthropogene Einfluß berücksichtigt werden. Die Ursachen der langperiodischen Schwankungen in den spektralen Modellen niederer Ordnung sind orographisch und thermisch bedingte Instabilitäten, die interne dynamische Kopplung der Wellen mit der zonalen Grundströmung und der Wellen verschiedener räumlicher Skalen untereinander sowie nichtlineare chaotische Übergänge zwischen persistenten Zirkulationsanomalien. Die potentielle Möglichkeit der Atmosphäre, eigene signifikante niederfrequente Fluktuationen zu erzeugen, wurde bisher bei der Erklärung und Diskussion langperiodischer Trends und Oszillationen im Klimasystem nicht hinreichend berücksichtigt. Aus den hier dargelegten Untersuchungen ergibt sich, daß bei der Bewertung gegenwärtiger Klimaänderungen (z.B. der erwarteten Zunahme des Treibhauseffekts) sowie der Wichtung anthropogener und natürlicher Einflußfaktoren die internen Schwankungen mit Perioden von Jahrzehnten bis zu Jahrhunderten, welche durch dynamische Prozesse in der Atmosphäre entstehen, eine stärkere Beachtung finden müssen.

## Abstract

The presented paper deals with low-frequency variability of the atmosphere in the range of decades and centuries generated by nonlinear atmospheric chaotic behaviour. Thus it contributes to better understand the current problem of natural climate variability on decadal and longer time scales.

Results of long-term integrations over 1, 000 to 10, 000 years of two quasi-geostrophic atmospheric spectral low-order models with varying vertical and horizontal resolution and of a coupled atmosphere-ocean-circulation model have been analysed. The investigations of the tropospheric 2-layer model show that atmospheric behaviour is characterized by persistent circulation anomalies and strong chaotic phases, which are related to the index-cycles by Rossby [1939]. The analysis of the spatial and temporal variability by means of Empirical Orthogonal Functions (EOF) as well as by Fourier and wavelet spectra demonstrates that the simplified nonlinear model circulation of the atmosphere generates intermittent signals on time scale of years, decades and even cen-

turies. Dominant spatial patterns are characterized by large-scale atmospheric circulation structures. The analyses of an integration with an annual cycle of thermal forcing in the course of 10, 000 years reveal a noticeable increase of the low-frequency variability due to periodic external forcing. Signals around 200 - 300 years have been found to be statistically significant, which did not appear at constant forcing.

The newly developed 3-layer model simulates two tropospheric and one stratospheric model layer. Integrations over 1 000 years for winter conditions have been performed at horizontal resolutions T5, T10, and T15. The variability in the stratospheric layer is determined by the deformed polar vortex and the planetary waves with wave numbers one and two. In the middle troposphere, the wave trains represent the pattern of largest variability. Significant peaks of the spectral energy distribution on decadal time scale have been detected at all model heights and for all three resolutions. Stratospheric signals on the very long time scale of 100 - 150 years are connected with the variability of the polar vortex. The middle troposphere, dominated by wave trains, has a large variance on interdecadal time scale, though not on longer periods. The rise of the horizontal resolution resulted in a distinct increase of the intra- and interannual variability.

As 'surrogate' of missing long observational data series, a 1 000 model years embracing simulation with the coupled atmosphere-ocean GCM ECHAM3/LSG has been analysed. This model contains complex physical parameterizations and represents the state-of-the-art of climate modelling. In the lower stratosphere, the cold polar vortex and the long wave of wave number one explain most of the variance. They have a characteristic long-period time scale of ~100 years. The variability in the middle troposphere is characterized by large-scale temperature wave anomalies, by the teleconnection pattern of NAO for the geopotential height and, subsequently, by fluctuations of the zonal wind over the North Atlantic. The dominant patterns of the middle troposphere show the strongest temporal variance on interannual time scales. The near-surface temperature and the sea level pressure possess only a small low-frequency variability. Studies on the probability density function of the geopotential height in 500 hPa yield that the model does not reproduce the multimodal structure known from atmospheric data.

It has been shown that simplified dynamical models of the atmosphere generate a significant lowfrequency variability without taking into account external factors as the ocean or solar and anthropogenic influences. The reason for the long-period fluctuations in spectral low-order models are orographically and thermally induced instabilities, the internal dynamical coupling between waves of different spatial scales and the zonal mean flow, as well as nonlinear chaotic transitions between persistent circulation anomalies. The potential ability of the atmosphere to produce inherent significant low-frequency fluctuations has not yet been sufficiently considered for the explanation and the discussion of long-period trends and oscillations in the climate system. Thus, for the evaluation of current climate changes (e.g. the expected increasing greenhouse effect) and the estimation of anthropogenic and natural influences a stronger attention has to be paid to the internal fluctuations with periods of decades up to centuries, which due to dynamical processes develop in the atmosphere.

•

.

# Kapitel 1

## Einführung

## 1.1 Motivation

Das Klimasystem der Erde umfaßt das Zusammenwirken aller Zustände oder Prozesse, die das Klima hinsichtlich seiner Entstehung, Erhaltung und Variabilität entscheidend beeinflussen (Hupfer 1991). Es setzt sich aus den Untersystemen Atmosphäre, Hydrosphäre, Lithosphäre, Biosphäre und Kryosphäre zusammen. Die Atmosphäre stellt den Lebensraum der Menschen dar und ist durch ihre chemische Zusammensetzung von grundlegender Bedeutung für die Herausbildung des Klimas und damit des menschlichen Lebens auf der Erde. Die Komponenten des Klimasystems und vor allem die Atmosphäre haben zu allen Zeiten ausgeprägte Schwankungen durchlaufen. Seit dem Beginn der industriellen Revolution im 19. Jahrhundert greift der Mensch verstärkt in dieses natürliche System ein. Daraus ergibt sich die Frage nach den Auswirkungen von natürlichen und anthropogen beeinflußten Variationen auf das Klima der Erde. Zuverlässige Aussagen über zukünftige, möglicherweise anthropogen geprägte Klimaentwicklungen erfordern deshalb als eine notwendige Voraussetzung das Verständnis der Existenz und Art sowie der Ursachen der natürlichen Klimavariabilität auf der Zeitskala von Jahrzehnten bis zu Jahrhunderten. Diesem Thema widmet sich die vorliegende Arbeit.

Die Atmosphäre weist ein breites Spektrum von Bewegungen über die verschiedensten Raumund Zeitbereiche auf. Es umfaßt die kleinräumige Turbulenz mit charakteristischen Fluktuationen im Sekundenbereich ebenso wie synoptische Wetterereignisse im Zeitmaßstab von Tagen und Wochen. Planetare Wellen stellen Zirkulationsstrukturen im großskaligen Maßstab dar. Die Zeitskala der Variabilität langer atmosphärischer Wellen beträgt Wochen bis Monate. Unter der Zirkulation der Atmosphäre versteht man die Gesamtheit aller atmosphärischer Bewegungen mit typischen horizontalen Maßstäben von 1 000 km und mehr. Für die Beschreibung großräumiger klimatischer Prozesse ist die Betrachtung weiterer meteorologischer Felder, z.B. der horizontalen und vertikalen Temperaturverteilung, welche die Atmosphäre als einheitliches raum-zeitliches System charakterisieren, erforderlich. Die Begriffe des Klimas und der atmosphärischen Zirkulation sind deshalb eng miteinander verbunden. Im Unterschied zu der sonst in der Meteorologie gebräuchlichen Begriffsgebung werden in dieser Arbeit als großräumige Prozesse Vorgänge mit charakteristischen horizontalen Maßstäben von 5 000 km - 10 000 km bezeichnet. Kleinskalige Prozesse besitzen räumliche Ausdehnungen von etwa 1 000 km - 5 000 km. Schwankungen mit Periodenlängen von Jahren, Jahrzehnten bis hin zu Jahrhunderten werden niederfrequent oder langperiodisch genannt.

1

#### 1.1 Motivation

Eine einfache Klassifizierung der Ursachen von Schwankungen der Zirkulation der Atmosphäre stellt die Unterteilung in externe und interne Faktoren der Variabilität dar. Als externe Prozesse werden alle Vorgänge innerhalb der an die Atmosphäre angrenzenden Untersysteme bezeichnet, die von außen auf die Atmosphäre wirken. Dazu zählen die Variationen der Solarstrahlung und der Erdbahnparameter, die Kopplung der Atmosphäre mit langsamer variierenden Komponenten des Klimasystems, wie z.B. dem Ozean, der Kryosphäre, der Hydrosphäre und der Biosphäre, sowie Vulkaneruptionen. Auch die vom Menschen hervorgerufene Veränderung der Zusammensetzung der Atmosphäre durch Emissionen von Treibhausgasen und Aerosolen gehört zu den externen Faktoren. Interne Prozesse zeichnen sich durch nichtlineare Wechselwirkungen der verschiedenen Skalen atmosphärischer Bewegungen aus. Zu diesen Faktoren zählen orographisch angeregte sowie barotrope und barokline Instabilitäten in der Atmosphäre. Die internen Prozesse bewirken ein deutliches Rauschniveau im Spektrum der Klimavariabilität.

Während sich in den letzten Jahren eine Vielzahl wissenschaftlicher Untersuchungen (z.B. Labitzke & van Loon [1988], Schlesinger et al. [1991]) mit dem Einfluß externer Faktoren auf das Klima beschäftigte, ist die Bedeutung interner Anregungsgrößen mit kurzen charakteristischen Zeitskalen für die niederfrequente atmosphärische Variabilität noch nicht hinreichend geklärt. Die Frage nach den Ursachen von Fluktuationen, welche das Klimasystem allein durch die interne Mechanismen durchlaufen kann, ist dabei durchaus von praktischem Interesse. Für die Abschätzung des Einflusses der verschiedenen Faktoren auf die atmosphärische Variabilität ist es notwendig, die natürlichen und anthropogenen externen Anteile an den beobachteten Schwankungen zu bestimmen. Um diese Trennung durchzuführen, bedarf es der Identifikation der wesentlichen Mechanismen für die Klimavariabilität. Insbesondere in Hinblick auf die erwartete Zunahme des Treibhauseffektes ist es erforderlich, den Einfluß der internen Dynamik auf atmosphärische Klimaschwankungen besser zu verstehen. Die Untersuchung der natürlichen niederfrequenten atmosphärischen Variabilität kann einen Beitrag zum Problem des Erkennens, Verstehens und Überwachens eines möglichen anthropogenen Einflusses auf das Klimasystem liefern (IPCC [1996]). Um die numerischen Vorhersagemodelle der Atmosphäre zu verifizieren und zu validieren, ist es ebenfalls wesentlich, die intern erzeugte Klimavariabilität zu verstehen und sie korrekt zu simulieren.

Für die Herangehensweise an das Problem der natürlichen niederfrequenten atmosphärischen Klimavariabilität existieren drei verschiedene Ansätze. Den unmittelbaren Weg stellt die Analyse beobachteter Daten dar. Beobachtungsdaten von klimatischen Größen in Erdbodennähe existieren seit etwa 150 Jahren. Für höhere Atmosphärenschichten begannen die kontinuierlichen meteorologischen Messungen sogar erst vor ca. 50 Jahren. Untersuchungen dieser Daten ergeben, daß die Atmosphäre auf der dekadischen Zeitskala stark variabel ist (vgl. Abschnitt 2.2). Auf Grund der zu kurzen Länge der beobachteten Datenreihen können niederfrequente Schwankungen mit Perioden von mehreren Jahrzehnten bis hin zu Jahrhunderten nicht statistisch gesichert nachgewiesen werden. Um dieses Defizit zu überwinden, sind in den letzten Jahren auch Proxydaten (indirekte Klimagrößen) aus paläoklimatologischen Datenarchiven für Untersuchungen herangezogen worden (vgl. Abschnitt 2.3). Diese Daten besitzen in der Regel die für statistische Nachweise erforderliche Länge. Andererseits haben sie den Nachteil, sowohl räumlich als auch zeitlich stark inhomogen zu sein. Bisher können sie kein konsistentes Gesamtbild der klimatischen Bedingungen in der Vergangenheit liefern. Deshalb bedient man sich in der Klimaforschung vielfach der Möglichkeit, atmosphärische Strömungen mit geeigneten hydrodynamischen Modellen synthetisch zu simulieren. Durch die Integration der Modelle über hinreichend lange Zeiten werden "künstliche" Daten der Atmosphäre generiert. Die Analyse der Modellvariabilität kann wichtige Hinweise auf das langperiodische Verhalten der realen Atmosphäre liefern. Dieser Ansatz wird in der vorliegenden Arbeit verfolgt.

Die Ansprüche, die das verwendete Modell dabei zu erfüllen hat, sind neben der adäquaten Simulation der atmosphärischen Gegebenheiten auch die "Kosten" des Modells in Bezug auf die benötigten Rechenleistung und -zeit. In der Klimamodellierung existiert eine Hierarchie der Modelle in Abhängigkeit von der Auflösung, den berücksichtigten physikalischen Prozessen und den verwendeten Parametrisierungen (Dethloff [1993]). Die einfachsten Modellarten mit der vollen Vierdimensionalität der Modellatmosphäre sind die Spektralmodelle niederer Ordnung (engl. Low Order Models (LOM)). Sie ermöglichen die Berücksichtigung ausgewählter großskaliger Wellenkomponenten und derer nichtlinearer Wechselwirkungen. LOM haben den Vorteil, relativ geringe Rechnerkapazitäten zu benötigen und dadurch numerische Langzeitintegrationen zu erlauben. Im Gegensatz dazu sind die Allgemeinen Zirkulationsmodelle (engl. General Circulation Models (GCM)) feiner aufgelöst und enthalten komplexe physikalische Parametrisierungen. Die resultierende Datenmenge führt häufig dazu, daß sich die Auswertung der Modelldaten als ähnlich kompliziert und umfangreich wie die Analyse beobachteter atmosphärischer Daten erweist. Die sehr große Anzahl vielfältig verflochtener Wechselwirkungen und Rückkopplungsprozesse erschwert die Bestimmungen von Ursache-Wirkungs-Beziehungen. Aus diesen Gründen sind die hier dargelegten Untersuchungen mit spektralen atmosphärischen Zirkulationsmodellen niederer Ordnung durchgeführt worden.

LOM als Modelle niederer Ordnung stellen ein Hilfsmittel dar, um die fundamentalen dynamischen und physikalischen Prozesse der Atmosphäre sowie deren nichtlineare Mechanismen zu untersuchen. Sie basieren auf der Entwicklung der raum- und zeitabhängigen Größen in Reihen orthogonaler Funktionen und dem Abbruch dieser Reihenentwicklung nach bereits einigen wenigen Termen. Jede Komponente stellt eine bestimmte Skala der atmosphärischen Bewegung dar. Durch das Einsetzen der endlichen Reihenentwicklungen in die Bewegungsgleichungen können die nichtlinearen Wechselwirkungen zwischen den betrachteten Skalen untersucht werden. Alle Wechselwirkungen zwischen Komponenten außerhalb des Reihenabbruchs bleiben unberücksichtigt. Trotz dieser Einschränkung stellt die Untersuchung solcher Systeme eine Möglichkeit dar, Einblicke in die nichtlinearen Mechanismen der Atmosphäre zu erhalten. Die Simulation der atmosphärischen Strömung mit grob aufgelösten Modellen wurde durch den großskaligen Charakter der mittleren atmosphärischen Zirkulation angeregt. In Studien mit vereinfachten Zirkulationsmodellen (z.B. Held & Suarez [1978], Egger [1978], Charney & DeVore [1979]) konnte gezeigt werden, daß eine relativ geringe Anzahl von zonalen Wellen ausreichend ist, um die großskaligen Balancen und wichtige Charakteristika der allgemeinen Zirkulation zu modellieren.

#### **1.2** Bisheriger Wissensstand

Für die Erzeugung niederfrequenter Klimavariabilität durch atmosphärische Störungen schlagen Hasselmann [1976] und Lorenz [1976] unterschiedliche Mechanismen vor. Hasselmann [1976] entwarf ein Szenarium für ein stochastisches Klimamodell auf der Grundlage der Analogie zwischen der Theorie der Brown'schen Bewegung und den Wechselwirkungen der Atmosphäre mit sich langsamer entwickelnden Komponenten des Klimasystems. Die Basis seiner Theorie bilden die Separation der Zeitskalen der atmosphärischen synoptischen Anregung von der längeren Zeit-

#### 1.2 Bisheriger Wissensstand

skala der Reaktion des Klimasystems (z.B. im Ozean) sowie der integrierende Effekt der atmosphärischen Anregung auf die niederfrequente Klimavariabilität. Die Atmosphäre wird als Komponente des Klimasystems mit kurzen charakteristischen Zeitskalen und ohne Variabilität auf der Klimazeitskala betrachtet. Demgemäß erfolgt die Beschreibung ihrer Variabilität durch Weißes Rauschen (die Begriffe Weißes und Rotes Rauschen werden im Abschnitt 3.2 erläutert). Hasselmann [1976] zeigte, daß das atmosphärische Weiße Rauschen der synoptischen Störungen als Reaktion Rotes Rauschverhalten der sich langsam ändernden Klimavariablen erzeugt. Eine Reihe von Arbeiten über die Variabilität des Ozeans (z.B. Wallace & Quanrong [1987], Delworth et al. [1993], Schneider & Kinter [1994], Manabe & Stouffer [1996]) stellt die Atmosphäre als Quelle der Variabilität in der ozeanischen Mischungsschicht heraus. Der Ozean sei für einen Großteil des Gedächtnisses des Klimasystems auf interannuellen und längeren Zeitskalen verantwortlich.

So plausibel es auch scheinen mag, basiert doch dieser Denkansatz stark auf einer linearen Sicht der atmosphärischen Dynamik. Das Rote Hintergrundrauschen des Spektrums der zonalen Bewegungskomponente des atmosphärischen Lorenzmodells (Lorenz [1963b], Lorenz [1984]) kann durch die lineare Theorie nach Hasselmann [1976] nicht erklärt werden, sondern ist Ausdruck der chaotischen Natur der Modellösungen. Lorenz [1984] betrachtet ein hypothetisches idealisiertes Klimasystem ohne langperiodische externe Anregungen. Das einfache nichtlineare dynamische System erzeugt chaotische Lösungen mit beträchtlicher Variabilität auch auf längeren Zeitskalen, obwohl die im Modell auftretenden Instabilitäten den kurzlebigen synoptischen Zeitskalen zuzurechnen sind. Wie kommt es zu dieser Variabilität?

Nach Lorenz [1968] ist die Intransitivität ein möglicher Mode atmosphärischen Verhaltens. Das heißt, die physikalischen Gesetze erlauben mehr als nur eine Möglichkeit von atmosphärischen Zuständen bei konstanten externen Bedingungen. In der Atmosphäre als "fast intransitives" System kann jeder dieser Zustände für eine längere Zeit angenommen werden, bevor es zum Übergang in einen anderen möglichen Zustand kommt. Diese Übergänge zwischen den Zuständen werden als ein chaotischer Prozeß angesehen (Lorenz [1986]), der zur Herausbildung der niederfrequenten Variabilität führt. Die bevorzugten Klimazustände bezeichnet man auch als Regime der atmosphärischen Zirkulation.

Welche Indizien gibt es für die Existenz von quasi-stabilen Zuständen in der realen Atmosphäre? Rossby [1939] untersuchte Variationen in der Intensität der Zonalzirkulation und postulierte zwei unterschiedliche Zustände: den "High"-Index-Zustand mit starken zonalen Strömungskomponenten und kleinen Wellenamplituden sowie den "Low"-Index-Zustand mit schwachen Zonalkomponenten und ausgeprägten atmosphärischen Wellen. Persistente Zirkulationsanomalien wie z.B. starke Westwindströmungen oder blockierende Wetterlagen, die diesen Index-Zuständen entsprechen, werden häufig beobachtet. Ihre räumliche Struktur besitzt Ähnlichkeit mit den bekannten Telekonnektionsmustern (Fernverbindungen, d.h., Muster hoher räumlicher Korrelation) nach Wallace & Gutzler [1981]. Die chaotischen Übergänge zwischen den Regimen stellen die hypothetische Ursache von Klimaänderungen langer Zeitskalen dar. Bereits Rossby & Willet [1948] weisen darauf hin, daß in Bezug auf langfristige Änderungen der allgemeinen Zirkulationsstrukturen die bemerkenswerte Grundähnlichkeit zwischen globalen Variationen und den Mustern des von Woche zu Woche variierenden Zyklus der "High"- und "Low"-Indizes beachtet werden sollte. Jedoch bleibt die Existenz robuster hemisphärischer Regime kontrovers. Einerseits wurde die statistische Signifikanz früherer Untersuchungen zur Bimodalität der Verteilung hemisphärischer Wellenamplituden (Hansen & Sutera [1986]) durch Nitsche et al. [1994] in Frage gestellt. Andererseits gibt es Hinweise für das Auftreten quasi-stationärer atmosphärischer Regime durch die Existenz subjektiv festgelegter Großwetterlagen (Bauer [1951]) oder die Bestimmung lokaler Dichtemaxima im Phasenraum, d.h. multimodaler Häufigkeitsverteilungen (Mo & Ghil [1988]).

Einen anderen Ansatz stellt die Klassifizierung persistenter Zirkulationsmuster in Form von Gleichgewichtslösungen vereinfachter Modelle dar. Charney & DeVore [1979] entwickelten auf der Grundlage von quasi-geostrophischen Modellen niederer Ordnung das Konzept der Mehrfachzustände, welche auch als multiple Quasi-Gleichgewichtszustände bezeichnet werden. Durch die Rückwirkung der orographisch angeregten planetaren Rossby-Wellen auf die mittlere Strömung werden verschiedene Strömungskonfigurationen hervorgerufen. Es wurden zwei stabile Zustände gefunden, welche die "High"- und "Low"-Index-Zustände nach Rossby [1939] repräsentieren. Reinhold & Pierrehumbert [1982] zeigten, daß die Mehrfachzustände des Charney-De-Vore-Modells instabil gegenüber synoptischen Störungen sind. In den Untersuchungen von Egger [1978] wurde deutlich, daß die Wechselwirkungen zwischen orographisch angetriebenen und transienten planetaren Wellen langlebige quasi-stationäre Strömungsmuster hervorrufen können.

Der nichtlineare Ansatz in der Atmosphärenphysik ist relativ neu. Bisher gibt es keine einheitliche Theorie im klassischen Sinne einer vollständigen mathematischen Beschreibung. Die oben beschriebenen quasi-stationären Zustände, zwischen denen der Zustandsvektor häufige Übergänge vollzieht, sind konsistent mit der Vorstellung, daß Klimavariabilität durch Änderungen in der Häufigkeit des Auftretens von bevorzugten Zirkulationsregimen beschrieben werden kann. Darauf basierend schlägt Palmer [1999] ein dynamisches Paradigma für Klimaänderungen als Ergebnis der unterschiedlichen Verweildauer in den Regimen vor. Durch die Bestimmung der linearen Reaktion eines nichtlinearen Systems, dessen Variabilität hauptsächlich durch die Übergänge zwischen quasi-stationären Zuständen bestimmt wird, auf eine schwache Anregung wurde gezeigt, daß sich die Variabilität des Klimasystems hauptsächlich in den Änderungen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Hauptkomponenten des Systems manifestiert. Inwieweit Daten der realen Atmosphäre dieser Idee entsprechen, wurde kürzlich von Corti et al. [1999] untersucht. Dazu bestimmten sie die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des durch die beiden dominanten Varianzmuster aufgespannten Phasenraums der nordhemisphärischen geopotentiellen Höhe in 500 hPa von 1949 - 1994. Diese Funktion besitzt vier Maxima, deren Stärke sich während des untersuchten Zeitraums änderte. Die Autoren ziehen deshalb die Schlußfolgerung, daß lokale Änderungen des gegenwärtigen Klimas als Veränderungen in der Häufigkeit des Auftretens natürlicher atmosphärischer Zirkulationsregime interpretiert werden können.

Um die vorgestellten Theorien der Erzeugung interner längerperiodischer atmosphärischer Variabilität zu überprüfen, sind Integrationen numerischer Zirkulationsmodelle über Jahrtausende nötig. James & James [1989] und James & James [1992] führten erste Langzeitläufe mit einem baroklinen Mehrschichten-Modell durch. Die größte interne Variabilität der global gemittelten relativen Winkelgeschwindigkeit der Modellatmosphäre wurde auf Zeitskalen zwischen einigen Jahren und einigen Jahrzehnten gefunden. Die Frequenzspektren zeichnen sich durch breite Maxima mit Perioden im dekadischen Bereich aus. Die damit verbundene räumliche Struktur ist durch ein wechselndes Aufspalten und Zusammenfließen des Subtropen-Jets und des Polarfront-Jets der mittleren Breiten gekennzeichnet. Weitere Untersuchungen von Pielke & Zeng [1994],

#### 1.3 Ziel der Arbeit

Kurgansky et al. [1996], Dethloff et al. [1998] und Handorf et al. [1999] in verschieden komplexen Modellen aus der Modellhierarchie unterstützen diese Ergebnisse. Die Arbeit von Corti et al. [1997] analysiert die Rolle der quasi-geostrophischen Dynamik bei der Generierung der dominanten niederfrequenten Variabilitätsmuster der nordhemisphärischen Winterzirkulation der mittleren Breiten. Das verwendete Modell produziert interannuelle und interdekadische Variabilität der Häufigkeit von Blocking-Ereignissen ähnlichen Maßstabs wie beobachtet.

Nicht zuletzt soll erwähnt werden, daß eine Vielzahl wissenschaftlicher Untersuchungen der letzten Jahre mit gekoppelten Atmosphäre-Ozean-Modellen darauf hindeutet, daß niederfrequente Fluktuationen des Klimas insbesondere auf der dekadischen Zeitskala gekoppelte Moden der Atmosphäre und des Ozeans darstellen können. Als Beispiele seien hier die Arbeiten von Zorita & Frankignoul [1997], Latif [1998], Grötzner et al. [1998], Timmermann et al. [1998] und Opsteegh et al. [1998] genannt. Welche Mechanismen in der Atmosphäre und im Ozean diese gekoppelten Variabilitätsmuster hervorrufen, ist weitestgehend ungeklärt. Bei der Interpretation der Modelle ist zu bedenken, daß fast alle Untersuchungen sich auf Ergebnisse von Rechnungen mit gekoppelten Klimamodellen beziehen, welche Flußkorrekturen unterschiedlicher Stärke benutzen. Die Flußkorrektur treibt das Modell zu einem vorgegebenen Zustand an, welcher mit dem mittleren heutigen Klima verbunden ist. Dieser vorgegebene Zustand ist in der Realität aber keine zeitinvariante Lösung der nichtlinearen Modellgrundgleichungen. Die Korrektur kann den vorgeschriebenen Zustand zu stark stabilisieren, was zu einer Dämpfung der Variabilität um diesen Zustand führt. Inzwischen wurden für die Klimamodellierung auch erste gekoppelte Zirkulationsmodelle der Atmosphäre und des Ozeans verwendet, die keine Flußkorrektur benötigen (Boville & Gent [1998], Gordon et al. [1999]).

### 1.3 Ziel der Arbeit

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es zu untersuchen, ob nichtlineares atmosphärisches chaotisches Verhalten auf kurzen Zeitskalen auch ohne externe Einflüsse, z.B. durch den Ozean oder den Menschen, signifikante niederfrequente Klimavariabilität in der Atmosphäre im Bereich von Jahrzehnten und Jahrhunderten erzeugen kann. Die Analyse der Variabilität erfolgt auf der Grundlage von Langzeitintegrationen atmosphärischer spektraler Modelle niederer Ordnung ohne zeitliche Änderung der externen Anregungsmechanismen. Die Modellzirkulation wird über orographische und thermische planetare Wellen, die in nichtlinearer Wechselwirkung mit der zonalen Grundströmung und synoptischen Wellen stehen, angetrieben. Es werden zwei Modelle verwendet, die sich sowohl durch ihre vertikale als auch durch ihre horizontale Auflösung unterscheiden. Das Modell mit zwei vertikalen troposphärischen Schichten und konstanter horizontaler Auflösung ist über 10 000 Jahre integriert worden. Im Gegensatz dazu erlaubt das neu entwickelte 3-Schichten-Modell Untersuchungen in zwei troposphärischen und einer vereinfachten stratosphärischen Modellschicht bei verschiedenen horizontalen Auflösungen. Es erfolgten Simulationen mit den spektralen Auflösungen T5, T10 und T15 über je 1 000 Modelljahre.

Die folgenden Fragen werden näher untersucht:

- Als Anregung der Modellzirkulation wirken die Orographie und diabatische Wärmequellen. Wie wirkt sich die Wahl dieser Modellparameter auf die Lösungsstruktur aus? Welche Parameter besitzen entscheidenden Einfluß auf das qualitative Modellverhalten?
- Um die niederfrequenten Fluktuationen auf dekadischen und längeren Zeitskalen zu analysieren, sind Langzeitintegrationen von Modellen in realistisch chaotischen Zuständen über

Jahrhunderte bis Jahrtausende nötig. Werden die verwendeten quasi-geostrophischen atmosphärischen Modelle niederer Ordnung diesen Anforderungen gerecht? Sind sie in der Lage, realistische mittlere Zirkulationsmuster zu erzeugen?

- Aus den Ergebnissen dieser Modelläufe wird die Variabilität der Modellatmosphären untersucht. Wie kann die räumliche Struktur der niederfrequenten Variabilität in verschiedenen Höhen der Atmosphäre charakterisiert werden? Treten Unterschiede in den barotropen und baroklinen Strömungsmoden auf?
- Das Zeitverhalten der wichtigsten räumlichen Muster wird spektral analysiert. Wodurch ist das spektrale Verhalten im niederfrequenten Bereich gekennzeichnet? Lassen sich statistisch signifikante Signale auf der Zeitskala von Dekaden und Jahrhunderten nachweisen?
- Die durchgeführten langen Integrationen erlauben die Untersuchung der zeitlichen Veränderung des charakteristischen spektralen Verhaltens. Zeigen die Signale intermittierendes Verhalten im zeitlichen Verlauf der Simulation?
- Die Verwendung feinerer Auflösungen erlaubt die Berücksichtigung kleinskaligerer atmosphärischer Strukturen. Wie wirken sich veränderte horizontale und vertikale Auflösungen auf die untersuchte niederfrequente Variabilität aus? Gibt es Unterschiede im Langzeitverhalten der Tropo- und Stratosphäre?
- Neben der zeitlich konstanten Anregung wird ein zeitabhängiger thermischer Antrieb in Form des Jahresganges berücksichtigt. Beeinflußt dieser Jahresgang die dominanten raumzeitlichen Strukturen der niederfrequenten Variabilität?
- Direkte Vergleiche der Variabilität in LOM mit der realen Atmosphäre sind auf Grund der zu kurzen Beobachtungsdatenreihen nicht möglich. Als Alternative dazu wird untersucht, ob gekoppelte komplexe GCM (als Beispiel wurde das ECHAM3/LSG-Modell ausgewählt) als beste momentan zur Verfügung stehende Klimamodelle niederfrequente atmosphärische Variabilität erzeugen. Wie sehen die räumlichen und zeitlichen Muster dieser Variabilität aus? Bei der Diskussion der Ergebnisse darf jedoch nicht außer acht gelassen werden, daß LOM und GCM anderen Hierarchiestufen der Klimamodelle angehören. Die LOM stellen hier reine Atmosphärenmodelle dar, während das Modell ECHAM3/LSG ein gekoppeltes Atmosphäre-Ozean-Modell ist, welches Flußkorrekturen benötigt.
- Datenanalysen der letzten 45 Jahre zeigen, daß die Häufigkeitsverteilung der nordhemisphärischen winterlichen geopotentielle Höhe in 500 hPa multiple Maxima besitzt, deren Stärke sich in Übereinstimmung mit dem vorgestellten Konzept von Palmer [1999] ändert. Wird diese Struktur der Häufigkeitsverteilung von dem gekoppelten Klimamodell ECHAM3/LSG reproduziert?

Die Arbeit gliedert sich neben dieser Einführung in 6 weitere Kapitel. Zunächst wird im Kapitel 2 ein Überblick über die Charakteristika der allgemeinen Zirkulation der nordhemisphärischen Atmosphäre gegeben. Dieser beinhaltet die zeitlich gemittelten Strömungszustände in der Tropound Stratosphäre, deren Variabilität sowie Hinweise bezüglich langperiodischer Fluktuationen an Hand von paläoklimatologischen Untersuchungen.

Kapitel 3 stellt die verwendeten statistischen Verfahren zur Analyse der niederfrequenten Klimavariabilität vor. Es werden die Methoden der Empirischen Orthogonalen Funktionen, der Spektralanalyse und der Wavelet-Transformation erläutert. Das spektrale Modell niederer Ordnung mit zwei vertikalen troposphärischen Modellschichten wird im 4. Kapitel eingeführt. Daran schließt sich eine Erläuterung der Modellparameter, des Bifurkationsverhaltens und des Attraktors des Systems an. Die zeitlich gemittelten Zustände der Modellatmosphäre werden bestimmt. Den Hauptteil des Kapitels nimmt die Analyse der dominanten räumlichen und zeitlichen Moden der Variabilität mit und ohne Jahresgang der thermischen Anregung ein.

Das 5. Kapitel beginnt mit der Beschreibung des in dieser Arbeit neu entwickelten 3-Schichtenmodells. Es folgen Untersuchungen zur Auswirkung verschiedener Horizontalauflösungen auf die zeitlich gemittelte Modellzirkulation. Der Einfluß der variierenden Auflösungen auf die niederfrequente Variabilität innerhalb der 1 000 Modelljahre ist Inhalt der anschließenden Analysen. Den Abschluß dieses Kapitels bildet eine Untersuchung über die Auswirkungen des Jahresganges auf die Modellzirkulation.

Kapitel 6 beinhaltet die Analyse der niederfrequenten atmosphärischen Variabilität eines 1 000-Jahre-Laufs des gekoppelten Atmosphäre-Ozean-GCM ECHAM3/LSG. Dabei wird auf die zeitlich gemittelten Zustände, deren Variabilität in der Stratosphäre und mittleren bzw. unteren Troposphäre sowie auf die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion eingegangen. Die Zusammenfassung gibt einen Überblick aller diskutierten Ergebnisse und zieht Schlußfolgerungen für zukünftige weitergehende Untersuchungen.

8

# Kapitel 2

# Charakteristika der allgemeinen atmosphärischen Zirkulation der Nordhemisphäre

Für die Untersuchung der natürlichen niederfrequenten Variabilität der Atmosphäre in vereinfachten dynamischen Modellen ist die qualitativ richtige Simulation der großskaligen charakteristischen atmosphärischen Muster von großer Bedeutung. Dieses Kapitel gibt einen Überblick über die beobachteten mittleren Zustände der Atmosphäre für Winter- und Sommerbedingungen. Um die Vergleichbarkeit mit den Modellresultaten in folgenden Kapiteln zu gewährleisten, werden die Temperatur-, Geopotential-, Stromfunktions- und Windverteilungen sowie die zonal gemittelten meridionalen Impuls- und Temperaturflüsse in verschiedenen Höhenschichten der Atmosphäre für die Nordhemisphäre gezeigt. Anschließend wird auf Untersuchungen zur niederfrequenten Variabilität in beobachteten langen Datenreihen eingegangen. Den Abschluß des Kapitels bilden Hinweise bezüglich langperiodischer atmosphärischer Fluktuationen aus paläoklimatologischen Datenanalysen.

## 2.1 Zeitlich gemittelte Strömungszustände in der Tropo- und unteren Stratosphäre

Die mittleren Verteilungen der Temperatur, der geopotentiellen Höhe und des Bodenluftdrucks im Winter bzw. im Sommer sind in den Abb. 2.1 - 2.4 für ausgewählte Höhen der Tropo- und unteren Stratosphäre dargestellt. Diese und alle weiteren nicht anders gekennzeichneten Abbildungen in diesem Kapitel wurden vom NOAA-CIRES Climate Diagnostics Center, Boulder, Colorado, bereitgestellt und sind unter der URL http://www.cdc.noaa.gov/ öffentlich verfügbar. Sie basieren auf den NCEP/NCAR Reanalysedaten (Kalnay et al. [1996]) der angegebenen Jahre. Die dargestellten Flächen von 70 hPa und 500 hPa der Daten entsprechen Höhen von etwa 19 bzw. 5.5 km.

Die Temperaturverteilung der Troposphäre besitzt sowohl im Winter (Dezember - Februar) als auch im Sommer (Juni - August) einen zonalen Charakter (Abb. 2.1). An der Erdoberfläche und in der mittleren Troposphäre werden die höchsten Temperaturen in den Tropen und die tiefsten Temperaturen in den Polargebieten beobachtet. Der meridionale Temperaturgradient am Erdboden erreicht seine größten Werte über den Kontinenten im Winter, während er in den äquatorialen Gebieten nur sehr schwach ist. Die thermischen Land-Meer-Kontraste, verursacht durch deren unterschiedliches Wärmespeichervermögen, sowie die kalten und warmen Meeresströmungen wirken sich vor allem auf die Temperaturverteilung in Erdbodennähe aus. Da der Einfluß der Kontinente und des Ozeans mit der Höhe abnimmt, verlaufen die Isothermen in der mittleren Troposphäre einheitlicher entlang der Breitenkreise. Die großskaligen stehenden planetaren Wellen mit den Wellenzahlen eins und zwei als Hauptmerkmal der unteren und mittleren Troposphäre sind vor allem im Winter gut ausgeprägt. Bei der stratosphärischen Temperaturverteilung besteht zwischen Sommer und Winter ein markanter Unterschied. Im Sommer kehrt sich der meridionale Temperaturgradient um, da die tiefsten Temperaturen der unteren Stratosphäre über dem Äquator beobachtet werden. Im Winter entsteht über dem Polargebiet der sehr kalte Polarwirbel. Das stratosphärische Temperaturmaximum befindet sich dann in den mittleren Breiten über dem Nordpazifik.



Abbildung 2.1: Mittlere Temperaturverteilung in [°C] im Winter (DJF) von 1968-1996 in 70 hPa (oben), in 500 hPa (Mitte) und an der Erdoberfläche (unten).

Abbildung 2.2: Mittlere Verteilung der geopotentiellen Höhe in [m] im Winter (DJF) von 1968-1996 in 70 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und Luftdruck in Meeresniveau (unten) in [hPa] im Winter (DJF) von 1968-1996.

Der mittlere Bodenluftdruck (Abb. 2.2) zeigt die im Sommer gut ausgeprägten subtropischen Hochdruckgebiete über den Ozeanen sowie tiefen Luftdruck über dem nördlichen Atlantik, den Polargebieten und dem zentralasiatischen Hochland. Im Winter kommt es im Mittel zu einer Druckabnahme in den mittleren Breiten. Über Zentralasien bildet sich ein großskaliges, thermisch bedingtes Hochdruckgebiet. Die Verteilung der geopotentiellen Höhe ist durch die troposphärische zonale Grundströmung mit den Subtropen- und Polarfront-Strahlströmen gekennzeichnet. Die zonale Windkomponente ergibt sich dabei aus dem meridionalen Gradienten des Geopotentials, siehe auch Gleichungen (4.4) und (4.5). Die Stärke der Strahlströme bzw. des Gradienten nimmt mit der Höhe zu und erreicht bei etwa 200 hPa (~12 km) ihr Maximum. Im Winter kommt es zu einer Intensivierung des Jets auf Grund des erhöhten Temperaturgradienten zwischen Äquator und Pol.



Abbildung 2.3: Mittlere Temperaturverteilung in [°C] im Sommer (JJA) von 1968-1996 in 70 hPa (oben), in 500 hPa (Mitte) und an der Erdoberfläche (unten).

Abbildung 2.4: Mittlere Verteilung der geopotentiellen Höhe in [m] im Sommer (JJA) von 1968-1996 in 70 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und Luftdruck in Meeresniveau (unten) in [hPa] im Sommer (JJA) von 1968-1996.

Der Zonalströmung sind großskalige Störungen, die planetaren Wellen, überlagert. Sie sind im Winter stärker ausgeprägt und zeigen das Muster der Wellenzahl zwei mit Trögen über dem östlichen Amerika und Asien sowie Keilen über dem Ostatlantik und Nordwestamerika. Die Phasen und Amplituden der Wellen hängen stark von der orographischen und thermischen Anregung an der Erdoberfläche ab. Das führt zu einer jahreszeitlichen Verschiebung der Position der Tröge und Keile innerhalb der Westwindströmung.

Die winterliche Stratosphäre ist durch den kalten zyklonalen Polarwirbel gekennzeichnet. Das Maximum des damit verbundenen Polar-Jets befindet sich in einer Höhe von etwa 2 hPa (~60 km) bei etwa 40° - 50° N und erreicht eine Stärke von 60 m/s (nicht abgebildet). In der dargestellten Höhe von 70 hPa tritt der Strahlstrom mit Werten von 20 m/s bei ca. 65° N auf. Im Gegensatz dazu führen die thermischen und dynamischen Verhältnisse im Sommer zu Bildung einer starken stratosphärischen Ostströmung. Maximale Geschwindigkeiten von 50 m/s treten in einer Höhe von etwa 2 hPa bei ca. 35° N auf.

Das in Kapitel 5 vorgestellte 3-Schichten-Modell der Atmosphäre berechnet die quasi-geostrophische Stromfunktion in den Höhen 150 hPa (~14 km), 500 hPa (~5.5 km) und 850 hPa (~1.5 km). Die mittleren Verteilungen der Stromfunktion in der hier gezeigten Form (Abb. 2.6 und 2.8) liegen jedoch nur in zwei Höhen der Atmosphäre vor. Die beiden  $\sigma$ -Niveaus der Reanalyse-Daten entsprechen Höhen von etwa 200 hPa (~12 km) bzw. 1000 hPa (~Erdoberfläche). Da die Stromfunktion  $\Psi$  und das Geopotential  $\Phi$  über den quasi-geostrophischen Zusammenhang in Gleichung (4.5) verknüpft sind, zeigen die Abb. 2.5 und 2.7 in Ergänzung die Verteilung der geopotentiellen Höhe im Sommer und Winter in den noch nicht diskutierten Modellhöhen 150 hPa und 850 hPa. Die oben beschriebenen Merkmale der troposphärischen Zirkulation mit der westlichen Grundströmung und den überlagerten planetaren Wellen sind auch hier gut zu erkennen. Die Stromfunktionsverteilung besitzt eine gute Ähnlichkeit mit der Verteilung der geopotentiellen Höhe bzw. des Bodenluftdrucks.

Aus Gründen der besseren Vergleichbarkeit mit folgenden Kapiteln ist in der Abb. 2.9 die mittlere Horizontalwindverteilung im Winter in den Höhen 150 hPa, 500 hPa und 850 hPa dargestellt. Die größten Windstärken der unteren Troposphäre sind über den Ozeanen zu beobachten. Die Position der Windmaxima in der höheren Atmosphäre wird dabei durch die Lage der planetaren Wellentröge an den Ostküsten von Amerika und Asien (Stormtracks) bestimmt.

Wie die Abb. 2.2 und 2.4 - 2.8 zeigten, wird der größte Teil der nordhemisphärischen Troposphäre im Mittel von Westwinden dominiert. Der mittlere Jahresverlauf des zonal gemittelten Zonalwindes auf der Nordhalbkugel ist in der Abb. 2.10 für verschiedene Höhen der Troposphäre dargestellt. Er ist im Winter durch den Subtropen-Jet in einer Höhe von etwa 200 hPa bei 30° - 35° N mit maximalen Geschwindigkeiten von 35 m/s gekennzeichnet. Im Sommer schwächt sich der Jet auf Werte von etwa 15 m/s ab und verlagert sich um ca. 15° nach Norden. Das äquatoriale Ostwindband verbreitert sich dann und erreicht etwa den 30. Breitengrad.

In der unteren Troposphäre nimmt die Stärke des Zonalwindes ab. Im Winter befindet sich das Westwindmaximum in 850 hPa zwischen etwa 30° und 60° N. Südlich davon wehen die Nordost-Passate. Sowohl die West- als auch die Ostwinde sind im Sommer schwächer ausgeprägt.



Abbildung 2.5: Mittlere Verteilung der geopotentiellen Höhe in [m] im Winter (DJF) von 1968-1996 in 150 hPa (oben) und 850 hPa (unten).





Abbildung 2.6: Mittlere Verteilung der Stromfunktion in  $[m^2/s]$  im Winter (DJF) von 1968-1996 in ~200 hPa (oben) und 1000 hPa (unten).



Abbildung 2.7: Mittlere Verteilung der geopotentiellen Höhe in [m] im Sommer (JJA) von 1968-1996 in 150 hPa (oben) und 850 hPa (unten).

198



-8e+07 -6e+07 -1e+07 -2e+07 0



**Abbildung 2.8:** Mittlere Verteilung der Stromfunktion in  $[m^2/s]$  im Sommer (JJA) von 1968-1996 in ~200 hPa (oben) und 1000 hPa (unten).



hPa (unten).



Weitere Größen, auf die in den Analysen des 3-Schichten-Modells eingegangen wird, sind die zeitlich und zonal gemittelten polwärtigen Impuls- und Temperaturflüsse der Atmosphäre. Der zonal gemittelte polwärtige Impulsfluß ergibt sich aus der Beziehung

$$[uv] = [u][v] + [u^*v^*].$$
(2.1)

Hier kennzeichnen der Operator [...] das zonale Mittel und der Operator ...\* die Abweichung von zonalen Mittel der entsprechenden Größe. u und v sind die horizontalen Geschwindigkeitskomponenten. Die zonal gemittelte Meridionalgeschwindigkeit [v] ist in den Außertropen vernachlässigbar klein. Deshalb übernehmen die Wirbel (diese entsprechen dem Term  $[u^*v^*]$  in (2.1)) den Hauptanteil am meridionalen Fluß des Impulses. Auf Grund der Drehimpulserhaltung des Systems Erde - Atmosphäre und der beschriebenen mittleren atmosphärischen Zirkulation ergibt sich, daß die Atmosphäre in niederen Breiten Drehimpuls von der Erde aufnimmt und diesen in den mittleren und höheren Breiten wieder abgibt. Daraus folgt ein im Mittel positiver nordwärts gerichteter Impulsfluß auf der Nordhalbkugel.

In der Abb. 2.11 ist der beobachtete zeitlich und zonal gemittelte nordwärtige Impulstransport durch die stationären Wirbel im Winter und Sommer (Lau et al. [1981]) dargestellt. Diese Daten beziehen sich auf geographische Breiten nördlich von 20° N und auf das zeitliche Mittel der Jahre 1965/66 bis 1976/77. Der mittlere Impulsfluß erreicht sein Maximum im Winter zwischen 30° und 35° N in einer Höhe von 200-300 hPa. Die Stärke beträgt in diesem Niveau etwa 30 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>. Er zeichnet sich durch eine annähernd barotrope vertikale Struktur aus. In der unteren Troposphäre (850 hPa) besitzt er noch eine Stärke von ~3 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>. Nördlich von ca. 50° N wechselt der nordwärts gerichtete Impulsfluß sein Vorzeichen. Der südwärts gerichtete Fluß hat eine maximale Stärke von etwa 12 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup> in 200-300 hPa bei ca. 60° - 65° N. Im Sommer schwächt sich der Impulsfluß ab, so daß er nur noch Werte von 10 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup> in einer Höhe zwischen 200 hPa und 300 hPa bei etwa 30° N besitzt. Es ist zu beachten, daß neben den stationären auch die transienten Wirbel (nicht dargestellt) einen bedeutenden Beitrag zum meridionalen Impulsfluß liefern können.

Der zonal gemittelte polwärtige Temperaturfluß wird definiert als

$$[Tv] = [T][v] + [T^*v^*]$$
(2.2)

mit *T* als Temperatur. Auch hier wird der durch die zonal gemittelte Meridionalgeschwindigkeit hervorgerufene Fluß vernachlässigt, weil [v] nur in den Tropen einen signifikanten Beitrag liefert. Die Abb. 2.12 zeigt die breiten- und höhenabhängige Struktur des beobachteten zeitlich und zonal gemittelten nordwärtigen Transports fühlbarer Wärme (exakt: Temperatur) durch die stationären Wirbel der Nordhemisphäre im Winter und Sommer. Der stärkste Transport (10 Km/s) findet in der unteren Troposphäre im Winter in den mittleren Breiten bei ca. 50° - 55° N in einer Höhe von ca. 850 hPa statt. Ein weiteres Maximum tritt in der Stratosphäre oberhalb von 100 hPa auf. Der Sommer führt zu einer Abschwächung des Temperaturflusses. Größere nordwärtige Flüsse werden nur in der höheren Troposphäre/unteren Stratosphäre beobachtet. In der unteren Troposphäre kommt es zu schwachen südwärtigen Flüssen. Auf die Darstellung der Flüsse auf Grund der transienten Wirbel wurde verzichtet, obwohl auch sie einen beträchtlichen Anteil am Transport besitzen. 2.1 Zeitlich gemittelte Strömungszustände in der Tropo- und unteren Stratosphäre



Abbildung 2.11: Zeitlich und zonal gemittelter nordwärtiger Transport von Impuls aus Westen durch die stationären Wirbel im Winter (links) und Sommer (rechts). Das Intervall der Konturlinien beträgt 5 bzw. 2  $m^2/s^2$ . (aus: Lau et al. [1981])



Abbildung 2.12: Zeitlich und zonal gemittelter nordwärtiger Transport von fühlbarer Wärme (exakt: Temperatur) durch die stationären Wirbel im Winter (links) und Sommer (rechts). Das Intervall der Konturlinien beträgt 2 bzw. 1Km/s. (aus: Lau et al. [1981])

#### 2.2 Langperiodische Variabilität in beobachteten Daten

Welche Anzeichen niederfrequenter atmosphärischer Variabilität auf der Zeitskala von Jahrzehnten bis zu Jahrhunderten gibt es in beobachteten Daten? Die längste Datenreihe einer gemessenen atmosphärischen Größe ist die Zentral-England-Reihe (Manley [1953]). Diese faßt historische Aufzeichnungen und meteorologische Beobachtungen der Lufttemperatur in Bodennähe von 1659 bis heute vieler Stationen in Mittelengland zusammen. Die Analyse der Schwankungen der Temperatur (Manley [1974]) ergab Fluktuationen um den mittleren Jahresgang von etwa 1 - 2 K innerhalb von Jahrzehnten. In der Abb. 2.13 sind die Zentral-England-Reihe und die Wavelet-Transformation (die Beschreibung dieser Methode erfolgt in Abschnitt 3.3) dieser Reihe auf der Basis von Jahresmittelwerten von 1659 - 1996 dargestellt. Die Wavelet-Transformation gibt die Signale der Zeitreihe für verschiedene Frequenzen und Zeiten an. Man erkennt auf der dekadischen Zeitskala bei etwa 15 und 20 - 25 Jahren Fluktuationen, die während der ersten etwa hundert Jahre der Zeitreihe aus dem angepaßten Modell des Roten Rauschens (siehe dazu Abschnitt 3.2) heraustreten. Jedoch reicht die Länge dieser Reihe nicht aus, um die bei etwa 80 - 100 Jahren, auch in zahlreichen anderen Reihen angedeutete Schwingung statistisch gesichert nachzuweisen.



Abbildung 2.13: Zeitreihe (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[K^{2*}y^2]$  der Zentral-England-Lufttemperaturreihe von 1659 - 1996 auf der Basis von Jahresmittelwerten ( $\omega$ =5, r=0.22). Zur Erläuterung der Kurven der Wavelet-Transformation siehe Abb. 4.16. Die Daten wurden vom UK Meteorological Office unter der URL http://www.meteo.govt.uk/sec5/cr\_div/uk\_climate/index.html zur Verfügung gestellt und vom NCAR, Boulder, Colorado, aufbereitet.

Weitere signifikante Fluktuationen wurden in dieser Reihe auf der interannuellen Zeitskala (7 - 8 Jahre) z.B. durch Plaut et al. [1995] und Benner [1999] mit anderen statistischen Verfahren nachgewiesen.

Die 135 Jahre (1854-1988) umfassende Zeitreihe der global gemittelten Lufttemperatur in Erdbodennähe ist ebenfalls eine vielfach analysierte lange Datenreihe. Ghil & Vautard [1991] detektieren mit Hilfe der Singulär-Spektrum-Analyse (SSA) neben dem säkularen Erwärmungstrend weitere Signale auf der interannuellen (5 - 6 Jahre) und interdekadischen Zeitskala (16 und 21 Jahre). Ihre Untersuchungen ergeben, daß die interannuellen Schwingungen wahrscheinlich mit globalen Aspekten des Phänomens El-Niño-Südliche-Oszillation (ENSO) verbunden sind. Das sind Variationen der mittleren thermischen Anregung an der Erdoberfläche. Hingegen können die Fluktuationen auf längeren Zeitbereichen mit Änderungen der außertropischen Ozeanzirkulation assoziiert werden. In den Arbeiten von Schlesinger & Ramankutty [1994] und Schlesinger & Ramankutty [1995] wird die Variabilität der global gemittelten Lufttemperatur in Erdbodennähe in verschiedenen Datensätzen von 1765 bis 1992 untersucht. Durch eine SSA wurde eine 65 - 70-jährige Oszillation nachgewiesen. Sie ist das statistische Ergebnis einer 50 - 80-jährigen Schwingung im Bereich des Nordatlantik und der angrenzenden nordhemisphärischen Kontinente Nordamerika, Europa und Nordafrika. Die Amplituden und Perioden dieser Schwingung schwanken stark. Als Ursache führen die Autoren 3 Möglichkeiten auf: eine zufällige Anregung des Ozeans durch die Atmosphäre, der externe Antrieb des Klimasystems z.B. durch Variationen der solaren Einstrahlung und interne Schwingungen des Systems Atmosphäre - Ozean. Die erste Hypothese kann mit hoher statistischer Sicherheit verworfen werden. Auch die zweite Möglichkeit wird von den Autoren als nicht wahrscheinlich angesehen. Hingegen kommen sie zu dem Ergebnis, daß die interdekadische Oszillation das Ergebnis interner Wechselwirkungsmechanismen im gekoppelten Klimasystem darstellt.

Atmosphärische Variabilität auf einer ähnlich großen Zeitskala fanden auch Shabalova & Weber [1998] durch die Anwendung einer Multikanal-SSA (MSSA) auf 7 lange frühinstrumentelle europäische Lufttemperaturreihen. Die untersuchten zeitlichen Muster hängen deutlich von der betrachteten Jahreszeit ab. So wurde in den Untersuchungen für den Sommer eine bevorzugte Zeitskala bei etwa 60 - 80 Jahren bestimmt.

Eine relativ neue Methodik stellt die Rekonstruktion langer atmosphärischer Datenreihen durch multivariate Korrelationen von paläoklimatologischen Daten mit beobachteten Größen dar. Durch die statistische Kombination eines Netzwerks verschiedener Proxy-Daten mit langen instrumentellen Aufzeichnungen konnten Mann et al. [1998] eine die letzten 500 Jahre umfassende Reihe der jährlichen globalen Mitteltemperatur erstellen. Neben der bodennahen Lufttemperatur ist in den letzten Jahren die Nordatlantische Oszillation (NAO) mit Hilfe unterschiedlicher Klimaarchive rekonstruiert worden. Die normierte Luftdruckschwankung zwischen dem Azorenhoch und dem Islandtief bezeichnet man als NAO-Index (Hurrell [1995]). Abb. 2.14 links zeigt diesen Index für die Jahre 1864 bis 1995. Während dieser Zeit treten Perioden starker positiver bzw. negativer Werte auf. Die NAO ist wesentlich an den Witterungs- und Klimaverhältnissen des nordatlantischen und europäischen Raums beteiligt. Sie stellt wahrscheinlich eine Eigenschwingung der Atmosphäre dar, deren Langzeitvariabilität durch den Ozean getriggert wird (Rodwell et al. [1999]). Die Wavelet-Analyse des NAO-Index (vgl. Abb. 2.14 rechts) ergibt, daß keine bevorzugte Frequenz signifikant aus dem Rauschen hervortritt. Jedoch wechseln sich zeitlich lokale Phasen stärkerer Aktivität auf interannuellen und dekadischen Zeitskalen mit Phasen schwacher Signale ab. Solches Verhalten wird als Intermittenz bezeichnet. Die Ursachen dieser intermittierenden Klimaoszillationen ist bisher jedoch noch nicht geklärt.

Rekonstruktionen des NAO-Index in die Vergangenheit erfolgten sowohl auf der Grundlage von Eisbohrkerndaten (Appenzeller et al. [1998]) und Baumringanalysen (Cook et al. [1998]) als auch mit Hilfe von historischen Aufzeichnungen (Jones et al. [1997], Luterbacher et al. [1999]). Appenzeller et al. [1998] konnten mit Hilfe grönländischer Eiskerndaten den jährlichen NAO-Index für die letzten 300 Jahre zurückverfolgen. Sie finden zeitlich aktive (kohärente) und passive (inkohärente) Phasen des Index. Die meiste Energie befindet sich bei Perioden kleiner als 15 Jahre.



**Abbildung 2.14:** Zeitreihe (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  des NAO-Index nach Hurrell (1995) von 1864 - 1995 auf der Basis von Wintermittelwerten ( $\omega$ =7, *r*=0.17). Zur Erläuterung der Wavelet-Kurven siehe Abb. 4.16. Die Daten wurden vom UCAR, Boulder, Colorado, aufbereitet und sind unter der URL http://www.cgd.ucar.edu:80/cas/climind/ frei verfügbar.

Ihre Untersuchungen verdeutlichen, daß die NAO eine intermittierende Klimaschwankung ohne einen charakteristischen Frequenzbereich darstellt.

### 2.3 Hinweise aus paläoklimatologischen Analysen

Aus paläoklimatologischen Datenreihen können wichtige Aufschlüsse über das Verhalten des Klimasystems in der Vergangenheit gewonnen werden. Paläoklimatologische Datenarchive umfassen z.B. tropische und polare Gletscher, Meer- und Seesedimente, Baumringe, Pollenablagerungen und Korallenriffe. Mit Hilfe verschiedener geochemischer Verfahren werden Konzentrationen und Zusammensetzungen von chemischen Ablagerungen in diesen Archiven gemessen. Über empirisch bestimmte Transferfunktionen müssen daraus geeignete Klimagrößen wie z.B. Temperatur und Feuchte bestimmt werden, um Schlußfolgerungen über vergangene klimatische Bedingungen ziehen zu können.

Aus der Vielzahl der Arbeiten, die sich mit paläoklimatologischen Rekonstruktionen in Hinblick auf niederfrequente atmosphärische Prozesse beschäftigen, wird darum im folgenden nur eine kleine Auswahl getroffen und auf die angegebene, weiterführende Literatur verwiesen. White et al. [1996] untersuchten die Deuterium-Isotopenaufzeichnungen des Greenland Ice Sheet Project 2 (GISP2)-Eisbohrkerns aus Zentralgrönland, um das Langzeitverhalten zu analysieren und mit bekannten klimatischen Vorgängen vergleichen zu können. Statistisch signifikante Perioden konnten in der jährlich aufgelösten, 700 Jahre umfassenden Reihe im interannuellen (5 - 7 Jahre) und interdekadischen Zeitbereich (11 - 12 Jahren, 20 - 30 Jahre, 60 - 70 Jahre) nachgewiesen werden (siehe Abb. 2.15).

Deutliche Variabilität im niederfrequenten Spektralbereich ergaben auch die Analysen der aus Baumringdaten rekonstruierten Temperaturreihe Tasmaniens über die letzten 2800 Jahre (Cook et al. [1996]). Weitere Hinweise auf dekadische atmosphärische Fluktuationen in der Vergangenheit findet man z.B. bei Melice & Roucou [1998] für das Sauerstoff-Isotopenverhältnis eines Eisbohrkerns in den Anden, bei Mahasenan et al. [1997] in Bezug auf Temperaturrekonstruktionen aus verschiedenen Proxydaten und bei Thompson et al. [1998] bezüglich abrupter Klimaänderungen beim Übergang von der letzten großen Eiszeit zum Holozän. Einen zusammenfassenden Überblick der Klimafluktuationen in Proxydaten auf der Zeitskala von Jahrhunderten geben Stokker & Mysak [1992].





Proxydaten haben häufig den Nachteil, zeitlich und räumlich stark inhomogen zu sein. Die Rekonstruktionen beschränken sich auf ausgewählte Untersuchungsregionen und spezielle Zeitabschnitte der Klimaentwicklung mit oft sehr groben zeitlichen Auflösungen. Ein weiteres Problem stellt die Datierung dar. Aus diesen Gründen konnte bisher kein räumlich und zeitlich vollständiges Bild des Klimas der letzten 1 000 - 10 000 Jahre aus paläoklimatologischen Daten rekonstruiert werden. Deshalb initiierten die Institute der Helmholtz-Gemeinschaft Deutscher Forschungszentren (HGF) 1998 das Projekt "Natürliche Klimavariationen In Historischen Zeiten bis 10.000 Jahre vor heute" (KIHZ). Es hat zur Aufgabe, durch die Synthese von paläoklimatologischen Daten und Modellierung die natürlichen Klimavariationen der letzten 10 000 Jahre konsistent zu rekonstruieren und zu interpretieren (siehe auch URL http://www.gfz-potsdam.de/pb3/ pb33/kihzhome/kihz00/index\_de.html).

Sowohl die Ergebnisse von Analysen langer Beobachtungsdatenreihen als auch paläoklimatologische Rekonstruktionen der Vergangenheit geben Hinweise darauf, daß die Atmosphäre in der Vergangenheit auf dekadischen und längeren Zeitskalen ein natürliches, von den Menschen weitestgehend unbeeinflußtes Schwankungsverhalten aufwies.

# Kapitel 3

# Methoden zur Analyse der niederfrequenten Klimavariabilität

In diesem Kapitel werden die statistischen Methoden für die Analyse der niederfrequenten Klimavariabilität dargestellt. Diese sind die Bestimmung Empirischer Orthogonaler Funktionen (EOF), die Spektralanalyse und die Wavelet-Transformation. Sie finden bei der Auswertung der Langzeitintegrationen sowohl im 2- und 3-Schichten-Modell (Kapitel 4 und 5) als auch im komplexen Allgemeinen Zirkulationsmodell (Kapitel 6) Anwendung.

Die Entwicklung der Modelldaten in Reihen von EOF stellt ein Verfahren zur Bestimmung der dominanten räumlichen Variabilitätsmuster dar. Mit Hilfe der Spektralanalyse erhält man Informationen über die Verteilung der spektralen Energie der Datenreihen auf einzelne Frequenzbereiche. Die Synthese von EOF- und Spektralanalyse gestattet es, Schlußfolgerungen über diejenigen räumlichen und zeitlichen Strömungsmuster zu ziehen, die den größten Einfluß auf das interne Langzeitverhalten der Modellatmosphäre ausüben. Die Wavelet-Transformation wird verwendet, um das Spektralverhalten der Modelldatenreihen zeitabhängig zu untersuchen.

### **3.1** Empirische Orthogonale Funktionen (EOF)

Die Analyse Empirischer Orthogonaler Funktionen, auch Eigenvektor- oder Prinzipielle-Komponenten- Analyse genannt, stellt eine geeignete Methode dar, die räumliche und zeitliche Variabilität langer Datenreihen über einem großen Gebiet zu untersuchen (Preisendorfer [1988]). Seit ihrer Einführung in die Physik der Atmosphäre durch Lorenz [1956] und Obukhov [1960] wird die Eigenvektoranalyse häufig genutzt, um Felder in der Meteorologie und der Klimatologie zu beschreiben.

Klimadatensätze besitzen häufig eine sehr große Dimension. Das bedeutet, die Anzahl der den Zustand des Systems zu jeder Zeit repräsentierenden Variablen ist sehr hoch. Vielfach enthalten die Datensätze abhängige, d.h., miteinander korrelierte Variablen, wodurch eine Überlappung der durch jede Variable erklärten Varianz hervorgerufen wird. Für die Analyse multivariater Datensätze ist es daher sinnvoll, den gesamten Phasenraum in zwei Unterräume, den Signal-Raum und den Rausch-Raum aufzuspalten. Vom Signal-Raum nimmt man an, daß er die Dynamik des betrachteten Prozesses widerspiegelt. Er wird durch einige wenige charakteristische Muster aufgespannt. Im Gegensatz dazu beinhaltet der Rausch-Raum das hochdimensionale Residuum und enthält alle Prozesse, die irrelevant für den Signal-Raum sind. Vernachlässigt man den Rausch-Raum und betrachtet nur den Signal-Raum, so wird durch diese Zerlegung eine Komprimierung der Daten in Raum und Zeit erreicht. Häufig kann die Struktur der ersten Signal-Muster mit einer physikalischen Bedeutung des relevanten Prozesses in Verbindung gebracht werden. Die Darstellung der charakteristischen Muster, d.h., der Basis des Signal-Raums, kann auf verschiedene Weise erfolgen, die von subjektiv definierten Mustern über Muster mit geeigneten geometrischen Eigenschaften (z.B. Kugelflächenfunktionen) bis zu Mustern reicht, welche bestimmte statistische Parameter (z.B. die Varianz) optimieren.

Die Aufspaltung des Phasenraums  $\vec{X}_t$  in den Signal-Raum  $\vec{X}_t^S$ , der durch die Vektoren  $\vec{p}^k$  aufgespannt wird, und den Rausch-Raum  $\vec{X}_t^N$  kann formal geschrieben werden als

$$\vec{X}_{t} = \sum_{k=1}^{K} \alpha_{k}(t) \vec{p}^{k} + \vec{X}_{t}^{N} = \vec{X}_{t}^{S} + \vec{X}_{t}^{N}$$
(2.1)

mit *t* als Zeit. Von den räumlichen Mustern  $\vec{p}^k$  und deren Zeitkoeffizienten  $\alpha_k(t)$  wird angenommen, daß sie die Dynamik im Signal-Raum beschreiben. Der Vektor  $\vec{X}_t$  sei ein *m*-variater Zufallsvektor mit dem Erwartungswert

$$E(\vec{X}_t) = \mu, \qquad (2.2)$$

der Kovarianzmatrix

$$\Sigma = E\left((\vec{X}_t - \mu)(\vec{X}_t - \mu)^T\right)$$
(2.3)

und der Varianz

$$VAR(\vec{X}_t) = E\left(\left(\vec{X}_t - \mu\right)^2\right).$$
(2.4)

Dann sind die Entwicklungskoeffizienten  $\alpha_k(t)$  univariate Zufallsvariablen und die charakteristischen Muster  $\vec{p}^k$  konstante Vektoren.

Die optimalen Entwicklungskoeffizienten  $\alpha_k(t)$  werden so bestimmt, daß sie die mittlere quadratische Abweichung des Rausch-Raums (vgl. (2.1)), d.h.

$$\varepsilon(\vec{\alpha}) = \langle \vec{X}_t - \sum_{k=1}^K \alpha_k \vec{p}^k, \vec{X}_t - \sum_{k=1}^K \alpha_k \vec{p}^k \rangle, \qquad (2.5)$$

minimieren, wobei  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \sum_{k} a_k b_k$  das Skalarprodukt bezeichnet.

Ein Maß für die Quantifizierung der relativen Wichtigkeit eines Musters ist der "Anteil der erklärten Varianz"  $\eta$ . Das ist der Anteil der Varianz an der Gesamtvarianz von  $\vec{X}_t$ , der durch das entsprechende Muster  $\vec{p}^k$  erklärt wird. Unter der Annahme  $E(\vec{X}_t) = 0$  berechnet er sich zu

$$\eta = \frac{VAR(\vec{X}_t) - VAR(\vec{X}_t - \alpha_k \vec{p}^k)}{VAR(\vec{X}_t)}.$$
(2.6)

Für die Analysen der räumlichen und zeitlichen Variabilität der hier betrachteten Datensätze wurden Entwicklungen in EOF ausgewählt.  $\vec{X}_t$  sei ein *m*-variater Zufallsvektor, dessen Erwartungswert  $\mu$  der Einfachheit halber verschwinde. Empirische Orthogonale Funktionen sind der Satz von

K paarweise orthogonalen Vektoren, der die Varianz des Residuums  $\vec{X}_t^N$  in Gleichung (2.1) für  $K \le m$  minimiert. Mathematisch läßt sich zeigen (z.B. von Storch & Navarra [1995]), daß die Lösung des Minimierungsproblems unter der Nebenbedingung der Orthogonalität der Muster äquivalent zur Bestimmung der Eigenvektoren der Kovarianzmatrix  $\Sigma$  des Zufallsvektors  $\vec{X}_t$  ist. Diese Eigenvektoren sind die gesuchten Empirischen Orthogonalen Funktionen  $\vec{p}^k$ . Die zugehörigen Eigenwerte  $\lambda_k$  beschreiben die Varianz der entsprechenden Entwicklungskoeffizienten  $\alpha_k$ , auch Prinzipielle Komponenten (PC) genannt. Diese werden aus der Projektion des Vektors  $\vec{X}_t$  auf die EOF berechnet

$$\alpha_k = \vec{X}_t \vec{p}^k. \tag{2.7}$$

Die Auswahl der EOF als Basisvektoren des Signalraums besitzt den Vorteil, daß ihre Muster geometrisch orthogonal, d.h.

$$\hat{p}^{k'} \hat{p}^{i} = \delta_{ki}, \qquad (2.8)$$

und die Koeffizienten  $\alpha_k$  statistisch unabhängig sind.

Der Anteil der erklärten Varianz  $\eta$  der ersten K EOF ergibt sich aus

$$\eta_{\{1...K\}} = 1 - \frac{\varepsilon_k}{VAR(\vec{X})} = 1 - \frac{\sum_{k=K+1}^m \lambda_k}{\sum_{k=1}^m \lambda_k} = \frac{\sum_{k=1}^n \lambda_k}{\sum_{k=1}^m \lambda_k}$$
(2.9)

und ist ein Maß für die relative Bedeutung der KEOF.

Bei der numerischen Berechnung der EOF wurde die Normierung

$$\alpha_j \dot{\vec{p}}^{j} = \frac{\alpha_j}{\sqrt{\lambda_j}} \cdot \dot{\vec{p}}^j \sqrt{\lambda_j}$$
(2.10)

benutzt (Bretherton et al. [1992]). Das bedeutet, die Zeitreihen der PC  $\alpha_j^{'}$  haben die Varianz Eins und die EOF-Muster  $p^{j}$ , zeigen die relative Stärke des Signals an.

### 3.2 Spektralanalyse

Um langperiodische Schwingungen in Zeitreihen aufzudecken, benötigt man Informationen über die spektrale Energieverteilung der betrachteten Reihe. Diese Aussagen liefert die Spektralanalyse. Sie schätzt die Leistungsdichte eines Signals in Abhängigkeit von der Frequenz (siehe z.B. Olberg & Rákóczi [1984]).

Für die Schätzung des Leistungsdichtespektrums P(f) einer Zeitreihe auf der Grundlage der Fourier-Transformation gibt es zwei klassische Methoden: das Periodogramm-Verfahren und die konventionelle Autokorrelations-Energie-Spektralanalyse nach Blackman & Tukey [1958]. Während bei der Periodogramm-Methode eine direkte Fourier-Transformation endlicher Signalsegmente erfolgt, schätzt der zweite Ansatz zuerst die Autokovarianzkoeffizienten und berechnet dann die Fourier-Transformierte dieser Schätzung (Oppenheim & Schafer [1995]). Für die Daten außerhalb des Meßintervalls wird bei der Periodogramm-Methode die Annahme gemacht, daß sich die Zeitreihe periodisch fortsetzt. Die Blackman-Tukey-Methode geht davon aus, daß die Daten außerhalb des Beobachtungsintervalls Null gesetzt werden.

Die modifizierte, gemittelte Periodogramm-Methode nach Welch [1967] gilt als bestes der direkten Verfahren und wird deshalb für die nachfolgenden Untersuchungen verwendet. Dabei teilt man die Zeitreihe X(t) mit t = 0, 1, ..., N - 1 in K sich nicht überlappende Segmente  $X_k(t)$  der Länge L auf. Nach Auswahl einer Fensterfunktion W(t), t = 0, ..., L - 1, werden die Sequenzen  $X_1(t)W(t), ..., X_K(t)W(t)$  gebildet.

Für jede dieser Sequenzen wird eine endliche Fourier-Transformation durchgeführt.

$$A_{k}(j) = \frac{1}{L} \sum_{t=0}^{L-1} X_{k}(t) W(t) e^{-2iktj/L} \qquad k = 1, 2, ..., K \quad (2.11)$$

Als Schätzung des Leistungsspektrums P(f) betrachtet man die modifizierten Periodogramme

$$I_{k}(f_{n}) = \frac{L}{U} |A_{k}(j)|^{2}$$
(2.12)

$$f_n = \frac{j}{L} \qquad j = 0, \dots, L/2$$

$$\int_{n} -\frac{1}{L} \qquad \int_{n} -\frac{1}{L} = 0, \dots, D/L$$

$$U = \frac{1}{L} \sum_{t=0}^{L} W^{2}(t) .$$
 (2.13)

Die Konstante U stellt eine Normierung dar, mit der der systematische Fehler der Spektralschätzung beseitigt wird. Verwendet man als Fensterfunktion W(t) ein Rechteck, so wird diese Schätzung des Leistungsspektrums als Periodogramm bezeichnet. Ist das Fenster nicht rechteckig, heißt die Schätzung modifiziertes Periodogramm. Für die hier durchgeführten Untersuchungen wurde ein nicht rechteckiges Hanning-Fenster (Oppenheim & Schafer [1995]) benutzt.

Die Mittelung der Periodogramme bedeutet, daß das Mittel über K Periodogrammschätzungen von  $I_k(f)$  gleich dem Schätzwert der Leistungsdichte für die Frequenz f ist.

$$\bar{I}(f) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} I_k(f)$$
(2.14)

Die modifizierte, gemittelte Periodogramm-Methode ist eine asymptotisch erwartungstreue, konsistente Schätzung des Leistungsdichtespektrums. Das bedeutet, der systematische Fehler und die Varianz nähern sich bei zunehmendem Datenumfang der Null. Die Auflösungsbandbreite der Periodogramm-Schätzung wird durch die Anzahl der Segmente, über die gemittelt wird, bestimmt. Für die Festlegung der Parameterwerte L und K ist ein Kompromiß nötig. Bei einer größeren Anzahl der Segmente K wird die Varianz der Schätzung zwar kleiner, gleichzeit verkürzt sich aber

mit

und

auch die Länge L der Segmente, womit sich die Spektralauflösung für tiefe Frequenzen verringert.

Es stellt sich nun die Frage nach der statistischen Beurteilung der Spektralschätzung. Unterscheiden sich die geschätzten Maxima (Peaks) der Spektraldichte signifikant vom wahren Leistungsspektrum? Die Nullhypothese der Signifikanzschätzung lautet: Das geschätzte Spektrum  $\tilde{I}(f)$ weicht nicht vom wahren Spektrum der Grundgesamtheit P(f) ab.

Das berechnete Spektrum  $\overline{I}(f)$  stellt eine Schätzung des wahren Leistungsspektrums P(f) dar. Der Quotient  $\overline{I}(f)/P(f)$  genügt einer  $\chi^2$ -Verteilung mit v Freiheitsgraden, d.h.

$$\frac{\bar{l}(f)}{P(f)} = \frac{\chi^{2}(v)}{v}.$$
(2.15)

Bei bekanntem Verlauf von P(f) können damit Signifikanzgrenzen in Abhängigkeit von der Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  berechnet werden. Gilt für einen Frequenzbereich

$$\bar{I}(f) > \frac{\chi_{\alpha}^{2}(v)}{v} P(f), \qquad (2.16)$$

mit  $\chi_{\alpha}^{2}(v)$  als Signifikanzschwelle der  $\chi^{2}$ -Verteilung zur Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  und zum Freiheitsgrad v, so ist dieses lokale Maximum im Leistungsspektrum statistisch signifikant. Das bedeutet, die Nullhypothese kann mit der angenommenen statistischen Irrtumswahrscheinlichkeit abgelehnt werden.

Die Festlegung von P(f) ist im allgemeinen sehr problematisch, da bei empirischen Daten das wahre Spektrum nicht bekannt ist. Deshalb sucht man nach bekannten Modellspektren  $P_M(f)$ als hypothetische Annahmen, die sich gut an das geschätzte Spektrum  $\overline{I}(f)$  anpassen. Häufig verwendete Modelle sind z.B. das Modell des Weißen und des Roten Rauschens (siehe z.B. Wilks [1995]). Das Modell des Weißen Rauschens ist in Analogie zum elektromagnetischen Spektrum von weißem Licht durch eine Gleichverteilung der spektralen Energie auf alle Frequenzen (konstantes Leistungsspektrum) gekennzeichnet. Rotes Rauschen ist das Ergebnis eines Autoregressiven (AR) Prozesses 1. Ordnung

$$X(t+1) = rX(t) + (1-r)\varepsilon_R.$$
 (2.17)

Das bedeutet, der Zustand zum Zeitpunkt (t + 1) ist nur durch den Zustand des vorhergehenden Zeitschrittes und durch das Weiße Rauschen  $\varepsilon_R$  bestimmt. Der Ausdruck r bezeichnet den linearen Autokorrelationskoeffizienten bei der Verschiebung 1. Das Rote Rauschen beinhaltet eine größere Leistungsdichte auf längeren Zeitskalen. Dieses Modell ist für viele meteorologische Prozesse relevant.

Die Nullhypothese der Signifikanzprüfung der hier untersuchten Modelldaten basiert deshalb auf dem Modell des Roten Rauschens

$$R(f) = \overline{\overline{I}(f)} \left[ \frac{1 - r^2}{1 - 2r\cos(2\pi f/N) + r^2} \right].$$
 (2.18)

Hierbei gibt  $\overline{\overline{I}(f)}$  die mittlere Spektraldichte des geschätzten Spektrums an. Auf Grund der De-

finition von r kann dieser Parameter Werte aus dem Intervall (-1,1) annehmen. Von Rotem Rauschen spricht man jedoch nur für  $r \in (0, 1)$ . Der Parameterwert für Weißes Rauschen beträgt r = 0.

Für signifikante Bereiche des geschätzten Spektrums gegenüber dem Spektrum des Modells des Roten Rauschens bedeutet das gemäß Gleichung (2.16)

$$\tilde{I}(f) > \frac{\chi^2(v)}{v} R(f).$$
(2.19)

Für die Anzahl der Freiheitsgrade v bei der modifizierten, gemittelten Periodogramm-Methode gilt nach Welch [1967] die Beziehung v = 2K.

Die numerischen Berechnungen der Spektralanalyse sind mit Hilfe des Softwarepakets MATLAB 5.2 [1998] durchgeführt worden. Sie basieren auf der schnellen Fourier-Transformation (FFT). Die dadurch hervorgerufene Reduzierung der Anzahl der Rechenoperationen und des rechnerinternen Speicherplatzes stellt einen erheblichen Vorteil gegenüber anderen Verfahren dar.

### 3.3 Wavelet-Transformation

Die Wavelet-Transformation (siehe z.B. Kumar & Foufoula-Georgiou [1997]) ist eine Methode, um dominante Zeitskalen von Prozessen und deren lokale zeitliche Änderungen zu bestimmen. Sie wurde eingeführt, um die begrenzte Zeit-Frequenz-Lokalisierung der Fourier-Transformation für instationäre Zeitreihen zu überwinden. Bei der Detektion von Klimasignalen wurde sie bereits erfolgreich eingesetzt (Lau & Weng [1995], Handorf et al. [1999], Higuchi et al. [1999], Appenzeller et al. [1998]).

Im Gegensatz zur Fourier-Transformation transformiert die Wavelet-Methode eine gegebene Zeitreihe X(t) durch die Faltung der Zeitreihe mit den translatierten und dilatierten lokalen Basisfunktionen  $\psi(t)$  in den Zeit-Skalen-Raum

$$T(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)\overline{\psi_{a,b}(t)}dt = \frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{\infty} X(t)\overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)}dt.$$
 (2.20)

Hier bezeichnet T(a, b) die Wavelet-Transformierte in Abhängigkeit von der Skala a > 0 und der Zeit des Auftretens einer charakteristischen Struktur b. Sie erlaubt deshalb die Bestimmung zeitlicher Änderungen der lokalen spektralen Energiedichte  $|T(a, b)|^2$ . Die Funktion  $\psi$  wird Wavelet genannt und stellt eine Funktion mit begrenzter Energie und mit verschwindendem Mittelwert dar (Louis et al. [1994]). Die Überstreichung in Gleichung (2.20) kennzeichnet das konjugiert Komplexe.

Die Wavelet-Varianz

$$E(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |T(a,b)|^2 db \qquad (2.21)$$
gibt die globale Energieverteilung von X(t) entlang der Skala *a* an und ist der Spektraldichte der Fourier-Analyse äquivalent. Einen ausführlichen Vergleich der Wavelet-Transformation mit der gefensterten Fourier-Transformation geben z.B. Torrence & Compo [1998].

In allen hier diskutierten Analysen wurde als Wavelet  $\psi$  das Morlet-Wavelet ausgewählt. Seine analytische Form lautet

$$\Psi = \pi^{-1/4} e^{i\omega t} e^{-t^2/2}.$$
 (2.22)

Die Größe  $\omega$  gibt die Anzahl der Schwingungen unterhalb der Gauß-Kurve des Wavelets an und bestimmt damit die Güte der Lokalisierung im Zeit- und Frequenzraum. Auf Grund der Unschärferelation (Louis et al. [1994]) ist eine beliebig gute Lokalisierung sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich nicht möglich. Für die hier vorgestellten Untersuchungen wurden Werte von  $\omega = 5$ ,  $\omega = 6$ ,  $\omega = 10$  und  $\omega = 26$  verwendet. Größere  $\omega$  bedeuten eine höhere Anzahl von Schwingungen unterhalb der Gauß-Kurve des Wavelets und deshalb eine verbesserte Frequenz-auflösung.

Die Signifikanzprüfung des lokalen Wavelet-Spektrums erfolgt in Anlehnung an das im Abschnitt 3.2 beschriebene Verfahren. Für die Wavelet-Transformation wurde es von Torrence & Compo [1998] durch Monte-Carlo-Simulationen modifiziert. Als geeignetes Modell wird wiederum der Prozeß des Roten Rauschens (vgl. Gleichung (2.17)) gewählt.

Die MATLAB-Software der numerischen Wavelet-Transformation wurde von Torrence & Compo [1998] bereitgestellt und ist unter der URL http://paos.colorado.edu/research/wavelets/ verfügbar.

# Kapitel 4

## Das spektrale 2-Schichten-Modell

In der Einführung wurde nach dem Einfluß nichtlinearer atmosphärischer Instabilitäten mit kurzen Zeitskalen auf die niederfrequente Klimavariabilität gefragt. Dieses Kapitel beschreibt die Untersuchungen dieses Problems mit einem spektralen troposphärischen 2-Schichten-Modell niederer Ordnung.

Das verwendete spektrale 2-Schichten-Modell in sphärischer Geometrie ist von Rinke et al. [1990] entwickelt worden. Es basiert auf dem von Charney & Straus [1980] eingeführten spektralen Modell niederer Ordnung mit einer extern angetriebenen planetaren Welle und der Erweiterung desselben durch Reinhold & Pierrehumbert [1982] um eine durch barokline Instabilität angeregte synoptische Welle in zonaler Richtung. Das Konzept dieses Modells besteht darin, mit minimaler spektraler Auflösung die nichtlinearen Wechselwirkungen zwischen der troposphärischen zonalen Grundströmung sowie der langen und der kürzeren Welle zu untersuchen. Das Modell wurde in Weisheimer [1996] und Dethloff et al. [1998] erstmals für Langzeitintegrationen verwendet.

Ziel der Untersuchungen in diesem Kapitel ist es, die niederfrequente Variabilität einer vereinfachten Modellatmosphäre mit orographisch und thermisch fixierter Anregung bei Langzeitintegrationen bis zu 10 000 Jahren zu analysieren. Nach dem ersten Abschnitt der Modellbeschreibung folgt eine Charakterisierung des Bifurkationsverhaltens des Systems. Die dominanten räumlichen Strukturen werden anschließend mit Hilfe der EOF-Analyse bestimmt. Leistungsspektren der Fourieranalyse und der Wavelet-Transformation geben Auskunft über die zeitliche Variabilität dieser Strömungsmuster auf dekadischen und längeren Zeitskalen. Weiterhin werden der Einfluß der Länge des Mittelungsintervalls auf die Struktur der 1. EOF der barotropen Stromfunktion und die Relevanz des Jahresganges der thermischen Anregung für die Langzeitvariabilität diskutiert.

## 4.1 Modellbeschreibung

## 4.1.1 Grundgleichungen

Die theoretische Grundlage des Modells bildet das quasi-geostrophische Gleichungssystem für eine hydrostatische Atmosphäre in isobaren Koordinaten (Holton [1979]). Es besteht aus der quellfreien Vorticitygleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \Psi + J(\Psi, \nabla^2 \Psi + f) = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p}$$
(4.1)

und der Energiegleichung

$$\frac{\partial}{\partial t \partial p} + J\left(\Psi, \frac{\partial \Psi}{\partial p}\right) + \sigma \omega = -\frac{R}{p c_p f_0} \dot{q}.$$
(4.2)

Hierbei bezeichnen  $\nabla^2$  den horizontalen Laplace-Operator,  $\Psi$  die Stromfunktion, t die Zeit, J den Jakobi-Operator, f den Coriolis-Parameter,  $\omega$  die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit und p den Druck. Weiterhin sind  $\sigma$  die als konstant angenommene statische Stabilität, R die individuelle Gaskonstante für trockene Luft,  $c_p$  die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck für trockene Luft und  $\dot{q}$  die diabatische Erwärmungsrate pro Masseneinheit.

Der Ausgangspunkt für die physikalische Definition der skalaren Stromfunktion  $\Psi$  ist die Beschreibung des divergenzfreien geostrophischen horizontalen Geschwindigkeitsfeldes  $\vec{v}_g$  durch einen Rotationsansatz der Form  $\vec{v}_g = \nabla \times \vec{A}$ . Da die vertikale Komponente von  $\vec{v}_g$ , verschwindet, besitzt das Vektorpotential  $\vec{A}$  nur eine Komponente in der vertikalen Richtung  $\vec{k}$ .

$$\vec{A} = A_z \vec{k} \equiv \Psi \vec{k} \tag{4.3}$$

Diese vertikale Komponente von  $\vec{A}$  definiert die Stromfunktion  $\Psi$ . Daraus folgt, daß das horizontale geostrophische Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}_g$  mit der zonalen (ostwärtigen) Komponente  $u_g$  und der meridionalen (nordwärtigen) Komponente  $v_g$  eindeutig durch die skalare Stromfunktion  $\Psi$  ausgedrückt werden kann

$$\vec{v}_g = (u_g, v_g) = \nabla \times \vec{A} = \nabla \times (\Psi \vec{k}) = \vec{k} \times \nabla \Psi = \left(-\frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial \Psi}{\partial x}\right).$$
(4.4)

Der quasi-geostrophische Zusammenhang zwischen der Stromfunktion  $\Psi$  und dem Geopotential  $\Phi$  bzw. der relativen Vorticity  $\zeta$  ist durch

$$(\Phi - \Phi_0) = f_0 \Psi \tag{4.5}$$

(4.6)

und

$$\zeta = \sqrt{2} \Psi$$

mit  $\Phi_0$  als ein Referenzgeopotential gegeben.

Der erste Term auf der linken Seite der Vorticitygleichung (4.1) gibt die lokale zeitliche Änderung der geostrophisch approximierten Vorticity auf Isobarflächen an. Der zweite Term  $J(\Psi, \nabla^2 \Psi + f)$  beschreibt die geostrophische Advektion von Vorticity. Dabei ist der Jacobi-Operator J definiert durch

$$I(\alpha, \beta) = \frac{\partial \alpha}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial y} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \frac{\partial \beta}{\partial x}.$$
 (4.7)

Der Divergenzterm auf der rechten Seite von Gleichung (4.1) stellt mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0$$
(4.8)

die Produktion von planetarer Vorticity durch die horizontale Stromfelddivergenz dar. Die Einbeziehung der ageostrophischen Windkomponenten in die Bestimmung der horizontalen Stromfelddivergenz führt zum *quasi*-geostrophischen Gleichungssystem. Aus Gründen der Energieerhaltung muß die Beziehung  $f_0 = 2\Omega \sin 45^\circ$  mit  $\Omega$  als Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation als Näherung des Coriolisparameters in den Gleichungen (4.1) und (4.2) dienen.

Der erste Term auf der linken Seite der Energiegleichung (4.2) ist auf Grund der Kombination der hydrostatischen Grundgleichung im p-System mit der Gasgleichung zum Ausdruck

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\frac{1}{\rho} = -\frac{RT}{p} \tag{4.9}$$

der lokalen Änderung der Temperatur T auf Isobarflächen proportional. Hierbei bedeutet  $\rho$  die Luftdichte. Der Jacobi-Term in Gleichung (4.2) beschreibt analog zu Gleichung (4.1) die geostrophische Temperaturadvektion auf Isobarflächen. Die adiabatischen Temperaturänderungen eines Luftpakets werden durch den dritten Term der linken Seite der Energiegleichung (4.2) dargestellt. Hingegen umfaßt der Term auf der rechten Seite der Energiegleichung alle diabatischen Prozesse, wie z. B. die solare Einstrahlung, infrarote Abstrahlung, latente und sensible Wärmeüberführungen, großskalige Kondensation und Konvektion.

## 4.1.2 Vertikale Diskretisierung und Randbedingungen

Die Modellatmosphäre ist vertikal in zwei bezüglich des Drucks äquidistante troposphärische Schichten unterteilt. Am unteren Rand (Erdoberfläche) wird ein Druck von 1000 hPa angenommen. Die Grenze zwischen den beiden Schichten befindet sich in einer Höhe von 500 hPa. Die folgende Abbildung verdeutlicht den vertikalen Modellaufbau.



Abbildung 4.1: Vertikale Diskretisierung der Modellatmosphäre in 2 äquidistante Schichten.

Die Lösung der Vorticitygleichung (4.1) erfolgt in den beiden Modellschichten auf den Niveaus 1 und 3. Hingegen bezieht sich die Energiegleichung (4.2) auf das Niveau 2.

Die vertikalen Gradienten im Divergenzterm und in der Energiegleichung werden durch zentrierte Differenzen approximiert.

Als obere Randbedingung der Modellatmosphäre gilt für die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit

$$\omega|_{p=0} = 0.$$
 (4.10)

Am Oberrand der Modellatmosphäre finden keine diabatischen Prozesse statt.

Die Anwendung der unteren Randbedingung erfolgt im Niveau p = 1000 hPa. Sie lautet

$$\omega|_{p=1000 \text{ hPa}} = \omega_H + \omega_R. \tag{4.11}$$

Die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit am unteren Modellrand setzt sich aus einer orographisch induzierten Vertikalgeschwindigkeit  $\omega_H$  und einer reibungsbedingten Vertikalgeschwindigkeit  $\omega_R$  zusammen.

## 4.1.3 Parametrisierungen

Da diese Vertikalgeschwindigkeiten am unteren Modellrand nicht explizit im Modell bestimmt werden, müssen sie parametrisiert werden. Das heißt, sie werden durch im Modell verfügbare physikalische Größen ausgedrückt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind bisher alle Gleichungen in kartesischen (x, y)-Koordinaten verwendet worden. Um der annähernd sphärischen Gestalt der Erde besser zu entsprechen, erfolgt nun der Übergang zu den Kugelkoordinaten  $(\lambda, \varphi)$ .

Für die Parametrisierung der orographisch induzierten Vertikalgeschwindigkeit wird der Ansatz

$$\omega_H = -\rho_4 g(\vec{v}_4 \cdot \vec{\nabla} h) \tag{4.12}$$

nach Wäntig [1988] benutzt. Er berücksichtigt eine orographische Erhebung  $h(\lambda, \varphi)$ . Hierbei sind (vgl. Abb. 4.1)  $\rho_4$  die Luftdichte im Niveau 4, g der Betrag der Schwerebeschleunigung,  $\lambda$ die geographische Länge und  $\varphi$  die geographische Breite. Der horizontale Geschwindigkeitsvektor am unteren Modellrand,  $\dot{v}_4$ , wird im Modell nicht berechnet, sondern muß durch  $\dot{v}_4 = \dot{v}_3$  angenähert werden. Die Geschwindigkeit  $\dot{v}_3$  ergibt sich mit Hilfe von Gleichung (4.4) aus der Stromfunktion in 750 hPa,  $\Psi_2$ .

Die reibungsbedingte Vertikalgeschwindigkeit an der Obergrenze der Ekman-Schicht ist der Vertikalkomponente des Rotors des turbulenten Schubspannungsvektors im Niveau 4,  $\hat{\tau}_4$ , proportional (Pichler [1986]). Nach Einführung einer Bodenvorticity  $\xi_4$  im Niveau 4 und  $\Delta p = 500$  hPa gilt

$$\frac{f_0}{\Delta p}\omega_R = -\frac{g}{\Delta p}\vec{k}\cdot\vec{\nabla}\times\vec{t}_4 = -K\xi_4.$$
(4.13)

K ist dabei der Bodenreibungskoeffizient. Die Größe  $\xi_4$  wird linear aus den Niveaus 1 und 3 extrapoliert

$$\xi_4 = \frac{3}{2}\xi_3 - \frac{1}{2}\xi_1. \tag{4.14}$$

Neben den orographischen und reibungsbedingten Vertikalgeschwindigkeiten der unteren Randbedingung werden auch Dissipations- und diabatische Prozesse im Modell parametrisiert. Die Darstellung der inneren Reibung erfolgt über einen Dissipationsmechanismus durch vertikalen Impulstransport in der freien Atmosphäre nach Charney [1959]. Die Schubspannung im Niveau 2,  $\hat{\tau}_2$ , wird hierbei proportional und entgegengerichtet zur Windscherung in diesem Niveau angesetzt. Man erhält (Wäntig [1988])

$$\frac{f_0}{\Delta p}\omega_2 = -\frac{g}{\Delta p}\vec{k}\cdot\vec{\nabla}\times\vec{\tau}_2 = K_I(\xi_3 - \xi_1).$$
(4.15)

 $K_I$  ist der Koeffizient der inneren Reibung.

Ebenfalls nach Charney [1959] erfolgt die Parametrisierung der diabatischen Wärmequelle  $\dot{q}$  durch die Abweichung der Temperatur in 500 hPa,  $T_2$ , von einer vorgegebenen Strahlungsgleichgewichtstemperatur  $T^*_2$ 

$$\dot{q}(\lambda,\phi,t) = h_d c_p [T^*_2(\lambda,\phi) - T_2(\lambda,\phi,t)].$$
(4.16)

 $h_d$  bezeichnet den Newton'schen Abkühlungskoeffizienten.

## 4.1.4 Variablentransformation und Entdimensionierung

Um die barotropen und baroklinen Moden des Modells getrennt analysieren zu können, werden die Stromfunktionen in beiden Niveaus in die Funktionen  $\Psi$  und  $\varepsilon$  transformiert

$$\frac{1}{2}(\Psi_1 + \Psi_3) = \Psi \qquad \qquad \frac{1}{2}(\Psi_1 - \Psi_3) = \varepsilon.$$
(4.17)

Nun bezeichnet  $\Psi$  die mittlere Stromfunktion der beiden Niveaus (barotrope Stromfunktion). Sie ist dem Geopotential in 500 hPa proportional. Der Ausdruck  $\varepsilon$  bedeutet die mittlere barokline Scherungsstromfunktion (barokline Stromfunktion). Sie kann über die thermische Windgleichung als ein Maß für die Temperatur im 500 hPa-Niveau und über die quasi-geostrophische lineare Balancegleichung (4.5) als Maß für die Schichtdicke  $\Phi_1 - \Phi_3$  interpretiert werden.

Die Strahlungsgleichgewichtstemperatur  $T^*_2$  ist über die Gleichungen (4.5) und (4.9) mit der entsprechenden baroklinen Strahlungsgleichgewichtsstromfunktion  $\varepsilon^*$  in Beziehung gesetzt

$$\varepsilon^* = \frac{R}{2f_0} T^*_2.$$
 (4.18)

Alle dimensionsbehafteten Größen werden durch Benutzung charakteristischer Maße in dimensionslose Formen überführt. Dabei dienen als charakteristische Größen die inverse Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation  $\Omega^{-1} = 1/(7.29 \times 10^{-5} s^{-1})$  für die Zeit, der Erdradius  $a = 6.371 \times 10^{6} m$  für den horizontalen, die Höhe der homogenen Atmosphäre  $H_0 = 8.4 \times 10^{3} m$  für den vertikalen Maßstab und  $p_0 = 1000 hPa$  für den Druck. Die Tabelle 4.1 gibt einen Überblick über die Beziehungen der dimensionslosen (durch die Tilde ~ gekennzeichnet) zu den dimensionsbehafteten Größen.

#### 4.1 Modellbeschreibung

Stromfunktionen	$\{\Psi, \varepsilon, \varepsilon^*\} = a^2 \Omega\{\tilde{\Psi}, \tilde{\varepsilon}, \tilde{\varepsilon}^*\}$
Vorticity	$\nabla^2 \Psi = \Omega \nabla^2 \tilde{\Psi}$
Höhe der Orographie	$h = \frac{H_0}{2\mu_0}\tilde{h}$
Vertikalgeschwindigkeit	$\omega = \frac{p_0 \Omega}{2\mu_0} \tilde{\omega}$
statische Stabilität	$\sigma = \frac{4a^2 \Omega \mu_0}{p_0^2} \tilde{\sigma}$
Reibungskoeffizienten	$\{K, K_I, h_d\} = \Omega\{\tilde{K}, \tilde{K}_I, \tilde{h}_d\}$

Tabelle 4.1: Umrechnung der dimensionsbehafteten in dimensionslose Größen

Der Ausdruck  $\mu_0 = \sin 45^\circ$  ist hierbei ein Referenzparameter für  $\mu = \sin \varphi$ . Im folgenden wird auf die Tilde für die Kennzeichnung der dimensionslosen Größen verzichtet, da im weiteren Verlauf nur diese Größen auftreten und eventuelle Verwechslungen ausgeschlossen sind.

Nach Wäntig [1988] erhält man die folgenden Modellgleichungen in dimensionsloser Form

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^{2}\Psi + J(\Psi, \nabla^{2}\Psi) + J(\varepsilon, \nabla^{2}\varepsilon) + 2\frac{\partial\Psi}{\partial\lambda} = J(\varepsilon, h) - J(\Psi, h) + K\nabla^{2}(2\varepsilon - \Psi)$$
(4.19)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \nabla^2 - \frac{1}{\sigma} \right) \varepsilon + J \left( \Psi, \nabla^2 \varepsilon - \frac{1}{\sigma} \varepsilon \right) + J(\varepsilon, \nabla^2 \Psi) + 2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \lambda} = J(\Psi, h) - J(\varepsilon, h) - K \nabla^2 (2\varepsilon - \Psi) - 2K_I \nabla^2 \varepsilon .$$
(4.20)  
 
$$- \frac{h_d}{\sigma} (\varepsilon^* - \varepsilon)$$

## 4.1.5 Horizontale Diskretisierung

Im Gegensatz zur vertikalen Diskretisierung, bei der endliche Differenzen verwendet wurden, erfolgt die horizontale Diskretisierung der Modellgleichungen mit der spektralen Methode.

## 4.1.5.1 Die spektrale Methode

Als ein neues horizontales Diskretisierungsverfahren wurde die spektrale Methode von Silberman [1954] durch Anwendung auf die divergenzfreie barotrope Vorticitygleichung in die Meteorologie eingeführt. Gegenüber den damals üblichen Gitterpunktverfahren arbeitete diese Methode jedoch nur bei geringen räumlichen Auflösungen vergleichbar schnell, weil die Berechnung der benötigten Wechselwirkungskoeffizienten sehr zeitaufwendig ist. Unabhängig voneinander entwickelten Eliasen et al. [1970] und Orszag [1970] ein Verfahren, welches den Rechenaufwand des spektralen Ansatzes auch bei höherer Auflösung stark reduziert. Dieses Verfahren heißt Transformationsmethode und wird heute in den meisten komplexen Zirkulationsmodellen benutzt. Eine ausführliche Darstellung der spektralen Wechselwirkungs- und Transformations-Methode findet man bei Machenhauer [1979].

Im folgenden wird kurz auf das Grundprinzip der spektralen Methode eingegangen. In dem in diesem Kapitel beschriebenen 2-Schichten-Modell findet das Verfahren der Wechselwirkungskoeffizienten Anwendung. Die Transformationsmethode als Alternative dazu wird im spektralen 3-Schichten-Modell (Kapitel 5) benutzt und erläutert.

Die spektrale Methode ist ein Verfahren, um Systeme von partiellen Differentialgleichungen der Form

$$\frac{\partial}{\partial t} L_{i}(w^{(i)}) = F_{i}(w^{(1)}, w^{(2)}, w^{(3)}, ..., w^{(I)}) \qquad i = 1, 2, ..., I \quad (4.21)$$

zu lösen.  $w^{(i)} = w^{(i)}(t, t)$  sind die prognostischen Variablen, welche skalare Funktionen der Raumkoordinate t und der Zeit t sind.  $L_i$  bezeichnet den räumlichen Differentialoperator. Die Funktionen  $F_i$  der prognostischen Variablen können im allgemeinen lineare und nichtlineare Terme sowie räumliche Ableitungen oder Raumintegrale beinhalten.

Das Feld jeder abhängigen Variablen  $w^{(i)}$  zur Zeit t wird durch eine endliche Reihenentwicklung  $\hat{w}^{(i)}$  in linear unabhängige analytische Funktionen  $\Psi_n(\hat{r})$ , welche über das gesamte Integrationsgebiet definiert sind, approximiert:

$$\hat{v}^{(i)}(\vec{r},t) = \sum_{n=1}^{N} w_n^{(i)}(t) \cdot \Psi_n(\vec{r})$$
(4.22)

*N* ist eine positive ganze Zahl. Die Entwicklungskoeffizienten  $w_n^{(i)}(t)$  bestimmen die Zeitabhängigkeit der prognostischen Variablen  $\hat{w}^{(i)}$ . Durch diese Transformation werden die partiellen Differentialgleichungen des Modells in ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen, d.h. in ein dynamisches System, überführt.

Die endliche Reihendarstellung nach Gleichung (4.22) kann jedoch nur in sehr speziellen Fällen eine exakte Lösung der partiellen Differentialgleichungen liefern. Deshalb stellen die Transformationen (4.22) im allgemeinen nur Approximationen dar, welche nach verschiedenen Kriterien optimiert werden können. Das hier verwendete spektrale Verfahren basiert auf der Methode der kleinsten Quadrate. Daraus läßt sich die Bedingung

$$L(\Psi_{n}) + \varepsilon_{n}\Psi_{n} = 0 \qquad n = 1, 2, ..., N$$
(4.23)

mit  $\varepsilon_n$  als Konstanten ableiten (Machenhauer [1979]). Ist *L* der identische Operator, wird Gleichung (4.23) durch jeden Satz von Entwicklungsfunktionen  $\Psi_n$  mit  $\varepsilon_n = -1$  für alle *n* erfüllt. Ist *L* jedoch nicht der identische Operator, so folgt aus Gleichung (4.23), daß die Entwicklungsfunktionen  $\Psi_n$  Eigenlösungen des Operators *L* sind. Damit lassen sich die spektralen Gleichungen in ein inhomogenes System von *N* algebraischen Gleichungen überführen und bei Kenntnis der Anfangsbedingungen numerisch integrieren. Durch die Minimierung der quadratischen Abweichung und die Wahl der orthogonalen Entwicklungsfunktionen werden alle Spektralkomponenten der endlichen Reihenentwicklung ohne Aliasing (Vortäuschen von niederfrequenten Schwingungen) durch kleinskalige Komponenten berechnet. Nichtlineare numerische Instabilitäten nach Phillips [1959] können nicht mehr auftreten.

Der Name "spektrale Methode" bezieht sich darauf, daß man den Satz von Entwicklungskoeffizienten einer bestimmten Variablen auch als Spektrum dieser Variablen bezeichnet. In der Atmosphärenmodellierung wird die spektrale Methode auf Grund ihrer Zeiteffizienz fast ausschließlich für großskalige globale oder hemisphärische numerische Integrationen benutzt. Die Entwicklungsfunktionen  $\Psi_n$  für die Darstellung der horizontalen Felder können dabei Kugelflächenfunktionen, Hough-Funktionen (Kasahara [1977]) oder trigonometrische Funktionen (Orszag [1974]) sein.

#### 4.1.5.2 Anwendung in sphärischer Geometrie mit Hilfe der Wechselwirkungskoeffizienten

Die Berechnung des Gleichungssystems vereinfacht sich erheblich, wenn als Entwicklungsfunktionen  $\Psi_n(\vec{r})$  orthogonale Funktionen ausgewählt werden (Machenhauer [1979]) und diese Eigenlösungen des Differentialoperators sind (vgl. Gleichung (4.23)).

Für die Modellgleichungen (4.19) und (4.20) wird der Operator  $L_i$  in Gleichung (4.21) zum horizontalen Laplace-Operator  $L_1(w^{(1)}) \equiv \nabla^2 w^{(1)}$  bzw. zum elliptischen Operator  $L_2(w^{(2)}) \equiv (\nabla^2 - 1/\sigma)w^{(2)}$  auf der Kugel. Von diesem Vorteil kann durch die Wahl der Entwicklungsfunktionen als Eigenlösungen der Helmholtz-Gleichung

$$\nabla^2 \Psi_n + \varepsilon_n \Psi_n = 0 \tag{4.24}$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{\sigma}\right) \Psi_n + \tilde{\varepsilon}_n \Psi_n = 0 \tag{4.25}$$

bzw.

Gebrauch gemacht werden.

Der Laplace-Operator auf der Kugelfläche ist

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{a^2 (\cos \phi)^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \Psi + \cos \phi \frac{\partial}{\partial \phi} (\cos \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \Psi) \right)$$
(4.26)

und die Eigenwerte der Gleichungen (4.24) und (4.25) sind eindeutig zu

$$\varepsilon_n = \frac{n(n+1)}{a^2}$$
 bzw.  $\tilde{\varepsilon}_n = \varepsilon_n - \frac{1}{\sigma}$  (4.27)

bestimmt.

Die komplexen Kugelflächenfunktionen (KFF)  $Y_{m,n}(\lambda,\mu)$  bilden ein vollständiges System von orthogonalen Funktionen auf der Kugel. Das heißt, die KFF erfüllen die Beziehung

$$\nabla^2 Y_{m,n} = -\frac{n(n+1)}{a^2} \cdot Y_{m,n} \,. \tag{4.28}$$

Die KFF sind definiert als

$$Y_{m,n}(\lambda,\mu) = P_{m,n}(\mu) \cdot \exp(im\lambda)$$
(4.29)

mit

$$P_{m,n}(\mu) = \left[ (2n+1)\frac{(n-m)!}{(n+m)!} \right]^{1/2} \cdot \frac{(1-\mu^2)^{\frac{m}{2}}}{2^n n!} \cdot \frac{d^{n+m}(\mu^2-1)^n}{d\mu^{n+m}}$$
(4.30)

....

als assoziierte Legendre-Polynome 1. Art der Ordnung m und des Grades n und  $\mu = \sin \varphi$ . mund n sind ganze Zahlen mit  $m = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm n$  und  $n \ge |m|$ . Der Ausdruck n - |m| läßt sich als meridionale Wellenzahl (Anzahl der Nullstellen zwischen den Polen) interpretieren. Dabei ist m die zonale Wellenzahl und n nennt man totale Wellenzahl. Die meridionale Struktur der KFF  $Y_{m,n}(\lambda, \mu)$  in Gleichung (4.29) wird somit durch die entsprechenden Legendre-Polynome 1. Art beschrieben, während der Term  $\exp(im\lambda)$  den zonalen Verlauf bestimmt.

Es gilt die Orthogonalitätsbedingung

$$\frac{2\pi}{4\pi} \int_{0}^{1} \int_{-1}^{1} Y_{m,n}(\lambda,\mu) Y^{*}_{m',n'}(\lambda,\mu) d\mu d\lambda = \begin{cases} 1 \text{ für } (m,n) = (m',n') \\ 0 \text{ für } (m,n) \neq (m',n') \end{cases}$$
(4.31)

 $Y^*_{m,n}$  stellt die konjugiert komplexe Funktion von  $Y_{m,n}$  dar.

Damit können die Lösungen der Modellgleichungen durch eine Reihenentwicklung in KFF dargestellt werden. Für die längen-, breiten- und zeitabhängige barotrope Stromfunktion  $\Psi(\lambda, \mu, t)$ bedeutet das

$$\Psi(\lambda, \mu, t) = \sum_{m = -N}^{N} \sum_{n = |m|}^{N} \tilde{\Psi}_{m, n}(t) \cdot Y_{m, n}(\lambda, \mu).$$
(4.32)

Die Entwicklungskoeffizienten  $\tilde{\Psi}_{m,n}(t)$  hängen alleine von der Zeit ab und ergeben sich durch die Projektion der Stromfunktion auf die KFF, d.h., durch Multiplikation der Gleichung (4.32) mit  $Y^*_{m,n}$  und Integration über die Einheitskugel

$$\tilde{\Psi}_{m,n}(t) = \frac{1}{4\pi} \int_{0}^{2\pi} \int_{-1}^{1} \Psi(\lambda,\mu,t) Y^*_{m,n}(\lambda,\mu) d\mu d\lambda.$$
(4.33)

Für die praktische Anwendung der spektralen Methode auf Klimamodelle ist die Wahl der Variablen N von großer Bedeutung. Sie bestimmt die horizontale Auflösung auf der Kugel und kann unterschiedlich gewählt werden. Zwei Arten des Abbruchs der Reihenentwicklung von Gleichung (4.32) werden häufig benutzt, der Dreieck-Abbruch (Triangular Truncation) und der Parallelogramm-Abbruch (Rhomboidal Truncation). Für den Dreieck-Abbruch werden alle Komponenten mit n > N vernachlässigt. Beim Parallelogramm-Abbruch sind alle Komponenten mit |m| > M oder n > |m| + J Null gesetzt. N, M und J stellen positive ganze Zahlen dar.

Im hier betrachteten 2-Schichten--Modell wurde keine dieser beiden Abbruchformen benutzt. In die Reihenentwicklung der Stromfunktionen sind nur einzelne, ausgewählte großskalige Strömungskomponenten einbezogen worden. Diese Auswahl hängt stark von der zu untersuchenden Problemstellung ab. In der vorliegenden Arbeit soll das Verhalten eines Modells mit einer langen,

#### 4.1 Modellbeschreibung

extern angeregten planetaren Welle und einer kürzeren baroklinen Welle untersucht werden. Deshalb ist es sinnvoll, nur zwei zonale Wellenzahlen, k und l, zu betrachten. Die Wellenzahl k = 2 modelliert eine planetare Welle. Hingegen stellt l = 4 eine kürzere synoptische Welle dar. In meridionaler Richtung sind die Wellenzahlen 1 und 3 ausgewählt worden. Die Einbeziehung der meridionalen Wellenzahl 3 ermöglicht das Auftreten von barotropen und baroklinen Instabilitätsprozessen (Dethloff [1993], O'Brien & Branscome [1989]) und führt zu periodischem und chaotischem Lösungsverhalten. Die Auswahl der Spektralkomponenten erfolgte so, daß die Stromfunktion am Äquator Null ist und damit nur die Prozesse auf einer Hemisphäre betrachtet werden.

Daraus ergeben sich für die barotrope und barokline Stromfunktion je vier Wellenkombinationen und zwei rein zonalsymmetrische spektrale Moden. Die Orographie h wird durch die planetare Welle  $Y_{2,3}$  modelliert. Diese Komponente besitzt zwei Maxima in Richtung von  $\lambda$  und kann deshalb mit den zwei großen Gebirgszügen auf der Nordhemisphäre assoziiert werden. Hingegen setzt sich die spektrale diabatische Wärmequelle  $\varepsilon_*$  aus der zonalsymmetrischen Komponente  $Y_{0,3}$  und der Wellenkomponente  $Y_{2,3}$  zusammen. Der zonalsymmetrische Anteil spiegelt die Erwärmungsraten auf Grund des unterschiedlichen meridionalen Energiegewinns der Atmosphäre wieder. Zusätzlich simuliert die längenabhängige Wellenkomponente den Einfluß der Land-Meer-Kontraste auf die räumliche Struktur der diabatischen Wärmequelle. Die Auswahl genau dieser Wellenkomponenten wurde vorgenommen, weil sie in einfachster Näherung den großskaligen Verhältnissen der Nordhemisphäre entspricht. Die Tabelle 4.2 zeigt eine Übersicht über den Spektralabbruch.

	spektrale Komponenten		
t gegleren i stander der der	zonalsymmetrisch	Wellen	
barotrope Stromfunktion Ψ und barokline Stromfunktion ε	Y <sub>0,1</sub> Y <sub>0,3</sub>	Y <sub>2,3</sub> Y <sub>2,5</sub> Y <sub>4,5</sub> Y <sub>4,7</sub>	
Orographie h		Y <sub>2,3</sub>	
diabatische Wärmequelle ε*	Y <sub>0,3</sub>	Y <sub>2,3</sub>	

Tabelle 4.2: Spektralabbruch der prognostischen Variablen und der Forcing-Funktionen

Die Schritte der horizontalen Diskretisierung der Modellgleichungen lassen sich nun wie folgt zusammenfassen:

1. Entwicklung der prognostischen Variablen  $\Psi$  und  $\varepsilon$  sowie der Anregungsvariablen  $\varepsilon_*$  und *h* in Reihen von KFF gemäß Gleichung (4.32). Der Abbruch der Doppelsummierung erfolgt gemäß Tabelle 4.2.

- Einsetzen der Reihenentwicklungen in die Gleichungen (4.19) und (4.20).
   Es ergeben sich als Koeffizienten bei den linearen Termen Produkte aus den Spektralkomponenten und einer Konstanten. Die Bestimmung der nichtlinearen Terme ist komplizierter. In diesem Modell führt sie auf 26 Wechselwirkungskoeffizienten, welche die Kopplung zwischen 2 Spektralkomponenten und der Tendenz einer 3. Spektralkomponente definieren (Wäntig [1988]). Die numerisch berechneten Werte dieser konstanten Wechselwirkungskoeffizienten sind im Anhang I angegeben.
- Berechnung der spektralen Entwicklungskoeffizienten entsprechend Gleichung (4.33).
   Das Resultat sind die in den Spektralraum transformierten Gleichungen (4.19) und (4.20). Das bedeutet, die prognostischen Variablen sind nun 12 spektrale Entwicklungskoeffizienten und deren zeitliche Ableitungen. Die funktionalen Formen der spektralen Gleichungen sind im Anhang II aufgeschrieben.
- 4. Umwandlung der komplexen Gleichungen in reelle Gleichungen.

Die 12 komplexen Entwicklungskoeffizienten der KFF werden mit Hilfe der Beziehung exp $(im\lambda) = \cos m\lambda + i \sin m\lambda$  in 20 reelle Entwicklungskoeffizienten umgewandelt. Im Anhang III ist das vollständige Gleichungssystem dieser Stromfunktionsamplituden angegeben.

## 4.1.6 Numerische Integration

Für die Berechnung des Modells ist ein Anfangs-Randwertproblem von 20 nichtlinear gekoppelten gewöhnlichen Differentialgleichungen 1. Ordnung zu lösen. Da sich die Lösung des Systems nicht analytisch bestimmen läßt, ist diese Aufgabe nur numerisch zu realisieren.

Zu Beginn der Integration wurden die barotropen zonalsymmetrischen Spektralkomponenten und die planetare Welle angeregt. In Testläufen konnten die Ergebnisse von Pielke & Zeng [1994] und James & James [1992], daß die Anfangsbedingungen keinen signifikanten Einfluß auf die Struktur der niederfrequenten Klimavariabilität besitzen, bestätigt werden.

Bei dem Gleichungssystem im Anhang III handelt es sich um steife Differentialgleichungen. Das heißt, es enthält schnell wachsende transiente Komponenten (Hopkins & Phillips [1988]). Die Routine d02ebf der Numerical Algorithms Group Fortran-Bibliothek [1993] entspricht diesen besonderen Integrationsanforderungen und wurde deshalb für die numerischen Berechnungen verwendet. Sie benutzt eine rückwärtige Differenzenformel (BDF), auch bekannt als rückwärtiges Euler-Verfahren. Bei gegebenen Anfangswerten wird über eine bestimmte Zeit integriert und die Ergebnisse werden in gewünschten Zeitschritten, hier täglich, ausgegeben. Der Benutzer hat keinen Einfluß auf die Wahl der Schrittweite, da diese variabel ist und sich dem Problem anpaßt.

# 4.2 Modellantrieb, Bifurkationsverhalten und Charakterisierung des Attraktors

Der folgende Abschnitt beschreibt die gewählten Parameter des Modellantriebs für die Integration über 10 000 Jahre sowie das Bifurkationsverhalten dieses nichtlinearen dynamischen Systems. Eine Charakterisierung des Attraktors auf der Grundlage der Lyapunov-Exponenten und der Attraktordimension wird vorgenommen.

#### 4.2.1 Wahl der Anregungsparameter

In das Modell gehen als Parameter die Höhe der Orographie, der meridionale Temperaturgradient als Stärke der thermischen Anregung sowie die Koeffizienten der inneren Reibung, der Ekman-Reibung am unteren Rand und der Newton'schen Ankühlung ein. Die Höhe der orographischen Erhebungen und der Temperaturgradient stellen dabei die frei wählbaren Antriebsparameter der atmosphärische Zirkulation dar. Im Gegensatz dazu wird gezeigt, daß die Reibungskoeffizienten einen geringen Einfluß auf die Modellzirkulation besitzen und deshalb nicht variiert werden.

Die optimalen Anregungsparameter des Modells wurden in Anlehnung an die beobachteten Werte der realen Atmosphäre bestimmt. Dieser Ansatz setzt voraus, daß das verwendete Modell theoretisch in der Lage ist, alle bekannten Prozesse und Entwicklungen in der Atmosphäre richtig zu simulieren. Ein allumfassendes Klimamodell wird es jedoch nie geben. Deshalb müssen idealisierte Zirkulationsmodelle herangezogen werden. Wie in der Einführung dargestellt wurde, existiert in Abhängigkeit der Auflösung und der berücksichtigten physikalischen Prozesse und Parametrisierungen eine Hierarchie der Klimamodelle. Je nach den zu untersuchenden Zusammenhängen und Prozessen muß die dafür angemessene Modellebene ausgewählt werden. Das Ziel dieser Arbeit soll es sein, die durch nichtlineare interne Mechanismen erzeugte niederfrequente Variabilität der Atmosphäre zu untersuchen. LOM der Atmosphäre bieten die Möglichkeit, die Wechselwirkung der Anregungsquellen mit ausgewählten Komponenten der atmosphärischen Bewegungen isoliert zu analysieren. Sie eignen sich daher gut für die Untersuchung dieser Problemstellung. Auf Grund der Vereinfachung der atmosphärischen Dynamik in LOM ist die oben genannte Voraussetzung, daß das Modell theoretisch alle bekannten Prozesse und Entwicklungen in der Atmosphäre richtig zu simulieren vermag, nicht erfüllt. Das verwendete Modell ist z. B. durch die quasi-geostrophische Approximation nicht in der Lage, die Zirkulation in den Tropen zu modellieren. Weiterhin können der Feuchtegehalt der Atmosphäre und damit alle Wolken- und Niederschlagsprozesse nicht simuliert werden. Ein weiterer beschränkender Faktor ist die grobe horizontale und vertikale Auflösung. Deshalb muß bei dem hier benutzten Modell eine andere Vorgehensweise gewählt werden (Reinhold & Pierrehumbert [1985], O'Brien & Branscome [1988]).

Die Grundlage für eine erfolgreiche Untersuchung der niederfrequenten Variabilität der Modellatmosphäre stellt die Simulation realistischer großskaliger Zirkulationsstrukturen in den nordhemisphärischen Außertropen dar. Das kann jedoch nur erreicht werden, wenn die Antriebsparameter der Zirkulation so gewählt werden, daß sich trotz der Einfachheit des Modells ein annähernd realistisches Verhalten einstellt. Dieser Ansatz kann als Folge des Kompromisses zwischen den Anforderungen an die Modellklimatologie und der Kenntnis der realen Atmosphäre dazu führen, daß die gewählten Modellparameter sich von den aus Beobachtungen bekannten exakten Werten leicht unterscheiden.

Das Modellverhalten weist eine starke Abhängigkeit von den Parameterwerten der thermischen und orographischen Anregung auf. Für unterschiedliche Werte dieser Parameter existieren qualitativ verschiedene Arten des zeitlichen Verhaltens. Es soll hier zwischen quasi-stationären und chaotischen Zuständen unterschieden werden. Quasi-stationäre Zustände (Vacillation) sind durch eine Überlagerung von periodischen Schwingungen um ein stationäres Niveau gekennzeichnet (Lorenz [1963a]). Dabei findet, wie in Dethloff & Rinke [1994] gezeigt wurde, ein Energieaustausch zwischen der zonalsymmetrischen Strömung und der extern angeregten planetaren Welle statt. Dagegen läßt das chaotische Verhalten keinerlei Regelmäßigkeiten erkennen. Die Abb. 4.2 veranschaulicht die qualitativen Unterschiede der zeitlichen Entwicklung dieser beiden Zustände.



**Abbildung 4.2:** Zeitliches Verhalten zweier qualitativ unterschiedlicher Modellzustände. Die linke Abbildung zeigt ein typisches Beispiel für Vacillation (nach einer Einschwingphase des Systems), die rechte Seite für Chaos. In beiden Fällen ist die barotrope zonalsymmetrische Komponente  $Y_{0, 1}$  auf der Ordinate abgetragen.

#### 4.2.2 Bifurkationsdiagramm

Um für die Langzeitintegration einen geeigneten Zustand der Modellatmosphäre zu finden, wurden Sensitivitätsstudien zum Einfluß der orographischen und thermischen Anregung durchgeführt. Als Maß der Stärke der thermischen Anregung wird dabei der meridionale Temperaturgradient zwischen Äquator und Pol,  $\Delta T$ , benutzt. Das Modell ist für verschiedene Parameterwerte der Amplitude der orographischen Erhebung,  $h_{max}$ , und des meridionalen Temperaturgradienten zwischen Äquator und Pol,  $\Delta T$ , über 100 Jahre integriert worden. Für jeden Lauf wurde an Hand der barotropen zonalsymmetrischen Komponente  $Y_{0, 1}$  qualitativ die Klassifikation "Chaos" oder "Vacillation" vorgenommen und in ein Bifurkationsdiagramm (Abb. 4.3) eingetragen.

Bei geringen Antriebsstärken ergibt sich eine Zirkulation des Typs "Vacillation". Hingegen bewegt sich das System in einen chaotischen Zustand, wenn die Anregung stark ist. Weil die Atmosphäre ein chaotisches System ist (Lorenz [1984]), wurde der im Diagramm gekennzeichnete Zustand für die Langzeitintegration ausgewählt. Die meridionale Temperaturdifferenz zwischen Äquator und Pol von 60 K kann als realistisch für den Winter angesehen werden (vgl. auch James & James [1992]). Da die Orographie nur durch die spektrale Komponente  $Y_{2,3}$  repräsentiert wird, stellt auch die ausgewählte Amplitude dieser Komponente von 2475 m einen realen Wert dar.

Die Abb. 4.4 veranschaulicht die längen- und breitenabhängigen Verteilungen der zum meridionalen Temperaturgradienten korrespondierenden Strahlungsgleichgewichtsstromfunktion und der Modellorographie. Zu beachten ist, daß die Strahlungsgleichgewichtsstromfunktion sich sowohl aus einem zonalsymmetrischen als auch aus einem längenabhängigen Anteil zusammensetzt.

$\Delta T$							
[K]							
100 -	С	С	С	С	С	С	
90 —	V	C	С	С	С	С	
80	V	С	V	С	С	С	
70 -	V	V	С	C	С	С	
60 -	V	V	V	$\bigcirc$	С	С	
50 -	V	V	С	č	С	С	
40 -	V	V	V	С	С	С	
30 —	V	V	С	С	С	С	
20 -	V	V	V	v	v	С	
10 -	V	$\mathbf{V}$	V	V	V	С	
							- h ()
	2150	2300	2400	2475	2650	2900	n <sub>max</sub> [m]

**Abbildung 4.3:** Bifurkationsdiagramm. V gibt die Vacillation- und C die chaotischen Modellzustände an. Der gekennzeichnete Zustand bei  $\Delta T=60$  K und  $h_{max}=2475$  m wurde für die Integration über 10 00C Jahre ausgewählt.



**Abbildung 4.4:** Geographische Verteilung des Modellantriebs. Die linke Graphik zeigt die Höhe der Modellorographie, die rechte Graphik die Strahlungsgleichgewichtsstromfunktion.

Die Maxima der Orographie befinden sich bei 90° und 270° östlicher Länge und können mit den großen Gebirgszügen der Nordhalbkugel (Himalaja und Rocky Mountains) in Verbindung gebracht werden. Die Struktur der diabatischen Wärmequelle läßt den Einfluß des Polynoms  $Y_{0,3}$  mit maximalen Werten in den subtropischen und minimalen Werten in den höheren Breiten erkennen. Der verwendete Parameter für die längenabhängige diabatische Komponente entspricht einer Erwärmungsrate von 1 K/Tag. Zwischen der Orographie und der längenabhängigen diabatischen Komponente ist keine Phasenverschiebung in der geographischen Länge berücksichtigt (atmosphärische Sommerbedingungen).

Die Wahl der Dissipationsparameter beeinflußt das Modellverhalten im Unterschied zum orographischen und thermischen Forcing nur wenig. Die Tabelle 4.3 zeigt die Relaxationszeiten, die den benutzten Werten der Dissipation entsprechen. Die Größenordnung der Reibungsparameter entspricht den in anderen Modellen verwendeten Stärken (James & James [1992], Reinhold & Pierrehumbert [1982], Charney & Straus [1980], Vautard et al. [1988], O'Brien & Branscome [1988]).

Art der Dissipation	Relaxationszeit in Tagen
Bodenreibung	20
Innere Reibung	43
Newton'sche Abkühlung	30

Tabelle 4.3: Relaxationszeiten der verwendeten Dissipationsparameter.

Im Gegensatz zu den Untersuchungen von James & James [1992], die in ihrem Modell weder eine Orographie noch eine längenabhängige thermische Anregung berücksichtigen, resultiert die chaotische Bewegung im hier verwendeten Modell aus der durch die transienten Wellen modifizierten Wechselwirkung der orographisch und thermisch angeregten stationären Wellen mit der zonalen Grundströmung. Die durchgeführten Bifurkationsexperimente sowie die Arbeiten von Charney & DeVore [1979], Wäntig [1988], Dethloff [1993], Kurgansky et al. [1996] und Polvani et al. [1999] zeigen jedoch die Notwendigkeit und die Bedeutung des orographischen Antriebs der planetaren Rossby-Wellen zur Erzeugung realistischer Zirkulationsstrukturen in Low-Order-Modellen der Atmosphäre.

#### 4.2.3 Der chaotische Attraktor

Die oben vorgenommene Einteilung des qualitativen Modellverhaltens in Abhängigkeit von der Stärke der Anregung in "Vacillation" und "Chaos" basierte zunächst auf subjektiven Gesichtspunkten. In der Literatur wird eine Vielzahl von Charakterisierungsmöglichkeiten für das Auftreten chaotischer Bewegungen angeführt (Argyris et al. [1995]). Neben Leistungsspektrum und Autokorrelation, den beiden klassischen linearen Methoden, konzentriert man sich bei der Beschreibung dynamischer Systeme auf die Charakterisierung von Attraktoren z. B. durch Lyapunov-Exponenten und Dimensionsbestimmungen.

Zur Beschreibung des Verhaltens gedämpfter Systeme mit deterministischen Bewegungsgleichungen im Phasenraum nimmt der Begriff des Attraktors als asymptotischer Grenzzustand aller Lösungskurven ("anziehende" Menge) eine zentrale Rolle ein. Man unterscheidet im wesentlichen zwei Typen: einfache Attraktoren und seltsame Attraktoren. Die klassischen Arten der Bewegung, das Gleichgewicht, die periodische und die quasiperiodische Bewegung, weisen einfache Attraktoren auf. Dem Gleichgewichtszustand entspricht dann der Punktattraktor, der periodischen Bewegung der Grenzzyklus und der quasi-periodischen Bewegung der Torus. Zum anderen gibt es eine Klasse von deterministischen, aber chaotischen Bewegungen, die nicht vorhersagbar sind, wenn kleine Störungen in den Anfangsbedingungen auftreten. Ein derartiges Langzeitverhalten wird mit dem Begriff des seltsamen Attraktors assoziiert. Die Dimension des Attraktors ist eine geeignete Größe für die Interpretation der Bewegung dynamischer Systeme. Ganzzahlige Dimensionswerte bedeuten reguläre Bewegung; nichtganzzahlige Werte hingegen irreguläre, langfristig unvorhersagbare dynamische Prozesse. Weiterhin erlaubt das Dimensionskonzept eines dynamischen Systems zu entscheiden, ob sein Verhalten einer komplexen, hochdimensionalen Beschreibung bedarf oder ob, zumindest prinzipiell, einige wenige Gleichungen zur Beschreibung des Langzeitverhaltens genügen.

Die Dimension D des chaotischen Attraktors wurde aus den Modelldaten der barotropen und baroklinen Stromfunktion zu  $9 \le D \le 13$  geschätzt. Hierfür ist die Methode der Überdeckungsdimension (auch Box-Dimension) benutzt worden (Hou et al. [1990]). Dabei überdeckt man die Menge mit *n*-dimensionalen Hyperwürfeln der Kantenlänge  $\varepsilon$  und ermittelt die minimale Zahl  $N(\varepsilon)$  solcher Hyperwürfel, die zur vollständigen Überdeckung nötig sind. *n* gibt hier die Anzahl der Komponenten bzw. Differentialgleichungen an (*n*=20). Ist  $\varepsilon$  klein genug, ergibt sich die Beziehung

$$D_B = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{\ln N(\epsilon)}{\ln\left(\frac{1}{\epsilon}\right)}.$$
(4.34)

Eine zuverlässigere Schätzung der Dimension ist auf Grund der begrenzten Datenmenge nicht möglich. Andererseits gibt die große Anzahl von positiven Lyapunov-Exponenten (siehe unten) einen deutlichen Hinweis darauf, daß die Attraktordimension tatsächlich in dieser Größenordnung liegt. James & James [1992] fanden, daß ihr chaotisches System eines baroklinen Mehrschichtenmodells eine Attraktordimension von 6 bis 7 besitzt.

Eine weitere, jedoch nicht dynamische, sondern statistische Methode besteht in der Schätzung der räumlichen Freiheitsgrade des Systems (Lorenz [1969], Fraedrich et al. [1995], Toth [1995], Bretherton et al. [1999]). Die Anzahl unabhängiger Zirkulationsmoden kann als die Zahl der Freiheitsgrade eines Strömungsfelds interpretiert werden. In diesem Sinne definieren die Freiheitsgrade die Dimension der atmosphärischen Zirkulation. Nach Fraedrich et al. [1995] werden die Anzahl der Freiheitsgrade (*dof*) durch

$$dof = n^2 / \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 \tag{4.35}$$

bestimmt. Hierbei bezeichnen  $\lambda_i$  die Eigenwerte der Autokorrelationsmatrix und *n* wieder die Anzahl der Komponenten des betrachteten Systems. Für den hier diskutierten Modellauf mit 20 Komponenten und 30-Tage-Mittelwerten ergibt sich  $dof = 13 \pm 1$ . Auf Grund des Umfangs der zur Verfügung stehenden Datenmenge sind die Konfidenzgrenzen dieser Schätzung (Fraedrich et al. [1995]) sehr klein. Dieses Ergebnis weist eine erstaunliche Ähnlichkeit zu der dynamischen Dimensionsbestimmung auf und ist somit ein weiterer Hinweis auf die Niedrigdimensionalität der Modellatmosphäre.

Die Lyapunov-Exponenten ermöglichen es, Aussagen über die Stabilität gegebener Trajektorien zu treffen. Reguläre Attraktoren besitzen eine so starke Anziehungskraft, daß sich alle benachbarten Trajektorien aus einer gewissen Umgebung dem Attraktor asymptotisch nähern und benachbarte Bahnen benachbart bleiben. Seltsame Attraktoren besitzen zwar die Fähigkeit, alle Bahnen eines gewissen Einzugsbereichs anzuziehen; auf dem Attraktor jedoch entfernen sich ursprüng-

lich nahe beieinander liegende Trajektorien exponentiell.

Aus den Eigenschaften der Lyapunov-Exponenten lassen sich einige wichtige Schlußfolgerungen ableiten:

- 1. Man kann zeigen, daß für alle Trajektorien, die nicht in einen Fixpunkt münden, mindestens ein Lyapunov-Exponent Null ist.
- 2. Die Lyapunov-Exponenten ermöglichen es, die verschiedenen Attraktoren voneinander zu unterscheiden. Ein stabiler Fixpunkt hat nur negative Lyapunov-Exponenten. Ist ein Lyapunov-Exponent gleich Null und alle restlichen negativ, so handelt es sich bei dem Attraktor um einen Grenzzyklus. Eine chaotische Bewegung ist durch wenigstens einen positiven Lyapunov-Exponenten charakterisiert.
- 3. Die Summe der Lyapunov-Exponenten ergibt gerade die Volumenänderung, d.h., die Divergenz des Systems in der Umgebung des Attraktors.

Somit stellen die Lyapunov-Exponenten eine geeignete Größe dar, die Entscheidung für den ausgewählten Zustand des Modells physikalisch quantitativ zu begründen. Die numerische Bestimmung der Lyapunov-Exponenten der Langzeitintegration des 2-Schichten-Modells erfolgte durch die Methode nach Shimada & Nahashima [1979]. Die Tabelle 4.4 gibt alle 20 berechneten Lyapunov-Exponenten an.

Nr. des Exponenten	Lyapunov- Exponent	Nr. des Exponenten	Lyapunov- Exponent
1	0.07965	2	0.05417
3	0.03630	4	0.02319
5	0.01412	6	0.00762
7	0.00309	8	-0.00005
9	-0.00308	10	-0.00629
11	-0.00961	12	-0.01294
13	-0.01653	14	-0.02078
15	-0.02558	16	-0.03187
17	-0.04041	18	-0.05235
19	-0.06868	20	-0.09338

Tabelle 4.4:Lyapunov-Exponenten bei Integration des Modells im beschriebenen Zustand über 1 100Jahre.

Die ersten 7 Exponenten sind positiv. Der 8. Wert ist annähernd Null. Zur Interpretation dieser Ergebnisse ist es hilfreich, formal den Attraktor des Systems im 20-dimensionalen Phasenraum zu betrachten. In jedem Punkt des Attraktors gibt es ein lokales Koordinatensystem, so daß für

kleine Störungen des Startwertes in Richtung

- von 7 Koordinatenachsen (entsprechend den 7 positiven Lyapunov-Exponenten) die benachbarten Bewegungen des Systems instabil werden und sich von derjenigen durch den gewählten Punkt entfernen;
- einer Koordinatenachse (entsprechend dem Lyapunov-Exponenten gleich Null) die benachbarte Bewegung etwa in gleicher Entfernung bleibt, wobei diese Achse gerade in die Richtung der ausgewählten Bewegung zeigt;
- von 12 Koordinatenachsen (entsprechend den 12 negativen Lyapunov-Exponenten) die benachbarten Bewegungen des Systems sich an die ausgewählte annähern.

Das Verhalten des 2-Schichten-Modells erweist sich als stark chaotisch.

Eine sinnvolle Klassifizierung dynamischer Systeme ergibt sich aus dem Verhalten der Divergenz des Systems. Ist diese negativ, so handelt es sich auf Grund der daraus folgenden Volumenkontraktion um ein dissipatives System. Ist die Divergenz positiv, so ergibt sich aus der Volumenexpansion ein instabiles System. Verschwindet die Divergenz, wird das System als konservativ bezeichnet. Die mittlere Divergenz des hier untersuchten dynamischen Systems beträgt -0.16256. Dieses Ergebnis bestätigt, daß es sich bei diesem Modell um ein dissipatives System handelt. Unter Wirkung des Phasenflusses zieht sich sein Volumen für gegen unendlich gehende Zeiten auf einen Attraktor von niedrigerer Dimension als der des Phasenraums zusammen. Ein weiterer Zusammenhang mit der Divergenz des Systems folgt aus der Definition der Lyapunov-Exponenten  $\Lambda_i$ :

$$\nabla \cdot F = \sum_{i=1}^{n} \Lambda_{i}. \tag{4.36}$$

Die Summe aller 20 Lyapunov-Exponenten beträgt -0.16341 und ist so eine gute Bestätigung der Ergebnisses der direkten Divergenzberechnung.

## 4.3 Zeitlich gemittelter Zustand der Modellatmosphäre

Mit den im vorherigen Abschnitt angegebenen Parametern wurden die spektralen Modellgleichungen über 10 000 Jahre numerisch integriert. Die Ausgabe der Daten erfolgte täglich. Als Ergebnis der Integration erhält man je 10 Zeitreihen für die Amplituden der barotropen und der baroklinen Spektralkomponenten. Als Beispiel dafür zeigt die Abb. 4.5 die spektrale Amplitude der barotropen zonalsymmetrischen Komponente  $Y_{0,1}$ .

Das Verhalten dieser und aller weiteren spektralen Komponenten ist durch einen chaotischen Verlauf während der gesamten Integrationszeit gekennzeichnet.

#### 4.3.1 Persistente Zirkulationsanomalien und Index-Zustände

Der rechte Teil von Abb. 4.5 läßt erkennen, daß auf kürzeren Zeitskalen irreguläre Übergänge von Phasen relativer Stabilität zu stark chaotischen Abschnitten erfolgen. Wie in Dethloff & Schmitz [1992] gezeigt wurde, können diese zwei charakteristischen Lösungsabschnitte sowohl mit den typischen atmosphärischen Strömungszuständen des Index-Zyklus nach Rossby [1939] und Namias [1950] als auch mit Mehrfachzuständen in barotropen Atmosphärenmodellen (Egger [1978], Charney & DeVore [1979]) in Zusammenhang gesehen werden. Orographisch und thermisch angetriebene planetare Wellen und durch barokline Instabilität angeregte synoptische Wellen beein-



**Abbildung 4.5:** Zeitliches Verhalten der Amplitude der Spektralkomponente  $Y_{0, 1}$  der barotropen Stromfunktion  $\Psi$ . Die linke Abbildung zeigt den Verlauf während der gesamten Integrationszeit von 10 000 Jahren. In der rechten Abbildung ist ein Ausschnitt über 5 Jahre abgetragen.

flussen sich durch nichtlineare Kopplungen derart, daß zeitabhängige, vorwiegend zonale oder blockierende Strömungszustände der Atmosphäre erzeugt werden. Die quasi-periodischen Phasen entsprechen einem "High"-Index-Zustand der großskaligen atmosphärischen Zirkulation mit starken Zonal- und geringen Meridionalkomponenten. Die Persistenzzeit dieser Strömungsanomalien kann dabei mehr als 30 Tage betragen. Hingegen spiegeln die stark chaotischen Abschnitte den "Low"-Index-Zustand mit ausgeprägten meridionalen Strömungskomponenten wieder.

Für die beschriebene Modellintegration ergeben sich die in Abb. 4.6 dargestellten charakteristischen Strukturen der barotropen Stromfunktion für den mittleren quasi-periodischen und chaotischen Zustand.



**Abbildung 4.6:** Zeitlich gemittelte Struktur der barotropen Stromfunktion während Phasen der quasi-periodischen (links) und der chaotischen (rechts) atmosphärischen Zirkulation. Es wurden mehrere repräsentative Abschnitte der Zeitreihe der barotropen zonalsymmetrischen Komponente  $Y_{0, 1}$  für beide Zustände ausgewählt und zeitlich gemittelt. Die persistente "High"-Index-Zirkulation wird von den zonalsymmetrischen und kleinskaligen Wellenkomponenten dominiert. Der "Low"-Index-Zustand zeichnet sich durch planetare Wellen und daraus resultierende meridionale Strömungsrichtungen aus.

Dethloff [1993] und Dethloff & Schmitz [1992] schlußfolgern, daß die Übergänge zwischen dem quasi-periodischen und dem chaotischen Lösungsverhalten im Modell durch topographische, barotrope und barokline Instabilitäten und Resonanzeffekte sowie durch nichtlineare Wellenwechselwirkungen bestimmt werden. In experimentellen Laboruntersuchungen wiesen Weeks et al. [1997] nach, daß die barotrope Zirkulation eines rotierenden Ringes mit zwei symmetrischen Bergrücken am Boden bei starker Anregung nahezu zonal verlief. Bei schwachem Antrieb stellte sich eine Blockierungslage ein. Die Intermittenz zwischen diesen beiden Mustern tritt hier auf Grund der Wechselwirkung des Jets mit der Topographie auf. In Übereinstimmung mit dem Verhalten des baroklinen 2-Schichten-Modells fanden die Autoren, daß die Variabilität der Blocking-Situationen ("Low"-Index) größer als die der rein zonalen Strömung ("High"-Index) ist.

#### 4.3.2 Stromfunktionen und Zonalwind

Durch die Summation aller zeitlich gemittelten Spektralamplituden (vgl. Gleichung (4.32)) wurden die mittleren barotropen und baroklinen Stromfunktionsfelder bestimmt. Die räumliche Verteilung der mittleren barotropen Stromfunktion (Abb. 4.7 links) ist durch eine ausgeprägte Wellenstruktur charakterisiert. Insbesondere in den subtropischen Breiten dominiert die planetare Welle mit der zonalen Wellenzahl zwei. Die Maxima dieser Welle befinden sich phasengleich zu den Maxima der orographischen und thermischen Anregung bei 90° und 270° O. Hingegen kommt es in den mittleren Breiten zur Ausbildung der kürzeren Welle mit der zonalen Wellenzahl vier. Die barotrope Stromfunktion repräsentiert den Mittelwert der Stromfunktionen der beiden Modellschichten. Über die Beziehung (4.5) ist sie mit der geopotentiellen Höhe in 500 hPa verknüpft. Ein Vergleich mit Abb. 2.2 zeigt, daß die beobachtete mittlere Höhe der 500-hPa-Fläche der Nordhemisphäre im Winter durch eine lange Welle mit der Wellenzahl zwei geprägt wird. Zwischen dem mittleren Modellzustand der barotropen Stromfunktion und dieser beobachteten Verteilung lassen sich qualitative Gemeinsamkeiten feststellen. Die großräumigen Strukturen sowohl der beobachteten Atmosphäre als auch der modellierten Strömung werden von den langen planetaren Wellen geprägt. Im Unterschied zu den Beobachtungen ist die mittlere zonale Strömung im Modell zu schwach, was zu einer Verschiebung der maximalen Wellenamplituden nach Süden führt. Die Lage dieser Wellen im Modell wird, wie auch in der realen Atmosphäre, stark durch die Verteilung der Orographie bestimmt. Die simulierte Welle zeigt die Maxima in Übereinstimmung mit Daten über den Gebirgen und im Bereich der leeseitigen Tröge strömt Luft aus Nordwesten in die mittleren Breiten. Die kürzere synoptische Welle in den gemäßigten Breiten mit der Wellenzahl vier im Modell wird jedoch in Daten der mittleren Verteilung der geopotentiellen Höhe der 500-hPa-Fläche im Winter nicht beobachtet. Die Darstellung der Standardabweichungen der barotropen Stromfunktion (Abb. 4.7 rechts) verweist darauf, daß diese Welle mit starken Schwankungen um den mittleren Zustand verbunden ist. Die planetare Welle hingegen stellt eine robuste Struktur dar.



Abbildung 4.7: Mittlere barotrope Stromfunktion (links) und Standardabweichung (rechts) der Integration über 10 000 Jahre.

Die Abb. 4.8 zeigt den zeitlich und zonal gemittelten Zonalwind des Modells in 500 hPa und 250 hPa. In der mittleren Troposphäre herrscht südlich von ca. 30° N im Mittel ein Ostwind; nördlich davon Westwind. In den Beobachtungsdaten (Abb. 2.10) befindet sich der Jet weiter südlich bei etwa 30° bis 40° N. Die Stärke des Westwindes in den mittleren Breiten in 500 hPa wird vom Mo-

dell im Vergleich mit Beobachtungen zu gering wiedergegeben. Auch in der oberen Troposphäre wird der Zonalwind mit dem Jet bei ca. 55° N zu schwach modelliert.



**Abbildung 4.8:** Mittlere zonal gemittelte geostrophische Zonalgeschwindigkeit in 500 hPa (links) und 250 hPa (rechts) bei Integration über 10 000 Jahre.

Die zeitlich gemittelte barokline Stromfunktion wird durch eine vorwiegend zonale Struktur bestimmt (Abb. 4.9 links). Diese zonale Strömung wird überlagert von einer Welle der Wellenzahl zwei. Die Keilachsen befinden sich bei etwa 0° und 180° östlicher Länge und die Tröge entsprechend bei 90° und 270° O.

Im Gegensatz zur barotropen Stromfunktion gibt die barokline Stromfunktion die mittlere Differenz der Stromfunktionen in den beiden Modellschichten an. Über die thermische Windgleichung ist sie ein Maß der Temperaturverteilung der mittleren Troposphäre. Die beobachtete nordhemisphärische Temperaturverteilung im Winter (Abb. 2.1) läßt deutlich die zonale Prägung erkennen. Im Lee der großen nordhemisphärischen Gebirge, d.h., über dem westlichen Atlantik und Pazifik, befinden sich, wie auch im Modell, Trogachsen. In die Lee-Gebiete der Modellorographie strömt kalte Luft ein. Die Berechnung der Standardabweichung der baroklinen Stromfunktion (Abb. 4.9 rechts) zeigt, daß die größten Abweichungen in den Gebieten der orographischen und thermischen Anregung auftreten. Die Werte der Standardabweichung der baroklinen Stromfunktion sind um den Faktor drei größer als die der barotropen Stromfunktion.



Abbildung 4.9: Mittlere barokline Stromfunktion (links) und Standardabweichung (rechts) der Integration über 10 000 Jahre.

Bei der Interpretation der modellierten Strömung ist zu beachten, daß den Berechnungen ein quasi-geostrophisches Modell zugrunde liegt. Diese Approximation der Navier-Stokes-Gleichungen besitzt deshalb in der Nähe des Äquators keine unmittelbare Gültigkeit.

## 4.4 Räumliche und zeitliche Moden der Variabilität

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt die zeitlich gemittelten Zustände des Modells bei der Integration über 10 000 Jahre erläutert wurden, soll nun die langperiodische Variabilität der Modellatmosphäre auf der Zeitskala von Jahrzehnten bis zu Jahrhunderten untersucht werden. Mit Hilfe der EOF-Analyse können die dominanten räumlichen Varianzmuster bestimmt werden. Deren zeitliches Verhalten erlaubt Aussagen über interne tieffrequente Schwingungen dieser Muster. In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Analyse der niederfrequenten Variabilität dargelegt. Zuerst soll dabei auf die barotrope und anschließend auf die barokline Stromfunktion eingegangen werden.

#### 4.4.1 Dominante Muster der barotropen Stromfunktion

Die barotrope Stromfunktion setzt sich aus zonalsymmetrischen Spektralkomponenten sowie planetaren und kürzeren Wellenkomponenten zusammen. Um den Einfluß der verschiedenen Komponenten auf das Langzeitverhalten abzuschätzen, werden die Fourierspektren (vgl. Abschnitt 3.2) charakteristischer Spektralkomponenten auf der Basis von Mittelwerten über 30 Tage betrachtet. Abb. 4.10 zeigt das Leistungsspektrum der zonalsymmetrischen Komponente  $Y_{0,1}$ .



Abbildung 4.10: Leistungsspektrum der zonalsymmetrischen Komponente  $Y_{0, 1}$ der barotropen Stromfunktion bei Integration über 10 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (*K=8, L=1250 Jahre*<sup>1</sup>). Die untere geglättete Kurve zeigt den Spektralverlauf des Modells des Roten Rauschens (*r=0.17*). Die darüber eingezeichnete glatte Kurve gibt dessen oberen 95%-Vertrauensbereich an.

Die spektrale Energie dieser Strömungskomponente ist auf einem breiten Frequenzbereich von Tagen bis zu Jahrzehnten verteilt. Es existiert keine ausgezeichnete Zeitskala. Der kleine Wert der Autokorrelationsfunktion bei der Verschiebung 1, r=0.17, weist darauf hin, daß im Gegensatz zu täglichen Daten (r=0.77, vgl. Dethloff et al. [1998]) den 30-Tage-Mittelwerten nur ein sehr schwacher Prozeß des Roten Rauschens angepaßt werden kann. Das globale Maximum der spektralen Energie befindet sich bei etwa 300 Tagen. Für die niederfrequenten Spektralbereiche können lokale Maxima der Spektraldichte detektiert werden. Perioden bei ca. 7 - 10 Jahren treten aus dem 95%-Vertrauensbereich des Roten Rauschens heraus. Auf der dekadischen Zeitskala zeigt das Spektrum Signale, insbesondere bei ca. 20-30 Jahren.

Das Spektrum der planetaren Welle  $Y_{2,3}$  der barotropen Stromfunktion (Abb. 4.11) zeigt ein ähnliches Verhalten wie die zonalsymmetrische Komponente in Abb. 4.10. Die spektrale Energie ist über ein breites Frequenzband verteilt, wobei das absolute Varianzmaximum im intra- und in-

<sup>1.</sup> Die Parameter *K* und *L* geben die Anzahl der verwendeten Segmente bzw. deren Länge bei der Bestimmung des Spektrums an (vgl. Abschnitt 3.2).

terannuellen Bereich von etwa 6 Monaten bis 3 Jahren liegt. Im niederfrequenten Spektralbereich von Jahrzehnten bis zu Jahrhunderten zeigt auch das zeitliche Verhalten der planetaren Welle eine deutliche Variabilität mit Spektralmaxima, insbesondere zwischen 30 und 50 Jahren. Die Amplituden der Spektraldichte dieser Wellenkomponente sind um eine Größenordnung kleiner als die des Spektrums der zonalsymmetrischen Komponente.



Abbildung 4.11: Leistungsspektrum der planetaren Wellenkomponente  $Y_{2,3}$  der barotropen Stromfunktion bei Integration über 10 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (K=8, L=1250 Jahre, r= 0.12). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10.

Als letztes Beispiel für die barotropen Strömungskomponenten des 2-Schichten-Modells ist in Abb. 4.12 das Leistungsspektrum der kurzen Welle  $Y_{4,7}$  dargestellt.



Abbildung 4.12: Leistungsspektrum der kleinskaligen Wellenkomponente  $Y_{4,7}$  der barotropen Stromfunktion bei Integration über 10 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (K=8, L=1250 Jahre, r=0.10). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10.

Das Verhalten dieser Komponente unterscheidet sich von den oben diskutierten darin, daß die hochfrequenten Schwingungen im Spektrum dominieren. Die Spektraldichte nimmt mit zunehmender Periodenlänge im Mittel ab. Dessen ungeachtet treten auf der dekadischen Zeitskala einzelne Periodenbänder deutlich aus dem Rauschen hervor. Hervorzuheben seien hier insbesondere die Maxima um ca. 30 Jahre. Die Größenordnung der Spektraldichteamplituden dieser Wellenkomponente ist wiederum kleiner als die der zonalsymmetrischen Komponente, jedoch vergleichbar mit den Amplituden des planetaren Wellenspektrums.

Die Fourierspektren geben einen Einblick in das zeitliche Verhalten der Stromfunktionskomponenten, erlauben jedoch keine Aussagen über die räumliche Struktur der niederfrequenten atmosphärischen Variabilität des Stromfunktionsfeldes. Aus diesem Grund soll im folgenden auf die Ergebnisse der EOF-Analysen (vgl. auch Kapitel 3) eingegangen werden. Auf Grund des Umfangs der Datenmenge bei täglichen Werten wurden die EOF-Analysen auf der Basis von Mittelwerten über 30 Tage durchgeführt. Die Eigenwerte der Kovarianzmatrix der Spektralkomponenten und die entsprechenden EOF (vgl. Abschnitt 3.1) werden üblicherweise in abfallender Reihenfolge geordnet. Das Muster der barotropen Stromfunktion mit dem größten Eigenwert (1. EOF) ist in Abb. 4.13 links dargestellt. Es erklärt bereits 58% der Varianz des barotropen Strömungsfeldes.



**Abbildung 4.13:** 1. EOF (links) und 2. EOF (rechts) der barotropen Stromfunktion der Integration über 10 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln. Das Muster der 1. EOF erklärt 58% der Gesamtvarianz; das der 2. EOF 12%.

Die 1. EOF zeigt die Überlagerung einer starken zonalsymmetrischen Strömung und der planetaren Welle  $Y_{2,3}$ . Die meridionale Struktur der zonalsymmetrischen Strömung entspricht der Spektralkomponente  $Y_{0,1}$ . Die Tröge der Welle befinden sich über bzw. luvseitig der Position der orographischen Maxima.

Die 2. EOF der barotropen Stromfunktion (rechts) erklärt nur noch 12% der gesamtem Varianz. Sie verdeutlicht den sekundären Einfluß der kleinskaligen synoptischen Welle  $Y_{4, 7}$  auf die großräumige atmosphärische Zirkulation.

Die Verteilung der Eigenwerte und Varianzanteile aller 10 EOF ist in der Tabelle 4.5 zusammengefaßt. Die 3. EOF erklärt fast ebenso viel Varianz wie die 2. EOF. Ihre räumliche Verteilung entspricht bis auf eine zonale Phasenverschiebung um ein Viertel der Wellenlänge der Struktur in Abb. 4.13 rechts. Alle weiteren Muster werden auf Grund ihrer untergeordneten Bedeutung nicht diskutiert.

Nummer der EOF	Eigenwert	Anteil an der Gesamtvari- anz in %
1	0.878*10 <sup>-3</sup>	58.35
2	0.174*10 <sup>-3</sup>	11.54
3	0.155*10 <sup>-3</sup>	10.29
4	0.806*10 <sup>-4</sup>	5.36

 Tabelle 4.5:
 Verteilung der Eigenwerte und Varianzanteile der EOF der barotropen Stromfunktion auf der Basis von Mittelwerten über 30 Tage.

Nummer der EOF	Eigenwert	Anteil an der Gesamtvari- anz in %
5	0.533*10 <sup>-4</sup>	3.54
6	0.440*10 <sup>-4</sup>	2.92
7	0.380*10 <sup>-4</sup>	2.52
8	0.328*10 <sup>-4</sup>	2.18
9	0.269*10 <sup>-4</sup>	1.78
10	0.222*10 <sup>-4</sup>	1.47

**Tabelle 4.5:** Verteilung der Eigenwerte und Varianzanteile der EOF der barotropen Stromfunktion aufder Basis von Mittelwerten über 30 Tage.

Das zeitliche Verhalten der räumlichen EOF wird durch die korrespondierenden Prinzipiellen Komponenten (PC) bestimmt. Diese sind, ebenso wie die Spektralkomponenten selbst, einer Fourieranalyse unterzogen worden, um die spektrale Energieverteilung zu untersuchen. Abb. 4.14 stellt die Leistungsspektren der 1. und 2. PC der barotropen Stromfunktion dar.



**Abbildung 4.14:** Leistungsspektrum der 1. (links) und 2. (rechts) Prinzipiellen Komponente (PC) der barotropen Stromfunktion bei Integration über 10 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (K=8, L=1250 Jahre, r=0.18 für 1. PC, r=0.08 für 2. PC). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10.

Das Spektrum der 1. PC zeigt eine auffallende Ähnlichkeit mit dem Spektrum der zonalsymmetrischen Komponente  $Y_{0,1}$  in Abb. 4.10 (siehe auch Dethloff et al. [1998]). Sogar Details der Energieverteilung werden durch die 1. PC exakt wiedergegeben. Obwohl die planetare Welle  $Y_{2,3}$ das dominante räumliche Muster der barotropen Stromfunktion beeinflußt, wird die zeitliche Variabilität dieser Struktur im wesentlichen durch das spezifische Verhalten der zonalsymmetrischen Strömungskomponente  $Y_{0,1}$  geprägt. Vor dem Hintergrund der Unterschiede in den Amplituden der Leistungsdichte dieser beiden Komponenten erscheint dieses Verhalten jedoch evident. Auf der dekadischen Zeitskala treten einige Spektralmaxima aus dem 95%-Vertrauensbereich des angepaßten Modells des Roten Rauschens heraus und stellen statistisch signifikante Signale dar. Auf Zeitskalen von Jahrhunderten werden in den Fourierspektren keine signifikanten Fluktuationen nachgewiesen.

Bereits die räumliche Struktur der 2. EOF der barotropen Stromfunktion (vgl. Abb. 4.13 rechts) zeigte eine deutliche Prägung durch die synoptische Wellenkomponente  $Y_{4, 7}$ . Das Leistungsspektrum der korrespondierenden 2. PC (Abb. 4.14 rechts) bestätigt durch die sehr gute Übereinstimmung mit dem Spektrum dieser Spektralkomponente (vgl. Abb. 4.12) den Einfluß kleinskaliger Zirkulationsmuster auf die interne atmosphärische Variabilität. Im dekadischen Bereich von etwa 20 - 30 Jahren unterscheidet sich ein Signal besonders deutlich vom Rauschniveau. Auf den längeren Zeitskalen von Jahrhunderten und mehr deuten sich zwar Schwingungen an, diese erweisen sich aber nicht als signifikant.

Die Fourierspektren geben Informationen über das globale Spektralverhalten von Zeitreihen. Sie treffen jedoch keine Aussage über die zeitliche Entwicklung des Spektralverhaltens der Reihen. Zerlegt man die 10 000 Jahre umfassenden Modellzeitreihen in 10 Abschnitte einer Länge von 1 000 Jahre und führt für jeden dieser Abschnitte eine EOF-Analyse durch, so zeigt sich, daß die räumlichen Muster zeitlich sehr stabil sind. Jedoch treten in den 1. PCs der 10 Abschnitte Unterschiede in der niederfrequenten Variabilität auf. Dieses ist ein Ausdruck dafür, daß auch auf der Zeitskala von Jahrtausenden interne Fluktuationen des Systems zu erwarten sind. Als Beispiel zeigt die Abb. 4.15 die Leistungsspektren der 1. PC der barotropen Stromfunktion während zweier verschiedener Abschnitte der Langzeitintegration. Gravierende Unterschiede treten insbesondere im dekadischen Zeitbereich um ca. 10 Jahre auf.



**Abbildung 4.15:** Leistungsspektrum der 1. PC der barotropen Stromfunktion des 1. (links) und 9. (rechts) 1 000-Jahre-Abschnitts auf der Basis von Tageswerten (K=8, L=125 Jahre, r=0.75 für beide). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10.

Um das Problem der Zeitabhängigkeit des spektralen Verhaltens detaillierter zu untersuchen, wurde die Wavelet-Analyse (vgl. Abschnitt 3.3) auf die berechneten PC-Zeitreihen angewendet. Da vor allem die niederfrequente Variabilität von Interesse ist, genügt es, die Zeitreihen der 2-Jahres-Mittelwerte zu analysieren. Die Abb. 4.16 zeigt als Ergebnis das lokale Wavelet-Leistungsspektrum der 1. barotropen PC. Im Gegensatz zur Periodogramm-Methode der Fourierspektren erlaubt es die Wavelet-Transformation, den Spektralbereich bis zu Perioden von 1 500 Jahren lokal zu untersuchen. Das Verhalten der Zeitreihe ist durch eine starke Instationarität gekennzeichnet. Signifikante interne Oszillationen auf allen Zeitskalen von Jahrzehnten über Jahrhunderte bis zu Jahrtausenden treten auf, stellen aber kein kontinuierliches Signal dar. Sie charakterisieren damit das Intermittenz-Verhalten des dynamischen Systems. So kann z.B. das im Fourierspektrum in Abb. 4.14 links nur angedeutete Energiemaximum bei etwa 200-300 Jahren durch die Wavelet-Analyse auf eine extrem starke Schwingung mit dieser Frequenz im 3. Jahrtausend der Integration zurückgeführt werden.



**Abbildung 4.16:** Zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation in  $[y^2]$  der 1. PC der barotropen Stromfunktion der Intergration über 10 000 Jahre ( $\omega$ =26 bzw.  $6^1$ ). Links wurde der Periodenbereich von 20 bis 150 Jahren dargestellt; rechts von 150 bis 1 500 Jahren. Die Analyse basiert auf Mittelwerten der PC über 2 Jahre. Die strichpunktierten Linien am rechten und linken Rand der Graphik trennen jene Zeit-Frequenz-Bereiche ab, in denen die Randeffekte nicht mehr zu vernachlässigen sind. Die schwarzen dicken Konturlinien geben den 95%-Vertrauensbereich eines korrespondierenden Prozesses Roten Rauschens (r=0.03) an.

Das analoge Ergebnis für die 2. barotrope PC ist in Abb. 4.17 dargestellt und veranschaulicht eindrucksvoll die Zeitabhängigkeit der niederfrequenten atmosphärischen Variabilität des Modells. In der 2. Hälfte der Integration hat sich allein durch interne Kopplungs- und Wechselwirkungsmechanismen die Variabilität auf den langen Zeitskalen von ca. 60 - 1 000 Jahren deutlich erhöht. Diese Veränderung ist möglicherweise ein Hinweis auf sehr viel langsamer ablaufende Prozesse, welche auf Grund der begrenzten Integrationszeit nicht mehr aufgelöst werden.

Bei der Diskussion von Prozessen im Zeitbereich von einigen hundert Jahren ist zu beachten, daß dieses die charakteristische Zeitskala des Ozeans ist. Das verwendete Modell ist ein reines Atmosphärenmodell und berücksichtigt den ozeanischen Einfluß nicht. Es ist deshalb fraglich, ob die in den Abb. 4.16 und 4.17 detektierten Signale bei etwa 1 000 Jahren auch in gekoppelten Atmosphäre - Ozean - Integrationen auftreten würden. Ungeachtet dessen weisen sie aber darauf hin, daß die Atmosphäre, als isoliertes nichtlineares System betrachtet, auch auf diesen "ultra"-niederfrequenten Spektralbereichen eine eigene dynamische Variabilität zu produzieren vermag.

<sup>1.</sup> Der Parameter  $\omega$  gibt die Zeit- und Frequenzauflösung bei der Wavelet-Transformation (vgl. Abschnitt 3.3) an.



**Abbildung 4.17:** Zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation in  $[y^2]$  der 2. PC der barotropen Stromfunktion der Intergration über 10 000 Jahre ( $\omega$ =26 bzw. 6, r=-0.01). Links wurde der Periodenbereich von 20 bis 150 Jahren dargestellt; rechts von 150 bis 1 500 Jahren. Die Analyse basiert auf Mittelwerten der PC über 2 Jahre. Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.16.

## 4.4.2 Dominante Muster der baroklinen Stromfunktion

Um eine gute Vergleichbarkeit zu den Analysen der barotropen Stromfunktion zu gewährleisten, wurden die gleichen Spektralkomponenten der baroklinen Stromfunktion für die Berechnung der Fourierspektren ausgewählt. Das Spektralverhalten der zonalsymmetrischen baroklinen Stromfunktionskomponente  $Y_{0,1}$  ist in Abb. 4.18 dargestellt.



Abbildung 4.18: Leistungsspektrum der zonalsymmetrischen Komponente  $Y_{0, 1}$ der baroklinen Stromfunktion bei Integration über 10 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (K=8, L=1250 Jahre, r= 0.40). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10.

Das spektrale Verhalten dieser Strömungskomponente ist durch ein ausgeprägtes Varianzmaximum bei etwa 300 Tagen gekennzeichnet. Sowohl auf den kürzeren als auch auf den längeren Zeitskalen ist weniger Energie verteilt. Im niederfrequenten Spektralbereich von Jahren bis zu Jahrzehnten sind einige Signale zu erkennen. Diese treten jedoch nicht aus dem Konfidenzintervall des vor allem durch höhere Frequenzen bestimmten Modells des Roten Rauschens heraus. Der Vergleich der Spektraldichteamplituden mit den Amplituden des Spektrums der korrespondierenden Spektralkomponente der barotropen Stromfunktion (Abb. 4.10) verdeutlicht weiterhin, daß die Variabilität der barotropen Stromfunktionskomponente um fast zwei Größenordnungen

#### stärker ist.

Im Unterschied zur zonalsymmetrischen Komponente weist das Leistungsspektrum der langen Welle  $Y_{2,3}$  der baroklinen Stromfunktion (Abb. 4.19) auch auf der dekadischen Zeitskala signifikante Perioden (z.B. bei ca. 20 bis 25 Jahren) auf. Es existiert keine ausgezeichnete Zeitskala; das Spektrum entspricht sehr gut dem Weißen Rauschen. Die Amplituden der normierten Spektraldichte zeigen auch hier, daß die Variabilität der planetaren Welle der baroklinen Stromfunktion geringer als die der baroklinen  $Y_{0,1}$ -Strömungskomponente ist.



**Abbildung 4.19:** Leistungsspektrum der planetaren Wellenkomponente  $Y_{2,3}$  der baroklinen Stromfunktion bei Integration über 10 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (K=8, L=1250 Jahre, r= 0.06). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10.

Das Spektrum der baroklinen kurzskaligen Welle  $Y_{4,7}$  in Abb. 4.20 ähnelt in seiner Struktur sehr dem Spektrum der entsprechenden Spektralkomponente der barotropen Stromfunktion (Abb. 4.12) mit der meisten Energie bei höheren Frequenzen. Im Mittel nimmt die Spektraldichte mit zunehmender Periodenlänge ab. Dekadische und längerskalige Signale können nicht aus dem 95%-Konfidenzniveau des angepaßten Rauschmodells heraustreten. Dessen ungeachtet stellen diese Spektralkomponente zusammen mit der Komponente  $Y_{0,1}$  diejenigen Strömungskonfigurationen der baroklinen Stromfunktion mit den größten Amplituden der Spektraldichte und damit mit der stärksten zeitlichen Variabilität dar.





Entsprechend dem Vorgehen bei der barotropen Stromfunktion wurde auch mit den Daten der baroklinen Stromfunktion eine EOF-Analyse durchgeführt. Die Abb. 4.21 links zeigt die 1. EOF der baroklinen Stromfunktion. Sie erklärt 39% der gesamten Varianz und wird von der Struktur der kleinskaligen Welle  $Y_{4,7}$  bestimmt. Dieses Ergebnis bestätigt die Aussage aus dem Leistungsspektrum, daß die Spektralkomponente  $Y_{4,7}$  die größten Fourieramplituden innerhalb der baroklinen Stromfunktion besitzt. Die 2. EOF ähnelt der 1. EOF bis auf eine Phasenverschiebung um eine Viertel Wellenlänge und ist deshalb nicht abgebildet. Sie erklärt 28% der Gesamtvarianz.

Die folgende 3. barokline EOF (Abb. 4.21 rechts) setzt sich aus einer starken zonalsymmetrischen Strömung zusammen und erklärt 11% der Varianz. Die größten Gradienten dieser Zonalströmung treten dabei in den tropischen und subtropischen Breiten auf.



**Abbildung 4.21:** 1. EOF (links) und 3. EOF (rechts) der baroklinen Stromfunktion der Integration über 10 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln. Das Muster der 1. EOF erklärt 39% der Gesamtvarianz; das der 3. EOF 11%.

Nummer der EOF	Eigenwert	Anteil an der Gesamtvari- anz in %
1	0.418*10 <sup>-4</sup>	39.27
2	0.296*10 <sup>-4</sup>	27.82
3	0.119*10 <sup>-4</sup>	11.20
4	0.418*10 <sup>-5</sup>	3.92
5	0.414*10 <sup>-5</sup>	3.88
6	0.386*10 <sup>-5</sup>	3.62
7	0.323*10 <sup>-5</sup>	3.03
8	0.307*10 <sup>-5</sup>	2.88
9	0.255*10 <sup>-5</sup>	2.39
10	0.206*10 <sup>-5</sup>	1.93

Tabelle 4.6 gibt einen Überblick über die Verteilung der Eigenwerte und Varianzanteile aller 10 baroklinen EOF.

**Tabelle 4.6:** Verteilung der Eigenwerte und Varianzanteile der EOF der baroklinen Stromfunktion aufder Basis von Mittelwerten über 30 Tage.

Die zu den EOF korrespondierenden zeitlichen Muster der 1. und 3. PC sind in der Abb. 4.22 als Leistungsspektren dargestellt.



**Abbildung 4.22:** Leistungsspektrum der 1. (links) und 3. (rechts) Prinzipiellen Komponente (PC) der baroklinen Stromfunktion bei Integration über 10 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (K=8, L=1250 Jahre, r=0.07 für 1. PC, r=0.42 für 3. PC). Zur Erläuterung der Kurven vgl. Abb. 4.10.

Die Energieverteilung der 1. PC ähnelt in ihrem Verlauf dem Spektrum der oben diskutierten Spektralkomponente  $Y_{4,7}$  und liefert damit ein konsistentes Bild über das dominante Varianzmuster der baroklinen Stromfunktion. In den niederfrequenten Spektralbereichen heben sich keine spektralen Maxima von dem Rauschniveau ab. Die zum räumlichen Muster der starken Zonalströmung korrespondierende 3. barokline PC weist ebenso wie die zonalsymmetrische Spektralkomponente eine charakteristische Zeitskala von etwa 300 Tagen auf. Die Signale im Spektrum auf der dekadischen Zeitskala können jedoch auch hier nicht aus dem angepaßten Rauschen heraustreten.

Auch diese Zeitreihen wurden mit Hilfe der Wavelet-Transformation analysiert. Die Abb. 4.23 zeigt das lokale Wavelet-Leistungsspektrum der 1. baroklinen PC. Die niederfrequente Variabilität hat sich ab etwa dem 6. Jahrtausend der Integration stark erhöht und erinnert damit an das Verhalten der 2. barotropen PC (vgl. Abb. 4.17). Um das Jahr 8 000 trat lokal eine starke Veränderung auf, die Signale auf einer breiten Zeitskala von Jahrzehnten bis hin zu Jahrhunderten hervorrief.

Die Analyse der 3. PC in der Abb. 4.24 läßt weniger Variabilität auf den längsten Zeitskalen erkennen. Jedoch befinden sich im Bereich von 20 bis 40 Jahren mehrere lokal signifikante Energiemaxima. Vereinzelt treten auch bei ca. 100 Jahren und um 200 Jahre Signale aus dem Rauschen heraus, deren Signifikanz jedoch fraglich bleibt.



**Abbildung 4.23:** Zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation in  $[y^2]$  der 1. PC der baroklinen Stromfunktion der Intergration über 10 000 Jahre ( $\omega=26$  bzw. 6, r=-0.01). Links wurde der Periodenbereich von 20 bis 150 Jahren dargestellt; rechts von 150 bis 1 500 Jahren. Die Analyse basiert auf Mittelwerten der PC über 2 Jahre. Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.16.



**Abbildung 4.24:** Zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation in  $[y^2]$  der 2. PC der baroklinen Stromfunktion der Intergration über 10 000 Jahre ( $\omega=26$  bzw. 6, r=-0.01). Links wurde der Periodenbereich von 20 bis 150 Jahren dargestellt; rechts von 150 bis 1 500 Jahren. Die Analyse basiert auf Mittelwerten der PC über 2 Jahre. Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.16.

## 4.4.3 Einfluß des Mittelungsintervalls auf die Struktur der 1. barotropen EOF

Die bisher diskutierten EOF der barotropen und baroklinen Stromfunktionen sind auf der Basis von 30-Tage-Mittelwerten bestimmt worden. Bei Untersuchungen mit weiteren Mittelwerten zeigte sich, daß die Struktur der 1. barotropen EOF und deren Varianzanteil vom Mittelungsintervall der zugrunde liegenden Daten abhängt (Dethloff et al. [1998]).

Für verschiedene Mittelungszeiten von 30 Tagen bis zu 360 Tagen sind die EOF-Muster bestimmt worden. Die Tabelle 4.7 gibt den prozentualen Anteil an der Gesamtvarianz der 1. EOF der baro-

Mittelungszeit in Tagen	Anteil an der Gesamtvarianz in %
30	58.35
60	61.00
90	62.1 <b>3</b>
120	63.21
150	62.41
180	62.45
210	62.65
240	62.92
270	62.26
300	62.51
330	62.46
344	62.52
345	61.49
360	62.15

tropen Stromfunktion bei diesen Mittelungszeiträumen an.

Tabelle 4.7: Varianzanteile der 1. EOF der barotropen Stromfunktion bei variierenden Mittelungszeiten

Bis zu einem Mittelungsintervall von 120 Tagen wächst der Varianzanteil der 1. EOF der barotropen Stromfunktion stetig an. Dieses Verhalten steht in Übereinstimmung mit Beobachtungsdaten, denn die stärksten Korrelationen von Telekonnektionsmustern treten auf der Jahreszeiten-Zeitskala auf. Die im Abschnitt 4.4.1 beschriebene geographische Struktur ändert sich nur unwesentlich. Das weitere Anwachsen der Mittelungszeit führt beim Übergang von 344 Tagen zu 345 Tagen zu einer abrupten Änderung der 1. EOF (Abb. 4.25 rechts). Diese neue Struktur ist durch eine ausschließlich zonale Strömung gekennzeichnet. Die Varianzanteile der planetaren Welle verschwinden restlos.

Der kritische Zeitbereich von 344 bzw. 345 Tagen liegt in unmittelbarer Nähe eines Jahres. Dies deutet an, daß die untersuchte quasi-geostrophische nichtlineare Modellatmosphäre eine Eigenschwingung auf dieser Zeitskala besitzen könnte, die in der realen Atmosphäre mit dem Jahresgang synchronisiert wäre. Ähnliche Hinweise sind der Arbeit von Klingspohn & Metz [1998] zu entnehmen. Sie untersuchen den Einfluß quasi-stationärer singulärer Moden auf die interdekadische Klimavariabilität mit Hilfe des quasi-geostrophischen linearisierten 3-Schichten-Modells von Marshall & Molteni [1993]. Der 1. singuläre Vektor ist durch die planetare Welle der Wellenzahl 2 bestimmt und **be**sitzt eine charakteristische Zeit von 385 Tagen.



Abbildung 4.25: 1. EOF der barotropen Stromfunktion der Integration über 10 000 Jahre auf der Basis von 344-Tage-Mitteln (links) und 345-Tage-Mitteln (rechts). Das linke Muster erklärt 62.52% der Gesamtvarianz; das rechte 61.49%.

## 4.4.4 Einfluß des Jahresgangs auf das Variabilitätsverhalten

Die thermische Anregung des Systems erfolgte in der bisher diskutierten Modellintegration zeitlich konstant durch die diabatische Wärmequelle, die sowohl eine zonalsymmetrische als auch eine längenabhängige Komponente besitzt. In Analogie zum jahreszeitlichen Verlauf der Sonnenstrahlung wurde ein Jahresgang der zonalsymmetrischen Wärmequelle in das Modell eingebaut. Der meridionale Anteil der diabatischen Wärmequelle vollzieht innerhalb eines Modelljahres (365 Tage) eine sinusförmige Schwingung. Das bedeutet, daß sich der bisherige zeitlich konstante Ansatz

$$\varepsilon^* = F^* Y_{0,3} \qquad \text{mit} \quad F^* = const \qquad (4.37)$$

für den zonalsymmetrischen Anteil der diabatischen Wärmequelle  $\epsilon^*$  (vgl. 4.1.5) zu der zeitlich variierenden Form

$$F^* = F_0 + F_0 E^* \sin(\Theta/365) \tag{4.38}$$

verändert. Die Größe  $F_0$  bedeutet dabei den dimensionslosen Parameter der meridionalen Anregung mit Jahresgang und ist der Temperaturdifferenz zwischen Äquator und Pol proportional. Durch  $E^*$  wird die Veränderung der Amplitude des meridionalen Temperaturgradienten innerhalb eines Jahres beschrieben. Dieser Wert wurde so gewählt, daß zwischen Sommer und Winter eine amplitudenmodulierte Temperaturdifferenz von 30 K besteht. Die Zeit in Tagen wird durch  $\Theta$  bestimmt.

Zur Schließung des Gleichungssystems erfordert dieser Ansatz die Einführung einer zusätzlichen Gleichung.

$$\frac{d\Theta}{dt} = 1 \qquad \text{mit} \quad \Theta \Big|_{t=0} = 0 \qquad (4.39)$$

Das Modell mit eingebautem Jahresgang wurde für dieselben Anregungs- und Dissipationsparameter (vgl. Abschnitt 4.2.2) in einem chaotischen Zustand über 10 000 Jahre integriert.

Um den Einfluß des Jahresganges auf die Variabilität abzuschätzen, muß dieser aus den Modelldaten der Stromfunktionen eliminiert werden. Der mittlere Jahresgang der Stromfunktionen über
10 000 Jahre ist bestimmt und von den Daten abgezogen worden. Die EOF-Berechnung der so bestimmten Anomalien erfolgte wiederum auf der Basis von Mittelwerten über 30 Tage.

Durch den Einbau des Jahresganges ändert sich die 1. EOF der barotropen Stromfunktion in ihrer räumlichen Struktur nicht (nicht abgebildet). Das Fourierspektrum und das Wavelet-Leistungsspektrum der korrespondierenden Zeitreihe nach Abzug des mittleren Jahresganges sind in der Abb. 4.26 dargestellt und zeigen im Vergleich zu den Spektren ohne Jahresgang (Abb. 4.14 und 4.16) für die interannuellen und interdekadischen Zeitskalen ein kaum verändertes Verhalten.



**Abbildung 4.26:** Leistungsspektrum (links) und Wavelet-Spektrum (rechts) in  $[y^2]$  der 1. PC der barotropen Stromfunktion der Integration über 10 000 Jahre mit Jahresgang. Das Fourierspektrum wurde auf der Basis von 30-Tage-Mitteln bestimmt (*K=8, L=1250 Jahre, r=0.17*). Der Jahresgang wurde von diesen Daten abgezogen. Das Wavelet-Spektrum basiert auf Mittelwerten über 2 Jahre ( $\omega=6$ , r=0.004). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 und 4.16.

Bemerkenswerte Unterschiede zur Integration ohne Jahresgang ergeben sich bei Perioden von einigen Jahrhunderten. Der Jahresgang der diabatischen Wärmequelle führt in diesem "ultra"-niederfrequenten Spektralbereich zu einem deutlichen Anstieg der Variabilität im 1. dominanten Mode der barotropen Stromfunktion. Sowohl das Fourier- als auch das Wavelet-Spektrum weisen signifikante Perioden bei 200-300 Jahren auf, die sich ohne die jahreszeitliche Anregung nicht ausgebildet haben (vgl. Abb. 4.14 und 4.16) und deshalb auf diese zurückzuführen sind.

Es sei jedoch wieder darauf verwiesen, daß diese sehr langsamen Fluktuationen das Ergebnis eines Atmosphärenmodells sind, welches keinerlei ozeanischen Einfluß berücksichtigt. Die Frage, welche Modifikationen der atmosphärischen Variabilität auftreten, wenn der Ozean in Langzeituntersuchungen einbezogen wird, bleibt deshalb unbeantwortet. Das Auftreten von starken atmosphärischen Signalen in den Varianzspektren deutet anderseits darauf hin, daß die Atmosphäre allein auch auf diesen Zeitskalen eine eigene dynamische Variabilität erzeugen kann.

Das spektrale Verhalten der baroklinen Stromfunktion wird durch den Jahresgang nicht modifiziert. Die Struktur der 1. baroklinen EOF (nicht abgebildet) bleibt unverändert. Auch die Varianzspektren der 1. Prinzipiellen Komponenten (Abb. 4.27) zeigen keinen Einfluß der veränderten Anregung.



**Abbildung 4.27:** Leistungsspektrum (links) und Wavelet-Spektrum (rechts) in  $[y^2]$  der 1. PC der baroklinen Stromfunktion der Integration über 10 000 Jahre mit Jahresgang. Das Fourierspektrum wurde auf der Basis von 30-Tage-Mitteln bestimmt (*K=8, L=1250 Jahre, r=0.04*). Der Jahresgang wurde von diesen Daten abgezogen. Das Wavelet-Spektrum basiert auf Mittelwerten über 2 Jahre ( $\omega=6$ , *r=-0.02*). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 und 4.16.

Diese Ergebnisse stehen in guter Übereinstimmung mit den Schlußfolgerungen von Pielke & Zeng [1994]. Mit Hilfe des idealisierten nichtlinearen Modells von Lorenz [1984, 1990] zeigten sie, daß nur der Jahresgang auf Grund der Welle-Grundstrom-Wechselwirkungen Chaos und Intransitivität erzeugen kann. Das chaotische und intransitive Verhalten erweist sich als hinreichend für die Generierung von Klimavariationen auf der Zeitskala von Dekaden und Jahrhunderten, die dieselbe Größenordnung wie interannuelle Schwankungen besitzen. Das Einschalten eines Jahresgangs der thermischen Anregung in dem nichtlinearen atmosphärischen 1-Schichten Low-Order Modell von Kurgansky et al. [1996] führte im Gegensatz zu den hier vorgestellten Ergebnissen nur zu einer Verschiebung der individuellen spektralen Maxima, jedoch nicht zu einer Veränderung der niederfrequenten Variabilität. Auch James & James [1992] finden in Langzeitläufen eines vereinfachten atmosphärischen Zirkulationsmodells nur wenig Anzeichen von Auswirkungen des Jahresganges auf die Struktur oder das Spektrum der niederfrequenten Variabilität. Beide Modelle wurden jedoch "nur" über 1 000 Jahre integriert und erlauben deshalb keinen signifikanten Nachweis von charakteristischen Fluktuationsperioden auf der Zeitskala von einigen Jahrhunderten.

Die Untersuchungen mit dem troposphärischen 2-Schichten-Modell zeigen, daß Langzeitintegrationen über 10 000 Jahre in einem annähernd realistischen chaotischen Modellzustand möglich sind. Die wichtigsten Einflußparameter auf das qualitative Modellverhalten stellen die thermische und orographische Anregung dar. Die Wahl der Dissipationsparameter wirkt sich kaum auf die Ergebnisse der Integration aus. Es konnte gezeigt werden, daß dieses dynamische System einen chaotischen Attraktor der Dimension 9 - 13 besitzt. Das atmosphärische Verhalten ist durch persistente Zirkulationsanomalien und stark chaotische Phasen gekennzeichnet, welche mit den charakteristischen Strömungszuständen des Index-Zyklus nach Rossby [1939] in Zusammenhang stehen. Die "Low"-Index-Lagen besitzen eine höhere Variabilität als die "High"-Index-Lagen. Die Struktur der barotropen Stromfunktion im zeitlichen Mittel über die 10 000 Modelljahre verdeutlicht durch die planetare stehende Welle der Wellenzahl zwei die Bedeutung der externen orographischen und thermischen Anregung. Im Gegensatz dazu ist die mittlere barokline Stromfunktion zonal geprägt.

Die Analyse der raum-zeitlichen Variabilität mit Hilfe der Entwicklungen in EOF sowie den Berechnungen der Fourier- und Waveletspektren weist nach, daß die vereinfachte nichtlineare dynamische atmosphärische Modellzirkulation Signale auf den Zeitskalen von Jahren, Jahrzehnten bis zu Jahrhunderten erzeugt. Ein Vergleich der Amplituden der spektralen Leistungsdichten der barotropen und baroklinen Wellenkomponenten ergab, daß die stärkste Varianz durch barotrope Moden hervorgerufen wird. Die dominanten räumlichen Muster sind für die barotrope Stromfunktion durch großskalige atmosphärische Zirkulationsstrukturen gekennzeichnet. Hingegen besitzen kürzere atmosphärische Wellen den größten Einfluß auf die Variabilität der baroklinen Stromfunktion. Eine ausgeprägte Zeitskala der Variabilität der barotropen Stromfunktion existiert nicht. Jedoch treten Schwankungen im Bereich von Jahrzehnten und Jahrhunderten aus dem angepaßten Rauschen heraus. Es wurde deutlich, daß es sich dabei um intermittierende Ereignisse handelt. Als mögliche Ursache der langperiodischen Schwankungen können orographisch bedingte und thermische Instabilitäten, die interne Kopplung der Wellen mit der zonalen Grundströmung und der Wellen verschiedener räumlicher Skalen untereinander sowie nichtlineare chaotische Übergänge zwischen persistenten Zirkulationsanomalien angesehen werden. Die barokline Stromfunktion zeichnet sich durch annähernd Weißes Rauschen aus. Signifikante Ereignisse auf niederfrequenten Zeitskalen konnten nicht nachgewiesen werden. Der 3. Mode der baroklinen Stromfunktion besitzt bei etwa 300 Tagen eine ausgezeichnete Zeitskala.

Die Länge des Mittelungsintervalls der Daten besitzt einen gravierenden Einfluß auf die Struktur der Variabilität. Es wurde gezeigt, daß der kritische Wert zwischen 344 und 345 Tagen liegt. Werden Mittelungsintervalle darüber hinaus verwendet, kommt es zu einer Änderung der räumlichen Struktur der 1. EOF der barotropen Stromfunktion zu einer strikt zonalsymmetrischen Strömung. Dieses Verhalten könnte mit einer Eigenschwingung der Atmosphäre auf dieser Zeitskala assoziiert werden. Um die Verhältnisse im realen Klimasystem besser zu modellieren, ist ein sinusförmiger Jahresgang der thermischen Anregung implementiert worden. Die Ergebnisse einer Integration mit Jahresgang über 10 000 Jahre ergeben, daß die periodische externe Anregung zu einem deutlichen Anstieg der niederfrequenten Variabilität führt. So konnten Signale bei etwa 200 - 300 Jahren statistisch gesichert nachgewiesen werden, welche bei zeitlich konstanter Anregung nicht auftraten.

# 

# Kapitel 5

## Das spektrale 3-Schichten-Modell

Im vorhergehenden Kapitel ist die niederfrequente interne Variabilität an Hand eines LOM mit zwei troposphärischen Schichten diskutiert worden. Dabei konnten jedoch nicht die Fragen nach der Bedeutung verschiedener horizontaler und vertikaler Auflösungen auf das atmosphärische Langzeitverhalten beantwortet werden. Neben der Troposphäre als für das Klima wichtigste Atmosphärenschicht besitzt die Stratosphäre als darüber liegende Schicht durch die dort stattfindenden dynamischen, diabatischen und chemischen Prozesse große Bedeutung für das Klimasystem der Erde. Um den Einfluß einer einfachen stratosphärischen Schicht auf das Modellverhalten abzuschätzen, wurde ein LOM der Atmosphäre mit drei vertikalen Schichten neu entwickelt. Die zwei unteren Modellschichten repräsentieren troposphärische Verhältnisse. Die obere Modellschicht wird in Anlehnung an Bedingungen in der unteren Stratosphäre simuliert. Die gewählte spektrale Diskretisierungsmethode erlaubt es, das Modell in variierenden horizontalen Auflösungen zu betreiben. Als Anregung des Modells wirken die Orographie und diabatische Wärmequellen. Im Unterschied zum 2-Schichten-Modell ist die horizontale spektrale Auflösung nicht mehr fest vorgegeben, sondern kann zwischen T5, T10 und T15 variieren.

Dieses Kapitel untersucht nach einer detaillierten Modellbeschreibung die Auswirkungen der unterschiedlichen horizontalen Auflösungen auf die zeitlich gemittelte Zirkulation in den drei Atmosphärenschichten. Dafür wurden Langzeitintegrationen über 1 000 Jahre mit den Auflösungen T5, T10 und T15 durchgeführt. Um den Einfluß der erhöhten vertikalen und horizontalen Auflösung auf die niederfrequente Variabilität zu untersuchen, sind die dominanten räumlichen und zeitlichen Varianzmuster in der Tropo- und Stratosphäre bestimmt worden. Den Abschluß des Kapitels bilden Untersuchungen zum Einfluß des Jahresganges der thermischen Anregung auf das Modellverhalten.

## 5.1 Modellbeschreibung

## 5.1.1 Grundgleichungen

Ebenso wie das 2-Schichten-Modell basiert das 3-Schichten-Modell auf dem quasi-geostrophischen Gleichungssystem für eine hydrostatische Atmosphäre in isobaren Koordinaten. Durch die Eliminierung der generalisierten Vertikalgeschwindigkeit  $\omega$  können die Vorticitygleichung (4.1) und die Energiegleichung (4.2) zur quasi-geostrophischen potentiellen Vorticitygleichung (Kurgansky [1993], Charney [1948], Pedlosky [1987]) zusammengefaßt werden 5.1 Modellbeschreibung

$$\frac{\partial}{\partial t}q + J(\Psi, q) = -\frac{\partial}{\partial p}p\dot{I}$$
(5.1)

$$q \equiv \nabla^2 \Psi + f + \frac{\partial}{\partial p} \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Psi}{\partial p}.$$
(5.2)

Die Größe q wird als quasi-geostrophische potentielle Vorticity bezeichnet. Sie setzt sich zusammen aus der relativen Vorticity (1. Term rechte Seite von (5.2)), aus der planetaren Vorticity (2. Term) und aus der Streckungsvorticity (3. Term).

Die Gleichung (5.2) kann identisch als

$$q \equiv \nabla^2 \Psi + f + \frac{\partial}{\partial p} m^2 p^2 \frac{\partial \Psi}{\partial p}$$
(5.3)

geschrieben werden. Diese Form zeigt explizit die p-Abhängigkeit der Streckungsvorticity und wird deshalb im weiteren verwendet. Entsprechend Monin & Hardin [1990] bedeutet m den inversen Rossby-Deformationsradius. Auf die physikalische Definition und die Ableitung weiterer ergänzender Größen und Zusammenhänge soll an dieser Stelle verzichtet und auf den Anhang IV verwiesen werden.

Der Term auf der rechten Seite von Gleichung (5.1) stellt alle diabatischen Prozesse dar.  $\dot{I}$  ist hier die diabatische Erwärmungsrate pro Zeiteinheit.

## 5.1.2 Vertikale Diskretisierung und Randbedingungen

Die Modellatmosphäre gliedert sich in drei äquidistante vertikale Schichten gleicher Masse. Das bedeutet  $p_4 = 2 p_2$  und  $p_6 = 3 p_2$ . Als untere Modellbegrenzung wird ein Druck von  $p_6 = 1000$  hPa angenommen. Die Grenzen zwischen den Schichten befinden sich in einer Höhe von  $p_4 = 666$  hPa und  $p_2 = 333$  hPa. Um den Vergleich mit den meteorologischen Standarddruckflächen zu erleichtern, werden die Druckniveaus im folgenden auf 700 bzw. 300 hPa gerundet. Die Abbildung Abb. 5.1 zeigt den vertikalen Modellaufbau.

Die quasi-geostrophische potentielle Vorticitygleichung wird über die Modellschichten vertikal integriert. Vertikale Ableitungen werden durch finite Differenzen approximiert. Im folgenden bezeichnet  $\Psi_1$  die Stromfunktion in der oberen,  $\Psi_2$  in der mittleren und  $\Psi_3$  in der unteren Schicht.

Als obere Randbedingung der Modellatmosphäre gilt für die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit

$$\omega|_{p=0} = 0. (5.4)$$

Ebenfalls wie im 2-Schichten-Modell finden am Oberrand der Modellatmosphäre keine diabatischen Prozesse statt.

Die untere Randbedingung (z(x, y, p, t) = 0 wird durch p = 1000 hPa approximiert, vgl. Abschnitt 4.1.2) wird der Einfachheit halber für die Vertikalgeschwindigkeit w angegeben:

$$w|_{p} = 1000 \text{ hPa} \equiv \frac{dz}{dt}\Big|_{p} = 1000 \text{ hPa} = w_{H} + w_{R}.$$
 (5.5)

mit

Kapitel 5: Das spektrale 3-Schichten-Modell



Abbildung 5.1: Vertikale Diskretisierung der Modellatmosphäre in drei äquidistante Schichten

Die Vertikalgeschwindigkeit am unteren Modellrand setzt sich aus einer orographisch induzierten Vertikalgeschwindigkeit  $w_H$  und einer reibungsbedingten Vertikalgeschwindigkeit  $w_R$  zusammen. Der äquivalente Ausdruck für die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit  $\omega$  ist im Anhang IV aufgeschrieben.

Werden die Randbedingungen in die Energiegleichung eingesetzt, so erhält man (siehe Anhang IV) für die obere Randbedingung

$$\frac{\partial}{\partial t}p^{2}\frac{\partial\Psi}{\partial p} + J\left(\Psi, p^{2}\frac{\partial\Psi}{\partial p}\right) = 0$$
(5.6)

und für die untere Randbedingung

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -p \frac{\partial \Psi}{\partial p} - \alpha^2 \Psi \right) + J \left( \Psi, -p \frac{\partial \Psi}{\partial p} - \alpha^2 \Psi \right) = \frac{i}{m^2} - \frac{\alpha^2 g}{f_0} (w_H + w_R).$$
(5.7)

Hierbei bedeutet

$$\alpha = \frac{f_0}{m\sqrt{RT_0}} \tag{5.8}$$

den Baroklinitätsparameter mit  $T_0 = 288K$ .

### 5.1.3 Parametrisierungen

Für die Berücksichtigung der orographisch induzierten Vertikalgeschwindigkeit  $w_H$ , der reibungsbedingten Vertikalgeschwindigkeit  $w_R$ , innerer vertikaler und horizontaler Reibungsprozesse sowie der diabatischen Wärmequellen müssen Parametrisierungen verwendet werden, weil diese Prozesse nicht explizit von Modell berechnet werden. Das bedeutet, sie werden durch im Modell verfügbare physikalische Größen ausgedrückt.

Die Parametrisierung der Modellorographie  $h(\lambda, \varphi)$  erfolgt in analoger Weise zum 2-Schichten-Modell. Für die orographisch induzierte Vertikalgeschwindigkeit  $w_H$  gilt

$$v_H = \frac{dh}{dt} \equiv J(\Psi_3, h).$$
(5.9)

Dabei wurde von der Näherung  $\Psi|_{p = 1000 \text{ hPa}} \approx \Psi_3$  Gebrauch gemacht.

Die Vertikalgeschwindigkeit am Oberrand der Ekman-Schicht wird nach Charney & Eliassen [1949] als

$$w_E = \frac{h_E}{2} \nabla^2 \Psi \tag{5.10}$$

angegeben. Für die Höhe der Ekman-Schicht  $h_E$  gilt

$$h_E^2 = \frac{2v_T}{f_0}$$
(5.11)

mit  $v_T$  als turbulente Viskosität.

Um den Reibungsprozessen nicht nur in 850 hPa, sondern auch am Boden gerecht zu werden, wird zur Beschreibung der reibungsbedingten Vertikalgeschwindigkeit  $w_R$  (Ekman-Reibung) im Modell zusätzlich zu Gleichung (5.10) der Term  $\Psi_3^*$  nach Houtekamer [1991] eingefügt. Das heißt,

$$w_R = \frac{1}{2} h_E \nabla^2 (\Psi_3 - \Psi_3^*)$$
(5.12)

Dieser Zusatzterm parametrisiert Baroklinitätseffekte an der Oberfläche und seine gewählte Stärke entspricht einem bodennahen Westwind von ca. 15 m/s am Äquator.

Die quasi-geostrophischen Grundgleichungen des Modells ((5.1) und (5.2)) beinhalten a priori keine Reibungsprozesse. Um die vertikale turbulente Reibung der Atmosphäre (innere Reibung) zu berücksichtigen, wird in die Gleichung (5.1) als Parametrisierung der Term

$$\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{\tau_v} \frac{\partial}{\partial p} \nabla^2 \Psi \tag{5.13}$$

eingeführt. Hierbei gibt  $\tau_{\nu}$  die charakteristische Zeit der inneren Reibung an. Dieser Ausdruck kann aus den Bewegungsgleichungen abgeleitet werden (Monin [1972]) und wirkt als Senke der quasi-geostrophischen potentiellen Vorticity. Die Gleichung (5.1) schreibt sich damit

$$\frac{\partial}{\partial t}q + J(\Psi, q) = -\frac{\partial}{\partial p}p\dot{I} + \frac{\partial}{\partial p}\frac{p^2}{\tau_v}\frac{\partial}{\partial p}\nabla^2\Psi$$
(5.14)

Die Enstrophiekaskade von den aufgelösten größeren zu den nicht mehr aufgelösten kleineren Skalen (horizontale Reibungsprozesse) wird durch einen horizontalen Diffusionsansatz der Form

$$D(-1)^{k} \nabla^{2k} (q-f)$$
 (5.15)

parametrisiert. D ist der Diffusionskoeffizient und k eine natürliche Zahl. Auch dieser Term wirkt als Senke der quasi-geostrophischen potentiellen Vorticity und führt zu der Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t}q + J(\Psi, q) = -\frac{\partial}{\partial p}p\dot{I} + \frac{\partial}{\partial p}\frac{p^2}{\tau_v}\frac{\partial}{\partial p}\nabla^2\Psi + D(-1)^k\nabla^{2k}(q-f)$$
(5.16)

Die Horizontaldiffusionsparametrisierung vermeidet numerische Instabilitäten (Frederiksen et al. [1996], James & James [1992]) und führt auf Grund der verstärkten inversen Energiekaskade zu einer Verbesserung der Simulation der planetaren Zirkulationsstrukturen. In die untere Randbedingung geht die Horizontaldiffusion in die rechte Seite der Gleichung (5.7) ein.

Die Parametrisierung der diabatischen Wärmequellen in 300 bzw. 700 hPa,  $\dot{l}_1$  und  $\dot{l}_2$ , erfolgt in Anlehnung an den Abschnitt 4.1.3.

$$\dot{I}_{1} = 2m_{1}^{2}\chi \frac{p_{2}}{p_{4}}(\varepsilon_{1}^{*} - (\Psi_{1} - \Psi_{2}))$$
(5.17)

$$\dot{I}_2 = 2m_2^2 \chi \frac{p_4}{p_6 - p_2} (\varepsilon_2^* - (\Psi_2 - \Psi_3))$$
(5.18)

 $\chi$  ist die Newton'sche Abkühlungskonstante. Weiterhin bedeuten  $m_{1,2}$  die inversen Rossby-Deformationsradien und  $\varepsilon_{1,2}^*$  die Strahlungsgleichgewichtsstromfunktionen in 300 und 700 hPa.

## 5.1.4 Entdimensionierung

Alle dimensionsbehafteten Größen werden durch Benutzung charakteristischer Maße in dimensionslose Formen überführt (vgl. Abschnitt Kapitel 4.1.4). Dabei dienen als charakteristische Größen die inverse Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation  $\Omega^{-1}$  für die Zeit, der Erdradius *a* für den horizontalen Maßstab und *g* für die vertikale Beschleunigung. Die Tabelle 5.1 gibt einen Überblick über die Beziehungen der dimensionslosen (durch die Tilde ~ gekennzeichnet) zu den dimensionsbehafteten Größen

## 5.1 Modellbeschreibung

Stromfunktionen	$\{\Psi, \Psi_3^*, \varepsilon^*\} = a^2 \Omega\{\tilde{\Psi}, \tilde{\Psi}_3^*, \tilde{\varepsilon}^*\}$			
Vorticity	$\nabla^2 \Psi = \Omega \nabla^2 \tilde{\Psi}$			
Referenz-Coriolisparameter	$f_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Omega \tilde{f}_0$			
Höhe der Orographie	$h = \frac{a^2 \Omega f_0}{g} \tilde{h}$			
Höhe der Ekman-Schicht	$h_E = \frac{a^2 \Omega f_0}{2g} \tilde{h}_E$			
Charakteristische Zeit der inneren Reibung	$\tau_{v} = \Omega^{-1} \tilde{\tau}_{v}$			
Newton'sche Abkühlungskonstante	$\chi = \Omega \tilde{\chi}$			
	$m_1 = a^{-1} \tilde{m}_1$			
inverse Rossby-Deformationsradien	$m_2 = 2a^{-1}\tilde{m}_2$			
	$L_0^{-1} = 3a^{-1}\tilde{L}_0^{-1}$			
Diffusionskoeffizient	$D = a^{2k} \Omega \tilde{D}$			

Tabelle 5.1: Umrechnung der dimensionsbehafteten in dimensionslose Größen

Zur besseren Übersichtlichkeit der Gleichungen werden die folgenden dimensionslosen Größen eingeführt.

$$\Lambda_1 = m_1 \tag{5.19}$$

$$\Lambda_2 = m_2 \tag{5.20}$$

$$\Lambda_3 = L_0^{-1} \tag{5.21}$$

$$H = h \tag{5.22}$$

$$K = h_E \tag{5.23}$$

$$C = \frac{1}{\tau_{\nu}} \tag{5.24}$$

$$Q = \chi \tag{5.25}$$

Damit ergeben sich die dimensionslosen Modellgleichungen zu

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \Psi_1 - \Lambda_1^2 (\Psi_1 - \Psi_2)) = -J(\Psi_1, \nabla^2 \Psi_1 + 2\mu + \Lambda_1^2 \Psi_2) - C\nabla^2 (\Psi_1 - \Psi_2) - \Lambda_1^2 Q(\varepsilon_1^* - (\Psi_1 - \Psi_2)) + D(-1)^k \nabla^{2k} (\nabla^2 \Psi_1 - \Lambda_1^2 (\Psi_1 - \Psi_2))$$
(5.26)

$$\begin{split} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \Psi_2 - \Lambda_1^2 (\Psi_1 - \Psi_2) - \Lambda_2^2 (\Psi_2 - \Psi_3)) &= -J(\Psi_2, \nabla^2 \Psi_2 + 2\mu + \Lambda_1^2 \Psi_1 + \Lambda_2^2 \Psi_3) \\ &+ \Lambda_1^2 Q(\varepsilon_1^* - (\Psi_1 - \Psi_2)) \\ &- \Lambda_2^2 Q(\varepsilon_2^* - (\Psi_2 - \Psi_3)) \\ &+ C \nabla^2 (\Psi_1 - \Psi_2) - 4C \nabla^2 (\Psi_2 - \Psi_3) \end{split} \tag{5.27} \\ &+ D(-1)^k \nabla^{2k} (\nabla^2 \Psi_2) \\ &+ D(-1)^k \nabla^{2k} (-\Lambda_1^2 (\Psi_1 - \Psi_2)) \\ &+ D(-1)^k \nabla^{2k} (-\Lambda_2^2 (\Psi_2 - \Psi_3)) \end{split}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \Psi_3 + \Lambda_2^{\ 2} (\Psi_2 - \Psi_3) - \Lambda_3^{\ 2} \Psi_3) &= -J(\Psi_3, \nabla^2 \Psi_3 + 2\mu + \Lambda_2^{\ 2} \Psi_2 + \Lambda_3^{\ 2} H) \\ &+ \Lambda_2^{\ 2} Q(\varepsilon_2^{\ *} - (\Psi_2 - \Psi_3)) \\ &+ 4C \nabla^2 (\Psi_2 - \Psi_3) - \Lambda_3^{\ 2} K \nabla^2 (\Psi_3 - \Psi_3^{\ *}). \end{aligned} (5.28) \\ &+ D(-1)^k \nabla^{2k} (\nabla^2 \Psi_3) \\ &+ D(-1)^k \nabla^{2k} (\Lambda_2^{\ 2} (\Psi_2 - \Psi_3) - \Lambda_3^{\ 2} \Psi_3) \end{aligned}$$

## 5.1.5 Lösungsmethode

Schreibt man das Gleichungssystem (5.26) bis (5.28) in einer allgemeinen Form, so erhält man die Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E}\nabla^2 + \mathbf{A}) \vec{\Psi} = \vec{R} \,. \tag{5.29}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(5.30)

Hierbei sind

die Einheitsmatrix,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\Lambda_1^2 & \Lambda_1^2 & 0 \\ \Lambda_1^2 & -\Lambda_1^2 & -\Lambda_2^2 & \Lambda_2^2 \\ 0 & \Lambda_2^2 & -\Lambda_2^2 & -\Lambda_3^2 \end{bmatrix}$$
(5.31)

die symmetrische Matrix des Gleichungssystems,

$$\vec{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix}$$
(5.32)

der Vektor der Stromfunktion

und 
$$\vec{R} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix}$$
 (5.33)

\_

der Vektor der rechten Seite des Gleichungssystems.

Da die Matrix A nicht diagonal ist, läßt sich Gleichungssystem (5.29) in dieser Form nicht lösen. Zur Diagonalisierung wird eine Hauptachsentransformation

$$\vec{\Psi} = U\vec{\Phi}$$
 bzw.  $\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{bmatrix}$  (5.34)

-

durchgeführt. Das heißt, der Vektor der Stromfunktion  $\vec{\Psi}$  wird mit Hilfe der orthogonalen Fundamentalmatrix U in den Vektor der Eigenmoden  $\vec{\Phi}$  überführt. Die Fundamentalmatrix F

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix}$$
(5.35)

mit

$$\overrightarrow{U}_{1} = \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{31} \end{bmatrix} \qquad \overrightarrow{U}_{2} = \begin{bmatrix} u_{12} \\ u_{22} \\ u_{32} \end{bmatrix} \qquad \overrightarrow{U}_{3} = \begin{bmatrix} u_{13} \\ u_{23} \\ u_{33} \end{bmatrix}$$
(5.36)

ist durch die normierten Eigenvektoren des Problems

$$\mathbf{A}\vec{U}_{i} = -\lambda_{i}^{2}\vec{U}_{i} \qquad i=1,2,3$$
(5.37)

gegeben.  $\lambda_i$  ist dabei der *i*-te Eigenwert von **A**. Das bedeutet, **U** setzt sich aus den 3 Eigenvektoren der Matrix **A** zusammen.

Die Fundamentalmatrix U erfüllt die Eigenwertgleichung

$$\mathbf{AU} = \mathbf{UL} \tag{5.38}$$

mit

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -\lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_3^2 \end{bmatrix}$$
(5.39)

als diagonale Eigenwertmatrix.

Die Anwendung der Transformation (5.34) auf das Gleichungssystem (5.29)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E}\nabla^2 + \mathbf{A}) \mathbf{U} \vec{\Phi} = \vec{R}$$
(5.40)

ergibt

$$\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{U}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{U} \nabla^2 \vec{\Phi} + \mathbf{U}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{U} \vec{\Phi}) = \mathbf{U}^{-1} \vec{R}$$
(5.41)

bzw.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E}\nabla^2 + \mathbf{L}) \vec{\Phi} = \mathbf{U}^T \vec{R} \,. \tag{5.42}$$

Berechnet man die Eigenwerte und Eigenvektoren  $\overrightarrow{U_1}, \overrightarrow{U_2}, \overrightarrow{U_3}$  der Matrix A, so lassen sich daraus die Matrizen L und U<sup>T</sup> sowie der Vektor  $\overrightarrow{\Phi}$  bestimmen. Gleichung (5.42) stellt somit die diagonalisierte Form des Gleichungssystems (5.26) bis (5.28) dar, welche nun gelöst werden kann.

Die zeitabhängige Modellvariable ist nun nicht mehr der Vektor der Stromfunktion  $\vec{\Psi}$  in den 3 Schichten, sondern der Vektor der Eigenmoden  $\vec{\Phi}$  (Holmström [1964], Pedlosky [1987]). Dieser Vektor setzt sich zusammen aus einem barotropen Mode und zwei baroklinen Moden. Derjenige Eigenvektor von A mit dem betragsmäßig kleinsten Eigenwert bildet mit Hilfe von (5.34) den barotropen Mode. Ist der Betrag des Eigenwertes am größten, so wird der entsprechende Mode als 2. barokliner Mode bezeichnet. Der Eigenvektor mit dem mittleren Eigenwert erzeugt den 1. baroklinen Mode. Im barotropen Mode findet kein Vorzeichenwechsel des Zonalwindes mit der Höhe statt. Der 1. barokline Mode ist durch einen Vorzeichenwechsel und der 2. barokline Mode durch zwei Vorzeichenwechsel des Zonalwindes mit der Höhe gekennzeichnet. Daraus folgt, daß in einem 3-Schichten-Modell für den 1. baroklinen Mode zwei theoretisch mögliche Vertikalprofile existieren, weil der Vorzeichenwechsel sowohl in 700 hPa als auch in 300 hPa stattfinden kann. Im hier verwendeten Modell erlauben die gewählten Parameter nur die in Abbildung Abb. 5.2 dargestellten Vertikalstrukturen des Zonalwindes u der barotropen und baroklinen Eigenmoden.



Abbildung 5.2: Vertikalstruktur des Zonalwindes u der barotropen und baroklinen Eigenmoden. Die Pfeile veranschaulichen die Windrichtung in den verschiedenen Höhen.

## 5.1.6 Horizontale Diskretisierung

Um die Modellgleichungen für jede Modellschicht horizontal zu diskretisieren, wurde auch in diesem Modell die spektrale Methode (vgl. Abschnitt 4.1.5) angewandt. Als Basis der Reihenentwicklung dienen wieder die Kugelflächenfunktionen (KFF). Der Abbruch der Reihenentwicklung (Gleichung (4.32)) erfolgte durch den Dreieck-Abbruch. Die verwendete Software erlaubt es, den Abbruchparameter N frei zu wählen.

Der Hauptunterschied zwischen dem 2- und 3-Schichten-Modell in Bezug auf die horizontale Diskretisierung besteht in der Berechnung der nichtlinearen Terme. Für das 2-Schichten-Modell wurden die abgeleiteten Wechselwirkungskoeffizienten für die vorgegebene spektrale Auflösung numerisch berechnet (siehe Anhang I). Dieses Vorgehen ist sehr kostenintensiv und führt bei höheren spektralen Auflösungen zu unverhältnismäßig hohem Rechenaufwand. Eine Alternative dazu stellt die Transformationsmethode dar, welche im 3-Schichten-Modell Anwendung findet.

#### 5.1.6.1 Die Transformationsmethode

Die Transformationsmethode beinhaltet eine Transformation vom Spektralraum in den physikalischen Gitterpunktraum, die Berechnung der nichtlinearen Terme in diesem Gitterpunktraum und eine Rücktransformation der nichtlinearen Terme in den Spektralraum. Das Gitter im physikalischen Raum, das sogenannte Transformationsgitter, besteht aus den  $K_1$  geographischen Längen  $\lambda = \lambda_j$  und den  $K_2$  Gauß'schen Breiten  $\mu = \mu_k$ .

In diesem Abschnitt soll der Grundgedanke der Transformationsmethode an Hand eines ausgewählten nichtlinearen Jacobi-Terms

$$F(\Psi) = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \mu} \frac{\partial}{\partial \lambda} \nabla^2 \Psi - \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} \frac{\partial}{\partial \mu} \nabla^2 \Psi\right) = J(\Psi, \nabla^2 \Psi)$$
(5.43)

dargestellt und erläutert werden. Die Jacobi-Terme in den Gleichungen (5.26) bis (5.28) werden analog behandelt.

Nach Machenhauer [1979] ergeben sich durch das Einsetzen der endlichen Reihenentwicklung (4.32) in das Gleichungssystem (5.26) bis (5.28) für die nichtlinearen Jacobi-Terme Ausdrücke der Form

$$F(\hat{\Psi}) = \sum_{m = -2(N-1)}^{2(N-1)} \sum_{n = |m|}^{2(N-1)} \tilde{F}_{m,n}(t) \cdot Y_{m,n}(\lambda,\mu)$$
(5.44)

mit

$$\tilde{F}_{m,n}(t) = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^{1} \int_{0}^{2\pi} F(\hat{\Psi}) Y^*_{m,n}(\lambda,\mu) d\lambda d\mu.$$
(5.45)

 $F(\hat{\Psi})$  bezeichnet dabei die Approximation von  $F(\Psi)$  aus Gleichung (5.43) durch die endliche Doppelreihe in Gleichung (5.44).  $\tilde{F}_{m,n}(t)$  sind die spektralen Entwicklungskoeffizienten  $(0 \le m \le n \le N)$  sowie  $Y_{m,n}(\lambda, \mu)$  und  $Y^*_{m,n}(\lambda, \mu)$  die komplexen und konjugiert komplexen Kugelflächenfunktionen (KFF).

Gleichung (5.45) läßt sich auf Grund der Definition der KFF (Gleichung (4.29)) in zwei Integrale

$$\tilde{F}_{m,n} = \frac{1}{2} \int \tilde{F}_{m}(\mu) P_{m,n}(\mu) d\mu$$
(5.46)

mit

$$\tilde{F}_{m}(\mu) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} F(\hat{\Psi}(\lambda,\mu)) \cdot e^{-im\lambda} d\lambda$$
(5.47)

aufspalten. Weil Gleichung (5.47) eine Fourier-Reihe in  $\lambda$  darstellt, kann das Integral durch die Trapezregel

$$\frac{2\pi}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} g(\lambda) d\lambda \cong \frac{1}{K} \sum_{j=1}^{K} g(\lambda_j)$$
(5.48)

präzise bestimmt werden, wenn eine hinreichende Anzahl von Summanden  $K \ge 3N - 1$  benutzt wird (Machenhauer [1979].

Für die Auswertung des Integrals (5.46) berücksichtigt man die Gauß'sche Summenformel

$$\int_{-1}^{1} g(\mu) d\mu \cong \sum_{k=1}^{K} G_k^{(K)} \cdot g(\mu_k), \quad k = 1, ..., K$$
 (5.49)

wobei  $\mu_k$  die Wurzeln der Legendre-Polynome  $P_{0, K}(\mu)$  sind und auch als Gauß'sche Breiten bezeichnet werden.

#### 5.1 Modellbeschreibung

Die Gauß'schen Koeffizienten  $G_k^{(K)}$  sind wie folgt definiert

$$G_k^{(K)} = \frac{2(1-\mu_k^2)}{(K \cdot P_{0,K-1}(\mu_k))^2}.$$
(5.50)

Die Summationsformel ist exakt für alle Polynome des Grades kleiner oder gleich 2K - 1 (Krylov [1962]).

Die Anwendung der Gauß'schen Summationsformel auf Gleichung (5.46) ergibt

$$\tilde{F}_{m,n} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{K_2} G_k^{(K_2)} \cdot \tilde{F}_m(\mu_k) \cdot P_{m,n}(\mu_k) \qquad \text{für} \quad K_2 \ge \frac{3N-1}{2}.$$
(5.51)

Mit Hilfe von Gleichung (5.47) und der Trapezregel (5.48) folgt für  $\tilde{F}_m(\mu_k)$ 

$$\tilde{F}_{m}(\mu_{k}) = \frac{1}{K_{1}} \sum_{j=1}^{K_{1}} F(\hat{\Psi}(\lambda_{j}, \mu_{k})) \cdot e^{-im\lambda_{j}} \qquad \text{für} \qquad K_{1} \ge 3N - 1.$$
(5.52)

Diese Gleichung zeigt, daß zur Lösung des Problems die nichtlinearen Terme  $F(\hat{\Psi})$  an den  $K_1 \cdot K_2$  Gitterpunkten  $(\lambda_j, \mu_k)$ ,  $j = 1, 2, ..., K_1$ ,  $k = 1, 2, ..., K_2$  benötigt werden. Diese Gitterpunktwerte werden aus den spektralen Entwicklungskoeffizienten der KFF,  $\tilde{\Psi}_{m,n}(t)$ , bestimmt. Dazu führt man die Operatoren

$$\{\dots\}^{(\lambda)} = \frac{\partial}{\partial \lambda} \{\dots\}$$
(5.53)

$$\{\ldots\}^{(\mu)} = -(1-\mu^2)\frac{\partial}{\partial\mu}\{\ldots\}$$
(5.54)

und ein.

Gleichung (5.43) schreibt sich nun und unter Berücksichtigung von (4.6) als

$$F(\hat{\Psi}) = \frac{1}{(1-\mu^2)} (-\hat{\Psi}^{(\mu)} \hat{\zeta}^{(\lambda)} + \hat{\Psi}^{(\lambda)} \hat{\zeta}^{(\mu)}).$$
(5.55)

Für die Ausdrücke in den Klammern ergeben sich

$$\hat{\Psi}^{(\lambda)}(\lambda,\mu) = \sum_{m=-2(N-1)}^{2(N-1)} \Psi_{m}^{(\lambda)}(\mu) \cdot e^{im\lambda}$$

$$\hat{\Psi}^{(\mu)}(\lambda,\mu) = \sum_{m=-2(N-1)}^{2(N-1)} \Psi_{m}^{(\lambda)}(\mu) \cdot e^{im\lambda}$$

$$\hat{\zeta}^{(\lambda)}(\lambda,\mu) = \sum_{m=-2(N-1)}^{2(N-1)} \zeta_{m}^{(\lambda)}(\mu) \cdot e^{im\lambda}$$

$$\hat{\zeta}^{(\mu)}(\lambda,\mu) = \sum_{m=-2(N-1)}^{2(N-1)} \zeta_{m}^{(\mu)}(\mu) \cdot e^{im\lambda}$$
(5.56)

mit

und

$$\Psi_{m}^{(\lambda)}(\mu) = im \sum_{n = |m|}^{2(N-1)} \Psi_{m,n} \cdot P_{m,n}(\mu)$$

$$\Psi_{m}^{(\mu)}(\mu) = \sum_{n = |m|}^{2(N-1)} \Psi_{m,n} \cdot H_{m,n}(\mu)$$

$$\zeta_{m}^{(\lambda)}(\mu) = im \sum_{n = |m|}^{2(N-1)} \zeta_{m,n} \cdot P_{m,n}(\mu)$$

$$\zeta_{m}^{(\mu)}(\mu) = \sum_{n = |m|}^{2(N-1)} \zeta_{m,n} \cdot H_{m,n}(\mu)$$
(5.57)

In diesen Gleichungen bedeuten

$$\zeta_{m,n} = -n(n+1)\Psi_{m,n}$$
(5.58)

$$H_{m,n}(\mu) = -(1-\mu^2) \frac{dP_{m,n}}{d\mu}.$$
(5.59)

Die Gleichungen (5.56) und (5.57) folgen aus der Anwendung der Operatoren (5.53) und (5.54) auf die spektralen Entwicklungen der Stromfunktion und der Vorticity gemäß Gleichung (4.32).

Damit sind alle Formeln zusammengetragen, die für die Berechnung der Koeffizienten  $\tilde{F}_{m,n}(t)$  der nichtlinearen Terme aus den spektralen Koeffizienten  $\tilde{\Psi}_{m,n}(t)$  durch die Transformationsmethode benötigt werden. Die Berechnungsschritte sollen noch einmal zusammengefaßt werden.

- 1. Es werden die spektralen Entwicklungskoeffizienten der Vorticity für  $0 \le m \le n \le N$  aus den Spektralentwicklungen für die Stromfunktion mit Gleichung (5.58) bestimmt.
- 2. Anschließend erfolgt eine sukzessive Akkumulation der Beiträge von den Gauß'schen Breiten  $\mu_k$ ,  $k = 1, 2, ..., K_2$  zu  $\tilde{F}_{m, n}$  in (5.51). Der Beitrag einer bestimmten Gauß'schen Breite  $\mu = \mu_k$  wird in den folgenden Schritten beschrieben.

#### 5.1 Modellbeschreibung

- 3. Mit Hilfe von Gleichung (5.57) werden die Fourierkoeffizienten  $\Psi_m^{(\lambda)}(\mu_k), \Psi_m^{(\mu)}(\mu_k), \zeta_m^{(\lambda)}(\mu_k), \zeta_m^{(\mu)}(\mu_k)$  für  $0 \le m \le N$  berechnet.
- 4. Es erfolgt durch Gleichung (5.56) die Bestimmung der Gitterpunktwerte  $\hat{\Psi}^{(\lambda)}(\lambda_{j},\mu_{k}),...,\hat{\zeta}^{(\mu)}(\lambda_{j},\mu_{k})$  für  $j = 1, 2, ..., K_{1}$
- 5. Die nichtlinearen Terme  $F(\hat{\Psi})$  können nun an den Gitterpunkten  $(\lambda_j, \mu_k)$  für  $j = 1, 2, ..., K_1$  über Gleichung (5.55) berechnet werden.
- 6. Aus Gleichung (5.52) folgen damit die Fourierkoeffizienten  $\tilde{F}_m(\mu_k)$  der nichtlinearen Terme für  $0 \le m \le N$ .
- 7. Der Beitrag zu  $\tilde{F}_{m,n}(t)$  mit  $0 \le m \le n \le N$  für jede Gauß'sche Breite ergibt sich gemäß der Gauß'schen Summationsformel (5.49) durch Multiplikation der Fourierkoeffizienten  $\tilde{F}_m(\mu_k)$  mit  $\frac{1}{2}G_k \cdot P_{m,n}(\mu_k)$ .

Diese sukzessive Akkumulation hat den Vorteil, daß die Gitterpunktwerte zu jedem Zeitschritt nur für eine einzige Gauß'sche Breite abgespeichert werden müssen.

Für die Effizienz der Transformationsmethode ist es sehr wichtig, daß ein Algorithmus der schnellen Fourier-Transformation (FFT) bei den Schritten 4 und 6 verwendet wird. Die Transformationsmethode arbeitet bis auf sehr kleine N schneller als die Wechselwirkungsmethode.

#### 5.1.6.2 Anwendung auf die Modellgleichungen

Um die spektrale Methode anzuwenden, müssen zunächst die Modellgleichungen (5.26) bis (5.28) für die Stromfunktionen auf den drei Niveaus mit Hilfe der Beziehung (5.42) in Gleichungen für die drei vertikalen Eigenmoden transformiert werden. Daraus folgt:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 - \lambda_1^2) \Phi_1 = u_{11} R_1 + u_{21} R_2 + u_{31} R_3$$
(5.60)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 - \lambda_2^2) \Phi_2 = u_{12} R_1 + u_{22} R_2 + u_{32} R_3$$
(5.61)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 - \lambda_3^2) \Phi_3 = u_{13} R_1 + u_{23} R_2 + u_{33} R_3.$$
(5.62)

Hier sind

$$R_{1} = -J(\Psi_{1}, \nabla^{2}\Psi_{1} + 2\mu + \Lambda_{1}^{2}\Psi_{2})$$
  
- $\Lambda_{1}^{2}Q(\varepsilon_{1}^{*} - (\Psi_{1} - \Psi_{2})) - \Lambda_{1}^{2}Q(\varepsilon_{1}^{*} - (\Psi_{1} - \Psi_{2}))$   
- $C\nabla^{2}(\Psi_{1} - \Psi_{2}) + D(-1)^{k}\nabla^{2k}(\nabla^{2}\Psi_{1} - \Lambda_{1}^{2}(\Psi_{1} - \Psi_{2}))$  (5.63)

$$R_{2} = -J(\Psi_{2}, \nabla^{2}\Psi_{2} + 2\mu + \Lambda_{1}^{2}\Psi_{1} + \Lambda_{2}^{2}\Psi_{3}) + \Lambda_{1}^{2}Q(\varepsilon_{1}^{*} - (\Psi_{1} - \Psi_{2})) - \Lambda_{2}^{2}Q(\varepsilon_{2}^{*} - (\Psi_{2} - \Psi_{3})) + C\nabla^{2}(\Psi_{1} - \Psi_{2}) - 4C\nabla^{2}(\Psi_{2} - \Psi_{3}) + D(-1)^{k}\nabla^{2k}(\nabla^{2}\Psi_{2} - \Lambda_{1}^{2}(\Psi_{1} - \Psi_{2}) - \Lambda_{2}^{2}(\Psi_{2} - \Psi_{3}))$$
(5.64)

$$R_{3} = -J(\Psi_{3}, \nabla^{2}\Psi_{3} + 2\mu + \Lambda_{2}^{2}\Psi_{2} + \Lambda_{3}^{2}H) + \Lambda_{2}^{2}Q(\varepsilon_{2}^{*} - (\Psi_{2} - \Psi_{3})) + 4C(\nabla^{2}(\Psi_{2} - \Psi_{3})) - \Lambda_{3}^{2}K\nabla^{2}(\Psi_{3} - \Psi_{3}^{*}) + D(-1)^{k}\nabla^{2k}(\nabla^{2}\Psi_{3} + \Lambda_{2}^{2}(\Psi_{2} - \Psi_{3}) - \Lambda_{3}^{2}\Psi_{3})$$
(5.65)

die rechten Seiten der Modellgleichungen.

Entsprechend der Schreibweise im Abschnitt 4.1.5 ist der räumliche Differential<br/>operator  $L_i$  in diesem Fall durch

$$L_{i}(\Phi_{i}) = \nabla^{2} \Phi_{i} - \lambda_{i}^{2} \Phi_{i} \qquad i = 1, 2, 3$$
(5.66)

gegeben.

Nun werden alle Terme in den Gleichungen (5.60) bis (5.62) gemäß Gleichung (5.42) in endliche Reihen von Kugelflächenfunktionen entwickelt und in die Modellgleichungen eingesetzt. Für den bereits oben verwendeten nichtlinearen Beispielterm  $J(\Psi, \nabla^2 \Psi)$  ergibt sich nach Gleichung (5.55)

$$J(\hat{\Psi}, \hat{\zeta}) = -\frac{1}{1-\mu^2} \left[ \left( \sum_{m_1 = -2(N-1)}^{2(N-1)} \sum_{n_1 = |m_1|}^{2(N-1)} im_1 \Psi_{m_1, n_1} P_{m_1, n_1} e^{im_1 \lambda} \right) \\ \left( \sum_{m_2 = -2(N-1)}^{2(N-1)} \sum_{n_2 = |m_2|}^{2(N-1)} -\varepsilon_{n_2} \Psi_{m_2, n_2} H_{O_{m_2, n_2}} e^{im_2 \lambda} \right) \\ - \left( \sum_{m_1 = -2(N-1)}^{2(N-1)} \sum_{n_1 = |m_1|}^{2(N-1)} \Psi_{m_1, n_1} H_{O_{m_1, n_1}} e^{im_1 \lambda} \right) \\ \left( \sum_{m_2 = -2(N-1)}^{2(N-1)} \sum_{n_2 = |m_2|}^{2(N-1)} -im_2 \Psi_{m_2, n_2} P_{m_2, n_2} e^{im_2 \lambda} \right) \right]$$
(5.67)

Nach Gleichung (5.52) bedeutet das

$$\begin{split} \tilde{F}_{m}(\mu_{k}) &= \frac{1}{K_{1}} \sum_{j=1}^{K_{1}} \left( -\frac{1}{1-\mu^{2}} \right) \left[ \left( \sum_{m_{1}=-2(N-1)}^{2(N-1)} \sum_{n_{1}=|m_{1}|}^{2(N-1)} im_{1}\Psi_{m_{1},n_{1}}P_{m_{1},n_{1}}e^{im_{1}\lambda} \right) \\ & \left( \sum_{m_{2}=-2(N-1)}^{2(N-1)} \sum_{n_{2}=|m_{2}|}^{-\epsilon_{n_{2}}} \Psi_{m_{2},n_{2}}H_{Om_{2},n_{2}}e^{im_{2}\lambda} \right) \\ & - \left( \sum_{m_{1}=-2(N-1)}^{2(N-1)} \sum_{n_{1}=|m_{1}|}^{2(N-1)} \Psi_{m_{1},n_{1}}H_{Om_{1},n_{1}}e^{im_{1}\lambda} \right) \\ & \left( \sum_{m_{2}=-2(N-1)}^{2(N-1)} \sum_{n_{1}=|m_{2}|}^{-im_{2}\epsilon_{n_{2}}} \Psi_{m_{2},n_{2}}P_{m_{2},n_{2}}e^{im_{2}\lambda} \right) e^{-im\lambda_{j}} \right] \end{split}$$
(5.68)

bzw. unter Berücksichtigung von Gleichung (5.51)

$$\tilde{F}_{m,n} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{K_2} G_k^{(K_2)} \tilde{F}_m(\mu_k) P_{m,n}(\mu_k).$$
(5.69)

Alle weiteren Terme der Modellgleichungen (5.26) - (5.28) werden analog behandelt.

#### 5.1.7 Numerische Integration

Für die numerische Umsetzung dieses Algorithmus wird die Software des Globalen Flachwasser-Modells des NCAR, Boulder, Colorado, benutzt. Sie ist unter der URL ftp.ucar.edu/chammp/shallow öffentlich zugänglich. Eine detaillierte Beschreibung dieses spektralen Modells geben Hack & Jakob [1992]. Das Programmpaket wurde für das quasi-geostrophische 3-Schichten-Modell modifiziert und erlaubt Integrationen mit den spektralen Auflösungen T5, T10 und T15. Die äquivalenten horizontalen Gauß'schen Gitterauflösungen betragen  $22.5^{\circ} \times 22.5^{\circ}$  für T5,  $11.25^{\circ} \times 11.25^{\circ}$  für T10 und  $7.5^{\circ} \times 7.5^{\circ}$  für T15.

Als Verfahren der Zeitintegration ist ein Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung mit einem Zeitschritt von 3 Stunden verwendet worden. Die Ausgabe der Modellergebnisse erfolgt täglich. Für die Initialisierung werden alle komplexen Spektralkomponenten mit einer konstanten Amplitude angeregt.

## 5.2 Bestimmung der Anregung und der Modellparameter

Das spektrale 3-Schichten-Modell ist sowohl in der vertikalen als auch in den horizontalen Richtungen höher aufgelöst als das 2-Schichten-Modell. Die Bestimmung der Modellparameter der thermischen und orographischen Anregung sowie der Dissipation ist deshalb komplexer als beim 2-Schichten-Modell. Der Ansatz für die Wahl geeigneter Anregungsstrukturen und -amplituden ist jedoch derselbe, wie in Abschnitt 4.2.1 beschrieben. Das bedeutet, die Kriterien für die Auswahl eines geeigneten Modellzustands sind das chaotische Modellverhalten und realistische großskalige Zirkulationsstrukturen im nordhemisphärischen Winter. Um eine möglichst gute Vergleichbarkeit der verschiedenen horizontalen Auflösungen (T5, T10, T15) des 3-Schichten-Modells zu gewährleisten, sind für die Modellintegrationen über 1 000 Jahre bei allen Auflösungen konstante Werte der physikalischen Parameter verwendet worden. In Analogie zum 2-Schichten-Modell wirken die thermische und orographische Anregung als Antrieb der großskaligen Grundströmung und der planetaren Wellen. Durch die nichtlineare Kopplung aller Spektralkomponenten sowie durch barotrope, barokline und topographische Instabilitätsprozesse werden die kleinskaligen Wellen angeregt und stehen ihrerseits mit der Zonalströmung und den anderen Wellen in Wechselwirkung.

Die externe Anregung der diabatischen Wärmequelle erfolgt durch die Spektralkomponenten  $Y_{0,1}$  und  $Y_{0,3}$ . Die Amplituden wurden so gewählt, daß diese Anregung im Niveau 2 (~ 300 hPa) einer meridionalen Temperaturdifferenz zwischen Äquator und Pol von 30 K und im Niveau 4 (~ 700 hPa) von 60 K entspricht (Winterbedingungen). Die Abb. 5.3 zeigt die entsprechenden Strahlungsgleichgewichtsstromfunktionen für die beiden Höhen.



Abbildung 5.3: Geographische Verteilung des thermischen Modellantriebs bei der horizontalen Auflösung T15. Die linke Graphik zeigt die Strahlungsgleichgewichtsstromfunktion im Niveau 2 (~ 300 hPa); die rechte Graphik für das Niveau 4 (~ 700 hPa).



Die Darstellung der Modellorographie (Abb. 5.4) durch die Spektralkomponente  $Y_{2,3}$  berücksichtigt in zonaler Richtung zwei Bergmassive auf der Nordhalbkugel bei 0° und 180° östlicher Länge. Eine Erweiterung gegenüber dem 2-Schichten-Modell stellt die zusätzliche Komponente  $Y_{1,2}$  dar, welche der Asymmetrie in den Höhen der zwei Gebirgszüge gerecht wird. Die Amplituden dieser Spektralkomponenten wurden so gewählt, daß sie maximal Höhen der Orographie von 700 m (absolute Differenz von 1 400 m) ergeben.

Das qualitative Modellverhalten ist stark sensitiv gegenüber den externen thermischen und orographischen Anregungsparametern. Wie auch beim 2-Schichten-Modell beeinflußt die Dissipation die atmosphärische Modellzirkulation hingegen nur wenig. Die in Tabelle 5.2 zusammengefaßten Relaxationszeiten der Dissipationsparameter wurden für alle 3 Modellauflösungen verwendet. Diese Relaxationszeiten stimmen gut mit den Dissipationsstärken im 2-Schichten-Modell sowie in anderen Arbeiten (James & James [1992], Reinhold & Pierrehumbert [1982], Charney & Straus [1980], Opsteegh et al. [1998]) überein. Für die Stabilität der Modellintegrationen erweist es sich als ausreichend, die innere Reibung zu vernachlässigen.

Art der Dissipation	Relaxationszeit in Tagen		
Bodenreibung (Ekman-Reibung)	16		
Innere Reibung	0		
Newton'sche Abkühlung	27		

Tabelle 5.2: Relaxationszeiten der verwendeten Dissipationsparameter.

Auf Grund der unzureichenden Beschreibung der Enstrophiekaskade zu kleineren Skalen berücksichtigt das Modell eine schwache zusätzliche numerische horizontale Diffusion (vgl. Abschnitt 5.1.3). Der Wert des verwendeten Horizontaldiffusionskoeffizienten variiert mit der horizontalen Auflösung. So ist das Modell bei der Auflösung T5 in der Lage, ohne Horizontaldiffusion stabil zu rechnen. Für die Integrationen mit den spektralen Auflösungen T10 und T15 beträgt k = 2(siehe Gleichung (5.16)). Das bedeutet, es wird eine Hyperdiffusion 4. Ordnung benutzt. Die Diffusionskoeffizienten  $D_{T10} = 0.15 \times 10^{-7}$  und  $D_{T15} = 0.1 \times 10^{-7}$  sind so gewählt worden, daß sie Dämpfungszeiten bei den maximalen Wellenzahlen von 875 Tagen für T10 und von 275 Tagen für T15 entsprechen.

Die baroklinen Rossby-Deformationsradien besitzen im Modell Werte von 967 km für die obere und 610 km für die untere Modellatmosphäre. Über die im Anhang IV aufgeschriebenen Zusammenhänge stellen sie ein Maß für die vertikale Stabilität der Atmosphäre dar. Sie entsprechen damit vertikalen Temperaturgradienten von 0.5 K/100m in der oberen und 0.8 K/100m in der unteren Modellatmosphäre. Das bedeutet, in der Troposphäre herrscht ein schwach stabiler Temperaturgradient. Die Änderung des Temperaturgradienten im Niveau 2 zu einer mäßig stabilen Schichtung wird der Modellierung einer stark vereinfachten unteren Stratosphärenschicht gerecht. Der barotrope Rossby-Obukhov-Deformationsradius beträgt 2875 km. Mit diesen Anregungs- und Dissipationsparameterwerten wurde das Modell in den horizontalen Auflösungen T5, T10 und T15 jeweils über 1 000 Jahre integriert. Der Modellantrieb blieb dabei zeitlich konstant.

## 5.3 Auswirkungen verschiedener Horizontalauflösungen auf die mittlere Struktur der Modellzirkulation

Obwohl für die verschiedenen horizontalen Auflösungen alle Modellparameter bis auf die Horizontaldiffusion gleich gewählt wurden, ergeben sich auf Grund der unterschiedlich hoch aufgelösten Wellenkomponenten Differenzen in den zeitlich gemittelten Strukturen der Modellzirkulation. In diesem Abschnitt werden die mittleren Stromfunktionen, die mittleren meridionalen Windprofile und die mittleren meridionalen Impuls- und Temperaturflüsse der Läufe über 1 000 Jahre in den drei Modellschichten für die verwendeten Auflösungen dargestellt und diskutiert.

### 5.3.1 Die Zirkulation in der Tropo- und Stratosphäre

Die Abb. 5.5 zeigt die mittleren Stromfunktionen der drei Modellschichten für die horizontale Auflösung T5. Die Zirkulation in der oberen Modellschicht ist durch eine westliche Grundströmung südlich von ca. 50° N und durch die planetare Welle der zonalen Wellenzahl zwei nördlich davon gekennzeichnet. Die Tröge dieser Welle befinden sich im Lee der orographischen Maxima bei geographischen Längen von ca. 50° O und 130° O, jedoch bei einer Breite von ca. 60° N nördlich der orographischen Maxima. Obwohl die beiden Modellgebirge unterschiedliche Höhen aufweisen, erkennt man keinen Unterschied in den entsprechenden stratosphärischen Wellenamplituden.

Gemäß Gleichung (4.4) ergibt sich der geostrophische Wind aus den horizontalen Gradienten der Stromfunktion. Der Westwind-Jet in der oberen Modellschicht erreicht im Lee der Gebirge, d.h. im Bereich der planetaren Wellentröge bei etwa 80° O und 230° O seine größten Stärken.

Der langen Welle mit der zonalen Wellenzahl zwei in der mittleren Troposphäre der gesamten nördlichen Hemisphäre wird eine westliche Grundströmung überlagert. Wiederum treten in Lee der orographischen Maxima auch die stärksten geostrophischen Winde auf.

Die bodennahe Zirkulation wird durch eine unrealistische schwache östliche Grundströmung in den höheren Breiten bestimmt. Die orographischen Maxima bei etwa 40° N werden nördlich umströmt. Da die Strömung in der untersten Modellschicht besonders stark durch die vereinfachte Modellorographie beeinflußt wird, treten in den mittleren und südlichen Breiten unrealistisch große meridionale Strömungskomponenten auf.

Das Modell in der groben Auflösung T5 kann die realen Zirkulationsverhältnisse nur in der mittleren Troposphäre qualitativ richtig simulieren (vgl. Abschnitt 2.1). Die größten Defizite treten in der unteren Modellschicht auf.





Abbildung 5.5: Mittlere Struktur der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre. Horizontale Auflösung: T5.

Abbildung 5.6: Mittlere Struktur der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre. Horizontale Auflösung: T10.

In den Abb. 5.6 und 5.7 sind die gleichen Größen für die Auflösungen T10 und T15 gegenübergestellt. Beginnend mit der Auflösung T10 ist das Modell nun in der Lage, den durch die Welle der Wellenzahl eins modifizierten stratosphärischen Polarwirbel zu simulieren. Die planetare Welle zwei ist in der oberen Modellschicht nicht mehr so deutlich wie noch bei der Auflösung T5 ausgeprägt. Es ist zu erkennen, daß die Längenabhängigkeit des geostrophischen Windes (vgl. auch Abb. 5.8) relativ gering ist.

Die Zirkulation der mittleren Troposphäre bekommt durch die feinere horizontale Auflösung einen kleinräumigeren Charakter aufgeprägt. Die zonale Strömung der Wellenzahl zwei schwächt sich ab und die mittlere Stromfunktion besitzt Komponenten unterschiedlichen Vorzeichens in meridionaler Richtung. In den nördlichen mittleren Breiten bilden sich im Lee der Gebirge Tröge aus. Der Jet erreicht bei etwa 45° O, 180° O und 315° O (vgl. auch Abb. 5.8) seine größten Stärken. Als Beispiel für die Längen- und Breitenabhängigkeit des geostrophischen Windes zeigt die Abb. 5.8 den Vektor des Windes in den drei Modellschichten für die Auflösung T10.



**Abbildung 5.7:** Mittlere Struktur der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre. Horizontale Auflösung: T15.

Abbildung 5.8: Mittlere Struktur des geostrophischen Windes in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre. Horizontale Auflösung: T10.

Die Struktur der Zirkulation in 850 hPa verbessert sich durch die erhöhte Auflösung nicht. Die mittlere Zirkulation der unteren Modellschicht wird dabei nicht so stark wie die der anderen Schichten durch die horizontale Auflösung beeinflußt. Vielmehr scheinen die verwendeten physikalischen Parametrisierungen der unteren Randbedingung eine größere Bedeutung zu besitzen.

Die weitere Erhöhung der horizontalen Auflösung bis zu T15 führt zu keinen qualitativ differierenden Zirkulationsstrukturen in der Strato- und mittleren Troposphäre (Abb. 5.7). Hingegen nimmt der meridionale Gradient der Stromfunktion in der oberen Modellschicht und damit auch der Zonalwind zu. In der mittleren Troposphäre führt die verfeinerte Auflösung ebenfalls zu einer Zunahme der meridionalen Stromfuktionsgradienten. Die Zone der stärksten meridionalen Gradienten verschiebt sich im Mittel über alle Längen leicht nach Süden (vgl. auch Abb. 5.10).

Das Modell in den Auflösungen T10 und T15 kann die großskaligen Zirkulationsstrukturen der Atmosphäre (vgl. Abschnitt 2.1) realistischer als mit der groben Auflösung simulieren. Die qualitativen Unterschiede in den Modellergebnissen sind zwischen den Auflösungen T5 und T10 gravierender als zwischen den Auflösungen T10 und T15.

### 5.3.2 Meridionale Windprofile

Die zeitlich und zonal gemittelte zonale Windgeschwindigkeit ergibt sich durch die diagnostische Beziehung (4.4) aus der zeitlich und zonal gemittelten Stromfunktion. Abb. 5.9 zeigt diese Größe für die 3 Modellschichten bei der Auflösung T5. Der Westwind-Jet in der obersten Modellschicht mit einer Stärke von ~20 m/s befindet sich bei ca. 45° N. Das Modell in der groben Auflösung T5 kann den winterlichen stratosphärischen Wirbel mit dem Polar-Jet nicht simulieren und liefert ein Windprofil, das eher den Verhältnissen in der oberen Troposphäre entspricht. Südlich von etwa 15° N herrscht in dieser Modellschicht Ostwind. Auch in der mittleren Troposphäre herrscht in den tropischen und subtropischen Breiten Ostwind vor. Der Westwind in den mittleren Breiten mit einer mittleren Stärke von 10 m/s bildet ein Plateau bei etwa 45° N bis 70° N. Der beobachtete Troposphären-Jet bei 30° - 35° N kann quantitativ nicht richtig simuliert werden. In der untersten Modellschicht weht in den Tropen ein zu schwacher Ostwind.



Abbildung 5.9: Zeitlich und zonal gemittelte geostrophische Zonalgeschwindigkeit in 150 hPa, 500 hPa und 850 hPa der Integration über 1 000 Jahre. Horizontale Auflösung: T5.

Die entsprechenden Darstellungen für die Auflösungen T10 und T15 sind in der Abb. 5.10 zu sehen. Die feineren horizontalen Auflösungen des Modells führen zur Herausbildung des stratosphärischen Wirbels und damit des Polar-Jets. In guter Übereinstimmung mit Daten befindet sich das Westwindmaximum für T10 bei 65° N und für T15 bei 60° N. Die Stärke des stratosphärischen Jets nimmt bei höherer horizontaler Auflösung zu. So beträgt sie bei T10 etwa 30 m/s. Realistische Werte von 35 m/s werden bei T15 erreicht. Beide Modellauflösungen simulieren eine qualitativ richtige Ostströmung in der tropischen und subtropischen Stratosphäre.



Abbildung 5.10: Zeitlich und zonal gemittelte geostrophische Zonalgeschwindigkeit in 150 hPa, 500 hPa und 850 hPa der Integration über 1 000 Jahre. Horizontale Auflösung: T10 (links) und T15 (rechts).

In der mittleren Troposphäre bewirkt die höhere Auflösung die Ausbildung des Westwind-Jets bei etwa 55° N für T10 und bei ca. 45° N für T15. Sie liegen damit im Vergleich mit Beobachtungen (Abb. 2.10) zu weit nördlich. Dieses Modelldefizit wurde auch in dem atmosphärischen Zirkulationsmodell ECBILT (Opsteegh et al. [1998]) beobachtet. Die Autoren führen es auf die zu schwache Hadley-Zirkulation im Modell mit einem zu weit in die Außertropen abwärts gerichteten Zweig dieser Zelle zurück. Auf Grund der quasi-geostrophischen Approximation als Grundlage des hier betrachteten Modells, die in tropischen Breiten ihre Gültigkeit verliert, kann diese Ursache nicht ausgeschlossen werden. Die beobachtete Abnahme des Westströmung nördlich des Jets wird durch die höhere meridionale Auflösung bei T15 besser modelliert. Jedoch unterschätzen auch die verfeinerten Auflösungen die Stärke der Jets.

#### 5.3.3 Zonal gemittelter Impulsfluß

Der zonal gemittelte polwärtige Impulsfluß ergibt sich aus der Beziehung (2.1). Unter der geostrophischen Approximation verschwindet die zonal gemittelte Meridionalgeschwindigkeit exakt:

$$[v_g] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{a\cos\varphi} \frac{\partial\Psi}{\partial\lambda} d\lambda = 0.$$
 (5.70)

Daraus folgt für den zonal gemittelten Impulsfluß

$$[uv] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_g v_g d\lambda.$$
 (5.71)

Die zonal gemittelten Impulsflüsse der Modellsimulationen sind bestimmt worden, indem die Horizontalgeschwindigkeiten  $u_g$  und  $v_g$  mit Hilfe der Gleichung (4.4) aus den Stromfunktionsfeldern in den Niveaus 1, 3 und 5 berechnet wurden.

Abb. 5.11 zeigt den zeitlich und zonal gemittelten Impulsfluß in den drei Modellschichten bei der Auflösung T5. Das Modell in dieser groben Auflösung kann die Verteilung der beobachteten Impulsflüsse (vgl. Abb. 2.11) weder qualitativ noch quantitativ richtig simulieren. Als Ursache dafür ist die unzureichende horizontale Auflösung und die damit verknüpfte fehlerhafte Modellierung synoptischer Zirkulationsstrukturen anzusehen, da der meridionale Transport von Impuls weitestgehend durch die transienten Wirbel erfolgt. Die Konvergenz des Impulsflusses in die meridionalen Moden der mittleren Strömung wird verhindert und führt zu diesem, in vielen Low-Order-Modellen auftretenden Defizit (Tung & Rosenthal [1987], O'Brien & Branscome [1988], James & James [1992]). Wie Charney & DeVore [1979] und Källén [1981] vorschlagen, könnte eine Verbesserung der Impulsflüsse durch die Einführung einer zusätzlichen Vorticityanregung der Zonalzirkulation erreicht werden.



Abbildung 5.11: Zeitlich und zonal gemittelter nordwärtiger Impulsfluß in 150 hPa, 500 hPa und 850 hPa der Integration über 1 000 Jahre. Horizontale Auflösung: T5. Eine deutliche Verbesserung zeigen die Ergebnisse der Auflösungen T10 und T15 (Abb. 5.12). Die breiten- und höhenabhängigen Strukturen im Winter werden richtig wiedergegeben. Die größten Werte des nordwärtigen Impulsflusses werden in den mittleren Breiten der oberen troposphärischen Schicht erreicht, jedoch befinden sich die Maxima zu weit nördlich. In der oberen stratosphärischen Schicht nimmt die Intensität des Impulsflusses wieder ab. Die quantitative Stärke des Impulsflusses wird für beide Auflösungen des Modells um die Faktoren zwei bzw. vier überschätzt.



**Abbildung 5.12:** Mittlerer zonal gemittelter nordwärtiger Impulsfluß in 150 hPa, 500 hPa und 850 hPa der Integration über 1 000 Jahre. Horizontale Auflösung: T10 (links) und T15 (rechts).

## 5.3.4 Zonal gemittelter Temperaturfluß

Der quasi-geostrophische zonal gemittelte polwärtige Temperaturfluß ergibt sich gemäß (2.2) und (5.70) zu

$$[Tv] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Tv d\lambda$$
 (5.72)

Die Temperaturen in den Niveaus 2 und 4 sind aus den Stromfunktionen mit Hilfe der Gasgleichung (4.9) bestimmt worden.

In der Abb. 5.13 ist der mittlere Temperaturfluß in den beiden Niveaus bei der Modellauflösung T5 dargestellt. In beiden Höhen befindet sich das Maximum des Temperaturflusses in den mittleren Breiten bei ca. 55° N. Diese Position stimmt gut mit beobachteten Werten überein. Die vertikale Struktur und Amplituden des Temperaturflusses werden vom Modell falsch bzw. zu stark simuliert. Die größten Flüsse von etwa 30 Km/s treten im Gegensatz zur Wirklichkeit (Abb. 2.12) im Modell in der oberen Troposphäre auf.



Abbildung 5.13: Mittlerer zonal gemittelter nordwärtiger Temperaturfluß in 300 hPa und 700 hPa der Integration über 1 000 Jahre. Horizontale Auflösung: T5. Eine qualitative Verbesserung der meridionalen Temperaturflußprofile wird auch hier durch die Erhöhung der horizontalen Auflösung erreicht (Abb. 5.14). So modellieren sowohl T10 als auch T15 das Maximum des Temperaturflusses an der richtigen Position in der unteren Troposphäre bei etwa 60° N. Der Fehler in der Amplitude des Flusses wächst jedoch mit der erhöhten Auflösung weiter an.



Abbildung 5.14: Mittlerer zonal gemittelter nordwärtiger Temperaturfluß in 300 hPa und 700 hPa der Integration über 1 000 Jahre. Horizontale Auflösung: T10 (links) und T15 (rechts).

## 5.4 Einfluß der horizontalen Auflösung auf die dominanten räumlichen und zeitlichen Moden der Variabilität

Die Stromfunktionen in den drei Modellschichten der Integrationen über 1 000 Jahre für alle drei horizontalen Auflösungen wurden mit Hilfe einer EOF-Analyse (vgl. Abschnitt 3.1) ausgewertet, um die dominanten räumlichen Strukturen zu bestimmen. Auf Grund des Umfangs der Datenmenge bilden auch hier Mittelwerte über 30 Tage der Nordhemisphäre die Basis der Analyse.

	T5		T10		T15	
	1. EOF	2. EOF	1. EOF	2. EOF	1. EOF	2. EOF
150 hPa	52.57	21.22	29.98	18.58	29.23	19.32
500 hPa	56.12	13.24	22.78	15.99	37.09	16.37
850 hPa	34.46	23.11	19.90	16.05	31.10	13.64

In der Tabelle 5.3 sind die Varianzanteile der jeweils ersten beiden EOF für die drei Modellniveaus und die verwendeten horizontalen Auflösungen zusammengefaßt.

**Tabelle 5.3:** Anteil an der Gesamtvarianz in % der 1. und 2. EOF der Stromfunktionen in den 3 Modell-schichten (150 hPa, 500 hPa, 850 hPa) für die verwendeten horizontalen Auflösungen T5, T10 und T15.

Die prozentualen Anteile der Gesamtvarianz geben einen ersten Hinweis darauf, daß für die 1. EOF in der Stratosphärenschicht kaum Gemeinsamkeiten zwischen den Auflösungen T5 und T10/ T15 bestehen. Hingegen erklären sowohl die 1. als auch die 2. EOF in der Auflösung T10 fast den selben Anteil wie die entsprechenden Muster der Auflösung T15. Für die mittlere und untere Tro5.4 Einfluß der horizontalen Auflösung auf die dominanten räumlichen und zeitlichen Moden der Variabil-

posphäre gilt dies nicht.

#### 5.4.1 Kopplung zwischen Tropo- und Stratosphäre

Die räumliche Struktur der 1. EOF der Stromfunktion in den drei Modellschichten für die Auflösung T5 ist in der Abb. 5.15 dargestellt.



Abbildung 5.15: 1. EOF der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln. Horizontale Auflösung: T5.

Abbildung 5.16: 2. EOF der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln. Horizontale Auflösung: T5.

Die Varianz der stratosphärischen Zirkulation wird von der planetaren Welle mit der zonalen Wellenzahl eins dominiert. Das bedeutet, die stärksten Fluktuationen um den durch die Welle zwei gekennzeichneten mittleren Zustand werden durch den asymmetrisch deformierten Wirbel hervorgerufen. Erst die 2. EOF (Abb. 5.16) zeigt die zonale Struktur des von der Welle zwei überlagerten Wirbels. Das Varianzmuster der 1. EOF in der mittleren Troposphäre ist der 1. EOF in der oberen Modellschicht sehr ähnlich. Auch hier erklärt die Welle eins in den nördlichen mittleren Breiten mehr als die Hälfte der Varianz. Um diese Ähnlichkeit quantitativ zu bestimmen, wurde der Musterkorrelationskoeffizient  $r_{pa}$ , definiert als

$$r_{pq} = \left(\sum_{i=1}^{M} \Psi_{ip} \Psi_{iq}\right) / \sqrt{\sum_{i=1}^{M} \Psi_{ip}^{2} \sum_{i=1}^{M} \Psi_{iq}^{2}}$$
(5.73)

mit  $\Psi'$  als Abweichung der Stromfunktion vom räumlichen Mittelwert über alle Gitterpunkte M, bestimmt. Die Indizes pq verweisen auf die korrelierten Größen. Der Musterkorrelationskoeffizient  $r_{150hPa;500hPa}$  für die 1. EOF beträgt 0.91 und bestätigt die starke Kopplung der beiden Muster in der unteren Strato- und mittleren/oberen Troposphäre. Die 2. EOF in 500 hPa zeigt den Einfluß der Modellorographie auf die troposphärische Zirkulation in Form von zyklonalen Bewegungen im Lee der Gebirge. Die 1. und 2. EOF der Zirkulation in der untersten Modellschicht lassen sich mit keinem physikalisch sinnvollen Muster in Einklang bringen und stellen ebenso wie der mittlere Zustand einen Artefakt des Modells dar.

Die Ergebnisse der EOF-Analysen für die Auflösungen T10 und T15 sind in den Abb. 5.17/5.18 und Abb. 5.19/5.20 zusammengefaßt.



Abbildung 5.17: 1. EOF der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln. Horizontale Auflösung: T10.

Abbildung 5.18: 2. EOF der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln. Horizontale Auflösung: T10.

#### 5.4 Einfluß der horizontalen Auflösung auf die dominanten räumlichen und zeitlichen Moden der Variabil-

Es zeigt sich auch für die erhöhten Auflösungen, daß die planetare Welle eins den größten Einfluß auf die Variabilität der stratosphärischen Zirkulation besitzt und ca. 30% der Gesamtvarianz erklärt. Der Korrelationskoeffizient zwischen der 1. EOF in 150 hPa bei T10 und T15 beträgt 0.74 und verdeutlich die Ähnlichkeit der beiden Muster. (Hingegen nimmt der Korrelationskoeffizient zwischen den entsprechenden Mustern bei T5 und T15 nur einen Wert von -0.50 an.) Die verbleibenden Unterschiede zwischen den Auflösungen T10 und T15 äußern sich in einer stärkeren zonalen Strömungskomponente und in der beginnenden Aufspaltung der Welle eins in die Welle zwei in den mittleren Breiten bei T15. In den Mustern der 2. EOF der Stromfunktion der oberen Modellschicht kommt für die Auflösung T15 der Einfluß weiterer großskaliger Wellenkomponenten auf die Variabilität zum Ausdruck.



Abbildung 5.19: 1. EOF der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln. Horizontale Auflösung: T15.

**Abbildung 5.20:** 2. EOF der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln. Horizontale Auflösung: T15.

Die Ausbreitung planetarer Wellen von der Troposphäre in die Stratosphäre wird wesentlich durch die Verteilung des mittleren Zonalwindes mit der Höhe bestimmt (Berggren et al. [1949], Charney & Drazin [1961]). In Gebieten der Stratosphäre mit vorherrschendem Ostwind oder sehr starkem Westwind kommt es zu einer Reflexion der Energie aus der Troposphäre und zur Bre-

chung der Wellen (McIntyre & Palmer [1983]). Als Folge dessen werden der zirkumpolare stratosphärische Wirbel im Winter und die antizyklonale Bewegung im Sommer nur gering durch die Troposphäre beeinflußt. Die Transmission der Stratosphäre wächst mit zunehmender Wellenlänge und erlaubt deshalb die vertikale Ausbreitung nur langer troposphärischer Wellen.

Im hier betrachteten Modell nimmt die Stärke des Westwind-Jets in der oberen Modellschicht für feinere horizontale Auflösungen zu. Gleichzeitig vergrößert sich das Ostwindgebiet in den Tropen. Entsprechend der Theorie gelangen unter diesen Umständen nur die sehr langen planetaren Wellen in die obere Modellschicht. Es besteht eine geringe Kopplung zwischen der Tropo- und Stratosphäre. Bei der Auflösung T5 hingegen dehnt sich das Gebiet des tropischen Ostwindes nur bis ca. 15° N aus und der Westwind-Jet erreicht eine geringere Stärke. Das kann die stärkere Kopplung der oberen und mittleren Modellschichten bei der gröberen horizontalen Auflösung erklären.

#### 5.4.2 Wellenzüge und Telekonnektionen der mittleren und unteren Troposphäre

Gravierende Unterschiede beim Übergang von der gröberen horizontalen Auflösung T5 zu den feineren Auflösungen T10 und T15 treten im Varianzverhalten der mittleren und unteren Troposphäre auf. Im Gegensatz zur entsprechenden Darstellung für T5 (Abb. 5.15) zeigen die dominanten räumlichen Muster der 1. EOF nun eine deutlich kleinskaligere Struktur mit verstärkt meridionalen Strömungen (Abb. 5.17 und 5.19). Diese Muster zeichnen sich durch langgestreckte Wellenzüge aus, die in den Gebieten der lokalen topographischen Maxima bei 0° und 180° O angeregt werden. Die Ausbildung ähnlicher Strukturen erfolgt bei der Auflösung T5 erst in den höheren EOF (Abb. 5.16).

Aus Daten der realen Atmosphäre (Wallace & Gutzler [1981]) ist bekannt, daß ähnliche Zirkulationsstrukturen tatsächlich existieren. Von den Rocky Mountains und dem Plateau von Tibet gehen zwei klar abgegrenzte Wellenzüge aus, die schnell ostwärts abklingen und kaum interferieren. Über den Bergen entsteht in der mittleren Troposphäre antizyklonale Vorticity und stromabwärts bildet sich ein Trog aus.

Als Ursachen der atmosphärischen Wellenzüge werden in der Literatur lokale thermische und orographische Anregungen diskutiert (Hoskins & Karoly [1981], Held [1983]). So konnten Hoskins & Karoly [1981] in einem linearisierten baroklinen Mehrschichtenmodell zeigen, daß subtropische thermische und orographische Anregungen zur Ausbildung von Rossby-Wellenzügen mit pol- und ostwärts propagierenden langen Wellen führen. Die kürzeren Wellen wandern äquatorwärts und werden auf Grund des dort vorherrschenden Ostwindes im Bereich der sogenannten "kritischen Breite" ( $[u(\varphi_{krit})] = 0$ ) absorbiert. Erreicht der polare Wellenzug hohe Breiten ("Umkehrbreiten"), bewegt er sich in Strömungsrichtung wieder äquatorwärts. Die maximalen Pertubationsamplituden der äquivalent barotropen Wellenzüge treten in der mittleren und oberen Troposphäre auf.

Da im hier verwendeten Modell der thermische Antrieb keine direkte Längenabhängigkeit aufweist, erfolgt die Anregung der Wellenzüge im wesentlichen durch die Modellorographie. Die kleinskalige Struktur der vorherrschenden troposphärischen Varianzmuster durch orographische Anregungen steht in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Untersuchungen von Held [1983] mit Hilfe eines Spektralmodells niedriger Auflösung. Der horizontale Verlauf der Wellenzüge nord- und südostwärts ist im Einklang mit der "ray tracing"-Theorie von Hoskins & Karoly [1981]. Auch die äquivalent barotrope Struktur im Stromfunktionsfeld kann in beiden horizontalen Auflösungen T10 und T15 des 3-Schichten-Modells beobachtet werden (Abb. 5.17 - 5.20). Jedoch sind die Wellenzüge im Modell im Vergleich mit realen Daten zu weit meridional gestreckt.

Die Beeinflussung des atmosphärischen Zustands weit von der Anregungsquelle entfernt gelegener Gebiete wird auch als Telekonnektion bezeichnet. Die durch punktweise Korrelationen bestimmten Muster (siehe z.B. das Eurasische (EU) Muster in Wallace & Gutzler [1981], Horel & Wallace [1981]) können den durch lokale Quellen angeregten Rossby-Wellenzügen sehr ähneln. Die Analysen von Held [1983] geben einen Hinweis darauf, daß neben synoptischen Wellen auch die langen Rossby-Wellen als Ursache der Erzeugung von bevorzugten Regionen niederfrequenter Variabilität, wie z.B. blockierende Hochdruckgebiete, angesehen werden können. Da in dem hier vorgestellten Modell die meiste Varianz der Modellintegration durch orographisch angeregte Wellenzüge bzw. Telekonnektionsmuster erklärt wird, unterstützen die Ergebnisse diese Vorstellung. Das bedeutet, die Ursachen der Generierung persistenter Zirkulationsanomalien und damit langperiodischer Variabilität können neben den synoptischen Wirbeln auch die langen planetaren Wellen sein.

## 5.4.3 Charakteristika des spektralen Verhaltens

In diesem Abschnitt wird das zeitliche Verhalten der oben diskutierten dominanten räumlichen Muster der Integration über 1 000 Jahre in allen 3 Auflösungen analysiert und erörtert. Dazu wurden analog zu Abschnitt 4.4 die Leistungsspektren und Wavelet-Transformationen der PC der Stromfunktionen bestimmt.

Abb. 5.21 zeigt die Fourierspektren der 1. PC der Stromfunktion in den drei Modellschichten für die horizontale Auflösung T5.



**Abbildung 5.21:** Leistungsspektrum der 1. PC der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (K=8, L=125 Jahre,  $r_{150hPa}=0.90$ ,  $r_{500hPa}=0.84$ ,  $r_{850hPa}=0.71$ ). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10. Horizontale Auflösung: T5.

**Abbildung 5.22:** Zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation in  $[y^2]$  der 1. PC der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 2-Jahre-Mitteln ( $\omega$ =6,  $r_{150hPa}$ =0.12,  $r_{500hPa}$ =0.14,  $r_{850hPa}$ =0.15). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.16. Horizontale Auflösung: T5.

#### 5.4 Einfluß der horizontalen Auflösung auf die dominanten räumlichen und zeitlichen Moden der Variabil-

Die relativ großen Werte der Autokorrelationsfunktion bei der Verschiebung eins weisen darauf hin, daß alle drei Spektren gut einem Prozeß des Roten Rauschens folgen. Die Maxima der Spektraldichte befinden sich im niederfrequenten Bereich von Jahren bis Jahrzehnten. Bei etwa 8 Jahren und zwischen 10 und 20 Jahren treten sie in der Troposphäre besonders deutlich aus dem 95%-Konfidenzniveau heraus. In der obersten Modellschicht, die sich durch Fluktuationen des deformierten stratosphärischen Wirbels auszeichnet, erweist sich ein lokales Maxima bei 2-3 Jahren als signifikant. Dieser Zeitbereich erinnert sehr stark an die "Nahezu Zweijährige Schwingung" (engl. Quasi-Biennial Oscillation (QBO)) der stratosphärischen Zirkulation (siehe z.B. Naujokat [1986]). Dieses Phänomen der tropischen unteren und mittleren Stratosphäre führt zu einem abwechselnden Absinken von West- und Ostwinden aus höheren Atmosphärenschichten. Diese Schwingung des Zonalwindes besitzt eine Periodenlänge von etwas mehr als 2 Jahren. Das hier untersuchte Modell ist durch seine Beschränkung auf extratropische Breiten sicher nicht in der Lage, die QBO zu simulieren. Jedoch ergibt sich aus der dargelegten Spektralanalyse der Hinweis, daß die Modellatmosphäre in der Lage ist, Prozesse mit ähnlichen Zeitskalen zu erzeugen. Aktuelle Untersuchungen von Baldwin & Dunkerton [1998] verweisen auf Schwingungen der Ertel'schen potentiellen Vorticity auch in höheren Breiten der Stratosphäre mit vergleichbaren Periodenlängen.

Auf Grund der begrenzten Datenlänge und der Methodik der Schätzung der Fourierspektren lassen sich Fluktuationen mit Perioden auf längeren Zeitskalen statistisch gesichert nicht mehr nachweisen. Deshalb sind auch hier die zeit- und frequenzabhängigen Wavelet-Transformationen berechnet worden (Abb. 5.22). Um einen guten Anschluß an die Zeitauflösung der Fourierspektren zu gewährleisten, werden nur Perioden >10 Jahre dargestellt. Für alle Modellniveaus erkennt man im Periodenbereich zwischen 10 und 20 Jahren die auch im Fourierspektrum aufgetretenen signifikanten Spektraldichten. Darüber hinaus veranschaulichen die Wavelet-Transformationen die interne atmosphärische Variabilität auf der Zeitskala bis zu Jahrhunderten. Weitere Spektralmaxima befinden sich bei etwa 30 und 90 Jahren. Das letztere Maximum ist dabei ein zeitlich begrenztes Signal mit einer Andauer von ca. 200 Jahren. Die auffallende Ähnlichkeit des spektralen Verhaltens bezüglich der betrachteten Modellschicht demonstriert noch einmal die Kopplung der Muster der unteren Stratosphäre und Troposphäre (vgl. Abschnitt 5.4.1). In Übereinstimmung mit Kapitel 4 wird das Varianzverhalten dieses Modells in allen Schichten auf der dekadischen Zeitskala durch starke Intermittenz charakterisiert.

Der Übergang zur horizontalen Auflösung T10 bewirkt eine starke Zunahme der intra- und interannuellen Variabilität (Abb. 5.23 und 5.24). Die Fourierspektren der 1. PC zeigen einzelne signifikante Spektralmaxima auf der Zeitskala von Jahren. In der oberen und unteren Modellschicht, jedoch nicht in der mittleren Troposphäre, deutet sich ein spektrales Minimum bei ca. 100 bis 200 Tagen an.


Abbildung 5.23: Leistungsspektrum der 1. PC der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (K=8, L=125 Jahre,  $r_{150hPa}$ =0.15,  $r_{500hPa}$ =0.40,  $r_{850hPa}$ =0.13). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10. Horizontale Auflösung: T10.

Abbildung 5.24: Zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation in  $[y^2]$  der 1. PC der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 2-Jahre-Mitteln ( $\omega=6$ ,  $r_{150hPa}=-0.03$ , 2-Jahre-Mitteln ( $\omega=6$ ,  $r_{150hPa}=-0.03$ ,  $r_{500hPa}=0.06$ ,  $r_{850hPa}=-0.07$ ). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.16. Horizontale Auflösung: T10.

99

Kapitel 5: Das spektrale 3-Schichten-Modell

#### 5.4 Einfluß der horizontalen Auflösung auf die dominanten räumlichen und zeitlichen Moden der Variabil-

Im niederfrequenten Spektralbereich konnten mit Hilfe der Wavelet-Analyse ausgeprägte Signale bei etwa 180 Jahren (oberer Modellschicht), 100 - 120 Jahren (untere Schicht) und 40 - 60 Jahren (mittlere Troposphäre) nachgewiesen werden. Die Variabilität der Polarwirbels durch die planetaren Wellen wird von einer sehr langen Zeitskala von Jahrhunderten dominiert. Das Muster des durch das orographische Maximum angeregten Wellenzuges in der mittleren Troposphäre durchläuft interdekadische Schwankungen. In der untersten Modellschicht werden auf dieser Zeitskala kaum signifikante Schwingungen produziert. Hier finden neben interannuellen Prozessen sehr viel langfristigere Entwicklungen statt. Alle beschriebenen langperiodischen Fluktuationen stellen keine kontinuierlichen Oszillationen, sondern spontane Ereignisse mit einer zeitlich begrenzten Andauer dar.

Die Tendenz der Zunahme der intra- und interannuellen Variabilität bei Erhöhung der horizontalen Auflösung setzt sich auch beim Übergang zu T15 fort (Abb. 5.25). Analog zu den mittleren Zirkulationsstrukturen (vgl. Abschnitt 5.3.1) ist die quantitative Veränderung jedoch nicht so stark wie im Falle des Übergangs von der Auflösung T5 zur Auflösung T10. Das zeitliche Verhalten des dominanten stratosphärischen Varianzmusters ändert sich kaum. Im Fourierspektrum treten einzelne Spektralmaxima bei etwa 1 - 5 Jahren aus dem Rauschen heraus. Die Wavelet-Transformation in Abb. 5.26 zeigt, daß im Bereich von Dekaden intermittierende Oszillationen auftreten. Das deutlichste Signal befindet sich jedoch auch hier in guter zeitlicher Übereinstimmung mit der entsprechenden Größe von T10 auf längeren Zeitskalen bei etwa 100 - 120 Jahren.

Obwohl zwischen den durch die troposphärischen Wellenzüge beschriebenen 1. EOF in 500 hPa bei T10 und T15 große Ähnlichkeiten auftreten, verhalten sich die entsprechenden PC sehr verschieden. Das Leistungsspektrum bei der Auflösung T15 weist das Maximum der Spektraldichte bei etwa 150 Tagen auf und ähnelt damit Abb. 4.18. Die Übereinstimmung zum Verhalten der zonalsymmetrischen baroklinen Stromfunktionskomponente legt den Einfluß von baroklinen Strömungsprozessen mit dieser charakteristischen Zeitskala auf die Variabilität der mittleren Troposphäre nahe. Im niederfrequenten Spektralbereich detektiert die Wavelet-Transformation (Abb. 5.26) ein ausgedehntes Maximum bei ca. 150 Jahren. Im Gegensatz zu den in anderen Höhen und bei anderen Modellauflösungen gefundenen Signalen dieser Zeitskala handelt es sich hier um einen Prozeß, der fast über die gesamte Integrationszeit von 1 000 Jahren wirksam ist.

In der unteren Troposphäre besteht im Spektralverhalten der 1. PC auf Zeitskalen bis 10 Jahren eine gute Korrelation zum Verhalten der 1. PC in der mittleren Troposphäre. Das bedeutet, das Maximum des Fourierspektrums befindet sich ebenfalls bei etwa 100 - 200 Tagen. Hingegen zeichnet sich die Variabilität auf längeren Perioden durch intermittente Signale bei etwa 60 - 80 Jahren aus.

Die Darstellung der Fourier- und Wavelet-Spektren für die 2. PC der Stromfunktionen in den Auflösungen T5, T10 und T15 erfolgt in den Abb. 5.27 bis 5.32.





Abbildung 5.25: Leistungsspektrum der 1. PC der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (*K=8*, *L=125 Jahre, r*<sub>150hPa</sub>=0.08, *r*<sub>500hPa</sub>=-0.07, *r*<sub>850hPa</sub>=-0.03). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10. Horizontale Auflösung: T15.

Abbildung 5.26: Zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation in  $[y^2]$  der 1. PC der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 2-Jahre-Mitteln ( $\omega$ =6,  $r_{J50hPa}$ =0.05,  $r_{500hPa}$ =0.03,  $r_{850hPa}$ =0.03), Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.16. Horizontale Auflösung: T15.



5.4 Einfluß der horizontalen Auflösung auf die dominanten räumlichen und zeitlichen Moden der Variabil-

Abbildung 5.27: Leistungsspektrum der 2. PC der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mite) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (K=8, L=125 Jahre,  $r_{150\mu}r_{a}$ =-0.08,  $r_{500\mu}r_{a}$ =0.13,  $r_{850\mu}r_{a}$ =-0.15). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10. Horizontale Auflösung: T5.

Abbildung 5.28: Zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation in [ $y^2$ ] der 2. PC der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 2-Jahre-Mitteln ( $\omega$ =6,  $r_{IS0hPa}$ =0.10,  $r_{500hPa}$ =0.03,  $r_{850hPa}$ =-0.02). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.16. Horizontale Auflösung: T5.



Kapitel 5: Das spektrale 3-Schichten-Modell

Abbildung 5.29: Leistungsspektrum der 2. PC der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (K=8, L=125 Jahre,  $r_{150hPa}$ =0.14,  $r_{500hPa}$ =0.17,  $r_{850hPa}$ =0.43). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10. Horizontale Auflösung: T10.

**Abbildung 5.30:** Zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation in  $[y^2]$  der 2. PC der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 2-Jahre-Mitteln ( $\omega$ =6,  $r_{150hPa}$ =0.00,  $r_{500hPa}$ =-0.01,  $r_{850hPa}$ =0.02). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.16. Horizontale Auflösung: T10.



5.4 Einfluß der horizontalen Auflösung auf die dominanten räumlichen und zeitlichen Moden der Variabil-

**Abbildung 5.31:** Leistungsspektrum der 2. PC der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 30-Tage-Mitteln (K=8, L=125 Jahre,  $r_{150hPa}=0.51$ ,  $r_{500hPa}=0.03$ ,  $r_{850hPa}=0.07$ ). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10. Horizontale Auflösung: T15.

**Abbildung 5.32:** Zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation in  $[y^2]$  der 2. PC der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) der Integration über 1 000 Jahre auf der Basis von 2-Jahre-Mitteln ( $\omega$ =6,  $r_{150hPa}$ =-0.05,  $r_{500hPa}$ =0.00,  $r_{850hPa}$ =0.01). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.16. Horizontale Auflösung: T15. Die 2. EOF der Stromfunktion für die horizontale Auflösung T5 ergaben im Vergleich zu den 1. EOF für alle Modellschichten Veränderungen der großskaligen zu kleinerskaligen räumlichen Strukturen. Dieser Wechsel wird durch die Spektralanalysen der 2. PC (Abb. 5.27 und 5.28) auch im Zeitverhalten dieser Muster deutlich. Sie zeigen den Einfluß hochfrequenter Oszillationen auf die Modellvariabilität. Das dominante tieffrequente Signal der 1. PC bei ca. 90 Jahren verschwindet. Auf der interdekadischen Zeitskala nimmt die Variabilität ab.

Im Gegensatz dazu kam es bei der horizontalen Auflösung T10 zu keinen großen Unterschieden zwischen dem ersten und zweiten räumlichen Variabilitätsmuster. Für die Zeitkomponenten dieser EOF (Abb. 5.31 und 5.32) bedeutet das kaum Veränderungen in den vorherrschenden Zeitskalen bei Jahrzehnten bis hin zu mehreren Jahrhunderten.

Bei den dominanten Mustern der Stromfunktionen der Auflösung T15 war zu beobachten (Abb. 5.19 und 5.20), daß die 1. EOF der oberen Modellschicht die planetare Welle eins beschrieb, während die 2. EOF durch die Welle mit der Wellenzahl zwei charakterisiert wurde. Das Fourierspektrum der 1. PC in dieser Höhe läßt keine bevorzugten Zeitskalen erkennen. Hingegen zeigt das Spektrum der 2. PC in Abb. 5.31 eine Zunahme der spektralen Leistung für Fluktuationen auf dem interannuellen Bereich. Das Verhalten der 2. PC der anderen Modellschichten verändert sich gegenüber der jeweiligen 1. PC nur unwesentlich.

## 5.5 Einfluß des Jahresganges auf das Modellverhalten

In den bisher diskutierten Modellrechnungen mit dem 3-Schichten-Modell wurde die Zirkulation der Modellatmosphäre zu jedem Zeitschritt mit einer konstanten Orographie und einer konstanten diabatischen Wärmequelle angetrieben. Die solare Anregung in der realen Atmosphäre durchläuft jedoch einen ausgeprägten Jahresgang. Deshalb werden in diesem Abschnitt die Ergebnisse der Modellintegration über 1 000 Jahre mit einer zeitlich veränderlichen thermischen Anregung dargelegt. Bei den oben erläuterten Modellrechnungen sind die besten Ergebnisse mit der horizontalen Auflösung T15 erreicht worden. Aus diesem Grund wird nur der Modellauf dieser Auflösung diskutiert. Die zeitlich gemittelten Zirkulationsstrukturen im Winter und im Sommer werden vorgestellt und der Einfluß des Jahresgangs auf die Klimavariabilität diskutiert.

In Anlehnung an die Vorgehensweise im 2-Schichten-Modell (vgl. Abschnitt 4.4.4) erfolgte der Einbau des Jahresganges so, daß die Amplituden der spektralen thermischen Anregungskomponenten im Verlaufe eines aus 365 Tagen bestehenden Modelljahres nun eine sinusförmige Schwingung vollziehen. Da das Modell ohne Jahresgang für atmosphärische Winterbedingungen ausgelegt war, wurden die Amplituden dieser Schwingung so gewählt, daß die bisher verwendete Stärke der thermischen Anregung Winterbedingungen entspricht. Für die meridionale Temperaturdifferenz  $\Delta T$  zwischen Äquator und Pol als Maß der thermischen Anregung ergeben sich für den Winter, den Frühling, den Sommer und den Herbst die in Tabelle 5.4 zusammengestellten Werte. In der oberen Troposphäre/unteren Stratosphäre wird im Sommer eine sehr starke negative Temperaturdifferenz vorgegeben. Sie stellt eine qualitative Widerspiegelung realer atmosphärischer Verhältnisse oberhalb der Tropopause mit den tiefsten Temperaturen über dem Äquator dar.

	obere Schichtengrenze (300 hPa)	untere Schichtengrenze (700 hPa)	
Winter	30	60	
Frühling	-15	45	
Sommer	-60	30	
Herbst	-15	45	

 Tabelle 5.4:
 Meridionale Temperaturdifferenz zwischen Äquator und Pol in K für die verschiedenen Jahreszeiten und die Modellniveaus. Diese Werte sind für die Integration mit Jahresgang der thermischen Anregung über 1 000 Jahre mit der horizontalen Auflösung T15 verwendet worden.

Alle übrigen Parameter des Modells blieben während der Integration über 1 000 Jahre mit dem Jahresgang der thermischen Anregung gegenüber den Läufen mit stationärer Anregung unverändert (vgl. Abschnitt 5.2).

#### 5.5.1 Die zeitlich gemittelte Zirkulation im Winter

Um die Auswirkungen des Jahresganges auf die zeitlich gemittelte Zirkulation zu untersuchen, erscheint es sinnvoll, die Zirkulation im Winter und Sommer getrennt zu betrachten. Als Wintertage werden dabei die 90 Tage um das Maximum der thermischen Anregung gezählt. Die Abb. 5.33 zeigt die zeitlich gemittelte Stromfunktion in den 3 Modellschichten im Winter.

Die atmosphärische Zirkulation im Winter entspricht im wesentlichen den im Abschnitt 5.3 diskutierten Bedingungen. Im folgenden soll deshalb nur auf wesentliche Unterschiede (vgl. Abb. 5.7) eingegangen werden. So gelangen in den mittleren Breiten der stratosphärischen oberen Modellschicht nun auch etwas kürzere planetare Wellen an den Rand des winterlichen zyklonalen Wirbels. Die Zirkulation der mittleren Troposphäre erlangt eine stärker zonal ausgerichtete Strömungskomponente. Die meridionalen Bewegungskomponenten im Lee der Modellorographie der Integration ohne Jahresgang werden im Winter abgeschwächt, so daß insgesamt ein realistischeres Bild der Zirkulation entstehen kann. Jedoch müssen auch hier die orographischen Erhebungen nördlich umströmt werden, so daß der troposphärische Zonalwind-Jet zu weit nach Norden verlagert erscheint (vgl. Abb. 5.34).

Um eine detailliertere Vorstellung der mittleren Windverhältnisse zu bekommen, sind in der Abb. 5.34 die zeitlich und zonal gemittelten geostrophischen Zonalwindgeschwindigkeiten im Winter dargestellt. Der stratosphärische Polar-Jet bei etwa 60° N erreicht im Winter nur eine maximale Stärke von ca. 20 m/s. Das Maximum des troposphärischen Zonalwindes befindet sich im Vergleich mit realen Bedingungen zu weit nördlich.





Abbildung 5.34: Zeitlich und zonal gemittelte geostrophische Zonalgeschwindigkeit in 150 hPa, 500 hPa und 850 hPa im Winter der Integration über 1 000 Jahre mit Jahresgang. Horizontale Auflösung: T15.



Abbildung 5.33: Mittlere Struktur der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) im Winter der Integration über 1 000 Jahre mit Jahresgang. Horizontale Auflösung: T15.

Abbildung 5.35: Zeitlich und zonal gemittelter nordwärtiger Impulsfluß in 150 hPa, 500 hPa und 850 hPa im Winter der Integration über 1 000 Jahre mit Jahresgang. Horizontale Auflösung: T15.

Die allgemein etwas abgeschwächte Zirkulation im Winter wird auch in den zonal gemittelten Impulsflüssen deutlich (Abb. 5.35). Qualitative Verbesserungen werden in der Stratosphäre bei der Position des Impulsflußmaximums durch die südliche Verlagerung sowie in der Troposphäre bei der Amplitude durch die Abschwächung erreicht.

Der zeitlich und zonal gemittelte Temperaturfluß im Winter (Abb. 5.36) ändert sich wenig im Vergleich zu den Rechnungen ohne Jahresgang. Die Stärke des größten Flusses nimmt ab und nähert sich so realistischeren Werten. Für das 300-hPa-Niveau ergibt sich eine Verschlechterung der Position des maximalen Flusses durch die unrealistische südwärtige Verschiebung.



**Abbildung 5.36:** Zeitlich und zonal gemittelter nordwärtiger Temperaturfluß in 300 hPa und 700 hPa im Winter der Integration über 1 000 Jahre mit Jahresgang. Horizontale Auflösung: T15.

## 5.5.2 Die zeitlich gemittelte Zirkulation im Sommer

Zu den Sommertagen werden die 90 Tage um das Minimum der thermischen Anregung gerechnet. Die zeitlich gemittelte Zirkulation, die sich daraus ergibt, ist in der Abb. 5.37 dargestellt.



**Abbildung 5.37:** Mittlere Struktur der Stromfunktion in 150 hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und 850 hPa (unten) im Sommer der Integration über 1 000 Jahre mit Jahresgang. Horizontale Auflösung: T15.

Entsprechend der Theorie der vertikalen Ausbreitung atmosphärischer Wellen (vgl. Abschnitt 5.4.1) können praktisch keine Wellen in die sommerliche Stratosphäre gelangen. Die antizyklonale Strömung ist sehr stark zonal ausgerichtet. Auch in der mittleren Troposphäre ist im Sommer eine Glättung der Strömung zu beobachten. Diese Glättung ist verbunden mit einer Abnahme der Längenabhängigkeit des Jets. Die Zirkulation in der unteren Modellschicht bleibt weiterhin realitätsfern.

Die zonalen Windprofile in Abb. 5.38 verdeutlichen die stratosphärischen Ostwindverhältnisse im Sommer mit dem Jet einer Stärke von etwa 10 m/s bei ca. 55° N. Im Vergleich zu der Integration ohne Jahresgang in der thermischen Anregung verschiebt sich der Troposphären-Jet etwas nach Norden, verändert seine Stärke jedoch kaum.



Abbildung 5.38: Zeitlich und zonal gemittelte geostrophische Zonalgeschwindigkeit in 150 hPa, 500 hPa und 850 hPa im Sommer der Integration über 1 000 Jahre mit Jahresgang. Horizontale Auflösung: T15.

Gravierende Veränderungen treten in den zonal gemittelten Impuls- und Temperaturflüssen im Sommer auf (Abb. 5.39 und 5.40). Die Stärke des maximalen Impulsflusses der mittleren Troposphäre bei etwa 50° N reduziert sich um mehr als 90%. In der oberen Modellschicht verschwindet der Impulsfluß im Sommer fast vollständig. Der Temperaturfluß in einer Höhe von 300 hPa ist sehr gering. Auch in der unteren Troposphäre verringert sich die Amplitude des Temperaturflusses mit Werten von maximal 3Km/s deutlich.



Abbildung 5.39: Zeitlich und zonal gemittelter nordwärtiger Impulsfluß in 150 hPa, 500 hPa und 850 hPa im Sommer der Integration über 1 000 Jahre mit Jahresgang. Horizontale Auflösung: T15.

Abbildung 5.40: Zeitlich und zonal gemittelter nordwärtiger Temperaturfluß in 300 hPa und 700 hPa im Sommer der Integration über 1 000 Jahre mit Jahresgang. Horizontale Auflösung: T15.

## 5.5.3 Die Variabilität unter dem Einfluß des Jahresganges

Die Auswahl der Amplituden des Jahresganges erfolgte nach dem Kriterium, wie realistisch Sommer- und Winterbedingungen der Atmosphäre simuliert werden können. Dafür war eine sehr starke negative meridionale Temperaturdifferenz im Sommer in der oberen Troposphäre/unteren Stratosphäre notwendig. Diese unrealistisch hohe Anregung führte während der Integration dazu, daß die stratosphärische Zirkulation durch den Jahresgang dominiert wird und dadurch alle Variabilität außerhalb des Jahresganges unterdrückt. Auch in der mittleren Troposphäre kam es durch die Implementierung des starken Jahresganges zu einer deutlichen Abschwächung der Variabilität. Das System verfällt während der 1 000 Integrationsjahre in völlig reguläre Zustände, die spontan wieder verlassen werden können (Abb. 5.41). Dieses Verhalten deutet darauf hin, daß sich das System in der Nähe eines Bifurkationspunktes befindet bzw. die Region des Attraktors sehr instabil ist.



Abbildung 5.41: Zeitreihe der 1. PC der Stromfunktion in 500 hPa der Integration über 1 000 Jahre mit Jahresgang. Horizontale Auflösung: T15.

Um den Einfluß der jahreszeitlich unterschiedlichen thermischen Anregung auf das räumliche und spektrale Verhalten in der mittleren Troposphäre abzuschätzen, wurde der 650 Jahre umfassende Teilbereich von Jahr 251 - Jahr 900 aus dem Integrationszeitraum ausgewählt. In diesem Unterabschnitt treten keine der beschriebenen Phasen geringer Variabilität auf. Die 30-tägig gemittelten Werte dieses Abschnitts wurden tiefpaßgefiltert, um den Jahresgang aus der Reihe zu eliminieren.

Die 1. EOF dieser Zeitreihe der Stromfunktion in einer Höhe von 500 hPa ist in der Abb. 5.42 dargestellt. Sie zeigt im wesentlichen das aus der Integration ohne Jahresgang (Abb. 5.19) bekannte Muster der orographisch angeregten Wellenzüge. Diese sind jedoch schwächer ausgeprägt, so daß der durch das größere der beiden orographischen Maxima angeregte Wellenzug dominiert.

Das korrespondierende Fourierspektrum der gefilterten Daten (Abb. 5.43 links) verdeutlicht die Variabilität auf der interannuellen Zeitskala zwischen etwa 7 und 10 Jahren. Dieser Spektralbereich trat bei der Integration ohne Jahresgang nicht aus den Rauschen heraus, weil die stärksten Fluktuationen bei Perioden kleiner als 1 Jahr erschienen. Um die längeren Zeitbereiche zu untersuchen, ist das Wavelet-Spektrum dieser Zeitreihe berechnet worden (Abb. 5.43 rechts). Auch hier wird die Bedeutung der interannuellen Schwankungen deutlich. Im Gegensatz zur Analyse ohne Jahresgang erscheint die niederfrequente Oszillation mit einer Periode von ca. 150 Jahren nicht mehr. Die Signal bei etwa 30 Jahren am Ende der Zeitreihe könnte mit dem Übergang zu einer stark regulären Phase zusammenhängen und sollte deshalb nicht mit der internen Variabilität des untersuchten Abschnitts assoziiert werden.



**Abbildung 5.43:** Leistungsspektrum (links) und Wavelet-Spektrum (rechts) in  $[y^2]$  der 1. PC der Stromfunktion in 500 hPa des 650 Jahre umfassenden Abschnitts der Integration über 1 000 Jahre mit Jahresgang. Beide Spektren basieren auf den tiefpaßgefilterten ( $f_{TP}=(5 \text{ Jahre})^{-1}$ ) 30-Tage-Mitteln (K=4, L=163 Jahre, r=0.97,  $\omega=10$ ). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 und 4.16. Horizontale Auflösung: T15.

Das Modell mit der zeitabhängigen Parametrisierung der thermischen Anregung und unrealistisch starken Antriebamplituden kann die prägnanten qualitativen Unterschiede der Winter- und Sommerzirkulation der Atmosphäre simulieren. Dadurch wird jedoch die Variabilität in der Stratosphäre völlig und in der Troposphäre teilweise unterdrückt bzw. abgeschwächt. Um dieses Modelldefizit zu vermeiden, erscheint es sinnvoll, die Amplituden des Jahresganges so abzuschwächen, daß beobachtete Verhältnisse besser simuliert werden können. Die in diesem Zusammenhang durchgeführten Testläufe lassen vermuten, daß für weitere Untersuchungen ein Kompromiß zwischen den hier gestellten Anforderungen an die Modellklimatologie und den Möglichkeiten des Modells nötig ist. Die grobe vertikale Unterteilung dieses Modells in zwei troposphärische und nur eine stratosphärische Schicht gestattet es nicht, ein realistisches Variabilitätsverhalten unter dem Einfluß des Jahresganges zu erzeugen. Für diese Aufgabe ist eine Erhöhung der Anzahl der vertikalen Schichten erforderlich. Das neu entwickelte quasi-geostrophische 3-Schichten-Modell wurde so konzipiert, daß es zwei troposphärische und eine stratosphärische Modellschicht simuliert. Mit geeigneten Parametern der konstanten externen Anregunsgrößen erfolgten Modellintegrationen für Winterbedingungen über 1 000 Jahre für die horizontalen Auflösungen T5, T10 und T15.

Das Modell zeigt eine gute qualitative Übereinstimmung mit der realen Atmosphäre. Die quantitativen Verteilungen werden vor allem bei niedrigen horizontalen Auflösungen nicht richtig simuliert. Auf Grund der verschieden hoch aufgelösten horizontalen Strömungskomponenten ergeben sich Unterschiede in den zeitliche gemittelten Mustern bei den betrachteten Auflösungen. Das Modell in der groben Auflösung T5 reproduziert die mittlere Zirkulation der Troposphäre gut, kann aber die Charakteristika der stratosphärischen Zirkulation weder qualitativ noch quantitativ widerspiegeln. Deutliche Verbesserungen werden durch den Übergang zu der höheren Auflösung T10 erreicht. Der winterliche Polarwirbel der Stratosphäre mit dem Polar-Jet in der richtigen Breitenposition bildet sich aus. Der Troposphären-Jet befindet sich zu weit nördlich. Die zonal gemittelten Impuls- und Temperaturflüsse besitzen ein Breitenprofil, das in Übereinstimmung mit beobachteten Verläufen steht. Die Erhöhung der Auflösung zu T15 bringt weitere quantitativ geprägte Verbesserungen. So nimmt der stratosphärische Polar-Jet realistischere Werte an und der troposphärische Strahlstrom verlagert sich südlich. Obwohl die mittleren Felder annähernd richtig simuliert wird, treten große Unterschiede in den Amplituden der Impuls- und Temperaturflüsse auf. Das Modell überschätzt diese Flüsse stark. Die atmosphärischen Verhältnisse der unteren Modellschicht werden vor allem durch die physikalischen Parametrisierungen der unteren Randbedingung beeinflußt. Die Einfachheit des Spektralmodells niederer Ordnung in allen verwendeten horizontalen Auflösungen erlaubt keine realistischen Simulationen in diesem Niveau.

Die Variabilität in der oberen Modellschicht wird bei allen drei Auflösungen durch den deformierten Polarwirbel sowie die langen planetaren Wellen mit den Wellenzahlen eins bis zwei bestimmt. Bei starken Westwinden, die bei höheren horizontalen Auflösungen simuliert wurden, gelangen nur die längsten Wellen in die Stratosphäre. In der mittleren Troposphäre stellen die Wellenzüge das Muster der größten Varianz dar. Diese orographisch angeregten Telekonnektionsmuster bilden sich im Lee der Gebirge aus und besitzen eine äquivalent barotrope Struktur. Im Vergleich mit den aus Daten bekannten Telekonnektionsmustern erscheinen sie zu weit meridional ausgedehnt. Durch die Erzeugung persistenter Zirkulationsanomalien beeinflussen sie stark das Langzeitverhalten der mittleren und unteren Troposphäre.

Das Spektralverhalten der dominanten PC-Reihen ist mit Hilfe von Fourier- und Wavelet-Analysen untersucht worden. Signifikante Spektralmaxima auf der dekadischen Zeitskala wurden in allen Modellhöhen und Auflösungen gefunden. Wie bereits beim 2-Schichtenmodell diskutiert, stellen alle diese Klimafluktuationen intermittierende Ereignisse begrenzter Andauer dar. Besondere stratosphärische Signale traten bei 2 -3 Jahren sowie vor allem auf der sehr langen Zeitskala von 100 - 150 Jahren aus dem Rauschen heraus. Die Analysen zeigen, daß diese mit der Variabilität des Polarwirbels in Zusammenhang stehen. Die von Wellenzügen dominierte mittlere Troposphäre besitzt auf der interdekadischen Zeitskala viel Varianz; bei längeren Perioden hingegen nicht. Die Zunahme der horizontalen Auflösung hat einen deutlichen Anstieg der intra- und interannuellen Variabilität zur Folge. Die Implementierung einer jahreszeitlichen Abhängigkeit des thermischen Modellantriebs führt zu realistischeren mittleren Strömungskonfigurationen im Sommer und Winter. Andererseits dämpft sie die Variabilität jedoch so stark, daß in der Stratosphäre der Jahresgang das alles beherrschende Signal wird. In der Troposphäre kommt es ebenfalls zu einer Stabilisierung des chaotischen Modellzustandes. Die Analyse eines chaotischen Abschnitts über 650 Jahre zeigt, daß die wichtigsten räumlichen Variabilitätsmuster durch den Jahresgang nicht beeinflußt werden. Im Vergleich zu den Ergebnissen mit konstanter thermischer Anregung kommt es zu einer Erhöhung der interannuellen Fluktuationen. Eine Zunahme der Signale mit Perioden von 100 - 300 Jahren wie im 2-Schichten-Modell konnte auf Grund der kürzeren Datenlänge nicht nachgewiesen werden.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß auch das höher aufgelöste quasi-geostrophische 3-Schichten-Modell interne atmosphärische Klimavariabilität im Zeitbereich von Jahren, Jahrzehnten bis zu Jahrhunderten erzeugt. Die nichtlinearen dynamischen Wechselwirkungsprozesse zwischen den verschiedenen atmosphärischen Bewegungskomponenten bewirken die Herausbildung des stratosphärischen Polarwirbels und der troposphärischen Telekonnektionsmuster als dominante räumliche Variabilitätsmuster. Niederfrequente Fluktuationen werden durch irreguläre, chaotische Übergänge zwischen diesen persistenten Zirkulationsanomalien hervorgerufen.

## Kapitel 6

# Klimavariabilität in einem gekoppelten Zirkulationsmodell der Atmosphäre und des Ozeans

In den beiden vorhergehenden Kapitel wurde die niederfrequente Variabilität in quasi-geostrophischen Modellen niederer Ordnung diskutiert. Diese Modelle stellen eine starke Vereinfachung der realen atmosphärischen Bedingungen dar und es ergibt sich die Frage, ob das langperiodische Verhalten der Modelle die wirklich auftretenden internen Schwankungen der Atmosphäre charakterisieren kann. Unser Verständnis der natürlichen realen Klimavariabilität ist jedoch sehr begrenzt. Obwohl es Hinweise aus langen Beobachtungsdatenreihen und paläoklimatologischen Analysen gibt (vgl. Kapitel 2), sind die Existenz und die Ursachen dekadischer und längerer atmosphärischer Fluktuationen nicht hinreichend geklärt. Ein Grund dafür ist, daß die gemessenen Datenreihen zu kurz sind, um statistisch gesicherte Aussagen über die niederfrequente Variabilität im Zeitbereich von Jahrzehnten bis Jahrhunderten treffen zu können.

Als "Ersatz" der fehlenden realen atmosphärischen Daten werden deshalb in diesem Kapitel durch ein Allgemeines Zirkulationsmodell (GCM) synthetisch erzeugte, ausreichend lange Datenreihen klimatologischer Größen verwendet. Die GCM stellen zur Zeit die umfangreichsten Klimamodelle mit komplexen Parametrisierungen unter Einbeziehung verschiedener Klimauntersysteme dar. Eine der längsten Kontrollintegrationen mit einem gekoppelten Atmosphäre-Ozean-GCM wird derzeit am Max-Planck-Institut für Meteorologie in Hamburg durchgeführt. In diesem Kapitel wird die interne niederfrequente Variabilität an Hand von Ergebnissen dieser Simulation über 1 000 Modelljahre untersucht. Die dominanten Raum-Zeit-Muster der Variabilität in der unteren Stratosphäre, mittleren Troposphäre und am Erdboden werden bestimmt um zu überprüfen, ob das in den einfachen Modellen gefundene charakteristische Verhalten auch in diesem sehr viel komplexeren Klimamodell zu beobachten ist. Entsprechend dem Konzept von Palmer [1999] kommen Klimaänderungen in Veränderungen der Häufigkeit des Auftretens bevorzugter Klimazustände zum Ausdruck. Den Abschluß des Kapitels bilden Berechnungen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Geopotentials der mittleren Troposphäre, um die Simulation atmosphärischer Zirkulationsregime im Modell ECHAM3/LSG mit den aus Beobachtungsdaten bekannten Zuständen zu vergleichen.

## 6.1 Modellbeschreibung

Das gekoppelte Ozean-Atmosphäre-Modell ECHAM3/LSG besteht aus dem globalen atmosphärischen Allgemeinen Zirkulationsmodell ECHAM-3 (Roeckner et al. [1992]) und dem Ozeanmodell LSG (large-scale geostrophic) (Maier-Reimer et al. [1993]). ECHAM-3 ist die Hamburger Version des operationellen spektralen Wettervorhersagemodells des Europäischen Zentrums für mittelfristige Wettervorhersage (ECMWF), bei der die physikalischen Parametrisierungen für Klimamodellierungszwecke modifiziert wurden. Das Modell basiert auf den thermo-hydrodynamischen Grundgleichungen der Erhaltung von Impuls und Masse sowie des 1. Hauptsatzes der Thermodynamik. Es berechnet als prognostische Variablen die Vorticity, die Divergenz, die Temperatur, den Oberflächendruck, die Feuchtigkeit, den Flüssigwassergehalt der Wolken und enthält den Tages- und Jahresgang der solaren Einstrahlung. Die Strahlung, die Wolkenbildung, Niederschlagsprozesse, die Konvektion sowie die vertikale und horizontale Diffusion werden parametrisiert. Das Modell wurde in der horizontalen Auflösung T21 (entspricht einer Gauß'schen Gitterauflösung von  $5.6^{\circ} \times 5.6^{\circ}$ ) und mit 19 vertikalen Schichten zwischen der Erdoberfläche und 10 hPa (~30 km) gerechnet.

Die Basis des LSG-Ozeanmodells stellen die primitiven Gleichungen dar. Nichtlineare Impulsadvektionen werden vernachlässigt. Das Modell enthält ein einfaches thermodynamisches Meereis-Modul und besitzt 11 vertikale Schichten. Es wurde mit einer effektiven horizontalen Auflösung von  $4^{\circ} \times 4^{\circ}$  integriert.

Um Probleme mit der Klimadrift des gekoppelten Systems zu vermeiden, ist eine Flußkorrektur (Sausen et al. [1988]) benutzt worden. Eine detaillierte Validierung des Modells für 10 simulierte Jahre gegenüber Beobachtungsdaten des ECMWF wird in Roeckner et al. [1992] diskutiert. Die Autoren stellen eine generell gute Übereinstimmung der zeitlich gemittelten Modellgrößen mit den Daten fest. Das ECHAM3/LSG-Modell wurde in einer Reihe von Untersuchungen über Klimaänderungen verwendet (z.B. Cubasch et al. [1997], Schiller et al. [1997]). In dieser Arbeit wird ein freier Lauf des Modells mit heutigen atmosphärischen und ozeanischen Bedingungen betrachtet (pers. Kommunikation Judith Perlwitz). Zum Zeitpunkt der Fertigstellung der vorliegenden Arbeit hat diese Integration etwa 2 000 Modelljahre erreicht. Timmermann et al. [1998] analysierten die ersten 700 Jahre des Modellaufs und konnten einen interdekadischen gekoppelten Mode zwischen der Atmosphäre und der thermohalinen Zirkulation im Nordatlantik und -pazifik mit einer Periode von ca. 35 Jahren nachweisen. An Hand von Daten aus 1 900 Modelljahren identifizierten Perlwitz et al. [1999] zwei Klimaregime des stratosphärischen zyklonalen Wirbels.

Für die hier diskutierten Untersuchungen gehen die ersten 500 Modelljahre dieser Simulation nicht in die Auswertung ein, um den Einfluß der Einschwingprozesse des Systems Atmosphäre - Ozean gering zu halten. Aus den folgenden 1 000 Jahre der Kontrollintegration wurden die Temperatur in 70 hPa (untere Stratosphäre, ~19 km), in 500 hPa (mittlere Troposphäre, ~5.5 km) und in 2m Höhe sowie die geopotentielle Höhe in 70 hPa, in 500 hPa und der Bodenluftdruck ausgewählt, um die dominanten räumlichen und zeitlichen Moden der niederfrequenten Variabilität zu bestimmen.

## 6.2 Zeitlich gemittelte Zustände an der Erdoberfläche, in der Tropound Stratosphäre

Die Variabilität der Atmosphäre ist im Winter auf Grund des verstärkten meridionalen Temperaturgradienten höher als in den anderen Jahreszeiten. Deshalb sind aus den Monatsmittelwerten der 1 000 Jahre 999 nordhemisphärische Wintermittel (Dezember - Februar) berechnet worden. In den Abb. 6.1 und 6.2 sind die mittleren Verteilungen der Temperatur und des Geopotentials bzw. des Bodenluftdrucks in der Stratosphäre, in der mittleren Troposphäre und an der Erdoberfläche

dargestellt. Das Modell gibt die Struktur der gemessenen Temperatur- und Druckverteilungen (siehe Abb. 2.1 und 2.2 sowie Roeckner et al. [1992]) sowohl qualitativ als auch quantiativ sehr gut wieder.



Abbildung 6.2: Mittlere Verteilung der geopotentiellen Höhe im Winter (DJF) in 70hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und Luftdruck in Meeresniveau (unten) der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG.

Abbildung 6.1: Mittlere Temperaturverteilung im Winter (DJF) in 70hPa (oben), 500 hPa (Mitte) und in 2m Höhe (unten) der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG.

Am Erdboden (Abb. 6.1 unten) werden die höchsten Temperaturwerte in den Innertropen erreicht. Auf Grund der nur geringen Gradienten der Einstrahlung sind dort die meridionalen Temperaturgradienten sehr klein. Die niedrigsten Temperaturen treten über den Kontinenten der Polargebiete auf. Der Einfluß der kalten Landmassen und der Ozeane mit den warmen westlichen Randströnungen ist in der Temperaturverteilung am Boden deutlich sichtbar. Mit zunehmender Höhe verringert sich der Einfluß der Land-Meer-Kontraste auf die Temperaturverteilung, so daß in 500 hPa die Isothermen zonal gleichförmiger verlaufen (Abb. 6.1 Mitte). Die großskaligen stehenden Wellen mit den Wellenzahlen eins und zwei als wichtige Merkmale der unteren und mittleren Troposphäre wetden richtig simuliert. In der unteren Stratosphäre (Abb. 6.1 oben) kehrt sich der horizontale Temperaturgradient zwischen den mittleren und tropischen Breiten um. Nur im Inneforienten zontale Gemperaturgischen den mittleren auf tropischen Breiten um. Nur im Innener anger sich der Polarwirbels treten zwischen den mittleren auf. Die wärmsten Temperaturen befinden ren des Polarwirbels treten ähnlich tiefe Temperaturen auf. Die wärmsten Temperaturen befinden 6.3 Charakteristische räumliche und zeitliche Strukturen der niederfrequenten atmosphärischen Variabilität

sich im Bereich der Störung des kalten Polarwirbels durch die stationäre Welle mit der Wellenzahl eins über dem Nordpazifik.

Der simulierte Luftdruck in Meeresniveau (Abb. 6.2 unten) zeigt eine gute Übereinstimmung mit der beobachteten Verteilung. Besondere Charakteristika stellen das leicht zu stark ausgeprägte Aleuten-Tief über dem Nordpazifik und das Island-Tief über dem Nordatlantik dar. Die subtropischen Hochdruckgebiete erscheinen etwas zu weit nördlich und überschätzen die reale Stärke geringfügig (Roeckner et al. [1992]). Die Verteilung der geopotentiellen Höhe in 500 hPa (Abb. 6.2 Mitte) wird durch Tröge über den östlichen Teilen von Asien und Nordamerika sowie durch Keile über den Westküsten Nordamerikas und Europas gekennzeichnet. Diese Struktur entspricht ebenfalls gut den realen atmosphärischen Verhältnissen. Die zeitlich gemittelte Verteilung der geopotentiellen Höhe in der Stratosphäre (Abb. 6.2 oben) zeigt den durch die planetare stratosphärische Welle asymmetrisch deformierten Polarwirbel.

## 6.3 Charakteristische räumliche und zeitliche Strukturen der niederfrequenten atmosphärischen Variabilität

Ausgehend von den nordhemisphärischen Wintermitteln wurden EOF-Analysen der Temperaturen und geopotentiellen Höhen bzw. des Bodenluftdrucks durchgeführt. Die Tabelle 6.1 faßt die Varianzanteile der jeweils ersten beiden EOF für die drei Modellniveaus und die betrachteten atmosphärischen Variablen zusammen.

	Temperatur		geopotentielle Höhe bzw. Bodenluftdruck	
	1. EOF	2. EOF	1. EOF	<b>2. EOF</b>
Stratosphäre (70 hPa)	38.37	19.65	47.35	15.13
Troposphäre (500 hPa)	14.97	13.63	32.43	12.10
Erdoberfläche	16.95	13.13	42.54	10.24

**Tabelle 6.1:** Anteil an der Gesamtvarianz in % der 1. und 2. EOF der Temperatur und der geopotentiellen Höhe bzw. des Bodenluftdrucks in der Stratosphäre (70 hPa), in der Troposphäre (500 hPa) und an der Erdoberfläche (2m Höhe bzw. in Meeresniveau) für Wintermittel (DJF) der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG.

Die Temperatur- und Geopotentialverteilung in der stratosphärischen Modellschicht sowie der Bodenluftdruck weisen durch die großen Werte des prozentualen Anteils der 1. EOF eine klare Unterscheidung zu den weiteren Varianzmustern auf. Die Varianzanteile der Temperaturen in der Troposphäre und in 2m Höhe deuten geringe Differenzen zwischen der 1. und der 2. EOF an.

#### 6.3.1 Der stratosphärische Wirbel

Die stratosphärische Zirkulation im Winter wird wesentlich durch den kalten Polarwirbel bestimmt. Die Modellvariabilität des Vortex äußert sich in den dominanten EOF-Mustern, welche in den Abb. 6.3 und 6.4 für die Temperatur bzw. die geopotentielle Höhe in 70 hPa dargestellt sind.



Abbildung 6.3: 1. EOF (links) und 2. EOF (rechts) der Temperatur in 70 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF). Das Muster der 1. EOF erklärt 38% der Gesamtvarianz; das der 2. EOF 20%.



**Abbildung 6.4:** 1. EOF (links) und 2. EOF (rechts) der geopotentiellen Höhe in 70 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF). Das Muster der 1. EOF erklärt 47% der Gesamtvarianz; das der 2. EOF 15%.

Für beide Größen beschreibt die 1. EOF den deformierten Polarwirbel. Der kalte Trog des Wirbels befindet sich dabei über dem Nordpazifik. Die 2. EOF zeigen explizit die stratosphärische lange Welle der Wellenzahl eins sowohl für die Temperatur als auch für die Geopotentialverteilung. Die Zentren dieser Wellen liegen über dem nordöstlichen Asien und über Ostkanada.

Die wichtigsten räumlichen Varianzmuster der stratosphärischen Temperatur- und Geopotentialverteilung zeigen Ähnlichkeiten mit den im 3-Schichten-LOM gefundenen EOF. Die Modelläufe mit den horizontalen Auflösungen T10 und T15 ergaben für das 1. EOF-Muster der Stromfunktion in der oberen Modellschicht bei 150 hPa (Abb. 5.17 und 5.19), daß der durch die planetare Welle eins stark deformierte Wirbel den größte Einfluß auf die Variabilität der stratosphärischen Zirkulation ausübt. Die Bedeutung weiterer großskaliger Wellenkomponenten kam bereits in den 2. EOF zum Ausdruck. Diese Strukturen treten im ECHAM3/LSG-Modell erst in den höheren Mustern (nicht abgebildet) auf.

Um das zeitliche Verhalten dieser räumlichen Strukturen zu analysieren, sind die Fourier- und Waveletspektren der korrespondierenden PC berechnet worden. In der Abb. 6.5 ist das Verhalten der 1. PC der Temperatur in der Höhe von 70 hPa dargestellt.

6.3 Charakteristische räumliche und zeitliche Strukturen der niederfrequenten atmosphärischen Variabilität



**Abbildung 6.5:** Leistungsspektrum (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  der 1. PC der Temperatur in 70 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF) (*K=8, L=125 Jahre,*  $\omega$ =6, *r=-0.03*). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 bzw. Abb. 4.16.

Im Fourierspektrum treten spektrale Maxima bei Perioden von ca. 2 - 5 Jahren aus dem angepaßten weißen Rauschen heraus. Obwohl sich auf längeren Zeitskalen weitere Varianzmaxima andeuten, lassen sich auf Grund der Länge der Modelldatenreihe und der Methodik der Schätzung des Fourierspektrums (vgl. Abschnitt 3.2) nur Perioden bis etwa 50 Jahren statistisch nachweisen. Weitergehende Informationen über die Variabilität mit Perioden bis zu 200 Jahren liefert die Wavelet-Transformation (Abb. 6.5 rechts). Die Darstellung zeigt zeitlich lokale Bereiche signifikanter Signale bei etwa 70 bis hin zu 150 Jahren. Die längeren Zeitskalen liegen dabei zum Teil außerhalb des von Randeffekten unbeeinflußten Bereichs des Zeit-Frequenz-Raums.

Abb. 6.6 zeigt die analogen Darstellungen für die geopotentielle Höhe in 70 hPa.



**Abbildung 6.6:** Leistungsspektrum (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  der 1. PC der geopotentiellen Höhe in 70 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF) (*K=8, L=125 Jahre, \omega=6, r=-0.02*). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 bzw. Abb. 4.16.

Auch hier treten Energiemaxima mit interannuellen Perioden von 2 - 4 Jahren auf. Sie kennzeichnen die charakteristische Zeitskala der quasi-zweijährigen Schwingung (QBO) (siehe auch Seite 99) in der tropischen Stratosphäre. Die größten Signale des Geopotentials in 70 hPa befinden sich, wie bereits bei der Temperatur in dieser Höhe, auf der Zeitskala von ca. 80 - 200 Jahren. Vergleichbare Spektralmaxima sowohl auf der interannuellen Zeitskala als auch bei diesen sehr langen Perioden wurden vom quasi-geostrophischen 3-Schichten-Modell niederer Ordnung reproduziert.

Die Zeitverhalten der 2. PC der stratosphärischen Temperatur (Abb. 6.7) und der geopotentiellen Höhe (Abb. 6.8) lassen nur marginale Unterschiede zu den 1. PC erkennen.



**Abbildung 6.7:** Leistungsspektrum (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  der 2. PC der Temperatur in 70 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF) (*K=8, L=125 Jahre, \omega=6, r=0.02*). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 bzw. Abb. 4.16.



**Abbildung 6.8:** Leistungsspektrum (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  der 2. PC der geopotentiellen Höhe in 70 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF) (*K=8, L=125 Jahre,*  $\omega=6$ , r=0.04). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 bzw. Abb. 4.16.

Starke Variabilität tritt bei Perioden zwischen 50 und 100 Jahren auf. Im Bereich zwischen etwa 10 Jahren und 50 Jahren kommen kaum Oszillationen vor. Dagegen sind im interannuellen Zeitbereich statistisch signifikante Fluktuationen zu beobachten.

### 6.3.2 Die mittlere Troposphäre

Die ersten beiden dominanten EOF der Temperatur in 500 hPa sind in Abb. 6.9 dargestellt. Das Gebiet mit der größten Variabilität befindet sich über dem äußersten Nordosten Asiens bzw. über Alaska. In der 2. EOF der Temperatur kommt sowohl der stark zonale Charakter der thermischen Varianz als auch der Einfluß der Land-Meer-Kontraste zum Ausdruck.



**Abbildung 6.9:** 1. EOF (links) und 2. EOF (rechts) der Temperatur in 500 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF). Das Muster der 1. EOF erklärt 15% der Gesamtvarianz; das der 2. EOF 14%.

Hingegen läßt das 1. dominante Muster der Geopotentialverteilung in 500 hPa (Abb. 6.10) den als Nordatlantische Oszillation (NAO) bekannten meridionalen Dipol mit tieferen Werten der geopotentiellen Höhe im Nordatlantik um Island und höheren Werten im Bereich des Azorenhochs erkennen.



**Abbildung 6.10:** 1. EOF (links) und 2. EOF (rechts) der geopotentiellen Höhe in 500 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF). Das Muster der 1. EOF erklärt 32% der Gesamtvarianz; das der 2. EOF 12%.

Dieses atmosphärische Telekonnektionsmuster bestimmt zu einem großen Anteil die Witterungsverhältnisse über dem östlichen Nordatlantik und Westeuropa. Die Analysen gemessener und rekonstruierter Datenreihen des NAO-Index zeigen, daß die NAO eine stark intermittierende Eigenschwingung der Atmosphäre ohne ausgezeichnete Frequenzbereiche ist (vgl. Abschnitt 2.2). Modellsimulationen mit gekoppelten Atmosphäre-Ozean-GCM verdeutlichen einerseits die Korrelation dieses atmosphärischen Musters mit ozeanischen Variablen wie z.B. der Meeresoberflächentemperatur (Delworth [1996], Timmermann et al. [1998], Grötzner et al. [1998], Rodwell et al. [1999]), konnten die Ursache dieser natürlichen Schwingung im Klimasystem jedoch noch nicht aufdecken. Auch das Muster der 2. EOF des Geopotential in 500 hPa zeigt diese dynamische Schwingung. Hier verschiebt sich das Zentrum des troposphärischen polaren Wirbels nach Nordsibirien. Das Muster besitzt eine schwache Ähnlichkeit zu dem aus realen Daten bekannten Pazi-fik-Nordamerika-(PNA)-Muster (Wallace & Gutzler [1981]).

Die korrespondierenden zeitlichen Verhalten der 1. EOF der Temperatur und der geopotentiellen Höhe in 500 hPa sind in den Abb. 6.11 und 6.12 mit Hilfe der Fourier- und Waveletspektren zusammengefaßt.



**Abbildung 6.11:** Leistungsspektrum (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  der 1. PC der Temperatur in 500 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF) (*K*=8, *L*=125 Jahre,  $\omega$ =6, *r*= 0.02). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 bzw. Abb. 4.16.



**Abbildung 6.12:** Leistungsspektrum (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  der 1. PC der geopotentiellen Höhe in 500 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF) (*K=8, L=125 Jahre,*  $\omega=6$ , r=0.02). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 bzw. Abb. 4.16.

Das Fourierspektrum der Temperatur (Abb. 6.11) zeigt auf der interannuellen und dekadischen Zeitskala verschiedene signifikante Spektralmaxima bei etwa 2 - 3, 6 und 15 Jahren. Im Gegensatz

#### 6.3 Charakteristische räumliche und zeitliche Strukturen der niederfrequenten atmosphärischen Variabilität

zur Temperatur der Stratosphäre ergab die Wavelet-Analyse der troposphärischen Temperatur keine Signale auf Zeitskalen länger als etwa 20 Jahre. Das Verhalten der geopotentiellen Höhe (Abb. 6.12) ist auf allen Zeitskalen durch wenig signifikante Variabilität gekennzeichnet. Dieses Verhalten ist konsistent mit der spektralen Charakteristik der NAO.

Ein ähnliches Bild ergibt die Spektralanalyse der höheren PC der Temperatur- und Geopotentialverteilungen in der mittleren Troposphäre.



**Abbildung 6.13:** Leistungsspektrum (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  der 2. PC der Temperatur in 500 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF) (*K=8, L=125 Jahre, \omega=6, r=-0.02*). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 bzw. Abb. 4.16.



**Abbildung 6.14:** Leistungsspektrum (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  der 2. PC der geopotentiellen Höhe in 500 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF) (*K=8, L=125 Jahre, \omega=6, r=0.01*). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 bzw. Abb. 4.16.

Im Frequenzspektrum der 2. PC der Temperatur in 500 hPa (Abb. 6.13) treten Varianzmaxima bei 2 und 4.5 Jahren auf. Längere Perioden konnten jedoch nicht detektiert werden. Das Wavelet-Spektrum läßt vereinzelte zeitliche Abschnitte mit signifikanten Schwingungen auf der dekadischen Zeitskala bis zu 50 Jahren zu erkennen. Aber auch hier treten keine Fluktuationen im Zeitbereich von Jahrhunderten aus dem Rauschen heraus. Die 2. PC der geopotentiellen Höhe in 500 hPa (Abb. 6.14) besitzt bei etwa 9 Jahren ein signifikantes Maximum im Fourierspektrum. Auf längeren Zeitskalen von Jahrzehnten und Jahrhunderten gibt es kaum Signale, die sich vom angepaßten Rauschprozeß abheben.

#### 6.3.3 Das Verhalten an der Erdoberfläche

Die Abb. 6.15 und 6.16 zeigen die ersten beiden EOF der Temperatur in 2m Höhe und des Bodenluftdrucks.



**Abbildung 6.15:** 1. EOF (links) und 2. EOF (rechts) der Temperatur in 2m Höhe der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF). Das Muster der 1. EOF erklärt 17% der Gesamtvarianz; das der 2. EOF 13%.



**Abbildung 6.16:** 1. EOF (links) und 2. EOF (rechts) des Bodenluftdruckes der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF). Das Muster der 1. EOF erklärt 43% der Gesamtvarianz; das der 2. EOF 10%.

Die 1. EOF der Temperatur erinnert in ihrer geographischen Struktur stark an die überwiegend zonal ausgerichteten und orographisch angeregten Wellenzüge (vgl. Abschnitt 5.4.2 und Hoskin & Karoly [1981]). Das Telekonnektionsmuster mit Zentren über der Labrador-See, Zentral-Nordamerika und Nordwestasien entspricht keinem der von Wallace & Gutzler [1981] gefundenen typischen Telekonnektionsmuster der nordhemisphärischen troposphärischen Winterzirkulation. In der 2. EOF kommt der Einfluß der an der Erdoberfläche im Winter besonders stark ausgeprägten thermischen Land-Meer-Kontraste zum Ausdruck.

#### 6.3 Charakteristische räumliche und zeitliche Strukturen der niederfrequenten atmosphärischen Variabilität

Das mit einem Varianzanteil von über 40% weitaus stärkste Variabilitätsmuster des Bodendrucks im Nordwinter beschreibt ebenso wie die geopotentielle Höhe in 500 hPa die NAO mit anormal hohem Luftdruck im Bereich des suptropischen Azorenhochs und negativen Druckanomalien in der Gegend von Island. Auch das 2. Muster wird von dieser Luftdruckschwingung maßgeblich beeinflußt (vgl. 2. EOF der geopotentiellen Höhe in 500 hPa in Abb. 6.10 rechts).

Das Zeitverhalten der korrespondierenden Prinzipiellen Komponenten zeigt für die Temperatur in Abb. 6.17 kaum interannuelle Variabilität, die aus dem angepaßten Modellrauschen heraustritt. Auf der dekadischen Zeitskala bis 50 Jahren können mit Hilfe der Wavelet-Transformation deutliche Fluktuationen insbesondere in der zweiten Hälfte der Integrationszeit analysiert werden. Auf längeren Zeitskalen wurden kein Signal detektiert. In einem anderen globalen gekoppelten Klimamodell fanden Hunt & Davies [1997] an Hand von Analysen einer Integration über 500 Jahre, daß die Länge von warmen und kalten Episoden der global gemittelten Jahresmitteltemperatur typischerweise 50 - 60 Jahre beträgt und somit in etwa mit dem im ECHAM3/LSG-Modell gefundenen charakteristischen Perioden übereinstimmt.



**Abbildung 6.17:** Leistungsspektrum (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  der 1. PC der Temperatur in 2m Höhe der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF) (*K*=8, *L*=125 Jahre,  $\omega$ =6, *r*= 0.11). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 bzw. Abb. 4.16.

Die 1. PC des Bodenluftdruckes (Abb. 6.18), welche dem räumlichen Muster der NAO entspricht, weist spektrale Maxima bei etwa 2 - 3 Jahren, 7 Jahren und zwischen 15 und 20 Jahren auf. Ähnliche Perioden mit begrenzter zeitlicher Andauer wurden in der Zeitreihe des beobachteten NAO-Index gefunden (vgl. Abschnitt 2.2 und Hurrel & van Loon [1997], Higuchi et al. [1999]). Sie stellen keine robusten und nur wenig signifikante Signale dar. Für tiefere Frequenzen ist die Modellvariabilität sehr gering.



**Abbildung 6.18:** Leistungsspektrum (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  der 1. PC des Bodenluftdruckes der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF) (*K=8, L=125 Jahre,*  $\omega$ =6, *r=0.02*). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 bzw. Abb. 4.16.

In der 2. PC der Temperatur (Abb. 6.19) deutet sich im Periodenbereich von etwa 180 Jahren ein Signal an, welches mit den thermischen Unterschieden zwischen den relativ warmen Ozeanen und den kalten Kontinenten zusammenhängt. Verglichen mit der Wavelet-Analyse der 1. PC der Stromfunktion in der untersten Modellschicht des 3-Schichten-Modells in der horizontalen Auflösung T10 in Abb. 5.30, ergibt sich eine erstaunliche Übereinkunft. Deren Ursache muß aber auf Grund der sehr stark vereinfachten Parametrisierungen am unteren Modellrand und der groben vertikalen Auflösung in den LOM als zufällig angesehen werden.



**Abbildung 6.19:** Leistungsspektrum (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  der 2. PC der Temperatur in 2m Höhe der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF) (*K=8, L=125 Jahre, \omega=6, r=0.12*). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 bzw. Abb. 4.16.

Im Gegensatz dazu weist der Bodenluftdruck auch im 2. Muster in Abb. 6.20 bis auf den Beginn der Integrationszeit mit einer Periode bei etwa 40 Jahren keine niederfrequente Variabilität auf längeren Zeitskalen auf.



**Abbildung 6.20:** Leistungsspektrum (links) und zeit- und frequenzabhängige normierte Spektraldichte der Wavelet-Transformation (rechts) in  $[y^2]$  der 2. PC des Bodenluftdruckes der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von Wintermitteln (DJF) (*K*=8, *L*=125 Jahre,  $\omega$ =6, *r*=0.04). Zur Erläuterung der Kurven siehe Abb. 4.10 bzw. Abb. 4.16.

Auf Grund der Einfachheit der in den LOM verwendeten Parametrisierungen speziell an der Erdoberfläche und der groben vertikalen Modellauflösungen kann es keine gute Übereinstimmung der dominanten räumlichen und zeitlichen Muster in diesem Niveau geben. Das komplexe Zirkulationsmodell produziert auf dekadischen und längeren Zeitskalen eine geringere Variabilität als die quasi-geostrophisch approximierten einfachen Modelle.

#### 6.4 Persistente Zirkulationsanomalien der mittleren Troposphäre

Die in der Einführung vorgestellte Idee für Klimaänderungen nach Palmer [1999] beschreibt Klimavariabilität durch die Änderungen der Häufigkeit des Auftretens von bevorzugten Zirkulationsregimen. Die Voraussetzung dafür ist, daß die Variabilität des betrachteten Klimasystems wesentlich durch die Übergänge zwischen quasi-stationären Zuständen bestimmt wird. Die lineare Reaktion des nichtlinearen Systems auf schwache externe Anregungen manifestiert sich hauptsächlich in den Änderungen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (engl. probability density function (PDF)) der Hauptkomponenten des Systems. Die physikalische bzw. geographische Struktur der dominanten Regime bleibt relativ unempfindlich gegenüber dem äußeren Antrieb. Hingegen können die PDF in lokalen Gebieten des Raums und der Zeit besonders empfindlich reagieren, obwohl die quasi-stationären Zustände großskalig sind. Inwieweit Beobachtungsdaten der mittleren nordhemisphärischen Troposphäre dieser Vorstellung entsprechen, wurde kürzlich von Corti et al. [1999] untersucht. Als Ergebnis dieser Analyse verweisen die Autoren auf die Notwendigkeit von Klimamodellen, welche die natürlichen Zirkulationsregime und ihre Variabilität richtig simulieren können. In diesem Abschnitt werden die Untersuchungen von Corti et al. [1999] näher erläutert und das entsprechende Verhalten im ECHAM3/LSG-Modell untersucht.

#### 6.4.1 Natürliche atmosphärische Zirkulationsregime

Der Ausgangspunkt der Arbeit von Corti et al. [1999] ist die Betrachtung des Klimas als nichtlineares dynamisches System mit einem chaotischen Attraktor. Im folgenden wird die Auswirkung einer schwachen externen Anregung auf das System untersucht. Die ansteigende Konzentration von  $CO_2$  in der Atmosphäre stellt z.B. eine solche Anregung dar. Durch die Nichtlinearität des betrachteten Systems variiert die Sensitivität mit der Position auf dem Attraktor. In Gebieten starker lokaler Instabilität reagiert es empfindlich auf die Anregung; in stabilen Gebieten des Phasenraums aber ist es relativ unempfindlich. Die stabilen Bereiche werden mit den persistenten Zirkulationsanomalien assoziiert. Änderungen des Klimasystems projizieren sich hauptsächlich auf die Grundmuster der natürlichen Klimavariabilität, auch wenn die natürliche Variabilität vorrangig auf viel kürzeren Zeitskalen als die überlagerte Anregung auftritt.

Um diesen Ansatz zu validieren, führen Corti et al. [1999] Untersuchungen mit monatsgemittelten Analysen der geopotentiellen Höhe in 500 hPa durch. Sie verwenden die NCEP-Daten der Nordhemisphäre für die erweiterte Winterjahreszeit (November - April) der Jahre 1949 - 1994. Der mittlere Jahresgang wurde aus den Daten entfernt, indem die Anomalien bezüglich langzeitiger Monatsmittel berechnet wurden. In einem 2. Schritt ist der Trend durch die Bestimmung der Abweichungen vom gleitenden Mittel über 5 Jahre beseitigt worden. Auf diese trendbereinigten Daten wurde eine EOF-Analyse angewendet, um einen reduzierten Phasenraum zu bestimmen. Dieser Phasenraum wird von den ersten beiden EOF aufgespannt und basiert damit auf Variabilitätsmustern, welche kürzere Zeitskalen als der beobachtete dekadische Trend besitzen. Die so erhaltenen Muster der EOF ähneln den von Kimoto & Ghil [1993] bestimmten. Die nichttrendbereinigten Monatsmittelwerte, welche sowohl die kürzeren als auch die langen Zeitskalen enthalten, wurden nun auf die trendbereinigten EOF projiziert. Diese Herangehensweise ist gewählt worden um auszuschließen, daß die räumlichen Projektionsmuster bereits a priori Informationen über niederfrequente Fluktuationen besitzen. Die Projektionskoeffizienten werden im folgenden als PK bezeichnet.

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der PK im 2-dimensionalen Phasenraum, der durch die beiden ersten EOF aufgespannt wird, wurde bestimmt, um Aussagen über die Häufigkeit des Auftretens von bevorzugten Zirkulationsregimen zu treffen. Die Berechnung der PDF erfolgte mittels einer Gauß'schen Kernel-Schätzung (Silverman [1986]). Das bedeutet, die 2-dimensionale Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $p(\dot{\vec{x}}, h)$  wird durch die Beziehung

$$p(\vec{x},h) = \frac{1}{nh^2} \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{1}{h}(\vec{x} - \vec{X}_i)\right)$$
(4.1)

geschätzt. Hier geben n die Länge der Datenreihen, h den Glättungsparameter und  $\vec{x}$  den Phasenraum an. K ist die Kernel-Funktion der PK  $\vec{X}_i$  zum Zeitpunkt i. Als Kernel-Funktion wurde die 2-dimensionale Gauß'sche Normalverteilung verwendet:

$$K\left(\frac{1}{h}(\vec{x} - \vec{X}_{i})\right) = (2\pi)^{-1} \exp\left(-\frac{1}{h^{2}}\left\{\left|\vec{x} - \vec{X}_{i}\right|^{2}\right\}\right).$$
(4.2)

Der Glättungsparameter ist ausreichend groß gewählt worden, so daß Multimodalität statistisch detektiert werden kann (Silverman [1986]). Die Abb. 6.21 zeigt die dadurch bestimmte PDF. Sie besitzt vier Maxima, welche mit A, B, C und D bezeichnet wurden. Die vier Maxima bestätigen, daß die PDF des Klimaattraktors multimodal ist und deshalb nicht adäquat durch multinormale Verteilungen beschrieben werden kann.



Abbildung 6.21: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) im durch die beiden dominanten EOF aufgespannten Phasenraum. Siehe Text zur Beschreibung der Daten. Die auf den horizontalen und vertikalen Achsen dargestellten Größe sind die Projektionskoeffizienten (PK) der geopotentiellen Höhe auf die ersten beiden EOF. Aus: Corti et al. [1999]

Die Cluster A - D repräsentieren die bekannten Telekonnektionsmuster, wie COWL (engl. cold ocean warm land), PNA (Pazifik-Nordamerika), NAO (Nordatlantische Oszillation) und AO (Arktische Oszillation). In weiteren Analysen zeigen die Autoren durch eine Unterteilung des Datensatzes in zwei Zeitabschnitte, daß die rezente Klimaänderung durch Änderungen der Häufigkeit des Auftretens von natürlichen Regimen der atmosphärischen Zirkulation interpretiert werden kann. Sie ziehen die Schlußfolgerung, daß die gegenwärtige Erwärmung der Nordhemisphäre eher init der thermischen Struktur dieser Zirkulationszustände als mit anthropogenen Einflüssen verbunden ist. Umgekehrt ist der Fakt, daß beobachtete Klimaveränderungen sich auf natürliche Muster abbilden, jedoch kein Gegenbeweis einer durch den Menschen hervorgerufenen Klimaänderung.

#### 6.4.2 Bevorzugte Zustände im Modell

Um die natürlichen Zirkulationsregime im Modell ECHAM3/LSG zu untersuchen, wurden die Daten des Kontrollaufs der geopotentiellen Höhe in 500 hPa analog wie in Abschnitt 6.4.1 beschrieben analysiert. Der mittlere Jahresgang ist eliminiert und erweiterte Wintermittel (November - April) sind bestimmt worden. Die so erhaltenen (ungefilterten) Daten wurden auf die trendbereinigten EOF (nicht abgebildet) projiziert. Die EOF ähneln den in Abschnitt 6.3.2 diskutierten Mustern (vgl. Abb. 6.10) sogar in Details und erklären 27% bzw. 12% der Gesamtvarianz. Die Abb. 6.22 zeigt die 2-dimensionale PDF der PK der beiden dominanten EOF.



**Abbildung 6.22:** Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) im durch die beiden dominanten EOF aufgespannten Phasenraum der geopotentiellen Höhe in 500 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von erweiterten Wintermitteln (N-A). Die ungefilterten Daten wurden auf die trendbereinigten EOF projiziert. h=0.23

#### Kapitel 6: Klimavariabilität in einem gekoppelten Zirkulationsmodell der Atmosphäre und des Ozeans

Die PDF der Modelldaten entspricht in erster Näherung einer Gauß'schen Wahrscheinlichkeitsverteilung mit dem Maximum nahe dem Ursprung. Multimodale Maxima treten nicht auf. Die Verteilung gibt Hinweise auf Abweichungen von der regulären Gauß'schen Wahrscheinlichkeitsverteilung, wenn die Daten zuvor tiefpaßgefiltert werden. Die Abb. 6.23 enthält eine Übersicht über die PDF für verschiedene Filter. Im Unterschied zu Abb. 6.22 wurden hier die Daten nicht auf trendbereinigte EOF projiziert, da die Filterung keine wesentlichen Unterschiede in den EOF ergibt. Man erkennt, daß die durch Tiefpaßfilterung erhaltenen PDF Unterschiede zu der durch konzentrische Kreise gekennzeichneten Normalverteilung aufweisen. Für gleitende Mittel über 5, 8 und 9 Jahre deuten sich zwei bzw. drei Maxima der Verteilung an. Die vier Maxima der beobachteten Daten können aber auch durch die Filterung nicht reproduziert werden.



**Abbildung 6.23:** Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) im durch die beiden dominanten EOF aufgespannten Phasenraum der geopotentiellen Höhe in 500 hPa der Integration über 1 000 Jahre des Modells ECHAM3/LSG auf der Basis von erweiterten Wintermitteln (N-A). Die Daten wurden tiefpaßgefiltert durch gleitende Mittelwertbildung über 1 Jahr (oben links) bis 9 Jahre (unten rechts). *h=0.23* 

In diesem Kapitel wurde die niederfrequente Klimavariabilität in einem gekoppelten Atmosphäre-Ozean-GCM untersucht. Das Modell ECHAM3/LSG reproduziert die mittleren Temperatur- und Druckverteilungen der Atmosphäre in guter Übereinstimmung mit beobachteten Daten. Die Analysen einer Kontrollintegration über 1 000 Jahre ergab, daß in der unteren Stratosphäre der kalte Polarwirbel und die lange planetare Welle der Wellenzahl eins die Muster der größten Varianz sind. Sie besitzen eine charakteristische langperiodische Zeitskala von ca. 100 Jahren. Interessanterweise erzeugt auch das 3-Schichten-LOM Periodizitäten des Polarwirbels im selben Zeitbereich (vgl. Abb. 5.22, 5.24 und 5.26).

Die Variabilität der mittleren Troposphäre ist durch großskalige Wellenanomalien der Temperatur, das Telekonnektionsmuster der NAO in der geopotentiellen Höhenverteilung sowie daraus folgend durch die Fluktuationen des Zonalwindes im Bereich des Nordatlantik gekennzeichnet. Im quasi-geostrophischen 3-Schichten-Modell wurde die Varianz der mittleren Troposphäre weitestgehend durch orographisch angeregte Wellenzüge in den mittleren Breiten bestimmt. Eine mit der NAO vergleichbare Oszillation kann mit diesem vereinfachten Atmosphärenmodell nicht simuliert werden.

Die dominanten räumlichen Muster der mittleren Troposphäre des ECHAM3/LSG besitzen die stärkste zeitliche Varianz im interannuellen Skalenbereich. Als Besonderheit erweist sich die "spektrale Lükke" der Variabilität im Periodenbereich größer als 20 Jahre. Auf dieser langen Zeitskala ist in der mittleren Troposphäre kaum Varianz zu beobachten. Ob diese Besonderheit jedoch ein Modelldefizit darstellt (Hinweise darauf geben Roeckner et al. [1992]) oder ein Merkmal der realen Atmosphäre ist, bleibt bisher noch ungeklärt.

Die Temperatur in 2m Höhe sowie der Bodenluftdruck zeichnen sich ebenfalls durch wenig niederfrequente Variabilität aus. In der 2. Hälfte der Integrationszeit konnten dennoch signifikante Signale dieser Größen mit Perioden zwischen 10 Jahren und 50 Jahren nachgewiesen werden.

Es wird noch einmal betont, daß ein direkter Vergleich der Klimavariabilität des GCM und von Low-Order-Modellen nicht möglich ist, weil beide Modellarten grundsätzlich verschiedenen Hierarchiestufen der Klimamodelle angehören. Das ECHAM3/LSG-Modell ist ein gekoppeltes Modell der Atmosphäre und des Ozeans. Es basiert auf den thermo-hydrodynamischen Grund-gleichungen und berücksichtigt eine Vielzahl komplexer physikalischer Parametrisierungen. Hingegen modellieren die hier vorgestellten quasi-geostrophischen Modelle niederer Ordnung ausgewählte großskalige Strömungskomponenten der außertropischen atmosphärischen Zirkulation. Sie wurden verwendet, um wesentliche dynamische Mechanismen atmosphärischer Variabilität getrennt von anderen Einflußfaktoren, wie z.B. dem Ozean oder dem rezenten Temperaturanstieg, untersuchen zu können. Das quasi-geostrophische Gleichungssystem als theoretischer Ausgangspunkt beeinhaltet weitere Einschränkungen, wie die Nichtgültigkeit dieser Approximation in äquatorialen Breiten, die Nichtberücksichtigung der Feuchte in der Atmosphäre und die Beschränkung auf großräumige Bewegungen. Weiterhin wird in diesen Untersuchungen der Einfluß des Ozeans vernachlässigt, während das ECHAM3/LSG-Modell den ozeanischen Einfluß auf die Atmosphäre explizit modelliert.

Die Untersuchungen zur Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der geopotentiellen Höhe in 500 hPa haben gezeigt, daß das gekoppelte GCM ECHAM3/LSG die von atmosphärischen Daten be-

kannte multimodale Struktur nicht reproduziert. Die PDF im durch die beiden dominanten Muster aufgespannten Phasenraum besitzt ein Maximum in der Nähe des Ursprungs. Tiefpaßgefilterte Daten geben Hinweise auf Abweichungen von dieser Verteilung auf längeren Zeitskalen.

In Einklang mit den Schlußfolgerungen aus beiden Low-Order-Modellen wurde durch die Analyse der Simulation natürlicher Klimavariabilität im gekoppelten Klimamodell ECHAM3/LSG bestätigt, daß die auftretenden internen atmosphärischen Schwankungen in allen Spektralbereichen einen deutlich intermittierenden Charakter besitzen. Statistisch signifikante Signale sind von zeitlich begrenzter Dauer, ohne daß bevorzugte Frequenzbereiche während der gesamten Integrationszeit permanent aus dem Rauschen heraustreten.

Das analysierte Atmosphäre-Ozean-Modell benutzt eine Korrektur der Flüsse von Impuls, sensibler und latenter Wärme an der Grenzfläche zwischen der Atmosphäre und dem Ozean. Die Flußkorrektur ist notwendig, um eine unrealistische Klimadrift des gekoppelten Systems zu vermeiden. Inwieweit diese zusätzliche Änderung durch nichtlineare Wechselwirkungs- und Rückkopplungsmechanismen die interne Modellvariabilität auch auf langen Zeitskalen modifiziert, ist jedoch unklar. In Zukunft müssen deshalb Langzeituntersuchungen mit komplexen gekoppelten Modellen ohne Flußkorrektur (Boville & Gent [1998], Gordon et al. [1999]) durchgeführt werden. Erste Ergebnisse der Untersuchungen mit vereinfachten Atmosphäre-Ozean-Modellen moderater Komplexität ohne Flußkorrektur liefern die Arbeiten von Handorf et al. [1999] und Claussen et al. [1999].
# Kapitel 7

# Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der niederfrequenten Klimavariabilität in der Atmosphäre im Bereich von Jahrzehnten und Jahrhunderten, welche durch nichtlineares atmosphärisches chaotisches Verhalten erzeugt wird. Sie liefert damit einen Beitrag zum Verständnis des gegenwärtigen Problems natürlicher Klimavariabilität auf dekadischen und längeren Zeitskalen.

Die Ursachen von niederfrequenten Fluktuationen, welche in der Atmosphäre allein durch interne dynamische Mechanismen auftreten, sind bisher nicht hinreichend bekannt. Der von Hasselmann [1976] vorgeschlagene Ansatz der Integration schneller atmosphärischer Fluktuationen durch langsamer reagierende Komponenten des Klimasystems, wie z.B. den Ozean, vermag das charakteristische Verhalten atmosphärischer Bewegung auf langen Zeitskalen nicht zu erklären. Die Theorie einer "fast intransitiven" Atmosphäre mit chaotischen Übergängen zwischen verschiedenen möglichen Zuständen nach Lorenz [1976] stellt die Arbeitshypothese für die hier durchgeführten Untersuchungen dar. Die Analysen langer Beobachtungsdatenreihen und Paläorekonstruktionen demonstrieren, daß die Atmosphäre in der Vergangenheit auf dekadischen und längeren Zeitskalen deutlich variabel war. Um die Annahme von der Erzeugung niederfrequenter Klimavariabilität durch chaotische atmosphärische Bewegungen zu prüfen, ist die Simulation synthetischer langer Datenreihen mit geeigneten hydrodynamischen Modellen erforderlich. Die Analyse der Modellvariabilität kann wichtige Hinweise auf das langperiodische Verhalten der realen Atmosphäre liefern. In der hier vorgestellten Arbeit sind Integrationen mit zwei quasigeostrophischen atmosphärischen Spektralmodellen niederer Ordnung (LOM) und einem gekoppelten Atmosphäre-Ozean-Zirkulationsmodell (GCM) über 10 000 Jahre bzw. 1 000 Jahre untersucht worden.

Die Studien mit dem troposphärischen 2-Schichten-Modell zeigen, daß Langzeitintegrationen über 10 000 Jahre in einem annähernd realistischen chaotischen Modellzustand möglich sind. Die wichtigsten Einflußparameter für das qualitative Modellverhalten sind die thermische und orographische Anregung. Das atmosphärische Verhalten ist durch persistente Zirkulationsanomalien und stark chaotische Phasen gekennzeichnet, welche mit den charakteristischen Strömungszuständen des Index-Zyklus nach Rossby [1939] in Zusammenhang stehen. Die "Low"-Index-Lagen mit schwächeren zonalen Strömungskomponenten besitzen eine höhere Variabilität als die "High"-Index-Lagen einer stärker ausgebildeten Westströmung in den mittleren Breiten. Die Analyse der raum-zeitlichen Variabilität mit Hilfe der Empirischen Orthogonalen Funktionen (EOF) sowie der Berechnungen der Fourier- und Waveletspektren weist nach, daß die vereinfach-

#### Kapitel 7: Zusammenfassung

te nichtlineare Modellzirkulation der Atmosphäre Signale auf den Zeitskalen von Jahren, Jahrzehnten bis zu Jahrhunderten erzeugt. Die stärkste Varianz wird durch barotrope Moden hervorgerufen. Die dominanten räumlichen Muster dieser Moden sind durch großskalige atmosphärische Zirkulationsstrukturen gekennzeichnet. Hingegen besitzen kürzere atmosphärische Wellen den stärksten Einfluß auf die Variabilität der baroklinen Stromfunktion. Eine ausgeprägte Zeitskala der Variabilität der barotropen Stromfunktion existiert nicht. Jedoch treten Schwankungen im Bereich von Jahrzehnten und Jahrhunderten aus dem angepaßten Roten Rauschen heraus. Dabei handelt es sich um intermittierende Ereignisse. Die barokline Stromfunktion zeichnet sich durch ein annähernd Weißes Rauschen aus. Der 3. Mode der baroklinen Stromfunktion besitzt bei etwa 300 Tagen ein klares Energiemaximum. Die Länge des Mittelungsintervalls der Daten hat einen gravierenden Einfluß auf die Struktur der Variabilität. Werden Mittelungsintervalle über dem kritischen Wert von 344 Tagen hinaus verwendet, kommt es zu einer qualitativen Änderung der räumlichen Struktur der 1. EOF der barotropen Stromfunktion. Dieses Verhalten könnte mit einer Eigenschwingung der Atmosphäre auf dieser Zeitskala assoziiert werden. Um die Verhältnisse im realen Klimasystem besser zu modellieren, ist ein sinusförmiger Jahresgang der thermischen Anregung implementiert worden. Die Analysen einer Integration mit Jahresgang über 10 000 Jahre ergeben, daß die periodische externe Anregung zu einem deutlichen Anstieg der niederfrequenten Variabilität führt. Es sind Signale bei etwa 200 - 300 Jahren statistisch gesichert nachgewiesen worden, welche bei zeitlich konstanter Anregung nicht auftreten.

Das in dieser Arbeit neu entwickelte 3-Schichten-Modell ist so konzipiert, daß es zwei troposphärische und eine stratosphärische Modellschicht simuliert. Mit geeigneten Parametern der konstanten externen Anregunsgrößen erfolgten Modellsimulationen für Winterbedingungen über 1 000 Jahre bei den horizontalen Auflösungen T5, T10 und T15. Durch die erhöhten horizontalen Auflösungen wird eine qualitative und auch quantitative Verbesserung der Modellergebnisse im Vergleich mit Beobachtungen erreicht. Qualitative Änderungen treten vor allem beim Übergang von der sehr groben Auflösung T5 zur Auflösung T10 auf. Die Erhöhung der Auflösung von T10 zu T15 führt in erster Linie zu quantitativen Verbesserungen. Die Variabilität in der oberen Modellschicht wird durch den deformierten Polarwirbel sowie die langen planetaren Wellen mit den Wellenzahlen eins bis zwei bestimmt. In der mittleren Troposphäre stellen die Wellenzüge das Muster der größten Varianz dar. Diese orographisch angeregten Telekonnektionsmuster bilden sich im Lee der Gebirge aus und besitzen eine äquivalent barotrope Struktur. Durch die Erzeugung persistenter Zirkulationsanomalien beeinflussen sie wesentlich das Langzeitverhalten der mittleren und unteren Troposphäre. Signifikante Maxima der spektralen Energieverteilungen auf der dekadischen Zeitskala werden in allen Modellhöhen und für alle drei Auflösungen gefunden. Diese Klimafluktuationen stellen intermittierende Ereignisse begrenzter Dauer dar. Stratosphärische Signale treten vor allem auf der sehr langen Zeitskala von 100 - 150 Jahren aus dem Rauschen heraus und stehen in Zusammenhang mit der Variabilität des Polarwirbels. Die von Wellenzügen dominierte mittlere Troposphäre besitzt auf der interdekadischen Zeitskala viel Varianz, bei längeren Perioden hingegen nicht. Die Zunahme der horizontalen Auflösung hat einen deutlichen Anstieg der intra- und interannuellen Variabilität zur Folge. Der Einbau einer jahreszeitlichen Abhängigkeit des thermischen Modellantriebs im 3-Schichten-Modell führt zu realistischeren mittleren Strömungsmustern im Sommer und Winter. Andererseits wird die Variabilität so stark gedämpft, daß der Jahresgang das alles beherrschende Signal ist bzw. den chaotischen Modellzustand stabilisiert. Die wichtigsten räumlichen Variabilitätsmuster werden durch den Jahresgang

kaum beeinflußt. Im Vergleich zu den Ergebnissen mit konstanter thermischer Anregung kommt es zu einer Erhöhung der interannuellen Fluktuationen. Eine Zunahme der Signale mit Perioden von 100 - 300 Jahren ist auf Grund der kürzeren Länge der Modellsimulation nicht nachgewiesen worden.

Datenanalysen langer Beobachtungsreihen atmosphärischer Größen und paläoklimatologische Studien verweisen auf die Existenz ausgeprägter langperiodischer atmosphärischer Variabilität in der Vergangenheit. Auf Grund der unzureichenden Länge gemessener Datenreihen lassen sich Fluktuationen auf Zeitskalen von einigen Jahrzehnten bis Jahrhunderten statistisch nicht gesichert nachweisen. Als "Ersatz" für fehlende lange Beobachtungsdatenreihen wurde deshalb eine 1 000 Modelljahre umfassende Simulation mit dem gekoppelten Atmosphäre-Ozean-GCM ECHAM3/ LSG analysiert. Das Modell beinhaltet komplexe physikalische Parametrisierungen und repräsentiert den aktuellen Wissensstand der Modellierung des gegenwärtigen Klimas. Die mittleren Temperatur- und Druckverteilungen der Atmosphäre werden in guter Übereinstimmung mit beobachteten Daten vom Modell wiedergegeben. In der unteren Stratosphäre sind der kalte Polarwirbel und die lange planetare Welle der Wellenzahl eins die Muster der größten Varianz. Sie besitzen eine charakteristische langperiodische Zeitskala von ca. 100 Jahren. Die Variabilität der mittleren Troposphäre ist durch großskalige Wellenanomalien der Temperatur, durch das Telekonnektionsmuster der NAO in der geopotentiellen Höhenverteilung sowie daraus folgend durch die Fluktuationen des Zonalwindes im Bereich des Nordatlantik gekennzeichnet. Die dominanten räumlichen Muster der mittleren Troposphäre besitzen die stärkste zeitliche Varianz im interannuellen Skalenbereich. Als Besonderheit erweist sich die "spektrale Lücke" der troposphärischen Variabilität im Periodenbereich größer als 20 Jahre. Die Temperatur in 2 m Höhe sowie der Bodenluftdruck zeichnen sich durch geringe niederfrequente Variabilität aus. Die Untersuchungen zur Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der geopotentiellen Höhe in 500 hPa zeigen, daß das gekoppelte GCM ECHAM3/LSG die aus atmosphärischen Daten bekannte multimodale Struktur nicht reproduziert. Die Dichtefunktion im 2-dimensionalen Phasenraum, welcher durch die beiden dominanten Muster aufgespannt wird, besitzt ein Maximum in der Nähe des Ursprungs. Jedoch geben tiefpaßgefilterte Daten erste Hinweise auf Abweichungen von dieser Verteilung auf längeren Zeitskalen.

Ein direkter Vergleich der Klimavariabilität des gekoppelten GCM und atmosphärischer LOM ist prinzipiell nicht möglich, weil beide Modellarten grundsätzlich verschiedenen Hierarchiestufen der Klimamodelle angehören. Das ECHAM3/LSG-Modell ist ein gekoppeltes Modell der Atmosphäre und des Ozeans. Es basiert auf dem vollständigen Satz thermo-hydrodynamischer Grundgleichungen und berücksichtigt eine Vielzahl physikalischer Prozesse und Wechselwirkungen. Hingegen modellieren die hier verwendeten quasi-geostrophischen Modelle niederer Ordnung ausgewählte großskalige Strömungskomponenten der außertropischen atmosphärischen Zirkulation. Sie werden verwendet, um wesentliche dynamische Mechanismen atmosphärischer Variabilität getrennt von anderen Einflußfaktoren untersuchen zu können. Das quasi-geostrophische Gleichungssystem als theoretischer Ausgangspunkt der Spektralmodelle niederer Ordnung beeinhaltet Einschränkungen, wie die Nichtgültigkeit dieser Approximation in äquatorialen Breiten, die Nichtberücksichtigung der Feuchte in der Atmosphäre und die Beschränkung auf großräumige Bewegungen. Weiterhin wird in diesen Untersuchungen der Einfluß des Ozeans vernachlässigt, während das ECHAM3/LSG-Modell den ozeanischen Einfluß auf die Atmosphäre explizit modelliert, dabei aber eine Flußkorrektur benötigt. Trotz dieser Reduzierungen stellen LOM ein In-

#### Kapitel 7: Zusammenfassung

strumentarium dar, um wichtige atmosphärische Prozesse für die Erzeugung niederfrequenter Schwankungen zu identifizieren und damit Hinweise sowie Ideen für Untersuchungen in komplexen gekoppelten Klimamodellen zu geben.

Durch die Analyse der räumlichen und zeitlichen Strukturen der Variabilität werden weitergehende Fragen aufgeworfen, die im Rahmen dieser Studie nicht beantwortet werden konnten. Um die vertikale Ausbreitung troposphärischer Wellen in die Stratosphäre und deren Einfluß auf die Klimavariabilität besser zu verstehen, ist es sinnvoll, in zukünftigen Untersuchungen die vertikale Auflösung der quasi-geostrophischen Modelle niederer Ordnung zu erhöhen und die Wellenamplituden in Abhängigkeit von der Höhe zu betrachten. Der Einfluß des thermischen Jahresganges auf die Stabilität der atmosphärischen Zirkulation und deren Variabilität bedarf weiterer Untersuchungen. Längere Integrationen der LOM sind erforderlich, um statistische Signale auf der Zeitskala von mehreren Jahrhunderten nachzuweisen. Warum die orographisch und thermisch angeregten Telekonnektionsmuster die diskutierte starke meridionale Auslenkung besitzen, ist ein weiterer ungeklärter Punkt. Modellrechnungen mit veränderten Anregungsparametern und erhöhten horizontalen Auflösungen können helfen, dieses zu klären.

Die vorliegende Arbeit zeigt, daß vereinfachte dynamische Modelle der Atmosphäre signifikante niederfrequente Variabilität produzieren, ohne daß externe Faktoren wie z.B. der ozeanische, solare oder anthropogene Einfluß berücksichtigt werden. Die Ursachen der langperiodischen Schwankungen in den spektralen Modellen niederer Ordnung sind orographisch und thermisch bedingte Instabilitäten, die interne dynamische Kopplung der Wellen mit der zonalen Grundströmung und der Wellen verschiedener räumlicher Skalen untereinander sowie nichtlineare chaotische Übergänge zwischen persistenten Zirkulationsanomalien. Die potentielle Möglichkeit der Atmosphäre, eigene signifikante niederfrequente Fluktuationen zu erzeugen, wurde bisher bei der Erklärung und Diskussion langperiodischer Trends und Oszillationen im Klimasystem nicht hinreichend berücksichtigt. Aus den hier dargelegten Untersuchungen ergibt sich, daß bei der Bewertung gegenwärtiger Klimaänderungen (z.B. der erwarteten Zunahme des Treibhauseffekts) sowie der Wichtung anthropogener und natürlicher Einflußfaktoren die internen Schwankungen mit Perioden von Jahrzehnten bis zu Jahrhunderten, welche durch dynamische Prozesse in der Atmosphäre entstehen, eine stärkere Beachtung finden müssen.

Die Bestimmung der mittleren atmosphärischen Verhältnisse bei veränderten klimatischen Bedingungen (z.B. bei einer Erhöhung des CO<sub>2</sub>-Gehalts in der Atmosphäre) erfolgt in der Regel durch Szenarienläufe mit gekoppelten Atmosphäre-Ozean-GCM. Wenn sich Klimaänderungen in den Änderungen der Häufigkeit von bevorzugten Zirkulationsregimen manifestieren, dann ist eine wesentliche Voraussetzung für die Glaubwürdigkeit der Klimavorhersagen die korrekte Simulation der beobachteten Zirkulationsregime. Das diskutierte Modell ECHAM3/LSG reproduziert jedoch nicht die aus Beobachtungen bekannte multimodale Struktur in der Troposphäre. Wie in der vorliegenden Arbeit verdeutlich wurde, stellen Modelle niederer Ordnung geeignete Hilfsmittel dar, um das komplexe Problem der Ursachen von persistenten Klimazuständen mittels vereinfachter dynamischer Strömungen zu untersuchen. In Zukunft sollte ein Schwerpunkt bei der Weiterentwicklung der Klimamodellhierarchie liegen, um die verschiedenen Prozesse im Klimasystem, die zur Erzeugung realistischer persistenter Zustände führen, zu identifizieren und damit vergangene und rezente Klimaänderungen detaillierter zu verstehen.

#### Literaturverzeichnis

- Appenzeller, C., T.F. Stocker, M. Anklin (1998): North Atlantic Oscillation dynamics recorded in Greenland ice cores. *Science*, **282**, 446-449.
- Argyris, J., G. Faust, M. Haase (1995): Die Erforschung des Chaos. Vieweg Braunschweig, 790 S.
- Baldwin, M.P., T.J. Dukerton (1998): Biennial, quasi-biennial, and decadal oscillations of potential vorticity in the northern hemisphere. J. Geophys. Res., **103**, 3919-3928.
- Bartlett, M.S. (1955): An introduction to stochastic processes. Cambridge University Press, 312 pp.
- Bauer, F. (1951): Extended range weather forecasting. Compendium of Meteorology, American Meteorological Society, 814-833.
- Benner, T.C. (1999): Central England temperatures: Long-term variability and teleconnections. *Int. J. Climatol.*, **19**, 391-403.
- Berggren, R., B. Bolin, C.-G. Rossby (1949): An aerological study of zonal motion, its pertubations and break-down. *Tellus*, **1**, 14-37.
- Boville, B.A., P.R. Gent (1998): The NCAR Climate System Model, version one. J. Clim., 11, 1115-1130.
- Bretherton, C.S., C. Smith, J.M. Wallace (1992): An intercomparison of methods for finding coupled patterns in climate data. J. Clim., 5, 541-560.
- Bretherton, C.S., M. Widman, V.P. Dymnikov, J.M. Wallace, I. Bladé (1999): Effective number of spatial degrees of freedom of a time-varying field. J. Climate, 12, 1990-2009.
- Carnahan, B. et al. (1969): Applied numerical methods. John Wiley & Sons, New York, 592 pp.
- Charney, J. G. (1948): On the scale of atmospheric motions. Geophys. Publ., 17(2), 371-385.
- Charney, J.G., A. Eliassen (1949): A numerical method for predicting the pertubations of the middle latitude westerlies. *Tellus*, 1, 38-54.
- Charney, J.G. (1959): On the general circulation of the atmosphere. In: The atmosphere and sea in motion. New York, 178-193.
- Charney, J.G., P.G. Drazin (1961): Propagation of planetary-scale disturbances from the lower into the upper atmosphere. J. Geophys. Res., 66, 83-109.
- Charney, J.G., J.G. DeVore (1979): Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking. J. Atmos. Sci., 36, 1205-1226.
- Charney, J., D. Straus (1980): Form-drag instability, multiple equilibria and propagating planetary waves in baroclinic, orographically forced, planetary wave systems. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 1157-1176.
- Claussen, M., C. Kubatzki, V. Brovkin, A. Ganapolski (1999): Simulation of an abrupt change in Saharan vegetation in the mid-Holocene. *Geophys. Res. Lett.*, **26**, 2037-2040.
- Cook, E.R., B.M. Buckley, R.D. D'Arrigo (1996): Inter-decadal climate oscillations in the Tasmanian sector of the southern hemisphere: Evidence from tree rings over the past three millen-

nia. In: Jones, P.D., R.S. Bradley, J. Jouzel (eds.): Climatic variations and forcing mechanisms of the last 2000 years. Springer-Verlag Berlin, 649 pp.

- Cook, E.R., R.D. D'Arrigo, K.R. Briffa (1998): A reconstruction of the North Atlantic Oscillation using tree-ring chronologies from North America and Europe. *Holocene*, **8**, 9-17.
- Corti, S., A. Giannini, S. Tibaldi, F. Molteni (1997): Patterns of low-frequency variability in a three-level quasi-geostrophic model. *Climate Dynamics*, 13, 883-904.
- Corti, S., F. Molteni, T.N. Palmer (1999): Signature of recent climate change in frequencies of natural atmospheric circulation regimes. *Nature*, **398**, 799-802.
- Cubasch, U., G.C. Hegerl, R. Voss, J. Waszkewitz, T.J. Crowley (1997): Simulation with an O-AGCM of the influence of variations of the solar constant on the global climate. *Climate Dyn.*, 13, 757-767.
- Delworth, T., S. Manabe, R.J. Stouffer (1993): Interdecadal variations of the thermohaline circulation in a coupled ocean-atmosphere model. *J. Climate*, **6**, 1993-2011.
- Delworth, T. (1996): North Atlantic interannual variability in a coupled ocean-atmosphere model. *J. Climate*, **9**, 2356-2375.
- Dethloff, K., G. Schmitz (1992): Persistent circulation states and low-frequency variability in a nonlinear baroclinic, low-order model. *Meteorol. Zeitschrift N. F.*, **1**, 141-154.
- Dethloff, K. (1993): Modellierung und Diagnostik großräumiger Klimaprozesse der Atmosphäre auf der Grundlage einer Hierarchie von einfachen Klimamodellen und von Analysen globaler Datensätze. Humboldt-Universität zu Berlin, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät, Habilitationsschrift, 208 S.
- Dethloff, K., A. Rinke (1994): A periodic vacillation cycle in a simple baroclinic climate model. *Meteorol. Zeitschrift N. F.*, **3**, 41-43.
- Dethloff, K., A. Weisheimer, A. Rinke, D. Handorf, M.V. Kurgansky, W. Jansen, P. Maaß, P. Hupfer (1998): Climate variability in a nonlinear atmosphere-like dynamical system. J. Geophys. Res., 103, 25,957-25,966.
- Egger, J. (1978): Dynamics of blocking highs. J. Atmos. Sci., 35, 1788-1801.
- Eliasen, E., B. Machenhauer, E. Rasmussen (1970): On a numerical method for integration of the hydrodynamical equations with a spectral representation of the horizontal fields. Report No. 2, Institut for teoretisk meteorologi, University of Copenhagen.
- Fraedrich, K., C. Ziehmann, F. Sielmann (1995): Estimates of spatial degrees of freedom. J. Climate, 8, 361-369.
- Frederiksen, J.S., M.R. Dix, S.M. Kepert (1996): Systematic energy errors and the tendency toward canonical equilibrium in atmospheric circulation models. J. Atmos. Sci., 53, 887-904.
- Ghil, M., R. Vautard (1991): Interdecadal oscillations and the warming trend in global temperature time series. *Nature*, **350**, 324-327.
- Gordon et al. (1999): The simulation of SST, sea ice extends and ocean heat transports in a version of the Hadley Centre coupled model without flux adjustments. *Clim. Dyn.* im Druck.

Grötzner, A., M. Latif, T.P. Barnett (1998): A decadal climate cycle in the Northern Atlantic

Ocean as simulated by the ECHO coupled GCM. J. Climate, 11, 831-847.

- Hack, J.J., R. Jakob (1992): Description of a global shallow water model based on the spectral transform method. NCAR Technical Note, Boulder, Colorado, NCAR/TN-343+STR, 45 pp.
- Handorf, D., V.K. Petoukhov, K. Dethloff, A.V. Eliseev, A. Weisheimer, I.I. Mokhov (1999): Decadal Climate Variability in a coupled Atmosphere-Ocean Climate Model of moderate Complexity. J. Geophys. Res. im Druck.
- Hansen, A.R., A. Sutera (1986): On the probability density distribution of the planetary-scale atmospheric wave amplitude. J. Atmos. Sci., 43, 3250-3265.
- Hasselmann, K. (1976): Stochastic climate models. Part I: Theory. Tellus, 28, 473-485.
- Held, I.M. (1983): Stationary and quasi-stationary eddies in the extratropical troposphere: theory.
   In: B.J. Hoskins, R.P. Pearce (eds.) 1983: Large-scale dynamical processes in the atmosphere.
   Academic Press London, 397 pp.
- Held, I.M., M.J. Suarez (1978): A two-level primitive equation atmospheric model designed for climatic sensitivity experiments. J. Atmos. Sci., 35, 206-269.
- Higuchi, K., J. Huang, A. Shabbar (1999): A wavelet characterization of the North Atlantic Oscillation variation and its relationship to the North Atlantic sea surface temperature. *Int. J. Climatol.*, **19**, 1119-1129.
- Holmström, I. (1964): On the vertical structure of the atmosphere. Tellus, 16, 288-308.
- Holton, J. (1979): An introduction to dynamic meteorology. Academic Press New York, 391 pp.
- Hopkins, T., C. Phillips (1988): Numerical methods in practice: Using the NAG library. Addison-Wesley Publishing Company, Wokingham, 308 pp.
- Horel, J.D., J.M. Wallace (1981): Planetary-scale atmospheric phenomena associated with the southern oscillation. *Mon. Weath. Rev.*, 109, 813-829.
- Hoskins, B.J., D.J. Karoly (1981): The steady linear response of a spherical atmosphere to thermal and orographic forcing. J. Atmos. Sci., 38, 1179-1196.
- Hou, X.-J., R. Gilbert, G.B. Mindlin, H.G. Sorari (1990): An efficient algorithm for fast *O(N lnN)* box counting. *Phys. Lett. A*, **151**, 43-46.
- Houtekamer, P.L. (1991): Variation of the predictability in a low-order spectral model of the atmospheric circulation. *Tellus*, **43A**, 177-190.
- Hupfer, P. (Hrsg.) (1991): Das Klimasystem der Erde: Diagnose und Modellierung, Schwankungen und Wirkungen. Akademie-Verlag Berlin, 464 S.
- Hurrel, J.W. (1995): Decadal trends in the North Atlantic Oscillation: Regional temperatures and precipitation. *Science*, **269**, 676-679.
- Hurrel, J.W., H. van Loon (1997): Decadal variations in climate associated with the North Atlantic Oscillation. *Climatic Change*, **36**, 301-326.
- IPCC (1996): Climate change 1995: The science of climate change. Cambridge University Press, 572 pp.

James, I.N., P.M. James (1989): Ultra-low-frequency variability in a simple atmospheric circula-

tion model. Nature, 342, 53-55.

- James, I.N., P.M. James (1992): Spatial structure of ultra-low-frequency variability of the flow in a simple atmospheric circulation model. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **118**, 1211-1233.
- Jones, P.D., T. Jonsson, D. Wheeler (1997): Extension to the North Atlantic Oscillation using early instrumental pressure observations from Gibraltar and South-West Iceland. *Int. J. Climatol.*, 17, 1433-1450.
- Källén, E. (1981): The nonlinear effects of orographic and momentum forcing in a low order, barotropic model. J. Atmos. Sci., 38, 2150-2163.
- Kalnay, E. et al. (1996): The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project. Bull. Amer. Meteor. Soc., 77, 437-471.
- Kasahara, A. (1977): Numerical integration of the global barotropic primitive equations with Hough harmonic expansions. J. Atmos. Sci., **34**, 687-701.
- Kimoto, M., M. Ghil (1993): Multiple flow regimes in the northern hemisphere winter. Part I: Methodology and hemispheric regimes. J. Atmos. Sci., 50, 2625-2643.
- Klingspohn, M., W. Metz (1998): Der Einfluß von singulären Moden auf interdekadische Klimavariabilität. Annalen Meteorol., **37**, 307-308.
- Krylov, V.I. (1962): Approximate calculation of integrals (translated from the Russian). The Macmillan Company New York, 357 pp.
- Kumar, P., E. Foufoula-Georgiou (1997): Wavelet analysis in geophysics: An introduction. In: Wavelets in Geophysics. edited by E. Foufoula-Georgiou and P. Kumar, Academic Press San Diego, 1-44.
- Kurgansky, M.V. (1993): Introduction to large-scale atmospheric dynamics (Adiabatic invariants and their use). Gidrometeoisdat, St. Petersburg, 168 pp., (in russ.)
- Kurgansky, M.V., K. Dethloff, I.A. Pisnichenko, H. Gernandt, F.-M. Chmielewski, W. Jansen (1996): Long-term climate variability in a simple, nonlinear atmospheric model. *J. Geophys. Res.*, **101**, 4299-4314.
- Labitzke, K., H. van Loon (1988): Associations between the 11-year solar cycle, the QBO, and the atmosphere. Part I: The troposphere and stratosphere in the northern hemisphere in winter. J. Atmos. Terr. Phys., 50, 197-208.
- Latif, M. (1998): Dynamics of interdecadal variability in coupled ocean-atmosphere models. J. Climate, 11, 602-624.
- Lau, N.-C., G.H. White, R.L. Jenne (1981): Circulation statistics for the extra-tropical northern hemisphere based on N.M.C. analyses. N.C.A.R. NCAR Technical Note, Boulder, Colorado, NCAR/TN-171+STR, 138 pp.
- Lau, K.-M., H. Weng (1995): Climate signal detection using wavelet transform: How to make a time series sing. *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **76**, 2391-2402.
- Lorenz, E.N. (1956): Empirical orthogonal functions and statistical weather prediction. MIT, Dept. of Meteorology, Science Report 1, 44 pp.

Lorenz, E.N. (1963a): The mechanics of vacillation. J. Atmos. Sci., 20, 448-464.

Lorenz, E.N. (1963b): Deterministic nonperiodic flow. J. Atmos. Sci., 20, 130-141.

Lorenz, E.N. (1968): Climate determinism. Meteorol. Monogr., 30, 1-3.

- Lorenz, E.N. (1969): Atmospheric predictability as revealed by naturally occurring analogues. J. *Atmos. Sci.*, **26**, 636-646.
- Lorenz, E.N. (1976): Nondeterministic theories of climate change. Quat. Res., 6, 495-506.

Lorenz, E.N. (1984): Irregularity: a fundamental property of the atmosphere. Tellus, 36A, 98-110.

- Lorenz, E.N. (1986): The index cycle is alive and well. Namias Symposium, J. O. Roads, Ed., University of California, San Diego, 188-196.
- Lorenz, E.N. (1990): Can chaos and intransitivity lead to interannual variability? *Tellus*, **42A**, 378-389.
- Louis, K., P. Maaß, A. Rieder (1994): Wavelets. Theorie und Anwendungen. Teubner-Studienbücher: Mathematik, Stuttgart, 315 S.
- Luterbacher, J., C. Schmutz, D. Gyalistras, E. Xoplaki, H. Wanner (1999): Reconstruction of monthly NAO and EU indices back to AD 1675. *Geophys. Res. Lett.*, 26, 2745-2748.
- Machenhauer, B. (1979): The spectral method. In: Numerical methods used in atmospheric models. *GARP Publication Series* No. 17, Vol. **II**, 124-275.
- Mahasenan, N., R.G. Watts, H. Dowlatabadi (1997): Low-frequency oscillations in temperatureproxy records and implications for recent climate change. *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 563-566.
- Maier-Reimer, E., U. Mikolajewicz, K. Hasselmann (1993): Mean circulation of the Hamburg LSG model and its sensitivity to the thermohaline surface forcing. J. Phys. Oceanogr., 23, 731-757.
- Manabe, S., R.J. Stouffer (1996): Low-frequency variability of surface air temperature in a 1000year integration of a coupled atmosphere-ocean-land surface model. J. Climate, 9, 376-393.
- Manley, G. (1953): Mean temperature of central England, 1698-1952. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **79**, 242-261.
- Manley, G. (1974): Central England temperatures: monthly means 1659-1973. Q. J. R. Meteorol. Soc., 100, 389-405.
- Mann, M.E., R.S. Bradley, M.K. Hughes (1998): Global-scale temperature patterns and climate forcing over the past six centuries. *Nature*, **392**, 779-787.
- Marshall, J., F. Molteni (1993): Toward a dynamical understanding of planetary-scale flow regimes. J. Atmos. Sci., 50, 1792-1818.
- MATLAB (1998): High-performance numeric computation and visualization software. The MathWorks, Inc., Natick, Version 5.2.
- McIntyre, M.E., T.N. Palmer (1983): Breaking planetary waves in the stratosphere. *Nature*, **305**, 593-600.
- Melice, J.L., P. Roucou (1998): Decadal time scale variability recorded in the Quelccaya summit ice core  $\delta^{18}$ O isotopic ratio series and its relation with the sea surface temperature. *Clim. Dyn.*,

14, 117-132.

- Mo, K.C., M. Ghil (1988): Cluster analysis of multiple planetary flow regimes. J. Geophys. Res., 93, 10,927-10,952.
- Monin, A.S. (1972): Weather forecast as a problem of physics. MIT Press Cambridge, Massachusetts, 199 pp.
- Monin, A.S., R. Hardin (1990): Theoretical geophysical fluid dynamics. Environmental Fluid Mechanics, Vol. 6, Kluwer Academic Publ.
- Namias, J. (1950): The index cycle and its role in the general circulation. J. Meteor., 7, 130-139.
- Naujokat, B. (1986): An update of the observed quasi-biennial oscillation of the stratosphere and mesosphere. J. Atmos. Sci., 43, 1873-1877.
- Nitsche, G., C. Kooperberg, J.M. Wallace (1994): Is there evidence of multiple equilibria in planetary-wave amplitude? J. Atmos. Sci., 51, 314-322.
- Numerical Algorithms Group Fortran-Bibliothek (1993): Fortran Library Mark 16. NAG GmbH Garching.
- O'Brien, E., L.E. Branscome (1988): Modes of variability in a low-order two-level model. *Tellus*, **40A**, 358-374.
- O'Brien, E., L.E. Branscome (1989): Minimal modeling of the extratropical general circulation. *Tellus*, **41A**, 292-307.
- Obukhov, A.M. (1960): O statistichesky orthogonalnykh razlozheniyakh empiricheskikh funktziy. *Izv. Akad. Nauk, Ser. Geophysicheskaya*, **3**, 432-439, (in russ.).
- Olberg, M., F. Rákóczi (1984): Informationstheorie in Meteorologie und Geophysik. Akademie Verlag Berlin, 181 S.
- Oppenheim, A.V., R.W. Schafer (1995): Zeitdiskrete Signalverarbeitung. R. Oldenbourg Verlag München, 422 S.
- Opsteegh, J.D., R.J. Haarsma, F.M. Selten, A. Kattenberg (1998): ECBILT: a dynamical alternative to mixed boundary conditions in ocean models. *Tellus*, **50A**, 348-367.
- Orszag, S. A. (1970): Transform method for calculation of vector-coupled sums: Application to the spectral form of the vorticity equation. J. Atmos. Sci., 27, 890-895.
- Orszag, S.A. (1974): Fourier series on spheres. Mon. Wea. Rev., 102, 56-75.
- Palmer, T.N. (1999): A nonlinear dynamical perspective on climate prediction. J. Climate, 12, 575-591.
- Pedlosky, J. (1987): Geophysical fluid dynamics. Springer-Verlag New York, 710 pp.
- Perlwitz, J., H.-F. Graf, R. Voss (1999): The leading mode of the coupled troposphere-stratosphere winter circulation in different climate regimes. J. Geophys. Res., eingereicht.
- Phillips, N.A. (1959): An example of non-linear computational instability. In: The Atmosphere and Sea in motion. Rossby Memorial Volume, New York, Rockefeller Instit. Press, 501-504.
- Pichler, H. (1986): Dynamik der Atmosphäre. B. I. -Wissenschaftsverlag Mannheim, 459 S.

Pielke, R.A., X. Zeng (1994): Long-term variability of climate. J. Atmos. Sci., 51, 155-159.

- Plaut, G., M. Ghil, R. Vautard (1995): Interannual and interdecadal variability in 335 years of central England temperatures. *Science*, **268**, 710-713.
- Polvani, L.M., J.G.Esler, R.A. Plumb (1999): Time variability and Simmons-Wallace-Branstator Instability in a simple nonlinear one-layer model. J. Atmos. Sci., 56, 1445-1460.
- Reinhold, B.B., R.T. Pierrehumbert (1982): Dynamics of weather regimes: quasi-stationary waves and blocking. *Mon. Wea. Rev.*, **110**, 1105-1145.
- Reinhold, B.B., R.T. Pierrehumbert (1985): Corrections to "Dynamics of weather regimes: quasistationary waves and blocking". Mon. Wea. Rev., 113, 2055-2056.
- Rinke, A., K. Dethloff, G. Schmitz (1990): The impact of baroclinic instable disturbances on large-scale atmospheric structures in a nonlinear, low-order spectral model. Z. *Meteorol.*, 4, 365-371.
- Rodwell, M.J., D.P. Rowell, C.K. Folland (1999): Oceanic forcing of the wintertime North Atlantic Oscillation and European climate. *Nature*, 398, 320-323.
- Roeckner, E., K. Arpe, L. Bengtsson, S. Brinkop, L. Dümenil, M. Esch, E. Kirk, F. Lunkeit, M. Ponater, B. Rockel, R. Sausen, U. Schlese, S. Schubert, M. Windelband (1992): Simulation of the present-day climate with the ECHAM model: Impact of model physics and resolution. MPI-Report 93, Max-Planck-Institut für Meteorologie Hamburg, 171 S.
- Rossby, C.G. (1939): Relations between variations in the intensity of the zonal circulation and the displacement of the semi-permanent centres of action. J. Mar. Res., 2, 38-55.
- Rossby, C.-G., H.C. Willet (1948): The circulation of the upper troposphere and lower stratosphere. *Science*, **108**, 643-652.
- Preisendorfer, R.W. (1988): Principal component analysis in meteorology and oceanography. Elsevier Amsterdam, 425 pp.
- Sausen, R., R.K. Barthels, K. Hasselmann (1988): Coupled ocean-atmosphere models with flux correction. *Climate Dyn.*, 2, 154-163.
- Schiller, A., U. Mikolajewicz, R. Voss (1997): The stability of the thermohaline circulation in a coupled ocean-atmosphere general circulation model. *Climate Dyn.*, 13, 325-347.
- Schlesinger, M.E. (Ed.) (1991): Greenhouse-gas-induced climatic change: A critical appraisal of simulations and observations. Elsevier, Amsterdam, 615 pp.
- Schlesinger, M.E., N. Ramankutty (1994): An oscillation in the global climate system of period 65-70 years. *Nature*, **367**, 723-726.
- Schlesinger, M.E., N. Ramankutty (1995): A 65-70 year oscillation in observed surface temperatures. In: Le Treut, H. (Ed.): Climate sensitivity to radiative pertubations: Physical mechanisms and their validation. NATO ASI Series, Vol. I 34, Springer-Verlag Berlin, 331 pp.
- Schneider, E.K., J.L. Kinter (1994): An examination of internally generated variability in long climate simulations. *Climate Dynamics*, 10, 181-204.
- Shabalova, M.V., S.L. Weber (1998): Seasonality of low-frequency variability in early-instru-

mental European temperatures. Geophys. Res. Lett., 25, 3859-3862.

Silberman, I. (1954): Planetary waves in the atmosphere. J. Meteor., 11, 27-34.

- Silverman, B.W. (1986): Density estimation for statistics and data analysis. Chapman & Hall, New York, 175 pp.
- Stocker, T.F., L. A. Mysak (1992): Climatic fluctuations on the century time scale: A review of high-resolution proxy data and possible mechanisms. *Climate Change*, **20**, 227-250.
- von Storch, H., A. Navarra (Eds.) (1995): Analysis of climate variability. Applications of statistical techniques. Springer-Verlag Berlin, 334 pp.
- Thompson, L.G., M.E. Davis, E. Mosley-Thompson, T.A. Sowers, K.A. Henderson, V.S. Zagorodnov, P.-N. Lin, V.N. Mikhalenko, R.K. Campen, J.F. Bolzan, J. Cole-Dai, B. Francou (1998): A 25,000-year tropical climate history from Bolivian ice core. *Science*, 282, 1858-1864.
- Timmermann, A., M. Latif, R. Voss, A. Grötzner (1998): Northern hemispheric interdecadal variability: A coupled Air-Sea Mode. J. Climate, 11, 1906-1931.
- Torrence, C., G.P. Compo (1998): A practical guide to wavelet analysis. *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **79**, 61-78.
- Toth, Z. (1995): Degrees of freedom in Northern Hemisphere circulation data. *Tellus*, **47A**, 457-472.
- Tung, K.K., A.J. Rosenthal (1987): Low-frequency nonlinear dynamics of quasi-geostrophic waves in a midlatitude channel and the effect of tropical influence. J. Atmos. Sci., 24, 3821-3826.
- Vautard, R., B. Legras, M. Déqué (1988): On the source of midlatitude low-frequency variability. Part I: A Statistical approach to persistence. J. Atmos. Sci., 45, 2811-2866.
- Wallace, J.M., D.S. Gutzler (1981): Teleconnections in the geopotential height field during the Northern Hemisphere winter. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 784-812.
- Wallace, J.M., J. Quangrong (1987): On the observed structure of the interannual variability of the atmosphere/ocean climate system. In: H. Cattle (Ed.): Atmospheric and oceanic variability. Royal Meteorological Society, Bracknell, 17-44.
- Wäntig, A. (1988): Zur Bedeutung baroklin instabiler Wellenprozesse für die quasi-stationären großräumigen atmosphärischen Strukturen auf der Grundlage eines spektralen Modells niederer Ordnung. Humboldt-Universität zu Berlin, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät, Dissertation, 100 S.
- Weeks, E.R., Y. Tian, J.S. Urbach, K. Ide, H.L. Swinney, M. Ghil (1997): Transitions between blocked and zonal flows in a rotating annulus with topography. *Science*, **278**, 1598-1601.
- Weisheimer, A. (1996): Zur statistischen Struktur der niederfrequenten Variabilität der Atmosphäre. Eine Modellstudie. Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Physik, Meteorologie, Diplomarbeit, 69 S.
- Welch, P.D. (1967): The use of Fast Fourier Transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short modified periodograms. *IEEE Trans. Audio Elec-*

tro-acoust., AU-15, 70-73.

- White, J.W.C., D. Gorodetzky, E.R. Cook, L.K. Barlow (1996): Frequency analysis of an annually resolved, 700 year paleoclimate record from the GIPS2 ice core. In: Jones, P.D., R.S. Bradley, J. Jouzel (eds.): Climatic variations and forcing mechanisms of the last 2000 years. Springer-Verlag Berlin, 649 pp.
- Wilks, D.S. (1995): Statistical methods in the atmospheric sciences. Academic Press San Diego, 477 pp.
- Zorita, E., C. Frankignoul (1997): Modes of North Atlantic decadal variability in the ECHAM1/ LSG coupled ocean-atmosphere general circulation model. *J. Climate*, **10**, 183-200.

### Anhang I

Die im hemisphärischen 2-Schichten-Modell auftretenden Wechselwirkungskoeffizienten I (siehe Abschnitt 4.1.5.2) haben die Form

$$I = \int_{-1}^{1} P_{m_{1}.n_{1}} P_{m_{2}.n_{2}} \cdot \frac{dP_{m_{3}.n_{3}}}{d\mu} d\mu$$

Ihre Werte wurden numerisch durch eine 15-Punkte-Gauß-Legendre-Quadratur (Carnahan et al. [1969]) berechnet.

Im folgenden seien die 26 Wechselwirkungskoeffizienten (WWK) des Modells notiert und ihre Werte für den verwendeten Wellenzahlensatz n = 3,  $r_1 = 5$ ,  $r_2 = 7$ , l = 4,  $r_3 = 3$ ,  $r_4 = 5$ , k = 2 angegeben.

WWK	<sup>n</sup> 1	<sup>m</sup> 1	<sup>n</sup> 2	<sup>m</sup> 2	"3	<sup>m</sup> 3	Wert des WWK
1	r <sub>1</sub>	1	r <sub>2</sub>	l	п	0	6.106
1 <sub>2</sub>	/ <sup>3</sup>	k	r <sub>4</sub>	k	п	0	7.977
1	r3	k	r <sub>3</sub>	k	п	0	5.292
14	r <sub>1</sub>	l	$r_1$	l	n	0	1.221
1 <sub>5</sub>	r <sub>2</sub>	1	r <sub>2</sub>	l	n	0	6.249
1 <sub>6</sub>	<sup>r</sup> 4	k	r <sub>4</sub>	k	n	0	9.362
1 <sub>7</sub>	r <sub>4</sub>	l-k	$r_1$	1	r <sub>3</sub>	k k – l	-3.540
1 <sub>8</sub> 1 <sub>11</sub>	$r_3$	l – k 1	$r_1$	l k	"3 "3	k k - l	1.261
1 <sub>9</sub> 1 <sub>13</sub>	<sup>r</sup> 3 <sup>r</sup> 1	l – k 1	r <sub>1</sub> r <sub>3</sub>	l k	r <sub>4</sub> r <sub>4</sub>	k k – l	8.045
/ <sub>10</sub> / <sub>14</sub>	<sup>r</sup> 4 <sup>r</sup> 1	l – k 1	r <sub>1</sub> r <sub>4</sub>	l k	r <sub>4</sub> r <sub>4</sub>	k k – l	1.067
1 <sub>12</sub> 1 <sub>24</sub>	r <sub>2</sub> r <sub>3</sub>	1 l – k	r <sub>3</sub> r <sub>2</sub>	k I	r <sub>3</sub> r <sub>3</sub>	k – l k	-3.784
1 <sub>15</sub>	<sup>r</sup> 2	1	r <sub>3</sub>	k	r <sub>4</sub>	k	6.758
116	r <sub>2</sub>	1	r <sub>4</sub>	k	<sup>r</sup> 4	k	2.072

Tabelle 5.1: Spektrale Wechselwirkungskoeffizienten des hemisphärischen 2-Schichten-Modells

Anhang I:	Wechselwirkungskoeffizienten
-----------	------------------------------

WWK	<sup>n</sup> 1	<i>m</i> <sub>1</sub>	<sup>n</sup> 2	<sup>m</sup> 2	<sup>n</sup> 3	<i>m</i> <sub>3</sub>	Wert des WWK
1 <sub>17</sub>	r <sub>3</sub>	l-k	r3	k	r <sub>1</sub>	l	-2.523
1 <sub>18</sub>	r <sub>4</sub> r <sub>3</sub>	l-k l-k	<sup>r</sup> 3 <sup>r</sup> 4	k k	$r_1$ $r_1$	l I	-4.505
1 <sub>19</sub>	r <sub>4</sub>	l – k	r <sub>4</sub>	k	r <sub>1</sub>	l	-2.134
1 <sub>20</sub>	r <sub>3</sub>	l – k	r <sub>3</sub>	k	r <sub>2</sub>	1	7.568
1 <sub>21</sub>	<sup>r</sup> 3 <sup>r</sup> 4	$ \begin{array}{c} l-k\\ l-k \end{array} $	r4 r3	k k	r <sub>2</sub> r <sub>2</sub>	l I	-5.792
1 <sub>22</sub>	r <sub>4</sub>	l – k	r <sub>4</sub>	k	r <sub>2</sub>	1	-4.143
1 <sub>23</sub>	r <sub>4</sub>	l – k	r <sub>2</sub>	1	r <sub>3</sub>	k	-0.966
1 <sub>26</sub>	r2	l	r <sub>4</sub>	k	r <sub>3</sub>	k – l	-0.966

\_\_\_\_\_

Tabelle 5.1: Spektrale Wechselwirkungskoeffizienten des hemisphärischen 2-Schichten-Modells

# Anhang II: Spektrale Gleichungen in komplexer Form

Die Tendenzgleichungen für die 12 spektralen komplexen Stromfunktionsamplituden lauten:

$$\Psi_1^0 = i \frac{\sqrt{3}}{2} k \left[ \left( \varepsilon_{r_3}^k - \Psi_{r_3}^k \right) \cdot h_{r_3}^{-k} + \left( \Psi_{r_3}^{-k} - \varepsilon_{r_3}^{-k} \right) \cdot h_{r_3}^k \right] + K \left( 2\varepsilon_1^0 - \Psi_1^0 \right)$$

$$\begin{split} \dot{\Psi}_{n}^{0} &= \frac{i}{2a_{n}} \Big[ A I I_{1} \Big( \Psi_{r_{2}}^{l} \Psi_{r_{1}}^{-l} - \Psi_{r_{2}}^{-l} \Psi_{r_{1}}^{l} + \varepsilon_{r_{2}}^{l} \varepsilon_{r_{1}}^{-l} - \varepsilon_{r_{2}}^{-l} \varepsilon_{r_{1}}^{l} \Big) + B k I_{2} \Big( \Psi_{r_{4}}^{k} \Psi_{r_{3}}^{-k} - \Psi_{r_{4}}^{-k} \Psi_{r_{3}}^{k} \\ &+ \varepsilon_{r_{4}}^{k} \varepsilon_{r_{3}}^{-k} - \varepsilon_{r_{4}}^{-k} \varepsilon_{r_{3}}^{k} \Big) + k I_{3} \Big( \varepsilon_{r_{3}}^{k} - \Psi_{r_{3}}^{k} \Big) + h_{r_{3}}^{-k} \\ &+ k \cdot h_{r_{3}}^{k} \Big\{ \Big( \Psi_{r_{3}}^{-k} - \varepsilon_{r_{3}}^{-k} \Big) I_{3} + \Big( \Psi_{r_{4}}^{-k} - \varepsilon_{r_{4}}^{-k} \Big) I_{2} \Big\} \Big] + K \Big( 2\varepsilon_{n}^{0} - \Psi_{n}^{0} \Big) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{\Psi}_{r_{3}}^{k} &= 2i\frac{k}{a_{r_{3}}}\Psi_{r_{3}}^{k} + \frac{i}{2a_{r_{3}}}\Big[LM\Big(\Psi_{r_{3}}^{k-l}\Psi_{r_{2}}^{l} + \varepsilon_{r_{3}}^{k-l}\varepsilon_{r_{2}}^{l}\Big) + NO\Big(\Psi_{r_{4}}^{k-l}\Psi_{r_{2}}^{l} + \varepsilon_{r_{4}}^{k-l}\varepsilon_{r_{2}}^{l}\Big) \\ &+ PQ\Big(\Psi_{r_{3}}^{k-l}\Psi_{r_{1}}^{l} + \varepsilon_{r_{3}}^{k-l}\varepsilon_{r_{1}}^{l}\Big) + RS\Big(\Psi_{r_{4}}^{k-l}\Psi_{r_{1}}^{l} + \varepsilon_{r_{4}}^{k-l}\varepsilon_{r_{1}}^{l}\Big) - TkI_{3}\Big(\Psi_{n}^{0}\Psi_{r_{3}}^{k} + \varepsilon_{n}^{0}\varepsilon_{r_{3}}^{k}\Big) \\ &- 2\sqrt{3}kU\Big(\Psi_{1}^{0}\Psi_{r_{3}}^{k} + \varepsilon_{1}^{0}\varepsilon_{r_{3}}^{k}\Big) - VkI_{2}\Big(\Psi_{r_{4}}^{k}\Psi_{n}^{0} + \varepsilon_{r_{4}}^{k}\varepsilon_{n}^{0}\Big) \\ &+ h_{r_{3}}^{k}\Big\{2\sqrt{3}k\Big(\varepsilon_{1}^{0} - \Psi_{1}^{0}\Big) + kI_{3}\Big(\varepsilon_{n}^{0} - \Psi_{n}^{0}\Big)\Big\}\Big] + K\Big(2\varepsilon_{r_{3}}^{k} - \Psi_{r_{3}}^{k}\Big) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{\Psi}_{r_{4}}^{k} &= 2i\frac{k}{a_{r_{4}}}\Psi_{r_{4}}^{k} + 2i\frac{k}{a_{r_{4}}}\Psi_{r_{4}}^{k} \Big[ -VkI_{6} \Big(\Psi_{n}^{0}\Psi_{r_{4}}^{k} + \varepsilon_{n}^{0}\varepsilon_{r_{4}}^{k}\Big) - 2\sqrt{3}kW \Big(\Psi_{r_{4}}^{k}\Psi_{1}^{0} + \varepsilon_{r_{4}}^{k}\varepsilon_{1}^{0}\Big) \\ &- kTI_{2} \Big(\Psi_{n}^{0}\Psi_{r_{3}}^{k} + \varepsilon_{n}^{0}\varepsilon_{r_{3}}^{k}\Big) + RX \Big(\Psi_{r_{4}}^{k-l}\Psi_{r_{1}}^{l} + \varepsilon_{r_{4}}^{k-l}\varepsilon_{r_{1}}^{l}\Big) + PY \Big(\Psi_{r_{3}}^{k-l}\Psi_{r_{1}}^{l} + \varepsilon_{r_{3}}^{k-l}\varepsilon_{r_{1}}^{l}\Big) \\ &+ NZ \Big(\Psi_{r_{4}}^{k-l}\Psi_{r_{2}}^{l} + \varepsilon_{r_{4}}^{k-l}\varepsilon_{r_{2}}^{l}\Big) + LAI \Big(\Psi_{r_{3}}^{k-l}\Psi_{r_{2}}^{l} + \varepsilon_{r_{3}}^{k-l}\varepsilon_{r_{2}}^{l}\Big) + kI_{2} \cdot h_{r_{3}}^{k} \Big(\varepsilon_{n}^{0} - \Psi_{n}^{0}\Big)\Big] \\ &+ \kappa \Big(2\varepsilon_{r_{4}}^{k} - \Psi_{r_{4}}^{k}\Big) \end{split}$$

$$\begin{split} \Psi_{r_{1}}^{l} &= 2i\frac{l}{a_{r_{1}}}\Psi_{r_{1}}^{l} + \frac{i}{2a_{r_{1}}}\Big[-Cll_{l}\Big(\Psi_{n}^{0}\Psi_{r_{2}}^{l} + \varepsilon_{n}^{0}\varepsilon_{r_{2}}^{l}\Big) - Dll_{4}\Big(\Psi_{n}^{0}\Psi_{r_{1}}^{l} + \varepsilon_{n}^{0}\varepsilon_{r_{1}}^{l}\Big) \\ &- 2\sqrt{3}lE\Big(\Psi_{1}^{0}\Psi_{r_{1}}^{l} + \varepsilon_{1}^{0}\varepsilon_{r_{1}}^{l}\Big) - BF\Big(\Psi_{r_{3}}^{k}\Psi_{r_{4}}^{l-k} + \varepsilon_{r_{3}}^{k}\varepsilon_{r_{4}}^{l-k}\Big) \\ &+ Fh_{r_{3}}^{k}\Big(\Psi_{r_{4}}^{l-k} - \varepsilon_{r_{4}}^{l-k}\Big)\Big] + K\Big(2\varepsilon_{r_{1}}^{l} - \Psi_{r_{1}}^{l}\Big) \end{split}$$

$$\begin{split} \Psi_{r_{2}}^{l} &= 2i\frac{l}{a_{r_{2}}}\Psi_{r_{2}}^{l} - \frac{i}{2a_{r_{2}}} \Big[ -2\sqrt{3}lH \Big( \Psi_{1}^{0}\Psi_{r_{2}}^{l} + \varepsilon_{1}^{0}\varepsilon_{r_{2}}^{l} \Big) - lCI_{5} \Big( \Psi_{n}^{0}\Psi_{r_{2}}^{l} + \varepsilon_{n}^{0}\varepsilon_{r_{2}}^{l} \Big) - lDI_{1} \Big( \Psi_{n}^{0}\Psi_{r_{1}}^{l} + \varepsilon_{n}^{0}\varepsilon_{r_{1}}^{l} \Big) \\ &- BJ_{x} \Big( \Psi_{r_{3}}^{k}\Psi_{r_{4}}^{l-k} + \varepsilon_{r_{3}}^{k}\varepsilon_{r_{4}}^{l-k} \Big) + J_{x} \cdot h_{r_{3}}^{k} \Big( \Psi_{r_{4}}^{l-k} - \varepsilon_{r_{4}}^{l-k} \Big) \Big] + K \Big( 2\varepsilon_{r_{2}}^{l} - \Psi_{r_{2}}^{l} \Big) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{\varepsilon}_{1}^{0} &= -\frac{1}{2+\sigma^{-1}} \bigg[ i\sqrt{3}k \bigg[ \left( \varepsilon_{r_{3}}^{k} - \Psi_{r_{3}}^{k} \right) h_{r_{3}}^{-k} + \left( \Psi_{r_{3}}^{-k} - \varepsilon_{r_{3}}^{-k} \right) h_{r_{3}}^{k} \bigg] + \frac{2il\sqrt{3}}{\sigma} \bigg\{ \Psi_{r_{1}}^{-l} \varepsilon_{r_{1}}^{l} - \Psi_{r_{1}}^{l} \varepsilon_{r_{1}}^{-l} \\ &+ \Psi_{r_{2}}^{-l} \varepsilon_{r_{2}}^{l} - \Psi_{r_{2}}^{l} \varepsilon_{r_{2}}^{-l} \bigg\} + \frac{2ik\sqrt{3}}{\sigma} \bigg\{ \Psi_{r_{3}}^{-k} \varepsilon_{r_{3}}^{k} - \Psi_{r_{3}}^{k} \varepsilon_{r_{3}}^{-k} + \Psi_{r_{4}}^{-k} \varepsilon_{r_{4}}^{k} - \Psi_{r_{4}}^{k} \varepsilon_{r_{4}}^{-k} \bigg\} \\ &- 2K \bigg( \Psi_{1}^{0} - 2\varepsilon_{1}^{0} \bigg) + 4K_{I} \varepsilon_{1}^{0} - \frac{h_{d}}{\sigma} \bigg( \varepsilon_{x1}^{0} - \varepsilon_{1}^{0} \bigg) \bigg] \end{split}$$

$$\begin{split} \hat{\varepsilon}_{n}^{0} &= -\frac{i}{2\left(a_{n}+\sigma^{-1}\right)} \bigg[ II_{1} \bigg\{ \bigg(\frac{1}{\sigma}-A\bigg) \bigg(\Psi_{r_{1}}^{-l} \varepsilon_{r_{2}}^{l} - \Psi_{r_{1}}^{l} \varepsilon_{r_{2}}^{-l} \bigg) + \bigg(\frac{1}{\sigma}+A\bigg) \bigg(\Psi_{r_{2}}^{-l} \varepsilon_{r_{1}}^{l} - \Psi_{r_{2}}^{l} \varepsilon_{r_{1}}^{-l} \bigg) \bigg\} \\ &+ kI_{2} \bigg\{ \bigg(\frac{1}{\sigma}-B\bigg) \bigg(\Psi_{r_{3}}^{-k} \varepsilon_{r_{4}}^{k} - \Psi_{r_{3}}^{k} \varepsilon_{r_{4}}^{-k} \bigg) + \bigg(\frac{1}{\sigma}+B\bigg) \bigg(\Psi_{r_{4}}^{-k} \varepsilon_{r_{3}}^{k} - \Psi_{r_{4}}^{k} \varepsilon_{r_{3}}^{-k} \bigg) \bigg\} \\ &- \frac{l}{\sigma} \bigg\{ I_{4} \bigg(\Psi_{r_{1}}^{l} \varepsilon_{r_{1}}^{-l} - \Psi_{r_{1}}^{-l} \varepsilon_{r_{1}}^{l} \bigg) + I_{5} \bigg(\Psi_{r_{2}}^{l} \varepsilon_{r_{2}}^{-l} - \Psi_{r_{2}}^{-l} \varepsilon_{r_{2}}^{l} \bigg) \bigg\} \\ &- \frac{k}{\sigma} \bigg\{ I_{3} \bigg(\Psi_{r_{3}}^{k} \varepsilon_{r_{3}}^{-k} - \Psi_{r_{3}}^{-k} \varepsilon_{r_{3}}^{k} \bigg) + I_{6} \bigg(\Psi_{r_{4}}^{k} \varepsilon_{r_{4}}^{-k} - \Psi_{r_{4}}^{-k} \varepsilon_{r_{4}}^{k} \bigg) \bigg\} \\ &+ kI_{3} \cdot h_{r_{3}}^{-k} \bigg(\varepsilon_{r_{3}}^{k} - \Psi_{r_{3}}^{k} \bigg) + kI_{3} \cdot h_{r_{3}}^{k} \bigg( \Psi_{r_{3}}^{-k} - \varepsilon_{r_{3}}^{-k} \bigg) I_{3} + \bigg(\Psi_{r_{4}}^{-k} - \varepsilon_{r_{4}}^{-k} \bigg) \cdot I_{2} \bigg\} \bigg] \\ &+ \frac{1}{\left(a_{n}+\sigma^{-1}\right)} \bigg[ Ka_{n} \bigg(\Psi_{n}^{0} - 2\varepsilon_{n}^{0} \bigg) - 2K_{I}a_{n}\varepsilon_{n}^{0} + \frac{hd}{\sigma} \bigg(\varepsilon_{xn}^{0} - \varepsilon_{n}^{0} \bigg) \bigg] \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{\varepsilon}_{r_{1}}^{l} &= \frac{2il}{\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \varepsilon_{r_{1}}^{l} - \frac{i}{2\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \left[ -lI_{1}\left\{\left(\frac{1}{\sigma} - C\right)\Psi_{n}^{0}\varepsilon_{r_{2}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma} + C\right)\Psi_{r_{2}}^{l}\varepsilon_{n}^{0}\right\} \right. \\ &- lI_{4}\left\{\left(\frac{1}{\sigma} - D\right)\Psi_{n}^{0}\varepsilon_{r_{1}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma} + D\right)\Psi_{r_{1}}^{l}\varepsilon_{n}^{0}\right\} - 2\sqrt{3}l\left\{\left(\frac{1}{\sigma} - E\right)\Psi_{1}^{0}\varepsilon_{r_{1}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma} + E\right)\Psi_{r_{1}}^{l}\varepsilon_{1}^{0}\right\} \\ &+ F\left\{\left(\frac{1}{\sigma} + B\right)\Psi_{r_{4}}^{l-k}\varepsilon_{r_{3}}^{k} - \left(\frac{1}{\sigma} - B\right)\Psi_{r_{3}}^{k}\varepsilon_{r_{4}}^{l-k}\right\} + F \cdot h_{r_{3}}^{k}\left(\Psi_{r_{4}}^{l-k} - \varepsilon_{r_{4}}^{l-k}\right)\right] \\ &+ \frac{1}{\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)}\left[Ka_{r_{1}}\left(\Psi_{r_{1}}^{l} - 2\varepsilon_{r_{1}}^{l}\right) - 2K_{l}a_{r_{1}}\varepsilon_{r_{1}}^{l} - \frac{h_{d}}{\sigma}\varepsilon_{r_{1}}^{l}\right] \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{\varepsilon}_{r_{2}}^{l} &= \frac{2il}{\left(a_{r_{2}} + \sigma^{-1}\right)} \varepsilon_{r_{2}}^{l} - \frac{i}{2\left(a_{r_{2}} + \sigma^{-1}\right)} \left[ -2\sqrt{3}l \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - H\right) \Psi_{1}^{0} \varepsilon_{r_{2}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right) \Psi_{r_{2}}^{l} \varepsilon_{1}^{0} \right\} \right. \\ &\quad - lI_{5} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right) \Psi_{n}^{0} \varepsilon_{r_{2}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma} + C\right) \Psi_{r_{2}}^{l} \varepsilon_{n}^{0} \right\} - lI_{1} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - D\right) \Psi_{n}^{0} \varepsilon_{r_{1}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma} + D\right) \Psi_{r_{1}}^{l} \varepsilon_{n}^{0} \right\} \\ &\quad + J_{x} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} + B\right) \Psi_{r_{4}}^{l} \varepsilon_{r_{3}}^{k} - \left(\frac{1}{\sigma} - B\right) \Psi_{r_{3}}^{k} \varepsilon_{r_{4}}^{l-k} \right\} + J_{x} \cdot h_{r_{3}}^{k} \left(\Psi_{r_{4}}^{l-k} - \varepsilon_{r_{4}}^{l-k}\right) \right] \\ &\quad + \frac{1}{\left(a_{r_{2}}^{l} + \sigma^{-1}\right)} \left[ Ka_{r_{2}} \left(\Psi_{r_{2}}^{l} - 2\varepsilon_{r_{2}}^{l}\right) - 2K_{I}a_{r_{2}}\varepsilon_{r_{2}}^{l} - \frac{h_{d}}{\sigma}\varepsilon_{r_{2}}^{l} \right] \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{\varepsilon}_{r_{3}}^{k} &= \frac{2ik}{\left(a_{r_{3}}^{k} + \sigma^{-1}\right)} \varepsilon_{r_{3}}^{k} - \frac{i}{2\left(a_{r_{3}}^{k} + \sigma^{-1}\right)} \left[ M\left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - L\right) \Psi_{r_{3}}^{k-l} \varepsilon_{r_{2}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma} + L\right) \Psi_{r_{2}}^{l} \varepsilon_{r_{3}}^{k-l} \right\} \right. \\ &+ O\left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - N\right) \Psi_{r_{4}}^{k-l} \varepsilon_{r_{2}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma} + N\right) \Psi_{r_{2}}^{l} \varepsilon_{r_{4}}^{k-l} \right\} + Q\left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - P\right) \Psi_{r_{3}}^{k-l} \varepsilon_{r_{1}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma} + P\right) \Psi_{r_{1}}^{l} \varepsilon_{r_{3}}^{k-l} \right\} \\ &+ S\left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - R\right) \Psi_{r_{4}}^{k-l} \varepsilon_{r_{1}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma} + R\right) \Psi_{r_{1}}^{l} \varepsilon_{r_{4}}^{k-l} \right\} - 2\sqrt{3}k\left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - U\right) \Psi_{1}^{0} \varepsilon_{r_{3}}^{k} - \left(\frac{1}{\sigma} + U\right) \Psi_{r_{3}}^{k} \varepsilon_{1}^{0} \right\} \\ &- kI_{3}\left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - T\right) \Psi_{n}^{0} \varepsilon_{r_{3}}^{k} - \left(\frac{1}{\sigma} + T\right) \Psi_{r_{3}}^{k} \varepsilon_{n}^{0} \right\} - kI_{2}\left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - V\right) \Psi_{n}^{0} \varepsilon_{r_{4}}^{k} - \left(\frac{1}{\sigma} + V\right) \Psi_{r_{4}}^{k} \varepsilon_{n}^{0} \right\} \\ &+ h_{r_{3}}^{k} \left\{ 2\sqrt{3}k \left(h_{r_{3}}^{k}\right) + kI_{3} \left(\varepsilon_{n}^{0} - \Psi_{n}^{0}\right) \right\} \right] + \frac{1}{\left(a_{r_{3}}^{k} + \sigma^{-1}\right)} \left[ Ka_{r_{3}} \left(\Psi_{r_{3}}^{k} - 2\varepsilon_{r_{3}}^{k}\right) - 2K_{I}a_{r_{3}}^{k} \varepsilon_{r_{3}}^{k} \\ &+ \frac{h}{\sigma} \left( \varepsilon_{xr_{3}}^{k} - \varepsilon_{r_{r_{n}}}^{k} \right) \right] \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{\varepsilon}_{r_{4}}^{k} &= \frac{2ik}{\left(a_{r_{4}}^{}+\sigma^{-1}\right)} \varepsilon_{r_{4}}^{k} - \frac{i}{2\left(a_{r_{4}}^{}+\sigma^{-1}\right)} \left[ -2\sqrt{3}k \left\{ \left(\frac{1}{\sigma}-W\right) \Psi_{1}^{0} \varepsilon_{r_{4}}^{k} - \left(\frac{1}{\sigma}+W\right) \Psi_{r_{4}}^{k} \varepsilon_{1}^{0} \right\} \right. \\ &\quad -kt_{6} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma}-V\right) \Psi_{n}^{0} \varepsilon_{r_{4}}^{k} - \left(\frac{1}{\sigma}+V\right) \Psi_{r_{4}}^{k} \varepsilon_{n}^{0} \right\} - kt_{2} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma}-T\right) \Psi_{n}^{0} \varepsilon_{r_{3}}^{k} - \left(\frac{1}{\sigma}+T\right) \Psi_{r_{3}}^{k} \varepsilon_{n}^{0} \right\} \\ &\quad + X \left[ \left(\frac{1}{\sigma}-R\right) \Psi_{r_{4}}^{k-l} \varepsilon_{r_{1}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma}+R\right) \Psi_{r_{1}}^{l} \varepsilon_{r_{4}}^{k-l} \right\} + Y \left\{ \left(\frac{1}{\sigma}-P\right) \Psi_{r_{3}}^{k-l} \varepsilon_{r_{1}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma}+P\right) \Psi_{r_{1}}^{l} \varepsilon_{r_{3}}^{k-l} \right\} \\ &\quad + Z \left\{ \left(\frac{1}{\sigma}-N\right) \Psi_{r_{4}}^{k-l} \varepsilon_{r_{2}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma}+N\right) \Psi_{r_{2}}^{l} \varepsilon_{r_{4}}^{k-l} \right\} + A1 \left\{ \left(\frac{1}{\sigma}-L\right) \Psi_{r_{3}}^{k-l} \varepsilon_{r_{2}}^{l} - \left(\frac{1}{\sigma}+L\right) \Psi_{r_{2}}^{l} \varepsilon_{r_{3}}^{k-l} \right\} \\ &\quad + kt_{2}h_{r_{3}}^{k} \left(\varepsilon_{n}^{0}-\Psi_{n}^{0}\right) \right\} + \frac{1}{\left(a_{r_{4}}^{}+\sigma^{-1}\right)} \left[ Ka_{r_{4}} \left(\Psi_{r_{4}}^{k}-2\varepsilon_{r_{4}}^{k}\right) - 2K_{I}a_{r_{4}}^{k} \varepsilon_{r_{4}}^{k} - \frac{hd}{\sigma} \varepsilon_{r_{4}}^{k} \right] \end{split}$$

hierbei bedeuten

$A = a_r + a_{r_2}$	$P = a_{r_3} - a_{r_1}$
$B = a_{r_3} - a_{r_4}$	$Q = (k - l)I_{17} - lI_{11}$
$C = a_n - a_{r_2}$	$R = a_{r_4} - a_{r_1}$
$D = a_n - a_{r_1}$	$S = (k-l)l_{18} - ll_{13}$
$E = 2 - a_{r_1}$	$T = a_n - a_{r_3}$
$F = ll_7 + kl_{18}$	$U = 2 - a_{r_3}$
$H = 2 - a_{r_2}$	$V = a_n - a_{r_4}$
$J_x = ll_{23} + kl_{21}$	$W = 2 - a_{r_4}$
$L = a_{r_3} - a_{r_2}$	$X = (k - l)l_{19} - ll_{14}$
$M = (k-l)l_{20} - ll_{12}$	$Y = (k-l)l_{18} - ll_{25}$
$N = a_{r_4} - a_{r_2}$	$Z = (k - l)l_{22} - ll_{16}$
$O = (k - l)l_{21} - ll_{15}$	$A1 = (k-l)I_{21} - lI_{26}$

In den Gleichungen wurden jeweils die auftretenden Faktoren  $(-1)^{l}$  weggelassen, da sie wegen der gewählten geraden zonalen Wellenzahlen Eins sind.

# Anhang III: Spektrale Gleichungen in reeller Form

Die Tendenzgleichungen für die 20 spektralen reellen Stromfunktionsamplituden lauten:

$$\dot{C}_1 = -\frac{E_1^k}{4} \{h_2(B_1 - E_1) + h_1(c_1 - b_1)\} + K(2E_1 - C_1)$$

$$\begin{split} \dot{C}_2 &= -\frac{1}{4a_n} [All_1(a_1A_2 - a_2A_1 + d_1D_2 - d_2D_1) + BkI_2(b_1B_2 - b_2B_1 + e_1E_2 - e_2E_1) \\ &- kh_2 \bigg\{ I_3(B_1 - E_1) + \frac{I_2}{2}(B_2 - E_2) \bigg\} - kh_1 \bigg\{ I_3(e_1 - b_1) + \frac{I_2}{2}(e_2 - b_2) \bigg\} \bigg] + K(2F_2 - C_2) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{A_1} &= 2\frac{l}{a_{r_1}}a_1 - \frac{lCI_1}{2a_{r_1}}(C_2a_2 + F_2d_2) - \frac{lDI_4}{2a_{r_1}}(a_1C_2 + d_2F_2) + \frac{lE\sqrt{3}}{a_{r_1}}(a_1C_1 + d_1F_1) \\ &- \frac{BF}{4a_{r_1}}(B_1b_2 - B_2b_1 + e_2E_1 + e_1E_2) + \frac{h_1}{4a_{r_3}}F(b_2 - e_2) + \frac{h_2}{4a_{r_3}}F(B_2 - E_2) + K(2D_1 - A_1) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{a}_{1} &= -2I\frac{A_{1}}{a_{r_{1}}} + IC\frac{I_{1}}{2a_{r_{1}}}(A_{2}C_{2} + D_{2}F_{2}) + ID\frac{I_{4}}{2a_{r_{1}}}(A_{1}C_{2} + D_{1}F_{2}) - \frac{IE\sqrt{3}}{a_{r_{1}}}(A_{1}C_{1} + D_{1}F_{1}) \\ &+ \frac{BF}{4a_{r_{1}}}(B_{1}B_{2} - b_{1}b_{2} + E_{1}E_{2} - e_{1}e_{2}) + \frac{h_{1}}{4a_{r_{1}}}F(E_{2} - B_{2}) + \frac{h_{2}}{4a_{r_{3}}}F(b_{2} - e_{2}) + K(2d_{1} - a_{1}) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{A_2} &= 2\frac{l}{a_{r_2}}a_2 + l\frac{H}{a_{r_2}}\sqrt{3}(a_2C_1 + d_2F_1) + \frac{lCI_5}{2a_{r_2}}(a_2C_2 + d_2F_2) - \frac{lDI_1}{2a_{r_2}}(a_1C_2 + d_1F_2) \\ &\quad - \frac{BJ_x}{4a_{r_2}}(b_1B_2 - b_1B_2 + E_1e_2 - e_1E_2) + \frac{h_1}{4a_{r_2}}J_x(b_2 - e_2) + \frac{h_2}{4a_{r_2}}J_x(B_2 - E_2) + K(2D_2 - A_2) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{a}_2 &= -2\frac{l}{a_{r_2}}A_2 - \frac{lH\sqrt{3}}{a_{r_2}}(A_2C_1 + D_2F_1) + \frac{lCl_5}{2a_{r_2}}(A_2C_2 + D_2F_2) + \frac{lDl_1}{2a_{r_2}}(A_1C_2 + D_1F_2) \\ &+ \frac{BJ_x}{4a_{r_2}}(B_1B_2 - b_1b_2 + E_1E_2 - e_1e_2) + \frac{h_1J_x}{4a_{r_2}}(E_2 - B_2) + \frac{h_2J_x}{4a_{r_2}}(b_2 - e_2) + K(2d_2 - a_2) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{B}_{1} &= \frac{2k}{a_{r_{3}}}b_{1} + \frac{LM}{4a_{r_{3}}}(a_{2}B_{1} - b_{1}A_{2} + a_{2}E_{1} - e_{1}A_{2}) + \frac{NO}{4a_{r_{3}}}(a_{2}B_{2} - b_{2}A_{2} + d_{2}E_{2} - e_{2}D_{2}) \\ &+ \frac{PQ}{4a_{r_{3}}}(a_{1}B_{1} - b_{1}A_{1} + d_{1}E_{1} - e_{1}D_{1}) + \frac{RS}{4a_{r_{3}}}(a_{1}B_{2} - b_{2}A_{1} + d_{1}E_{2} - e_{2}D_{1}) \\ &- \frac{kTI_{3}}{2a_{r_{3}}}(b_{1}C_{2} + e_{1}F_{2}) + \frac{kU\sqrt{3}}{a_{r_{3}}}(b_{1}C_{1} + e_{1}F_{1}) - \frac{kVI_{2}}{2a_{r_{3}}}(b_{2}C_{2} + e_{2}F_{2}) \\ &+ \frac{h_{2}}{a_{r_{3}}}\Big\{-k\sqrt{3}(F_{1} - C_{1}) + \frac{kI_{3}}{2}(F_{2} - C_{2})\Big\} + K(2E_{1} - B_{1}) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{b}_{1} &= -\frac{2k}{\alpha_{r_{3}}}B_{1} - \frac{LM}{4\alpha_{r_{3}}}(A_{2}B_{1} + b_{1}a_{2} + A_{2}E_{1} + e_{1}a_{2}) - \frac{NO}{4\alpha_{r_{3}}}(B_{2}A_{2} + b_{2}a_{2} + E_{2}D_{2} + d_{2}e_{2}) \\ &- \frac{PQ}{4a_{r_{3}}}(A_{1}B_{1} + b_{1}a_{1} + D_{1}E_{1} + e_{1}d_{1}) - \frac{RS}{4a_{r_{3}}}(B_{2}A_{1} + b_{2}a_{1} + E_{2}D_{1} + d_{1}e_{2}) \\ &+ \frac{kTI_{3}}{2a_{r_{3}}}(B_{1}C_{2} + E_{1}F_{2}) - \frac{kU\sqrt{3}}{a_{r_{3}}}(B_{1}C_{1} + E_{1}F_{1}) + \frac{kVI_{2}}{2a_{r_{3}}}(B_{2}C_{2} + E_{2}F_{2}) \\ &- \frac{h_{1}}{a_{r_{3}}} \Big\{ -k\sqrt{3}(F_{1} - C_{1}) + \frac{kI_{3}}{2}(F_{2} - C_{2}) \Big\} + K(2e_{1} - b_{1}) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{B}_{2} &= \frac{2k}{a_{r_{4}}}b_{2} - \frac{kVI_{6}}{2a_{r_{4}}}(b_{2}C_{2} + e_{2}F_{2}) + \frac{kW\sqrt{3}}{a_{r_{4}}}(b_{2}C_{1} + e_{2}F_{1}) - \frac{kTI_{2}}{2a_{r_{4}}}(b_{1}C_{2} + e_{1}F_{2}) + \frac{RX}{4a_{r_{4}}}(a_{1}B_{2} - b_{2}A_{1} + d_{1}E_{2} - e_{2}D_{1}) + \frac{PY}{4a_{r_{4}}}(a_{1}B_{1} - b_{1}A_{1} + d_{1}E_{1} - e_{1}D_{1}) \\ &+ \frac{NZ}{4a_{r_{4}}}(a_{2}B_{2} - b_{2}A_{2} + d_{2}E_{2} - e_{2}D_{2}) + \frac{LA}{4a_{r_{4}}}(a_{2}B_{1} - b_{1}A_{2} + d_{2}E_{1} - e_{1}D_{2}) \\ &+ \frac{kI_{2}}{2a_{r_{4}}}h_{2}(F_{2} - C_{2}) + K(2E_{2} - B_{2}) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{b}_2 &= -\frac{2k}{a_{r_4}}B_2 + \frac{kVI_6}{2a_{r_4}}(B_2C_2 + E_2F_2) - \frac{kW\sqrt{3}}{a_{r_4}}(B_2C_1 + E_2F_1) + \frac{kTI_2}{2a_{r_4}}(B_1C_2 + E_1F_2) - \frac{RX}{4a_{r_4}}\\ &(A_1B_2 + b_2a_1 + D_1E_2 + e_2d_1) - \frac{PY}{4a_{r_4}}(A_1B_1 - b_1a_1 + D_1E_1 - e_1d_1) - \frac{NZ}{4a_{r_4}}(A_2B_2 + b_2a_2)\\ &+ D_2E_2 + e_2d_2) - \frac{LA1}{4a_{r_4}}(A_2B_1 + b_1a_2 + D_2E_1 + e_1d_2) - \frac{kI_2}{2a_{r_4}}h_1(F_2 - C_2) + K(2e_2 - b_2) \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{F}_{1} &= \frac{1}{(2+\sigma^{-1})} \Big[ \frac{k\sqrt{3}}{2} \{h_{2}(B_{1}-E_{1}) + h_{1}(e_{1}-b_{1})\} + \frac{k\sqrt{3}}{\sigma} (e_{1}B_{1}-b_{1}E_{1}+e_{2}B_{2}-b_{2}E_{2}) \\ &+ \frac{l\sqrt{3}}{\sigma} (d_{1}A_{1}-a_{1}D_{1}+d_{2}A_{2}-a_{2}D_{2}) + 2K(C_{1}-2F_{1}) - 4K_{I}F_{1} + \frac{h_{d}}{\sigma} (F_{1,x}-F_{1})] \\ F_{2} &= -\frac{1}{4(a_{n}+\sigma^{-1})} \bigg[ lI_{1} \bigg\{ \Big(\frac{1}{\sigma}-A\Big)(A_{1}d_{2}-a_{1}D_{2}) + \Big(\frac{1}{\sigma}+A\Big)(A_{2}d_{1}-a_{2}D_{1}) \Big\} + kI_{2} \bigg\{ \Big(\frac{1}{\sigma}-B\Big) \\ &(B_{1}e_{2}-b_{1}E_{2}) + \Big(\frac{1}{\sigma}+B\Big)(B_{2}e_{1}-b_{2}E_{1}) \} + \frac{l}{\sigma} \{I_{4}(A_{1}d_{1}-a_{1}D_{1}) + I_{5}(A_{2}d_{2}-a_{2}D_{2})\} \\ &+ \frac{k}{\sigma} \bigg\{ I_{3}(e_{1}-b_{1}) + I_{6}(B_{2}e_{2}-b_{2}E_{2}) \bigg\} + kh_{2} \bigg\{ I_{3}(B_{1}-E_{1}) + \frac{l}{2}(B_{2}-E_{2}) \bigg\} + kh_{1} \\ &\bigg\{ I_{3}(e_{1}-b_{1}) + \frac{l}{2}(e_{2}-b_{2}) \bigg\} \bigg\} + \frac{1}{(a_{n}+\sigma^{-1})} \bigg[ Ka_{n}(C_{2}-2F_{2}) - \Big(2K_{1}a_{n} + \frac{h_{d}}{\sigma}\Big)F_{2} + \frac{h_{d}}{\sigma}F_{nx} \bigg] \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{D}_{1} &= \frac{2I}{\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} d_{1} + \frac{II_{1}}{2\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right) C_{2} d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + C\right) F_{2} a_{2} \right\} + \frac{II_{4}}{2\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - D\right) C_{2} d_{1} - \left(\frac{1}{\sigma} + D\right) F_{2} a_{1} \right\} - \frac{I\sqrt{3}}{\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - E\right) C_{1} d_{1} - \left(\frac{1}{\sigma} + E\right) F_{1} a_{1} \right\} - \frac{F}{4\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} + B\right) \left(b_{2} E_{1} + B_{2} e_{1}\right) - \left(\frac{1}{\sigma} - B\right) (e_{2} B_{1} + E_{2} b_{1}) \right\} + \frac{h_{1}}{4\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} F(b_{2} - e_{2}) + \frac{h_{2}}{4\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} F(B_{2} - E_{2}) + \frac{1}{\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \left\{ Ka_{r_{1}} (A_{1} - 2D_{1}) - \left(2K_{I}a_{r_{1}} + \frac{h_{d}}{\sigma}\right) D_{1} \right\} \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{d}_{1} &= -\frac{2l}{\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} D_{1} - \frac{ll_{1}}{2\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right) C_{2} D_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + C\right) F_{2} A_{2} \right\} - \frac{ll_{4}}{2\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \\ &\left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - D\right) C_{2} D_{1} - \left(\frac{1}{\sigma} + D\right) F_{2} A_{1} \right\} + \frac{l\sqrt{3}}{\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - E\right) C_{1} D_{1} - \left(\frac{1}{\sigma} + E\right) F_{1} A_{1} \right\} \\ &+ \frac{F}{4\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} + B\right) (B_{2} E_{1} - b_{2} e_{1}) - \left(\frac{1}{\sigma} - B\right) (E_{2} B_{1} - e_{2} b_{1}) \right\} + \frac{h_{1}}{4\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \\ &F(E_{2} - B_{2}) + \frac{h_{2}}{4\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} F(b_{2} - e_{2}) + \frac{1}{\left(a_{r_{1}} + \sigma^{-1}\right)} \left\{ Ka_{r_{1}}(a_{1} - 2d_{1}) - \left(2K_{1}a_{r_{1}} + \frac{h_{d}}{\sigma}\right) d_{1} \right] \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{D}_{2} &= \frac{2l}{\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} d_{2} - \frac{l\sqrt{3}}{\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - H\right)C_{1}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right)C_{2}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right)C_{2}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right)C_{2}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right)C_{2}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right)C_{2}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right)C_{2}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right)C_{2}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right)C_{2}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right)C_{2}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right)C_{2}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right)C_{2}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} - C\right)C_{2}d_{2} - \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2} \right\} + \frac{ll_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{+},\sigma^{-1}\right)} \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} + H\right)F_{1}a_{2}$$

$$\begin{split} \dot{d}_{2} &= -\frac{2I}{\left(a_{r_{2}}^{}+\sigma^{-1}\right)}D_{2}^{}+\frac{I\sqrt{3}}{\left(a_{r_{2}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-H\right)C_{1}D_{2}^{}-\left(\frac{1}{\sigma}+H\right)F_{1}A_{2}^{}\right\}-\frac{II_{5}}{2\left(a_{r_{2}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\\ &\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-C\right)C_{2}D_{2}^{}-\left(\frac{1}{\sigma}+C\right)F_{2}A_{2}^{}\right\}-\frac{II_{1}}{2\left(a_{r_{2}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-D\right)C_{2}D_{1}^{}-\left(\frac{1}{\sigma}+D\right)F_{2}A_{1}^{}\right\}\\ &+\frac{J_{x}}{4\left(a_{r_{2}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}+B\right)(B_{2}E_{1}^{}-b_{2}e_{1}^{})-\left(\frac{1}{\sigma}-B\right)(E_{2}B_{1}^{}-e_{2}b_{1}^{})\right\}+\frac{h_{1}J_{x}}{4\left(a_{r_{2}}^{}+\sigma^{-1}\right)}(E_{2}^{}-B_{2}^{})\\ &+\frac{h_{2}J_{x}}{4\left(a_{r_{2}}^{}+\sigma^{-1}\right)}(b_{2}^{}-e_{2}^{})+\frac{1}{\left(a_{r_{2}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{Ka_{r_{2}}^{}(a_{2}^{}-2d_{2}^{})-\left(2K_{1}a_{r_{2}}^{}+\frac{h_{d}^{}}{\sigma}\right)d_{2}^{}\right\}\end{split}$$

$$\begin{split} \mathcal{E}_{1} &= \frac{2k}{\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)}e_{1}^{}-\frac{M}{4\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-L\right)\left(B_{1}d_{2}-b_{1}D_{2}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+L\right)\left(a_{2}E_{1}-e_{1}A_{2}\right)\right\} \\ &-\frac{O}{4\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-N\right)\left(B_{2}d_{2}-b_{2}D_{2}\right)+\left(\frac{1}{\sigma}+N\right)\left(a_{2}E_{2}-e_{2}A_{2}\right)\right\}-\frac{Q}{4\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)} \\ &\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-P\right)\left(B_{1}d_{1}-b_{1}D_{1}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+P\right)\left(a_{1}E_{1}-e_{1}A_{1}\right)\right\}-\frac{S}{4\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)} \\ &\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-P\right)\left(B_{2}d_{1}-b_{2}D_{1}\right)+\left(\frac{1}{\sigma}+R\right)\left(a_{1}E_{2}-e_{2}A_{1}\right)\right\}-\frac{k\sqrt{3}}{\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)} \\ &\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-V\right)C_{1}e_{1}-\left(\frac{1}{\sigma}+U\right)F_{1}b_{1}\right\}+\frac{kI_{3}}{2\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-T\right)C_{2}e_{1}-\left(\frac{1}{\sigma}+T\right)F_{2}b_{1}\right\} \\ &+\frac{kI_{2}}{2\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-V\right)C_{2}e_{2}-\left(\frac{1}{\sigma}+V\right)F_{2}b_{2}\right\}-\frac{h_{2}}{2\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)} \\ &\left\{-2k\sqrt{3}\left(F_{1}-C_{1}\right)+kI_{3}\left(F_{2}-C_{2}\right)\right\}+\frac{1}{\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{Ka_{r_{3}}\left(B_{1}-2E_{1}\right)-\left(2K_{I}a_{r_{3}}^{}+\frac{h_{d}}{\sigma}\right)E_{1}\right\} \\ &+\frac{O}{4\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-N\right)\left(B_{2}D_{2}+b_{2}d_{2}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+N\right)\left(A_{2}E_{2}+e_{2}a_{2}\right)\right\}+\frac{Q}{4\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)} \\ &\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-P\right)\left(B_{1}D_{1}+b_{1}d_{1}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+P\right)\left(A_{1}E_{1}+e_{1}a_{1}\right)\right\}+\frac{S}{4\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)} \\ &\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-P\right)\left(B_{2}D_{1}+b_{2}d_{1}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+R\right)\left(A_{1}E_{2}+e_{2}a_{1}\right)\right\}+\frac{kJ_{3}}{\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)} \\ &\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-P\right)\left(B_{2}D_{1}+b_{2}d_{1}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+R\right)\left(A_{1}E_{2}+e_{2}a_{1}\right)\right\}+\frac{kJ_{3}}{\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)} \\ &\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-V\right)C_{1}E_{1}-\left(\frac{1}{\sigma}+U\right)F_{1}B_{1}\right]-\frac{kI_{3}}{2\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-T\right)C_{2}E_{1}-\left(\frac{1}{\sigma}+T\right)F_{2}B_{1}\right\} \\ &-\frac{kI_{2}}{2\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-V\right)C_{2}E_{2}-\left(\frac{1}{\sigma}+V\right)F_{2}B_{2}\right\}+\frac{h_{1}}{2\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)} \\ &\left\{-2k\sqrt{3}\left(F_{1}-C_{1}\right)+kI_{3}\left(F_{2}-C_{2}\right)\right\}+\frac{1}{\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{ka_{r_{3}}\left(b_{1}-2e_{1}\right)-\left(kK_{1}a_{r_{3}}^{}+\frac{h_{2}}{\sigma}\right)e_{1}\right\} \\ &\left\{-2k\sqrt{3}\left(F_{1}-C_{1}\right)+kI_{3}\left(F_{2}-C_{2}\right)\right\}+\frac{1}{\left(a_{r_{3}}^{}+\sigma^{-1}\right)}\left\{ka_{r_{3}}\left(b_{1}-2e_{1}\right)-\left(kK_{1}a_{r_{3}}^{}+\frac{h_{2}}{\sigma}\right)e_{1}\right\} \right\}$$

$$\begin{split} & \mathcal{E}_{2} = \frac{2k}{\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}e_{2}-\frac{k\sqrt{3}}{\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-W\right)C_{1}e_{2}-\left(\frac{1}{\sigma}+W\right)F_{1}b_{2}\right\}+\frac{kI_{6}}{2\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\\ & \left\{\left(\frac{1}{\sigma}-V\right)C_{2}e_{2}-\left(\frac{1}{\sigma}+V\right)F_{2}b_{2}\right\}+\frac{kI_{2}}{2\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-T\right)C_{2}e_{1}-\left(\frac{1}{\sigma}+T\right)F_{2}b_{1}\right\}\right.\\ & -\frac{x}{4\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-R\right)\left(B_{2}d_{1}-b_{2}D_{1}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+R\right)\left(E_{2}a_{1}-e_{2}A_{1}\right)\right\}-\frac{Y}{4\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\\ & \left\{\left(\frac{1}{\sigma}-P\right)\left(B_{1}d_{1}-b_{1}D_{1}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+P\right)\left(E_{1}a_{1}-e_{1}A_{1}\right)\right\}-\frac{Z}{4\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\\ & \left\{\left(\frac{1}{\sigma}-R\right)\left(B_{2}d_{2}-b_{2}D_{2}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+N\right)\left(E_{2}a_{2}-e_{2}A_{2}\right)\right\}-\frac{kI_{2}}{2\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\\ & \left\{\left(\frac{1}{\sigma}-L\right)\left(B_{1}d_{2}-b_{1}D_{2}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+L\right)\left(E_{1}a_{2}-e_{1}A_{2}\right)\right\}-\frac{kI_{2}}{2\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}h_{2}(F_{2}-C_{2})\\ & +\frac{1}{\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\left\{Ka_{r_{4}}\left(B_{2}-2E_{2}\right)-\left(2K_{I}a_{r_{4}}+\frac{h_{d}}{\sigma}\right)E_{2}\right\}\\ e_{2} &= -\frac{2k}{\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}E_{2}+\frac{k\sqrt{3}}{\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-W\right)C_{1}E_{2}-\left(\frac{1}{\sigma}+W\right)F_{1}B_{2}\right\}-\frac{kI_{6}}{2\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\\ & \left\{\left(\frac{1}{\sigma}-V\right)C_{2}E_{2}-\left(\frac{1}{\sigma}+V\right)F_{2}B_{2}\right\}-\frac{kI_{2}}{2\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-T\right)C_{2}E_{1}-\left(\frac{1}{\sigma}+T\right)F_{2}B_{1}\right\}\\ & +\frac{X}{4\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\left\{\left(\frac{1}{\sigma}-R\right)\left(B_{2}D_{1}+b_{2}d_{1}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+R\right)\left(E_{2}A_{1}+e_{2}a_{1}\right)\right\}+\frac{Y}{4\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\right.\\ & \left\{\left(\frac{1}{\sigma}-P\right)\left(B_{1}D_{1}+b_{1}d_{1}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+P\right)\left(E_{1}A_{1}+e_{1}a_{1}\right)\right\}+\frac{Z}{2\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\right.\\ & \left\{\left(\frac{1}{\sigma}-V\right)\left(B_{2}D_{2}+b_{2}d_{2}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+V\right)\left(E_{2}A_{2}+e_{2}a_{2}\right)\right\}+\frac{A1}{4\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\right.\\ & \left\{\left(\frac{1}{\sigma}-L\right)\left(B_{1}D_{2}+b_{1}d_{2}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+L\right)\left(E_{1}A_{2}+e_{1}a_{2}\right)\right\}+\frac{kI_{2}}{2\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\right.\\ & \left\{\left(\frac{1}{\sigma}-L\right)\left(B_{1}D_{2}+b_{1}d_{2}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+L\right)\left(E_{1}A_{2}+e_{1}a_{2}\right)\right\}+\frac{kI_{2}}{2\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\right.\\ & \left\{\left(\frac{1}{\sigma}-L\right)\left(B_{1}D_{2}+b_{1}d_{2}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+L\right)\left(E_{1}A_{2}+e_{1}a_{2}\right)\right\}+\frac{kI_{2}}{2\left(a_{r_{4}}+\sigma^{-1}\right)}\right.\\ & \left\{\left(\frac{1}{\sigma}-L\right)\left(B_{1}D_{2}+b_{1}d_{2}\right)-\left(\frac{1}{\sigma}+L\right)\left(E_{1}A_{2}+e_{1}a_{2}\right)\right\}+\frac{kI_{2}}{2\left(a_{r$$

Spektrale Amplitude der barotropen Stromfunktion	Spektrale Amplitude der baroklinen Stromfunktion	Amplitude des entsprechenden Legendre-Polynoms
C <sub>1</sub>	F <sub>1</sub>	P <sub>0,1</sub>
C <sub>2</sub>	F <sub>2</sub>	P <sub>0,3</sub>
A	D	$P_{4,5}$ cos-Anteil
<i>a</i> <sub>1</sub>	<i>d</i> <sub>1</sub>	P <sub>4,5</sub> sin-Anteil
A <u>-</u>	D <sub>2</sub>	P <sub>4,7</sub> cos-Anteil
«2	<i>d</i> <sub>2</sub>	P <sub>4,7</sub> sin-Anteil
B <sub>1</sub>	El	$P_{2,3}$ cos-Anteil
<i>b</i> <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>	$P_{2,3}$ sin-Anteil
B <sub>2</sub>	E <sub>2</sub>	P <sub>2,5</sub> cos-Anteil
b <sub>2</sub>	e2	P <sub>2,5</sub> sin-Anteil

Hierbei bedeuten:

Tabelle 5.1: Übersicht der Bezeichnungen der reellen Spektralamplituden des hemisphärischen 2-Schichten-Modells

### Anhang IV: Ergänzende Größen und Zusammenhänge

In diesem Anhang sind ergänzende physikalische Größen und Zusammenhänge dargestellt, die das Verständnis der theoretischen Grundlagen des 3-Schichten-Modells erleichtern sollen.

#### Deformationsradien

Die in Gleichung (5.3) eingeführte Größe m ist definiert als

$$m = \frac{1}{L_R}.$$
 (AIV.1)

Hierbei gibt  $L_R$  den internen (baroklinen) Rossby-Radius der Deformation (Pedlosky [1987]) mit einer charakteristischen Größenordnung von  $1 \times 10^3 km$  an. Der Rossby-Deformationsradius wird definiert durch

$$L_R = \frac{NH_0}{f_0}.$$
 (AIV.2)

Es bedeuten:

N =	- ^	$\sqrt{\frac{g(\gamma_a - \gamma(p))}{T(p)}} \dots \dots$	.Brunt-Vaisälä-Frequenz	(AIV.3)
H <sub>0</sub>	=	$\frac{RT(p)}{g}$	.Skalenhöhe einer homogenen Atmosphäre	(AIV.4)

$$f_0 = 2\Omega \sin 45^\circ \dots$$
 (AIV.5)

Weiterhin sind :

$$g = 9.81 m s^{-2}$$
 ......Betrag der Schwerebeschleunigung (AIV.6)  
 $\gamma_a = g/c_p = 0.98 K/100m.....trockenadiabatischer vertikaler$ 

$$c_{p} = 1004Jkg^{-1}K^{-1}....spezifische Wärmekapazität bei konstantemDruck für trockene Luft (AIV.8)
$$\gamma(p) = \rho(p)g\frac{\partial}{\partial p}(T(p)) ....aktueller vertikaler Temperaturgradientim Niveau p (AIV.9)$$$$

$$T(p)$$
 ......mittlere Temperatur der Isobarfläche  $p = const$   
 $R = 287.04 Jkg^{-1}K^{-1}$ ....individuelle Gaskonstante fürtrockene Luft (AIV.10)

und 
$$\Omega = 7.29 \times 10^{-5} s^{-1}$$
 ......Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation. (AIV.12)

Im Gegensatz dazu wird der externe Rossby-Obukhov-Radius der Deformation,  $L_0$ , durch

$$L_0 = \frac{\sqrt{RT_0}}{f_0} \tag{AIV.13}$$

definiert. Seine charakteristische Größenordnung beträgt  $3 \times 10^3 km$ . Der Ausdruck  $T_0$  gibt die mittlere Temperatur in Erdoberflächennähe an und hat einen Wert von 288 K.

Das Verhältnis von internem Rossby-Deformationsradius zu externem Rossby-Obukhov-Deformationsradius wird als kleiner Baroklinitätsparameter  $\alpha$  bezeichnet.

$$\alpha = \frac{L_R}{L_0}$$
(AIV.14)

Die charakteristische Größenordnung von  $\alpha^2$  beträgt  $10^{-1}$ .

Mit Hilfe von (AIV.1) und der Definitionen des Rossby-Obukhov-Radius der Deformation (AIV.13) ergibt sich

$$\alpha^{2} = \frac{f_{0}^{2}}{m^{2} R T_{0}} = \frac{f_{0}^{2}}{m^{2} c_{0}^{2}}.$$
 (AIV.15)

Dabei wurde die Beziehung  $c_0^2 = RT_0$  für die Newton'sche Schallgeschwindigkeit  $c_0$  verwendet.

Die folgende Gleichung folgt durch Anwenden der Definition für  $L_R$  (AIV.2).

$$\alpha^2 = \frac{R}{g} (\gamma_a - \gamma(p)) \frac{T}{T_0}$$
 (AIV.16)

Für  $m^2$  ergibt sich

$$m^{2} = \frac{f_{0}^{2}}{\alpha^{2} R T_{0}}.$$
 (AIV.17)

#### Energiegleichung

Die folgenden Ableitungen zeigen äquivalente Formulierungen die Energiegleichung, die für die Implementierung der Randbedingungen von Bedeutung sind. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird zunächst nur die Energiegleichung ohne diabatische Prozesse (vgl. Gleichung (4.2))

$$\frac{\partial}{\partial t \partial p} + J\left(\Psi, \frac{\partial \Psi}{\partial p}\right) + \sigma \omega = 0$$
 (AIV.18)

dargestellt.

Für das totale Zeitdifferential wird die Schreibweise

$$\frac{d}{dt} = \frac{d_h}{dt} + \omega \frac{\partial}{\partial p}$$
(AIV.19)

eingeführt. Sie beinhaltet die Aufspaltung in einen horizontalen und einen vertikalen Anteil. Mit Hilfe der Relation

$$\frac{d_h \partial \Psi}{dt \partial p} = \frac{\partial}{\partial t \partial p} + J\left(\Psi, \frac{\partial \Psi}{\partial p}\right)$$
(AIV.20)

ergibt sich für die adiabatische Energiegleichung

$$\frac{d_h \partial \Psi}{dt \partial p} + \sigma \omega = 0. \qquad (AIV.21)$$

Wird diese Gleichung mit  $p^2$  multipliziert und für  $\sigma$  die Beziehung  $\sigma = f_0 / (m^2 p^2)$  eingesetzt, so erhält man

$$\frac{d_h}{dt} \left( p^2 \frac{\partial \Psi}{\partial p} \right) + \omega \frac{RT_0}{f_0} \alpha^2 = 0.$$
 (AIV.22)

Auf Grund von  $\Psi = gz/f_0$  bedeutet das

$$\frac{d_h}{dt} \left( \frac{g p^2}{f_0} \frac{\partial z}{\partial p} \right) + \omega \frac{RT_0}{f_0} \alpha^2 = 0.$$
 (AIV.23)

Die Multiplikation mit  $f_0/(Rp)$  ergibt

$$\frac{d_h}{dt} \left( \frac{gp}{R} \frac{\partial z}{\partial p} \right) + \omega \frac{T_0}{p} \alpha^2 = 0.$$
 (AIV.24)

Wendet man nun die Definition für  $\alpha$  (AIV.16) auf diese Gleichung an und multipliziert sie mit (-1), so erhält man

$$\frac{d_h}{dt} \left( -\frac{gp}{R} \frac{\partial z}{\partial p} \right) - \omega \frac{RT}{gp} \left( \frac{g}{c_p} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0$$
(AIV.25)

Mit der Beziehung

$$\frac{\partial T}{\partial p} = -\frac{RT}{pg}\frac{\partial T}{\partial z}$$
(AIV.26)

schreibt sich nun die adiabatische Energiegleichung in der Form

$$\frac{d_h}{dt} \left( -\frac{gp}{R} \frac{\partial z}{\partial p} \right) + \omega \left( \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{RT}{c_p p} \right) = 0$$
 (AIV.27)

#### Randbedingungen

Die Vertikalbewegung w ist definiert als

$$w = \frac{dz}{dt} = \frac{d_h z}{dt} + \omega \frac{\partial z}{\partial p}$$
(AIV.28)

mit  $\omega = \frac{dp}{dt}$  als generalisierte Vertikalbewegung.

An der Obergrenze der Modellatmosphäre sollen laut Randbedingung (vgl. Abschnitt 5.1.2) keine diabatischen Prozesse stattfinden und die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit  $\omega$  verschwinden. Das heißt  $\omega = 0$ . Diese Randbedingungen werden in die Energiegleichung eingesetzt und man erhält Gleichung (5.6).

Um die Gleichungen für die untere Randbedingung anzugeben, soll im 1. Schritt die adiabatische Energiegleichung für eine verschwindende Vertikalbewegung am Boden abgeleitet werden. Darauf aufbauend erfolgt die Einführung einer orographisch induzierten und reibungsbedingten Vertikalgeschwindigkeit. Abschließend werden die bisher vernachlässigten diabatischen Prozesse berücksichtigt. Adiabatische Energiegleichung für eine verschwindende Vertikalbewegung am Boden

Aus der Annahme w = 0 folgt für die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit

$$\omega = -\frac{\partial p}{\partial z} \cdot \frac{d_h z}{dt} = \frac{g p}{RT} \frac{d_h z}{dt}$$
(AIV.29)

Diese Beziehung wird für  $\omega$  in die oben abgeleitete Energiegleichung (AIV.27) eingesetzt. Man erhält

$$\frac{d_h}{dt} \left( -\frac{gp}{R} \frac{\partial z}{\partial p} \right) + \frac{gp}{RT} \left( \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{RT}{c_p p} \right) \frac{d_h z}{dt} = 0.$$
 (AIV.30)

Daraus folgt

$$\frac{d_h}{dt} \left( -\frac{gp}{R} \frac{\partial z}{\partial p} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{c_p} \right) \frac{d_h z}{dt} = 0$$
 (AIV.31)

bzw.

$$\frac{d_h}{dt} \left( -p \frac{\partial \Psi}{\partial p} \right) - \frac{R}{g} \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{c_p} \right) \frac{d_h \Psi}{dt} = 0.$$
 (AIV.32)

Das bedeutet aber

$$\frac{d_{h}}{dt}\left(-p\frac{\partial\Psi}{\partial p}-\alpha^{2}\Psi\right) \equiv \frac{\partial}{\partial t}\left(-p\frac{\partial\Psi}{\partial p}-\alpha^{2}\Psi\right) + J\left(\Psi,-p\frac{\partial\Psi}{\partial p}-\alpha^{2}\Psi\right) = 0 \quad (AIV.33)$$

$$\Theta = -p\frac{\partial\Psi}{\partial p} - \alpha^2\Psi \qquad (AIV.34)$$

Mit

$$\frac{d_h}{dt}\Theta \equiv \frac{\partial}{\partial t}\Theta + J(\Psi,\Theta) = 0.$$
 (AIV.35)

#### Einführung einer orographisch induzierten und reibungsbedingten Vertikalgeschwindigkeit

Die Vertikalgeschwindigkeit am unteren Modellrand setzt sich aus einer orographisch induzierten  $w_H$  und einer reibungsbedingten Vertikalgeschwindigkeit  $w_R$  zusammen.

$$w = \frac{d_h^z}{dt} + \omega \frac{\partial z}{\partial p} = w_H + w_R$$
(AIV.36)

Für die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit bedeutet das

$$\omega = \frac{gp}{RT} \left( \frac{d_h z}{dt} - w_H - w_R \right).$$
(AIV.37)

Mit den in 5.1.3 eingeführten Parametrisierungen für  $w_H$  und  $w_R$  erhält man als generalisierte Vertikalgeschwindigkeit am Modellunterrand

$$\omega = \frac{gp}{RT} \left( \frac{d_h z}{dt} - \frac{h_E}{2} \nabla^2 (\Psi - \Psi^*) - J(\Psi, h) \right).$$
(AIV.38)

Hierbei bedeuten  $h_E$  die Höhe der Ekman-Schicht,  $\Psi^*$  die modifizierte Stromfunktion in Oberflächennähe nach Houtekamer [1991] und  $h(\lambda, \varphi)$  die Höhe der Orographie.

Das Einsetzen in die Energiegleichung liefert für die untere Randbedingung

$$\frac{d_h}{dt}\Theta = -\alpha^2 \kappa \nabla^2 \Psi - \frac{\alpha^2 g}{f_0} J(\Psi, h) . \qquad (AIV.39)$$

Hier wurde der Term  $\frac{gh_E}{2f_0}$  zu  $\kappa$  zusammengefaßt.

### Berücksichtigung der diabatischen Prozesse

Die bisher vernachlässigten diabatischen Prozesse führen auf der rechten Seite der Energiegleichung zu dem zusätzlichen Term  $\frac{\dot{I}}{2}$ . Daraus ergibt sich die Energiegleichung (AIV.39) zu

$$\frac{d_h}{dt}\Theta = \frac{i}{m^2} -\alpha^2 \kappa \nabla^2 \Psi - \frac{\alpha^2 g}{f_0} J(\Psi, h).$$
(AIV.40)

# Symbole und Abkürzungen

### allgemeine Symbole

xzonale Richtung des kartesi-
schen Koordinatensystems
ymeridionale Richtung des kar-
tesischen Koordinatensystems
z vertikale Richtung des kartesi-
schen Koordinatensystems
$\lambda$ geographische Länge
$\phi$
$\mu$ Sinus der geographischen
Breite
$\mu_0 \dots \dots$ Sinus der Referenz-Breite
Windvektor
$\dot{f}_g$ geostrophischer Windvektor
<i>u</i> zonale Komponente des Wind-
vektors. Zonalgeschwindig-
keit
vmeridionale Komponente des
Windvektors, Meridionalge-
schwindigkeit
w vertikale Komponente des
Windvektors, Vertikalge-
schwindigkeit
$u_g$ zonale Komponente des
geostrophischen Windvektors
$v_q$ meridionale Komponente des
geostrophischen Windvektors
[] zonales Mittel
*Abweichung vom zonalen
Mittel
$\Psi$ Stromfunktion. barotrope
Stromfunktion
J()Jakobi-Operator

f Coriolis-Parameter
$f_0$ Referenz-Coriolis-Parameter
$\omega \dots \dots$ generalisierte Vertikalge-
schwindigkeit
$\omega_H$ orographisch induzierte gene-
ralisierte Vertikalgeschwin-
digkeit
$\omega_R$ reibungsbedingte generalisier-
te Vertikalgeschwindigkeit
<i>p</i> Druck
$\sigma$ statische Stabilität
R individuelle Gaskonstante für
trockene Luft
$c_p$ spezifische Wärmekapazität
bei konstantem Druck
$\Phi$ $\ldots \ldots$ . Geopotential bzw. geopotenti-
elle Höhe
$\Phi_0 \dots$ Referenz-Geopotential
$\zeta$ relative Vorticity
ρ Dichte der Luft
$T \ldots \ldots$ Temperatur
g Betrag der Schwerebeschleu-
nigung
h Modellorographie
a Erdradius
$\Omega$ Winkelgeschwindigkeit der
Erdrotation
$H_0$ Höhe der homogenen Atmo-
sphäre

Symbole zur EOF-Analyse	der Verschiebung 1
$\vec{X}_t$ Phasenraum	ε <sub>R</sub> Rauschterm
<i>t</i>	R(f) Modell des Roten Rauschens
$\vec{X}_t$ Signal-Raum	Symbole zur Wavelet-Transformation
$\overrightarrow{X}_{t}^{N}$ Rausch-Raum	T(a, b) Koeffizient der Wavelet-Trans-
$\alpha_k(i)$ Entwicklungskoeffizient des k-	formation
ten Musters, Prinzipielle Kom-	a Dilatationsparameter (Skala)
ponente (PC)	<i>b</i> Translationsparameter (zeitliche
$\vec{p}^k$ räumliches Muster, Empirische	Verschiebung)
Orthogonale Funktion (EOF)	$\Psi_{a, b}$ Wavelet
$E(\ldots)$ , $\mu$ . Erwartungswert	E(a) Wavelet-Varianz
$\Sigma(\ldots)\ldots$ . Kovarianzmatrix	ωAnzahl der Schwingungen un-
VAR() Varianz	terhalb der Gauß-Kurve des Wa-
εmittlere quadratische Abwei-	velets
chung des Rausch-Raums	Symbole des 2-Schichten-Modell
$\eta$ Anteil der erklärten Varianz an	<i>q</i> diabatische Erwärmungsrate pro
der Gesamtvarianz	Masseneinheit
$\lambda_k \ldots \ldots k$ -ter Eigenwert	$\vec{A}$ Vektorpotential
δ Kronecker-Symbol	A <sub>z</sub> vertikale Komponente des Vek-
Symbole zur Spektralanalyse	torpotentials
P(f)Leistungsdichte	<i>k</i> vertikaler Einheitsvektor
<i>f</i> Frequenz	そ Schubspannungsvektor
N Anzahl der Zeitschritte	K Bodenreibungskoeffizient
K Anzahl der Segmente	<i>K</i> <sub>1</sub> Koeffizient der inneren Reibung
LLänge des Segments	$h_d$ Newton'scher
$W(r) \ldots$ Fensterfunktion	Abkühlungskoeffizient
$A_k$ Fourier-Transformierte des k-	$T^*$ Strahlungsgleichgewichtstempera-
ten Segments	tur
<i>I<sub>k</sub></i> modifiziertes Periodogramm	ε barokline Stromfunktion
des k-ten Segments	ε* barokline Strahlungsgleichge-
$\tilde{I}(f)$ gemitteltes modifiziertes Perio-	wichtsstromfunktion (diabati-
dogramm	sche Wärmequelle)
UNormierungskonstante	<i>D<sub>B</sub></i> Box-Dimension
vAnzahl der Freiheitsgrade	N(ε) Anzahl der Hyperwürfel
$\alpha$ Irrtumswahrscheinlichkeit	ε Kantenlänge der Hyperwürfel
rAutokorrelationskoeffizient bei	N Anzahl der Komponenten des

Reihenentwicklung

Systems	$\hat{\zeta}$ endliche
$\lambda_1, \ldots, \lambda_r$ Eigenwerte der Autokorrelati-	von ζ
, onsmatrix, Lyapunov-Exponen-	$\dots^{(\lambda)}$ Operator
ten	tung nac
F*Anregungsamplitude der diaba-	$\dots^{(\mu)}$ Operator
tischen Wärmequelle ε*	tung nac
$F_0$ Parameter der meridionalen An-	Symbole im 3-Schich
regung der diabatischen Wär-	qquasi-ge
mequelle	Vorticity
E*Parameter für Amplitude des	<i>İ</i> diabatisc
Jahresganges	Zeiteinhe
ΘZeit	m inverser
Symbole der spektralen Methode	Deforma
L <sub>i</sub> räumlicher Differentialoperator	Λ dimensic
w <sup>(i)</sup> prognostische Variable	Rossby-I
$\hat{w}^{(i)}$ endliche Reihenentwicklung	$\alpha$ Baroklin
von $w^{(i)}$	h <sub>E</sub> Höhe der
$w_n^{(i)}$ Entwicklungskoeffizienten der	<i>K</i> dimensic
Reihenentwicklung	man-Sch
<i>r</i> Raumkoordinate	$v_T$ turbulent
$F_i$ Funktionen der <i>i</i> -ten partiellen	$\Psi_3^*$ Stromfur
Differentialgleichung	nahen Ba
$\Psi_n(\vec{r})$ Basisfunktionen der Reihenent-	$\tau_{y}$ charakter
wicklung	ren Reib
$\varepsilon_n$ Optimierungskonstanten	C dimensio
$Y_{m,n}$ Kugelflächenfunktionen (KFF)	teristisch
mOrdnung der KFF	bung
nGrad der KFF	D Koeffizie
$P_{n,m}$ Legendre-Polynome 1. Art	sion
$\tilde{\Psi}_{m,n}$ Entwicklungskoeffizienten der	2 <i>k</i> Ordnung
Stromfunktion Ψ	$\chi$
$g(\lambda) \dots$ . Funktion des Integrals der Tra-	stante
pezregel	Q dimensio
$G_k^{(K)}$ Gauß'sche Koeffizienten der	Abkühlu
Trapezregel	H dimensio
$\mu_k$ Wurzel der Legendre-Polynome	phie

zon ζ Operator der normierten Ableiung nach λ Operator der normierten Ableiung nach µ 8-Schichten-Modell uasi-geostrophische potentielle 'orticity liabatische Erwärmungsrate pro Zeiteinheit nverser Rossby-Deformationsradius limensionsloser inverser lossby-Deformationsradius aroklinitätsparameter löhe der Ekman-Schicht imensionslose Höhe der Eknan-Schicht irbulente Viskosität tromfunktion der oberflächenahen Baroklinitätseffekte harakteristische Zeit der innen Reibung mensionslose inverse charakeristische Zeit der inneren Reiung oeffizient der Horizontaldiffuion Ordnung der Diffusion lewton'sche Abkühlungskontante imensionslose Newton'sche bkühlungskonstante imensionslose Modellorograhie

### Symbole und Abkürzungen

EEinheitsmatrix	$\gamma_a(p)$ trockenadiabatischer Tempera-
Asymmetrische Matrix des Glei-	turgradient
chungssystems	c <sub>0</sub> Newton'sche Schallgeschwin-
$ec{\Psi} \dots \dots$ . Vektor der Stromfunktion	digkeit
$\overrightarrow{R}$ Vektor der rechten Seiten des	Abkürzungen
Gleichungssystems	IPPCIntergovernmental Panel on
U Fundamentalmatrix	Climate Change
u <sub>11</sub> Elemente der Fundamentalma-	LOM Low Order Models
trix	GCM General Circulation Models
$\vec{U}_i$ Eigenvektor	ECHAM3/LSG European Centre Ham-
$\lambda_i \dots \dots$ Eigenwert	burg/Large Scale
LEigenwertmatrix	Geostrophic
$ec{\Phi}$ Vektor der (vertikalen) Eigen-	NOAA National Oceanic and Atmos-
moden	pheric Administration
r <sub>pg</sub> Musterkorrelationskoeffizient	CIRES Cooperative Institute for Re-
' Operator der Abweichung vom	search in Environmental Sci-
räumlichen Mittelwert	ences
Symbole der PDF	URL Uniform Ressource Locater
<i>p</i> Wahrscheinlichkeitsdichtefunkti-	NCEP National Centers for Environ-
on	mental Prediction
nLänge der Datenreihen	NCAR National Center for Atmospher-
hGlättungsparameter	ic Research
$\dot{x}$ Phasenraum	UCAR University Corporation for At-
KKernel-Funktion	mospheric Research
$\vec{X}_i$ Vektor der betrachteten Daten	NNord
zum Zeitpunkt i	0Ost
Symbole im Anhang	DJF Dezember, Januar, Februar
IWechselwirkungskoeffizient	JJA Juni, Juli, August
(WWK)	UK United Kingdom
$n, l, k, r_1, r_2, r_3, r_4 \dots$ Wellenzahlen	SSA Singulat Spectrum Analysis
$L_R$ (interner) Rossby-Radius der	MSSA Multikanal-SSA
Deformation	ENSO El-Niño-Südliche-Oszillation
$L_0$ (externer) Rossby-Obukhov-	NAO Nord-Atlantische Oszillation
Radius der Deformation	HGF Helmholtz-Gemeinschaft
NBrunt-Vaísälä-Frequenz	Deutscher Forschungszentren
$\gamma(p)$ vertikaler Temperaturgradient	KIHZ "Natürliche Klimavariationen
In Historischen Zeiten bis	
------------------------------------	--
10.000 Jahre vor heute"	
GISP2Greenland Ice Sheet Project 2	
EOFEmpirische Orthogonale Funk-	
tion	
PCPrincipal Components	
FFTFast Fourier Transform	
KFFKugelFlächenFunktionen	
BDFBackward Difference Formula	
CChaos	
VVacillation	
dofdegrees of freedom	
EUEUrasisches Telekonnektions-	
muster	
PNAPazifik-NordAmerika-Telekon-	
nektionsmuster	
COWL Cold-Ocean-Warm-Land-Tele-	
konnektionsmuster	
AOArktische Oszillation	
QBOQuasi-Biennial Oscillation	
ECMWFEuropean Centre for Medium-	
Range Weather Forecasts	
PDFProbability Density Function	
PKProjektionskoeffizient	

171

## 

## Danksagung

Die vorliegende Arbeit wurde am Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung (AWI), Potsdam, mit wissenschaftlicher Betreuung durch Herrn Prof. Dr. Klaus Dethloff durchgeführt. Ihm möchte ich an dieser Stelle für die fachliche Anleitung und Unterstützung, viele wissenschaftliche Gespräche sowie die sehr gute Zusammenarbeit herzlich danken.

Das in Kapitel 5 diskutierte spektrale Modell niederer Ordnung ist in enger Kooperation mit Herrn Dr. Mikhail Kurgansky vom Obukhov-Institut für Atmosphärenphysik (IAP), Moskau, neu entwickelt worden. Von Herrn Kurgansky, der mir stets mit Rat und Ideen zur Seite stand, konnte ich in zahlreichen, in vielerlei Hinsicht interessanten Diskussionen während seiner Gastaufenthalte am AWI in Potsdam vieles lernen. Dafür möchte ich ihm Dank sagen: <u>Большое спасибо</u> !

Einige Gedanken der Arbeit und numerische Programme (vor allem der Wavelet-Transformation und der PDF's) entstanden durch die anregenden Gespräche mit Frau Dr. Dörthe Handorf vom AWI. Für die Hilfsbereitschaft, Geduld und auch den Spaß in den letzten 2 Jahren sowie das -zigfache Lesen der Arbeit bedanke ich mich sehr, Dörthe!

Meine Kolleginnen Frau Dr. Annette Rinke und Frau Ines Hebestadt standen mir als Ansprechpartnerinnen für die Low-Order-Modelle und computertechnische Probleme ständig zur Verfügung. Dafür danke ich ihnen sehr herzlich.

Herrn Prof. Dr. Peter Hupfer vom Institut für Physik der Humboldt-Universität zu Berlin und Herrn Prof. Dr. Martin Claußen vom Potsdam-Institut für Klimafolgenforschung (PIK) und dem Meteorologischen Institut der Freien Universität Berlin als Gutachtern danke ich für das rasche Lesen der Arbeit und die daraus resultierenden Anregungen und Kritiken.

Das gute Arbeitsklima und die freundliche Atmosphäre in der Arbeitsgruppe "Physik der Atmosphäre" des AWI in Potsdam unterstützen mich seit nunmehr 4 Jahren. Vielen Dank an alle Kolleginnen und Kollegen!

Die Bestimmung der Lyapunov-Exponenten und der Attraktordimension wurde von Herrn Dr. Wolfgang Jansen aus der Arbeitsgruppe "Nichtlineare Dynamik" des Instituts für Physik der Universität Potsdam durchgeführt. Das Programm zur Berechnung der EOF stammt von Herrn Dr. Frank-Michael Chmielewski, Institut für Pflanzenbauwissenschaften, Fachgebiet Agrarmeteorologie, der Humboldt-Universität zu Berlin. Beiden danke ich dafür. Die unproblematische Bereitstellung der ECHAM3/LSG-Modelldaten verdanke ich Frau Judith Perlwitz vom Max-Planck-Institut für Meteorologie, Hamburg, und Herrn Dr. Reinhard Voss vom Deutschen Klimarechenzentrum, Hamburg.

Für das sorgfältige Korrekturlesen der Arbeit möchte ich mich insbesondere bei meiner Mutter, Dörthe Handorf. Stefan Eberle, Astrid Schulz und Julia Zimmermann bedanken.

Und last, but never least, bin ich Stefan Eberle für sein Dasein und die Unterstützung gerade in der letzten Zeit dankbar.

## Folgende Hefte der Reihe "Berichte zur Polarforschung" sind bisher erschienen:

- Sonderheft Nr. 1/1981 "Die Antarktis und ihr Lebensraum" Eine Einführung für Besucher Herausgegeben im Auftrag von SCAR
- Heft Nr. 1/1982 "Die Filchner-Schelfeis-Expedition 1980/81" zusammengestellt von Heinz Kohnen
- Heft Nr. 2/1982 "Deutsche Antarktis-Expedition 1980/81 mit FS "Meteor" First International BIOMASS Experiment (FIBEX) Liste der Zooplankton- und Mikronektonnetzfänge zusammengestellt von Norbert Klages
- Heft Nr. 3/1982 "Digitale und analoge Krill-Echolot-Rohdatenerfassung an Bord des Forschungs-schiffes "Meteor" (im Rahmen von FIBEX 1980/81, Fahrtabschnitt ANT III), von Bodo Morgenstern Heft Nr. 4/1982 – "Filchner-Schelfeis-Expedition 1980/81" Liste der Planktonfänge und Lichtstärkemessungen zusammengestellt von Gerd Hubold und H. Eberhard Drescher
- Heft Nr. 5/1982 "Joint Biological Expedition on RRS 'John Biscoe', February 1982" by G. Hempel and R. B. Heywood
- Heft Nr. 6/1982 "Antarktis-Expedition 1981/82 (Unternehmen ,Eiswarte')' zusammengestellt von Gode Gravenhorst Heft Nr. 7/1982 – "Marin-Biologisches Begleitprogramm zur Standorterkundung 1979/80 mit MS "Polar-sirkel' (Pre-Site Survey)" – Stationslisten der Mikronekton- und Zooplanktonfänge sowie der Bodenfischerei zusammengestellt von R. Schneppenheim
- Heft Nr. 8/1983 "The Post-Fibex Data Interpretation Workshop" by D. L. Cram and J.-C. Freytag with the collaboration of J. W. Schmidt, M. Mall, R. Kresse, T. Schwinghammer Heft Nr. 9/1983 - "Distribution of some groups of zooplankton in the inner Weddell Sea in summer 1979/80" by I. Hempel, G. Hubold, B. Kaczmaruk, R. Keller, R. Weigmann-Haass
- Heft Nr. 10/1983 "Fluor im antarktischen Ökosystem" DFG-Symposium November 1982 zusammengestellt von Dieter Adelung

- Heft Nr. 11/1983 "Joint Biological Expedition on RRS 'John Biscoe', February 1982 (II)" Data of micronecton and zooplankton hauls, by Uwe Piatkowski Heft Nr. 12/1983 "Das biologische Programm der ANTARKTIS-I-Expedition 1983 mit FS "Polarstern" Stationslisten der Plankton-, Benthos- und Grundschleppnetzfänge und Liste der Probennahme an Robben und Vögeln, von H. E. Drescher, G. Hubold, U. Piatkowski, J. Plötz und J. Voß
- Heft Nr. 13/1983 "Die Antarklis-Expedition von MS, Polarbjörn 1982/83" (Sommerkampagne zur Atka-Bucht und zu den Kraul-Bergen), zusammengestellt von Heinz Kohnen
- Sonderheft Nr. 2/1983 "Die erste Antarktis-Expedition von FS "Polarstern' (Kapstadt, 20. Januar 1983 Rio de Janeiro, 25. März 1983)", Bericht des Fahrtleiters Prof. Dr. Gotthilf Hempel Sonderheft Nr. 3/1983 – "Sicherheit und Überleben bei Polarexpeditionen" zusammengestellt von Heinz Kohnen
- Heft Nr. 14/1983 "Die erste Antarktis-Expedition (ANTARKTIS I) von FS "Polarstern' 1982/83" herausgegeben von Gotthilf Hempel
- Sonderheft Nr. 4/1983 "On the Biology of Krill Euphausia superba" Proceedings of the Seminar and Report of the Krill Ecology Group, Bremerhaven 12. 16. May 1983, edited by S. B. Schnack Heft Nr. 15/1983 "German Antarctic Expedition 1980/81 with FRV Walther Herwig' and RV 'Meteor" First International BIOMASS Experiment (FIBEX) Data of micronekton and zooplankton hauls by Uwe Platkowski and Norbert Klages
- Sonderheft Nr. 5/1984 "The observatories of the Georg von Neumayer Station", by Ernst Augstein
- Heft Nr. 16/1984 "FIBEX cruise zooplankton data" by U. Piatkowski, I. Hempel and S. Rakusa-Suszczewski
- Heft Nr. 17/1984 Fahribericht (cruise report) der "Polarstern'-Reise ARKTIS I, 1983" von E. Augstein, G. Hempel und J. Thiede
- Heft Nr. 18/1984 "Die Expedition ANTARKTIS II mit FS ,Polarstern' 1983/84", Bericht von den Fahrtabschnitten 1, 2 und 3, herausgegeben von D. Fütterer

- Heft Nr. 19/1984 "Die Expedition ANTARKTIS II mit FS, Polarstern' 1983/84", Bericht vom Fahrtabschnitt 4, Punta Arenas-Kapstadt (Ant-I/4), herausgegeben von H. Kohnen Heft Nr. 20/1984 "Die Expedition ARKTIS II des FS "Polarstern' 1984, mit Beiträgen des FS "Valdivia" und des Forschungsflugzeuges "Falcon 20" zum Marginal Ice Zone Experiment 1984 (MIZEX)" von E. Augstein, G. Hempel, J. Schwarz, J. Thiede und W. Weigel
- Heft Nr. 21/1985 "Euphausiid larvae in plankton from the vicinity of the Antarctic Penisula, February 1982" by Sigrid Marschall and Elke Mizdalski
- Heft Nr. 22/1985 "Maps of the geographical distribution of macrozooplankton in the Atlantic sector of the Southern Ocean" by Uwe Piatkowski
- Heft Nr. 23/1985 "Untersuchungen zur Funktionsmorphologie und Nahrungsaufnahme der Larven des Antarktischen Krills Euphausia superba Dana" von Hans-Peter Marschall

Heft Nr. 24/1985 – "Untersuchungen zum Periglazial auf der König-Georg-Insel Südshetlandinseln/ Antarktika. Deutsche physiogeographische Forschungen in der Antarktis. – Bericht über die Kampagne 1983/84" von Dietrich Barsch, Wolf-Dieter Blümel, Wolfgang Flügel, Roland Mäusbacher, Gerhard Stäblein, Wolfgang Zick

- Heft Nr. 25/1985 "Die Expedition ANTARKTIS III mit FS "Polarstern' 1984/1985" herausgegeben von Gotthilf Hempel.
- Heft Nr. 26/1985 -- "The Southern Ocean"; A survey of oceanographic and marine meteorological research work by Hellmer et al.
- Heft Nr. 27/1986 "Spätpleistozäne Sedimentationsprozesse am antarktischen Kontinentalhang vor Kapp Norvegia, östliche Weddell-See" von Hannes Grobe Heft Nr. 28/1986 "Die Expedition ARKTIS III mit "Polarstern" 1985 mit Beiträgen der Fahrtteilnehmer, herausgegeben von Rainer Gersonde
- Heft Nr. 29/1986 "5 Jahre Schwerpunktprogramm "Antarktisforschung' der Deutschen Forschungsgemeisnchaft." Rückblick und Ausblick. Zusammengestellt von Gotthilf Hempel, Sprecher des Schwerpunktprogramms Heft Nr. 30/1986 - "The Meteorological Data of the Georg-von-Neumayer-Station for 1981 and 1982" by Marianne Gube and Friedrich Obleitner
- Heft Nr. 31/1986 "Zur Biologie der Jugendstadien der Notothenioidei (Pisces) an der Antarktischen Halbinsel" von A. Kellermann
- Heft Nr. 32/1986 "Die Expedition ANTARKTIS IV mit FS "Polarstern' 1985/86" mit Beiträgen der Fahrtteilnehmer, herausgegeben von Dieter Fütterer Heft Nr. 33/1987 "Die Expedition ANTARKTIS-IV mit FS "Polarstern' 1985/86 Bericht zu den Fahrtabschnitten ANT-IV/3-4" von Dieter Karl Fütterer
- Heft Nr. 34/1987 "Zoogeographische Untersuchungen und Gemeinschaftsanalysen an antarktischen Makroplankton" von U. Piatkowski
- Heft Nr. 35/1987 "Zur Verbreitung des Meso- und Makrozooplanktons in Oberflächenwasser der Weddell See (Antarktis)" von E. Boysen-Ennen
- Heft Nr. 36/1987 "Zur Nahrungs- und Bewegungsphysiologie von Salpa thompsoni und Salpa fusiformis" von M. Reinke
- Heft Nr. 37/1987 "The Eastern Weddell Sea Drifting Buoy Data Set of the Winter Weddell Sea Project (WWSP)" 1986 by Heinrich Hoeber und Marianne Gube-Lehnhardt
- Heft Nr. 38/1987 "The Meteorological Data of the Georg von Neumayer Station for 1983 and 1984" by M. Gube-Lenhardt
- by M. Gube-Lennardt Heft Nr. 39/1987 "Die Winter-Expedition mit FS "Polarstern' in die Antarktis (ANT V/1-3)" herausgegeben von Sigrid Schnack-Schiel Heft Nr. 40/1987 "Weather and Synoptic Situation during Winter Weddell Sea Project 1986 (ANT V/2) July 16 September 10, 1986" by Werner Rabe
- Heft Nr. 41/1988 "Zur Verbreitung und Ökologie der Seegurken im Weddellmeer (Antarktis)" von Julian Gutt Heft Nr. 42/1988 "The zooplankton community in the deep bathyal and abyssal zones of the eastern North Atlantic" by Werner Beckmann

- Heft Nr. 43/1988 "Scientific cruise report of Arctic Expedition ARK IV/3" Wissenschaftlicher Fahrtbericht der Arktis-Expedition ARK IV/3, compiled by Jörn Thiede
- Heft Nr. 44/1988 "Data Report for FV 'Polarstern' Cruise ARK IV/1, 1987 to the Arctic and Polar Fronts" by Hans-Jürgen Hirche
- Heft Nr. 45/1988 "Zoogeographie und Gemeinschaftsanalyse des Makrozoobenthos des Weddellmeeres (Antarktis)" von Joachim Voß
- Heft Nr. 46/1988 -- "Meteorological and Oceanographic Data of the Winter-Weddell-Sea Project 1986 (ANT V/3)" by Eberhard Fahrbach
- Heft Nr. 47/1988 "Vereilung und Herkunft glazial-mariner Gerölle am Antarktischen Kontinentalrand des östlichen Weddellmeeres" von Wolfgang Oskierski
- Heft Nr. 48/1988 "Variationen des Erdmagnetfeldes an der GvN-Station" von Arnold Brodscholl
- Heft Nr. 49/1988 "Zur Bedeutung der Lipide im antarktischen Zooplankton" von Wilhelm Hagen
- Heft Nr. 50/1988 "Die gezeitenbedingte Dynamik des Ekström-Schelfeises, Antarktis" von Wolfgang Kobarg Heft Nr. 51/1988 - "Ökomorphologie nototheniider Fische aus dem Weddellmeer, Antarktis" von Werner Ekau Heft Nr. 52/1988 – "Zusammensetzung der Bodenfauna in der westlichen Fram-Straße" von Dieter Piepenburg
- Heft Nr. 53/1988 "Untersuchungen zur Ökologie des Phytoplanktons im südöstlichen Weddellmeer (Antarktis) im Jan./Febr. 1985" von Eva-Maria Nöthig Heft Nr. 54/1988 "Die Fischfauna des östlichen und südlichen Weddellmeeres:
- geographische Verbreitung, Nahrung und trophische Stellung der Fischarten" von Wiebke Schwarzbach Heft Nr. 55/1988 "Weight and length data of zooplankton in the Weddell Sea in austral spring 1986 (Ant. V/3)" by Elke Mizdalski
- Heft Nr. 56/1989 "Scientific cruise report of Arctic expeditions ARK IV/1, 2 & 3" by G. Krause, J. Meinke und J. Thiede

Heft Nr. 57/1989 -- "Die Expedition ANTARKTIS V mit FS ", Polarstern' 1986/87" Bericht von den Fahrtabschnitten ANT V/4-5 von H. Miller und H. Oerter Heft Nr. 58/1989 - "Die Expedition ANTARKTIS VI mit FS ,Polarstern' 1987/88" von D.K. Fütterer Heft Nr. 59/1989 - "Die Expedition ARKTIS V/1a, 1b und 2 mit FS "Polarstern' 1988" von M. Spindler Heft Nr. 60/1989 - "Ein zweidimensionales Modell zur thermohalinen Zirkulation unter dem Schelfeis" on H. H. Hellmer Heft Nr. 61/1989 ~ "Die Vulkanite im westlichen und mittleren Neuschwabenland, Vestfjella und Ahlmannryggen, Antarktika" von M. Peters Heft Nr. 62/1989 - "The Expedition ANTARKTIS VII/1 and 2 (EPOS I) of RV 'Polarstern' in 1988/89", by I. Hempel Heft Nr. 63/1989 – "Die Eisalgenflora des Weddellmeeres (Antarktis): Artenzusammensetzung und Biomasse sowie Ökophysiologie ausgewählter Arten" von Annette Bartsch Heft Nr. 64/1989 - "Meteorological Data of the G.-v.-Neumayer-Station (Antarctica)" by L. Helmes Heft Nr. 65/1989 - "Expedition Antarktis VII/3 in 1988/89" by I. Hempel, P. H. Schalk, V. Smetacek Heft Nr. 66/1989 - "Geomorphologisch-glaziologische Detailkartierung des arid-hochpolaren Borgmassivet, Neuschwabenland, Antarktika" von Karsten Brunk Heft Nr. 67/1990 - "Identification key and catalogue of larval Antarctic fishes", edited by Adolf Kellermann Heft Nr. 68/1990 - "The Expedition Antarktis VII/4 (Epos leg 3) and VII/5 of RV 'Polarstern' in 1989", edited by W. Arntz, W. Ernst, I. Hempel Heft Nr. 69/1990 – "Abhängigkeiten elastischer und rheologischer Eigenschaften des Meereises vom Eisgefüge", von Harald Heilmann Heft Nr. 70/1990 – "Die beschalten benthischen Mollusken (Gastropoda und Bivalvia) des Weddellmeeres, Antarktis", von Stefan Hain Heft Nr. 71/1990 – "Sedimentologie und Paläomagnetik an Sedimenten der Maudkuppe (Nordöstliches Weddellmeer)", von Dieter Cordes Heft Nr. 72/1990 – "Distribution and abundance of planktonic copepods (Crustacea) in the Weddell Sea in summer 1980/81", by F. Kurbjeweit and S. Ali-Khan Heft Nr. 73/1990 – "Zur Frühdiagenese von organischem Kohlenstoff und Opal in Sedimenten des südlichen und östlichen Weddellmeeres", von M. Schlüter Heft Nr. 74/1990 – "Expeditionen ANTARKTIS-VIII/3 und VIII/4 mit FS "Polarstern" 1989" von Rainer Gersonde und Gotthilf Hempel Heft Nr. 75/1991 – "Quartäre Sedimentationsprozesse am Kontinentalhang des Süd-Orkey-Plateaus im nordwestlichen Weddellmeer (Antarktis)", von Sigrun Grünig Heft Nr. 76/1990 – "Ergebnisse der faunistischen Arbeiten im Benthal von King George Island (Südshetlandinseln, Antarktis)", von Martin Rauschert Heft Nr. 77/1990 – "Verteilung von Mikroplankton-Organismen nordwestlich der Antarktischen Halbinsel unter dem Einfluß sich ändernder Umweltbedingungen im Herbst", von Heinz Klöser Heft Nr. 78/1991 - "Hochauflösende Magnetostratigraphie spätquartärer Sedimente arktischer Heft Nr. 79/1991 – "Hochauliosenide Magnetositaligraphie spargeartarer Geometric anticenter Meeresgebiete", von Norbert R. Nowaczyk Heft Nr. 79/1991 – "Ökophysiologische Untersuchungen zur Salinitäts- und Temperaturtoleranz antarktischer Grünalgen unter besonderer Berücksichtigung des b-Dimethylsulfoniumpropionat (DMSP) - Stoffwechsels", von Ulf Karsten Heft Nr. 80/1991 – "Die Expedition ARKTIS VII/1 mit FS "Polarstern' 1990", herausgegeben von Jörn Thiede und Gotthilf Hempel herausgegeben von Jörn Thiede und Gotthilf Hempel Heft Nr. 81/1991 – "Paläoglaziologie und Paläozeanographie im Spätquartär am Kontinentalrand des südlichen Weddelmeeres, Antarktis", von Martin Melles Heft Nr. 82/1991 – "Quantifizierung von Meereseigenschaften: Automatische Bildanalyse von Dünnschnitten und Parametisierung von Chlorophyll- und Salzgehaltsverteilungen", von Hajo Eicken Heft Nr. 83/1991 – "Das Fließen von Schelfeisen - numerische Simulationen mit der Metholde der finiten Differenzen", von Jürgen Determann Heft Nr. 84/1991 – "Die Expedition ANTARKTIS-VIII/1-2, 1989 mit der Winter Weddell Gyre Study der Forschungsschiffe "Polarstern" und "Akademik Fedorov", von Ernst Augstein, Nikolai Bagrianteev und Hans Werner Schenke Heft Nr. 84/1991 – "Eit Entsehung von Linterwassereis und das Wachstum und die Enerniebilanz Nikola Bagriantsev und Hans werner Scheine Heft Nr. 85/1991 – "Zur Entstehung von Unterwassereis und das Wachstum und die Energiebilanz des Meereises in der Atka Bucht, Antarktis", von Josef Kipfstuhl Heft Nr. 86/1991 – "Die Expedition ANTARKTIS-VIII mit FS "Polarstern" 1989/90. Bericht vom Fahrtabschnitt ANT-VIII/5", von Heinz Miller und Hans Oerter Heft Nr. 87/1991 – "Scientific cruise reports of Arctic expeditions ARK VI/1-4 of RV 'Polarstern' in 1989", edited by G. Krause, J. Meincke & H. J. Schwarz

Heft Nr. 88/1991 – "Zur Lebensgeschichte dominanter Copepodenarten (*Calanus finmarchicus, C. glacialis, C. hyperboreus, Metridia longa*) in der Framstraße", von Sabine Diel

Heft Nr. 89/1991 – "Detaillierte seismische Untersuchungen am östlichen Kontinentalrand des Weddell-Meeres vor Kapp Norvegia, Antarktis", von Norbert E. Kaul Heft Nr. 90/1991 – "Die Expedition ANTARKTIS-VIII mit FS "Polarstern" 1989/90. Bericht von den Fahrtabschnitten ANT-VIII/6-7", herausgegeben von Dieter Karl Fütterer und Otto Schrems Heft Nr. 91/1991 - "Blood physiology and ecological consequences in Weddell Sea fishes (Antarctica)", by Andreas Kunzmann by Anoreas Kunzmann Heft Nr. 92/1991 – "Zur sommerlichen Verteilung des Mesozooplanktons im Nansen-Becken, Nordpolarmeer", von Nicolai Mumm Heft Nr. 93/1991 – "Die Expedition ARKTIS VII mit FS "Polarstern", 1990. Bericht vom Fahrtabschnitt ARK VII/2", herausgegeben von Gunther Krause Heft Nr. 94/1991 – "Die Entwicklung des Phytoplanktons im östlichen Weddellmeer (Antarktis) beim Übergang vom Spätwinter zum Frühjahr", von Renate Scharek Heft Nr. 95/1991 – "Radioisotopenstratigraphie, Sedimentologie und Geochemie jungquartärer Sedimente des östlichen Arktischen Özeans", von Horst Bohrmann Heft Nr. 96/1991 – "Holozäne Sedimentationsentwicklung im Scoresby Sund, Ost-Grönland", von Peter Marienfeld Wei Freder Materineta Heft Nr. 97/1991 – "Strukturelle Entwicklung und Abkühlungsgeschichte von Heimefrontfjella (Westliches Dronning Maud Land/Antarktika)", von Joachim Jacobs Heft Nr. 98/1991 – "Zur Besiedlungsgeschichte des antarktischen Schelles am Beispiel der Isopoda (Crustacea, Malacostraca)", von Angelika Brandt Isopoda (Crustacea, Malacostraca)", 'von Angelika Brandt Heft Nr. 99/1992 – "The Antarctic ice sheet and environmental change: a three-dimensional modelling study", by Philippe Huybrechts Heft Nr. 100/1992 – "Die Expeditionen ANTARKTIS IX/1-4 des Forschungsschiffes "Polarstern" 1990/91" herausgegeben von Ulrich Bathmann, Meinhard Schulz-Baldes, Eberhard Fahrbach, Victor Smetacek und Hans-Wolfgang Hubberten Heft Nr. 101/1992 – "Wechselbeziehungen zwischen Schwermetallkonzentrationen (Cd, Cu, Pb, Zn) im Meerwasser und in Zooplanktonorganismen (Copepoda) der Arktis und des Atlantiks", von Christa Pohl Heft Nr. 102/1992 – "Physiologie und Ultrastruktur der antarktischen Grünalge *Prasiola crispa ssp. antarctica* unter osmotischem Streß und Austrocknung", von Andreas Jacob Heft Nr. 103/1992 – Zur Ökolongie der Eische im Wedfellmeer" von Gerd Hubold Prasiola crispa ssp. antarctica unter osmotischem Streff und Austrocknung", von Andreas Jacob Heft Nr. 103/1992 – "Zur Ökologie der Fische im Weddellmeer", von Gerd Hubold Heft Nr. 104/1992 – "Mehrkanalige adaptive Filter für die Unterdrückung von multiplen Reflexionen in Verbindung mit der freien Oberfläche in marinen Seismogrammen", von Andreas Rosenberger Heft Nr. 105/1992 – "Radiation and Eddy Flux Experiment 1991 (*REFLEX*)", von Jörg Hartmann, Christoph Kottmeier und Christian Wamser Heft Nr. 106/1992 – "Ostracoden im Epipelagial vor der Antarktischen Halbinsel - ein Beitrag zur Systematik sowie zur Verbreitung und Populationsstruktur unter Berücksichtigung der Saisonalität", von Brüdinger Kock von Rüdiger Kock Heft Nr. 107/1992 - "ARCTIC '91: Die Expedition ARK-VIII/3 mit FS ,Polarstern' 1991", Heft Nr. 107/1992 – "ARCTIC '91: Die Expedition ARK-VIII/3 mit FS ,Polarstern' 1991", von Dieter K. Fütterer
Heft Nr. 108/1992 – "Dehnungsbeben an einer Störungszone im Ekström-Schelfeis nördlich der Georg-von-Neumayer-Station, Antarktis. – Eine Untersuchung mit seismologischen und geodätischen Methoden", von Uwe Nixdorf.
Heft Nr. 109/1992 – "Spätquartäre Sedimentation am Kontinentalrand des südöstlichen Weddellmeeres, Antarktis", von Michael Weber.
Heft Nr. 110/1992 – "Sedimentfazies und Bodenwasserstrom am Kontinentalhang des norwestlichen Weddellmeeres", von Isa Brehme.
Heft Nr. 111/1992 – "Die Lebensbedingungen in den Solekanälchen des antarktischen Meereises", von Jürgen Weissenberger.
Heft Nr. 12/1992 – Zur Taxonomie von rezenten benthischen Foramioiferen aus dem Heft Nr. 112/1992 – "Zur Taxonomie von rezenten benthischen Foraminiferen aus dem Nansen Becken, Arktischer Ozean", von Jutta Wollenburg. Heft Nr. 113/1992 – "Die Expedition ARKTIS VIII/1 mit FS "Polarstern" 1991", herausgegeben von Gerhard Kattner. Heft Nr. 114/1992 - "Die Gründungsphase deutscher Polarforschung, 1865 - 1875", Heft Nr. 114/1992 – "Die Gründungsphase deutscher Polarforschung, 1865 - 1875", von Reinhard A. Krause.
Heft Nr. 115/1992 – "Scientific Cruise Report of the 1991 Arctic Expedition ARK VIII/2 of RV 'Polarstern' (EPOS II)", by Eike Rachor.
Heft Nr. 116/1992 – "The Meteorological Data of the Georg-von-Neumayer-Station (Antarctica) for 1988, 1989, 1990 and 1991", by Gert König-Langlo.
Heft Nr. 117/1992 – "Petrogenese des metamorphen Grundgebirges der zentralen Heimefrontljella (westliches Dronning Maud Land / Antarktis)", von Peter Schulze.
Heft Nr. 118/1993 – "Die mafischen Gänge der Shackleton Range / Antarktika: Petrographie, Geochemie, Isotopengeochemie und Paläomagnetik", von Rudiger Hotten.
Heft Nr. 118/1993 – Gefrierschutz bei Fischen der Polarmenze" von Andreas P.A. Wöhrmann. Heft Nr. 119/1993 – "Gefrierschutz bei Fischen der Polarmeere", von Andreas P. A. Wöhrmann. Heft Nr. 120/1993 – "East Siberian Arctic Region Expedition '92: The Laptev Sea - its Significance for Arctic Sea-Ice Formation and Transpolar Sediment Flux", by D. Dethleff, D. Nürnberg, E. Reimnitz, M. Saarso and Y. P. Sacchenko. – "Expedition to Novaja Zemlja and Franz Josef Land with RV. 'Dalnie Zelentsy'", by D. Nürnberg and E. Groth.

 Heft Nr. 121/1993 - "Die Expedition ANTARKTIS X/3 mit FS "Polarstern' 1992", herausgegeben von Heft Nr. 121/1993 – "Die Expedition ANTAHKTIS X/3 mit FS "Polarstern" 1992", herausgegeben von Michael Spindler, Gerhard Dieckmann und David Thomas Heft Nr. 122/1993 – "Die Beschreibung der Korngestall mit Hilfe der Fourier-Analyse: Parametrisierung der morphologischen Eigenschaften von Sedimentpartikeln", von Michael Diepenbroek. Heft Nr. 123/1993 – "Zerstörungsfreie hochauflösende Dichteuntersuchungen mariner Sedimente", und Ochseuting Schuler Sedimente". von Sebastian Gerland. Heft Nr. 124/1993 - "Umsatz und Verteilung von Lipiden in arktischen marinen Organismen unter besonderer Berücksichtigung unterer trophischer Stufen", von Martin Graeve. Vent Nr. 125/1993 – "Ökologie und Respiration ausgewählter arktischer Bodenfischarten" von Christian F. von Dorrien. Von Grindstan F. von Donen. Heft Nr. 126/1993 – "Quantitative Bestimmung von Paläoumweltparametern des Antarktischen Oberflächenwassers im Spätquartier anhand von Transferfunktionen mit Diatomeen", von Ulrich Zielinski Heft Nr. 127/1993 – "Schimetransport durch das arktische Meereis: Die rezente lithogene und biogene Materialfracht", von Ingo Wollenburg. Heft Nr. 128/1993 – "Cruise ANTARKTIS X/3 of RV 'Polarstern': CTD-Report", von Marek Zwierz. Heft Nr. 129/1993 – "Reproduktion und Lebenszyklen dominanter Copepodenarten aus dem Weddellmeer, Antarktis", von Frank Kurbjeweit Heft Nr. 130/1993 – "Untersuchungen zu Temperaturregime und Massenhaushalt des Fichner-Ronne-Schelfeises, Antarktis, unter besonderer Berücksichtigung von Anfrier- und Abschmetzprozessen", von Klaus Grosfeld Heft Nr. 131/1993 – "Die Expedition ANTARKTIS X/5 mit FS ,Polarstern' 1992", herausgegeben von Rainer Gersonde herausgegeben von Hainer Gersonde Heft Nr. 132/1993 – "Bildung und Abgabe kurzkettiger halogenierter Kohlenwasserstoffe durch Makroalgen der Polarregionen", von Frank Laturnus Heft Nr. 133/1994 – "Radiation and Eddy Flux Experiment 1993 (*REFLEX IIJ*", by Christoph Kottmeier, Jörg Hartmann, Christian Wamser, Axel Bochert, Christof Lüpkes, Dietmar Freese and Wolfgang Cohrs Heft Nr. 134/1994 - "The Expedition ARKTIS-IX/1", edited by Hajo Elcken and Jens Meincke Heft Nr. 135/1994 – "Die Expeditionen ANTARKTIS X/6-8", herausgegeben von Ulrich Bathmann, Victor Smetacek, Hein de Baar, Eberhard Fahrbach und Gunter Krause Heft Nr. 136/1994 – "Untersuchungen zur Ernährungsökologie von Kaiserpinguinen (Aptenodytes forsteri) und Königspinguinen (Aptenodytes patagonicus)", von Klemens Pütz
Heft Nr. 137/1994 – "Die känozoische Vereisungsgeschichte der Antarktis", von Werner U. Ehrmann Heft Nr. 138/1994 – "Untersuchungen stratosphärischer Aerosole vulkanischen Ursprungs und polarer stratosphärischer Wolken mit einem Mehrwellenlängen-Lidar auf Spitzbergen (79° N, 12° E)", von Georg Beyerle von Georg Beyerle Heft Nr. 139/1994 – "Charakterisierung der Isopodenfauna (Crustacea, Malacostraca) des Scotia-Bogens aus biogeographischer Sicht: Ein multivariater Ansatz", von Holger Winkler. Heft Nr. 140/1994 – "Die Expedition ANTARKTIS X/4 mit FS "Polarstern" 1992", herausgegeben von Peter Lemke herausgegeben von Peter Lemke Heft Nr. 141/1994 – "Satellitenaltimetrie über Eis – Anwendung des GEOSAT-Altimeters über dem Ekströmisen, Antarktis", von Clemens Heidland Heft Nr. 142/1994 – "The 1993 Northeast Water Expedition. Scientific cruise report of RV 'Polartstern' Arctic cruises ARK IX/2 and 3, USCG 'Polar Bear' cruise NEWP and the NEWLand expedition", edited by Hans-Jürgen Hirche and Gerhard Kattner Heft Nr. 143/1994 – "Detaillierte refraktionsseismische Untersuchungen im inneren Scoresby Sund Ost-Grönland", von Notker Fechner Heft Nr. 143/1994 – "Russian-German Cooperation in the Siberian Shelf Seas: Geo-System Laptev Sea", edited by Heidemarie Kassens, Hans-Wolfgang Hubberten, Sergey M. Pryamikov and Rüdiger Stein Heft Nr. 145/1994 – "The 1993 Northeast Water Expedition. Data Benort of BV. Polarstern' Laplev Sea , euleu by Heinemane Kassens, Hairswongang Hubberten, Sergey M. Hyannov and Rüdiger Stein
Heft Nr. 145/1994 – "The 1993 Northeast Water Expedition. Data Report of RV , Polarstern' Arctic Cruises IX/2 and 3", edited by Gerhard Katiner and Hans-Jürgen Hirche.
Heft Nr. 146/1994 – "Radiation Measurements at the German Antarctic Station Neumayer 1982 - 1992", by Torsten Schmidt and Gerd König-Langlo.
Heft Nr. 147/1994 – ",Krustenstrukturen und Verlauf des Kontinentalrandes im Weddell-Meer / Antarktis", von Christian Hübscher.
Heft Nr. 148/1994 – "The expeditions NORILSK/TAYMYR 1993 and BUNGER OASIS 1993/94 of the AWI Research Unit Potsdam", edited by Martin Melles.
Heft Nr. 149/1994 – ",Die Expedition ARCTIC '93. Der Fahrtabschnitt ARK-IX/4 mit FS, Polarstern' 1993", herausgegeben von Dieter K. Fütterer.
Heft Nr. 151/1994 – ",Die Expedition ANCTIC '93. Der Fahrtabschnitt ARK-IX/4 mit FS, Polarstern' 1993", herausgegeben von Dieter K. Fütterer.
Heft Nr. 151/1994 – ",Die Expedition ANCTIC '93. Der Fahrtabschnitt ARK-IX/4 mit FS, Polarstern' 1993", herausgegeben von Dieter K. Fütterer.
Heft Nr. 151/1994 – ",Die Expedition ANTARKTIS-X mit FS, Polarstern' 1992. Bericht von den Fahrtabschnitten / ANT-X / 1a und 2", herausgegeben von Heinz Miller.
Heft Nr. 153/1994 – ",Aminosäuren und Huminstoffe im Stickstoffkreislauf polarer Meere", von Ulrike Hubberten. von Ulrike Hubberten Heft Nr. 154/1994 – "Regional and seasonal variability in the vertical distribution of mesozooplankton in the Greenland Sea", by Claudio Richter.

Heft Nr. 155/1995 – "Benthos in polaren Gewässern", herausgegeben von Christian Wiencke und Wolf Arntz. Heft Nr. 156/1995 – "An adjoint model for the determination of the mean oceanic circulation, air-sea fluxes and mixing coefficients", by Reiner Schlitzer. Heft Nr. 157/1995 - "Biochemische Untersuchungen zum Lipidstoffwechsel antarktischer Copepoden", von Kirsten Fahl. Heft Nr. 158/1995 – "Die Deutsche Polarforschung seit der Jahrhundertwende und der Einfluß Erich von Drygalskis", von Cornelia Lüdecke. Heft Nr. 159/1995 - "The distribution of 816 in the Arctic Ocean: Implications for the freshwater balance of the halocline Hert Nr. 159/1995 – "The distribution of a "O in the Arcic Ocean: Implications for the freshwater balance of the halo and the sources of deep and bottom waters", by Dorothea Bauch.
Hert Nr. 160/1995 – "Rekonstruktion der spätquartären Tiefenwasserzirkulation und Produktivität im östlichen Südattantik anhand von benthischen Foraminiferenvergesellschaftungen", von Gerhard Schmiedl.
Heft Nr. 161/1995 – "Der Einfluß von Salinität und Lichtintensität auf die Osmolytkonzentrationen, die Zellvolumina und die Wachstumsraten der antarktischen Eisdlatomeen *Chaetoceros sp.* und *Navicula sp.* unter besonderer Berücksichtigung der Aminosäure Prolin", von Jürgen Nothnagel.
Heft Nr. 162/1995 – Meergistrappoterset lichorense Eiomaterial in snätquartären Tiefseeserlimenten des zenter Heft Nr. 162/1995 – "Meereistransportiertes lithogenes Feinmaterial in spätquartären Tiefseesedimenten des zentralen östlichen Arktischen Ozeans und der Framstraße", von Thomas Letzig. Heft Nr. 163/1995 – "Die Expedition ANTARKTIS-XI/2 mit FS "Polarstern" 1993/94", herausgegeben von Rainer Gersonde. Heft Nr. 164/1995 – "Regionale und altersabhängige Variation gesteinsmagnetischer Parameter in marinen Sedimenten der Arktis", von Thomas Frederichs. Heft Nr. 165/1995 – "Vorkommen, Verteilung und Umsatz biogener organischer Spurenstoffe: Sterole in antarktischen Heft Nr. 15/1/1995 – "Vorkommen, Verteilung und Umsatz biogener organischer Spurenstoffe: Sterole in antarklischen Gewässern", von Georg Hanke. Heft Nr. 166/1995 – "Vergleichende Untersuchungen eines optimierten dynamisch-thermodynamischen Meereismodells mit Beobachtungen im Weddellmeer", von Holger Fischer. Heft Nr. 167/1995 – "Rekonstruktionen von Paläo-Umweltparametern anhand von stabilen Isotopen und Faunen-Vergesellschaftungen planklischer Foraminiferen im Südatlantik", von Hans-Stefan Niebler Heft Nr. 168/1995 – "Die Expedition ANTARKTIS XII mit FS "Polarstern" 1993/94. Bericht von den Fahrtabschnitten ANT XII/1 und 2", herausgegeben von Gerhard Kattner und Dieter Karl Fütterer Heft Nr. 169/1996 – Medizieiten Lintersuchunge zur Ginzgleichtungen von Gerhard Kattner und Dieter Karl Fütterer Heft Nr. 169/1995 - "Medizinische Untersuchung zur Circadianrhythmik und zum Verhalten bei Überwinterern auf einer antarktischen Forschungsstation", von Hans Wortmann Heft-Nr. 170/1995 - DFG-Kolloquium: Terrestrische Geowissenschaften - Geologie und Geophysik der Antarktis Heft Nr. 171/1995 – D.G. Kollodululul, terrestrische Geowissenschaften – Geologie und Bebrges der Antal Heft Nr. 171/1995 – "Strukturentwicklung und Petrogenese des metamorphen Grundbebrges der nördlichen Heimfrontijella (westliches Dronning Maud Land/Antarktika)", von Wilfried Bauer. Heft Nr. 172/1995 – "Die Struktur der Erdkruste im Bereich des Scoresby Sund, Ostgrönland: Ergebnisse refraktionsseismischer und gravimetrischer Untersuchungen", von Holger Mandler. Heft Nr. 173/1995 – "Paläozoische Akkretion am paläopazifischen Kontingen (von Holger Mandler. Heft Nr. 173/1995 – "Paläozoische Akkretion am paläopazifischen Kontinentalrand der Antarktis in Nordvictorialand – P-T-D-Geschichte und Deformationsmechanismen im Bowers Terrane", von Stefan Matzer. Heft Nr. 173/1995 – "The Expedition ARKTIS-X/2 of RV 'Polarstern' in 1994", edited by Hans-W. Hubberten Heft Nr. 175/1995 – "Russian-German Cooperation: The Expedition TAYMYR 1994", edited by Christine Siegert and Gmitry Bolshiyanov. Heft Nr. 176/1995 – "Russian-German Cooperation: Laptev Sea System", edited by Heidemarie Kassens, Dieter Piepenburg, Jörn Thiede, Leonid Timokhov, Hans-Wolfgang Hubberten and Sergey M. Priamikov. Heft Nr. 177/1995 – "Organischer Kohlenstoff in spätquartären Sedimenten des Arktischen Ozeans: Terrigener Eintrag und marine Produktivilät", von Carsten J. Schubert Heft Nr. 179/1995 – "Cruise ANTARKITS XI/V4 of RV 'Polarstern' in 1995: CTD-Report", by Jüri Sildam. Heft Nr. 179/1995 – "Benthische Foraminiferenfaunen als Wassermassen-, Produktions- und Eisdriftanzeiger im Arkti-Heft Nr. 19/1995 – "Bennische Foraninneren auf wassernassen, Produktions- und Eisomanzengen im Aka-schen Ozean", von Juita Wollenburg. Heft Nr. 180/1995 – "Biogenopal und biogenes Barium als Indikatoren für spätquartäre Produktivitätsänderungen am antarktischen Kontinentalhang, atlantischer Sektor", von Wolfgang J. Bonn. Heft Nr. 181/1995 – "Die Expedition ARKTIS X/1 des Forschungsschiffes "Polarstern" 1994", herausgegeben von Eberhard Fahrbach. herausgegeben von Eberhard Fahrbach. Heft Nr. 182/1995 – "Laptev Sea System: Expeditions in 1994", edited by Heidemarie Kassens. Heft Nr. 183/1996 – "Laptev Sea System: Expeditions in 1994", edited by Heidemarie Kassens. Heft Nr. 183/1996 – "Distribution and dynamics of inorganic nitrogen compounds in the troposphere of continental, coastal, marine and Arctic areas", by Maria Dolores Andrés Hernández. Heft Nr. 185/1996 – ",Verbreitung und Lebensweise der Aphroditen und Polynoiden (Polychaeta) im östlichen Weddell-meer und im Lazarevmeer (Antarktis)", von Michael Stiller. Heft Nr. 186/1996 – "Reconstruction of Late Quaternary environmental conditions applying the natural radionuclides sorth, "Be, <sup>201</sup>Pa and <sup>230</sup>U: A study of deep-sea sediments from the eastern sector of the Antarctic Circumpolar Current System", by Martin Frank. Heft Nr. 187/1996 — "The Meteorological Data of the Neumayer Station (Antarctica) for 1992, 1993 and 1994", by Gert König-Langlo and Andreas Herber. Heft Nr. 188/1996 – "Die Expedition ANTARKTIS-XI/3 mit FS ,Polarstern' 1994", herausgegeben von Heinz Miller und Hannes Grobe.

Heft Nr. 189/1996 - "Die Expedition ARKTIS-VII/3 mit FS "Polarstern' 1990",

herausgegeben von Heinz Miller und Hannes Grobe

Heft Nr. 190/1996 - "Cruise report of the Joint Chilean-German-Italian Magellan ,Victor Hensen' Campaign in 1994", edited by Wolf Arntz and Matthias Gorny.

Heft Nr. 191/1996 - "Leitfähigkeits- und Dichtemessung an Eisbohrkernen", von Frank Wilhelms.

Heft Nr. 192/1996 - "Photosynthese-Charakteristika und Lebensstrategie antarktischer Makroalgen", von Gabriele Wevkam.

Heft Nr. 193/1996 – "Heterogene Reaktionen von N2O5 und Hbr und ihr Einfluß auf den Ozonabbau in der polaren Stratosphäre", von Sabine Seisel.

Heft Nr. 194/1996 - "Ökologie und Populationsdynamik antarktischer Ophiuroiden (Echinodermata)",

von Corinna Dahm.

Heft Nr. 195/1996 – "Die planktische Foraminilere Neogloboquadrina pachyderma (Ehrenberg) im Weddellmeer, Antarktis", von Doris Berberich.

Heft Nr. 196/1996 – "Untersuchungen zum Beitrag chemischer und dynamischer Prozesse zur Variabilität des stratosphärischen Ozons über der Arktis", von Birgit Heese

Heft Nr. 197/1996 - "The Expedition ARKTIS-XI/2 of 'Polarstern' in 1995", edited by Gunther Krause.

Heft Nr. 198/1996 - "Geodynamik des Westantarktischen Riftsystems basierend auf Apatit-Spaltspuranalysen", von Frank Lisker.

Heft Nr. 199/1996 – "The 1993 Northeast Water Expedition. Data Report on CTD Measurements of RV 'Polarstern' Cruises ARKTIS IX/2 and 3", by Gerion Budéus and Wolfgang Schneider. Heft Nr. 200/1996 – "Stability of the Thermohaline Circulation in analytical and numerical models", by Gerrit Lohmann.

Heft Nr. 201/1996 – "Trophische Beziehungen zwischen Makroalgen und Herbivoren in der Potter Cove (King George-Insel, Antarktis)", von Katrin Iken. Heft Nr. 202/1996 – "Zur Verbreitung und Respiration ökologisch wichtiger Bodentiere in den Gewässern um Svalbard (Arktis)", von Michael K. Schmid.

Heft Nr. 203/1996 - "Dynamik, Rauhigkeit und Alter des Meereises in der Arktis - Numerische Untersuchungen mit einem großskaligen Modell", von Markus Harder.

Heft Nr. 204/1996 - "Zur Parametrisierung der stabilen atmosphärischen Grenzschicht über einem antarktischen Schelleis", von Dörthe Handorf. Heft Nr. 205/1996 – "Textures and fabrics in the GRIP ice core, in relation to climate history and ice deformation",

by Thorsteinn Thorsteinsson.

. Heft Nr. 206/1996 – "Der Ozean als Teil des gekoppelten Klimasystems: Versuch der Rekonstruktion der glazialen Zirkulation mit verschieden komplexen Atmosphärenkomponenten", von Kerstin Fieg.

Heft Nr. 207/1996 – "Lebensstrategien dominanter antarktischer Oithonidae (Cyclopoida, Copepoda) und Oncaeidae (Poecilostomatoida, Copepoda) im Bellingshausenmeer", von Cornelia Metz.

Heft Nr. 208/1996 - "Atmosphäreneinfluß bei der Fernerkundung von Meereis mit passiven Mikrowellenradiometern", von Christoph Oelke.

Heft Nr. 209/1996 - "Klassifikation von Radarsatellitendaten zur Meereiserkennung mit Hilfe von Llne-Scanner-Messungen", von Axel Bochert,

Heft Nr. 210/1996 - "Die mit ausgewählten Schwämmen (Hexactinellida und Demospongiae) aus dem Weddellmeer, Antarktis, vergesellschaftete Fauna", von Kathrin Kunzmann.

Heft Nr. 211/1996 -- "Russian-German Cooperation: The Expedition TAYMYR 1995 and the Expedition KOLYMA 1995", by Dima Yu. Bolshiyanov and Hans-W. Hubberten.

Heft Nr. 212/1996 – "Surface-sediment composition and sedimentary processes in the central Arctic Ocean and along the Eurasian Continental Margin", by Ruediger Stein, Gennadij I. Ivanov, Michael A. Levitan, and Kirsten Fahl. Heft Nr. 213/1996 - "Gonadenentwicklung und Eiproduktion dreier Calanus-Arten (Copepoda): Freilandbeobachtungen, Histologie und Experimente", von Barbara Niehoff

Heft Nr. 214/1996 – "Numerische Modellierung der Übergangszone zwischen Eisschild und Eisschelf", von Christoph Mayer.

Heft Nr. 215/1996 - "Arbeiten der AWI-Forschungsstelle Potsdam in Antarktika, 1994/95", herausgegeben von Ulrich Wand.

Heft Nr. 216/1996 - "Rekonstruktion quartärer Klimaänderungen im atlantischen Sektor des Südpolarmeeres anhand von Radiolarien", von Uta Brathauer

Heft Nr. 217/1996 - "Adaptive Semi-Lagrange-Finite-Elemente-Methode zur Lösung der Flachwassergleichungen:

Implementierung und Parallelisierung", von Jörn Behrens. Heft Nr. 218/1997 – "Radiation and Eddy Flux Experiment 1995 (REFLEX III)", by Jörg Hartmann, Axel Bochert,

Dietmar Freese, Christoph Kottmeier, Dagmar Nagel and Andreas Reuter. Heft Nr. 219/1997 – "Die Expedition ANTARKTIS-XII mit FS "Polarstern' 1995. Bericht vom Fahrtabschnitt ANT-XII/3, herausgegeben von Wilfried Jokat und Hans Oerter.

Heft Nr. 220/1997 – "Ein Beitrag zum Schwerefeld im Bereich des Weddellmeeres, Antarktis. Nutzung von Altimetermessungen des GEOSAT und ERS-1", von Tilo Schöne. Heft Nr. 221/1997 – "Die Expeditionen ANTARKTIS-XIII/1-2 des Forschungsschiffes "Polarstern" 1995/96", herausgegeben von Ulrich Bathmann, Mike Lukas und Victor Smetacek.

Heft Nr. 222/1997 - "Tectonic Structures and Glaciomarine Sedimentation in the South-Eastern Weddell Sea from Seismic Reflection Data", by László Oszkó.

Heft Nr. 223/1997 - "Bestimmung der Meereisdicke mit seismischen und elektromagnetisch-induktiven Verfahren", yon Christian Haas

Heft Nr. 224/1997 - "Troposphärische Ozonvariationen in Polarregionen", von Silke Wessel.

Heft Nr. 225/1997 - "Biologische und ökologische Untersuchungen zur kryopelagischen Amphipodenfauna des arktischen Meereises", von Michael Poltermann.

Heft Nr. 226/1997 - "Scientific Cruise Report of the Arctic Expedition ARK-XI/1 of RV 'Polarstern' in 1995", edited by Eike Rachor.

Heft Nr. 227/1997 – "Der Einfluß kompatibler Substanzen und Kryoprotektoren auf die Enzyme Malatdehydrogenase (MDH) und Glucose-6-phosphat-Dehydrogenase (G6P-DH) aus Acrosiphonia arcta (Chlorophyta) der Arktis", von Katharina Kück.

Heft Nr. 228/1997 - "Die Verbreitung epibenthischer Mollusken im chilenischen Beagle-Kanal", von Katrin Linse. Heft Nr. 229/1997 - "Das Mesozooplankton im Laptevmeer und östlichen Nansen-Becken - Verteilung und

Gemeinschaftsstrukturen im Spätsommer", von Hinrich Hanssen. Heft Nr. 230/1997 – "Modell eines adaptierbaren, rechnergestützten, wissenschaftlichen Arbeitsplatzes am Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung", von Lutz-Peter Kurdelski

Heft Nr. 231/1997 - "Zur Ökologie arktischer und antarktischer Fische: Aktivität, Sinnesleistungen und Verhalten", on Christopher Zimmermann

Heft Nr. 232/1997 - "Persistente chlororganische Verbindungen in hochantarktischen Fischen", von Stephan Zimmermann

Heft Nr. 233/1997 – "Zur Ökologie des Dimethylsulloniumpropionat (DMSP)-Gehaltes temperierter und polarer Phytoplanktongemeinschaften im Vergleich mit Laborkulturen der Coccolithophoride Emiliania huxleyi und der antarktischen Diatomee Nitzschia lecointel", von Doris Meyerdierks.

Heft Nr. 234/1997 – "Die Expedition ARCTIC '96 des FS ,Polarstern' (ARK XIII) mit der Arctic Climate System Study (ACSYS)", von Ernst Augstein und den Fahrtteilnehmern.

Heft Nr. 235/1997 - "Polonium-210 und Blei-219 im Südpolarmeer: Natürliche Tracer für biologische und hydrographische Prozesse im Oberflächenwasser des Antarktischen Zirkumpolarstroms und des Weddellmeeres", von Jana Friedrich

Heft Nr. 236/1997 – "Determination of atmospheric trace gas amounts and corresponding natural isotopic ratios by means of ground-based FTIR spectroscopy in the high Arctic", by Arndt Meier.

Heft Nr. 237/1997 – "Russian-German Cooperation: The Expedition TAYMYR/SEVERNAYA ZEMLYA 1996", edited by Martin Melles, Birgit Hagedorn and Dmitri Yu. Bolshiyanov

Heft Nr. 238/1997 - "Life strategy and ecophysiology of Antarctic macroalgae", by Iván M. Gómez

Heft Nr. 239/1997 - "Die Expedition ANTARKTIS XIII/4-5 des Forschungsschiffes "Polarstern" 1996", herausgegeben von Eberhard Fahrbach und Dieter Gerdes.

Heft Nr. 240/1997 - "Untersuchungen zur Chrom-Speziation in Meerwasser, Meereis und Schnee aus ausgewählten Gebieten der Arktis", von Heide Giese.

Heft Nr. 241/1997 – "Late Quaternary glacial history and paleoceanographic reconstructions along the East Greenland continental margin: Evidence from high-resolution records of stable isotopes and ice-rafted debris", by Seung-II Nam. Heft Nr. 242/1997 – "Thermal, hydrological and geochemical dynamics of the active layer at a continuous permafrost site, Taymyr Peninsula, Siberia", by Julia Boike.

Heft Nr. 243/1997 - "Zur Paläoozeanographie hoher Breiten: Stellvertreterdaten aus Foraminiferen",

Heft Nr. 244/1997 – "The Geophysical Observatory at Neumayer Station, Antarctica, Geomagnetic and seismological observations in 1995 and 1996", by Alfons Eckstaller, Thomas Schmidt, Viola Graw, Christian Müller and Johannes Rogenhagen.

Heft Nr. 245/1997 – "Temperaturbedarf und Biogeographie mariner Makroalgen - Anpassung mariner Makroalgen an tiefe Temperaturen, von Bettina Bischoff-Bäsmann.

Heft Nr. 246/1997 - "Ökologische Untersuchungen zur Fauna des arktischen Meereises", von Christine Friedrich.

Heft Nr. 247/1997 - "Entstehung und Modifizierung von marinen gelösten organischen Substanzen", von Berit Kirchhoff. Heft Nr. 248/1997 - "Laptev Sea System: Expeditions in 1995", edited by Heidemarie Kassens.

Heft Nr. 249/1997 - "The Expedition ANTARKTIS XIII/3 (EASIZ I) of RV Polarstern' to the eastern Weddell Sea in 1996", edited by Wolf Arntz and Julian Gutt.

Heft Nr. 250/1997 – "Vergleichende Untersuchungen zur Ökologie und Biodiversität des Mega-Epibenthos der Arktis und Antarktis", von Adreas Starmans.

Heft Nr. 251/1997 – "Zeitliche und räumliche Verteilung von Mineralvergesellschaftungen in spätquartären Sedimenten des Arktischen Ozeans und ihre Nützlichkeit als Klimaindikatoren während der Glazial/Interglazial-Wechsel",

von Christoph Vogt. Heft Nr. 252/1997 – "Solitäre Ascidien in der Potter Cove (King George Island, Antarktis). Ihre ökologische Bedeutung und Populationsdynamik", von Stephan Kühne.

Heft Nr. 253/1997 - "Distribution and role of microprotozoa in the Southern Ocean", by Christine Klaas,

Heft Nr. 254/1997 - "Die spätguartäre Klima- und Umweltgeschichte der Bunger-Oase, Ostantarktis",

von Thomas Kulbe

Heft Nr. 255/1997 – "Scientific Cruise Report of the Arctic Expedition ARK-XIII/2 of RV 'Polarstern' in 1997", edited by Ruediger Stein and Kirsten Fahl.

Heft Nr. 256/1998 – Das Radionuklid Tritium im Ozean: Meßverfahren und Verteilung von Tritium im Südatlantik und im Weddellmeer", von Jürgen Sültenfuß.

Heft Nr. 257/1998 - "Untersuchungen der Saisonalität von atmosphärischem Dimethylsulfid in der Arktis und Antarktis", von Christoph Kleefeld.

Heft Nr. 258/1998 - "Bellingshausen- und Amundsenmeer: Entwicklung eines Sedimentationsmodells", von Frank-Oliver Nitsche.

Heft Nr. 259/1998 - "The Expedition ANTARKTIS-XIV/4 of RV 'Polarstern' in 1997", by Dieter K. Fütterer.

Heft Nr. 260/1998 - "Die Diatomeen der Laptevsee (Arktischer Ozean): Taxonomie und biogeographische Verbreitung", von Holger Cremer

Heft Nr. 261/1998 - "Die Krustenstruktur und Sedimentdecke des Eurasischen Beckens, Arktischer Ozean:

Resultate aus seismischen und gravimetrischen Untersuchungen", von Estella Weigelt. Heft Nr. 262/1998 – "The Expedition ARKTIS-XIII/3 of RV 'Polarstern' in 1997", by Gunther Krause.

Heft Nr. 263/1998 - "Thermo-tektonische Entwicklung von Oates Land und der Shackleton Range (Antarktis) basierend auf Spaltspuranalysen", von Thorsten Schäfer.

Heft Nr. 264/1998 – "Messungen der stratosphärischen Spurengase CIO, HCI, O3, N2O, H2O und OH mittels flugzeugge-tragener Submillimeterweilen-Radiometrie", von Joachim Urban.

Heft Nr. 265/1998 - "Untersuchungen zu Massenhaushalt und Dynamik des Ronne Ice Shelfs, Antarktis", von Astrid Lambrecht.

Heft Nr. 266/1998 - "Scientific Cruise Report of the Kara Sea Expedition of RV 'Akademic Boris Petrov' in 1997", edited by Jens Matthiessen and Oleg Stepanets.

Heft Nr. 267/1998 - "Die Expedition ANTARKTIS-XIV mit FS "Polarstern' 1997. Bericht vom Fahrtabschnitt ANT-XIV/3", herausgegeben von Wilfried Jokat und Hans Oerter.

Heft Nr. 268/1998 - "Numerische Modellierung der Wechselwirkung zwischen Atmosphäre und Meereis in der arktischen Eisrandzone", von Gerit Birnbaum,

Heft Nr. 269/1998 - "Katabatic wind and Boundary Layer Front Experiment around Greenland (KABEG '97)", by Günther Heinemann.

Heft Nr. 270/1998 - "Architecture and evolution of the continental crust of East Greenland from integrated

Hert Nr. 21/01998 – "Architecture and evolution of the continential crust of East Greenland from Integrated geophysical studies", by Vera Schlindwein. Heft Nr. 21/11998 – "Winter Expedition to the Southwestern Kara Sea - Investigations on Formation and Transport of Turbid Sea-Ice", by Dirk Dethleff, Per Loewe, Dominik Weiel, Hartmut Nies, Gesa Kuhlmann, Christian Bahe and Gennady Tarasov.

Heft Nr. 272/1998 - "FTIR-Emissionsspektroskopische Untersuchungen der arktischen Atmosphäre", von Edo Becker. Heft Nr. 273/1998 – "Sedimentation und Tektonik im Gebiet des Agulhas Rückens und des Agulhas Plateaus ("SETA-RAP")", von Gabriele Uenzelmann-Neben.

Heft Nr. 274/1998 - "The Expedition ANTARKTIS XIV/2", by Gerhard Kattner.

Heft Nr. 275/1998 - "Die Auswirkung der 'NorthEastWater' Polynya auf die Sedimentation von NO-Grönland und Untersuchungen zur Paläo-Ozeanographie seit dem Mittelweichsel", von Hanne Notholt.

Heft Nr. 276/1998 – "Interpretation und Analyse von Potentialfelddaten im Weddellmeer, Antarktis: der Zerfall des Superkontinents Gondwana", von Michael Studinger.

Heft Nr. 277/1998 – "Koordiniertes Programm Antarktisforschung". Berichtskolloquium im Rahmen des Koordinierten Programms "Antarktisforschung mit vergleichenden Untersuchungen in arktischen Eisgebieten", herausgegeben von Hubert Miller.

Heft Nr. 278/1998 – "Messung stratosphärischer Spurengase über Ny-Ålesund, Spitzbergen, mit Hilfe eines bodengebundenen Mikrowellen-Radiometers", von Uwe Raffalski.

Heft Nr. 279/1998 - "Actic Paleo-River Discharge (APARD). A New Research Programme of the Arctic Ocean Science Board (AOSB)", edited by Ruediger Stein.

Heft Nr. 280/1998 - "Fernerkundungs- und GIS-Studien in Nordostgrönland" von Friedrich Jung-Rothenhäusler.

Heft Nr. 281/1998 – "Rekonstruktion der Oberflächenwassermassen der östlichen Laptevsee im Holozän anhand von aquatischen Palynomorphen", von Martina Kunz-Pirrung.

Heft Nr. 282/1998 - "Scavenging of 23Pa and 25Th in the South Atlantic: Implications for the use of the 23Pa/25Th ratio as a paleoproductivity proxy", by Hans-Jürgen Walter.

Heft Nr. 283/1998 – "Sedimente im arktischen Meereis - Eintrag, Charakterisierung und Quantifizierung", von Frank Lindemann.

Heft Nr. 284/1998 - "Langzeitanalyse der antarktischen Meereisbedeckung aus passiven Mikrowellendaten", von Christian H. Thomas

Heft Nr. 285/1998 - "Mechanismen und Grenzen der Temperaturanpassung beim Pierwurm Arenicola marina (L.)", von Angela Sommer

Heft Nr. 286/1998 - "Energieumsätze benthischer Filtrierer der Potter Cove (King George Island, Antarktis)",

Heft Nr. 287/1998 - "Scientific Cooperation in the Russian Arctic: Research from the Barents Sea up to the Laptev Sea", edited by Eike Rachor.

Heft Nr. 288/1998 – "Alfred Wegener, Kommentiertes Verzeichnis der schriftlichen Dokumente seines Lebens und Wirkens", von Ulrich Wutzke.

Heft Nr. 289/1998 - "Retrieval of Atmospheric Water Vapor Content in Polar Regions Using Spaceborne Microwave Radiometry", by Jungang Miao.

Heft Nr. 200/1998 – "Strukturelle Entwicklung und Petrogenese des nördlichen Kristallingürtels der Shackleton Range, Antarktis: Proterozoische und Ross-orogene Krustendynamik am Rand des Ostantarktischen Kratons", von Axel Brommer.

Heft Nr. 291/1998 – "Dynamik des arktischen Meereises - Validierung verschiedener Rheologieansätze für die Anwendung in Klimamodellen", von Martin Kreyscher.

Heft Nr. 292/1998 – "Anthropogene organische Spurenstoffe im Arktischen Ozean, Untersuchungen chlorierter Bi-phenyle und Pestizide in der Laptevsee, technische und methodische Entwicklungen zur Probenahme in der Arktis und zur Spurenstoffanalyse", von Sven Utschakowski. Heft Nr. 293/1998 – "Rekonstruktion der spätiguartären Klima- und Umweltgeschichte der Schirmacher Oase und des Wohlthat Massivs (Ostantarktika)", von Markus Julius Schwab.

Heft Nr. 294/1998 – "Besiedlungsmuster der benthischen Makrofauna auf dem ostgrönländischen Kontinentalhang", von Klaus Schnack.

Wolf Natus Schlads.
 Heft Nr. 295/1998 – "Gehäuseuntersuchungen an planktischen Foraminiferen hoher Breiten: Hinweise auf Umweltveränderungen während der letzten 140.000 Jahre", von Harald Hommers.
 Heft Nr. 295/1998 – "Scientific Cruise Report of the Arctic Expedition ARK-XIII/1 of RV 'Polarstern' in 1997", edited by Michael Spindler, Wilhelm Hagen and Dorothea Stübing.

Heft Nr. 297/1998 – "Radiometrische Messungen im arktischen Özean - Vergleich von Theorie und Experiment", von Klaus-Peter Johnsen.

Heft Nr. 298//1998 - "Patterns and Controls of CO2 Fluxes in Wet Tundra Types of the Taimyr Peninsula, Siberia -the Contribution of Soils and Mosses", by Martin Sommerkorn.

Heft Nr. 299/1998 – "The Potter Cove coastal ecosystem, Antarctica. Synopsis of research performed within the frame of the Argentinean-German Cooperation at the Dallmann Laboratory and Jubany Station (Kind George Island, Antarctica, 1991 - 1997)", by Christian Wiencke, Gustavo Ferreyra, Wolf Arntz & Carlos Rinaldi. Heft Nr. 300/1999 – "The Kara Sea Expedition of RV 'Akademik Boris Petrov' 1997: First Results of a Joint Russian-

German Pilot Study", edited by Jens Matthiessen, Oleg V. Stepanets, Ruediger Stein, Dieter K. Fütterer, and Eric M. Galimov.

Heft Nr. 301/1999 - "The Expedition ANTARKTIS XV/3 (EASIZ II)", edited by Wolf E. Arntz and Julian Gutt. Heft Nr. 302/1999 - "Sterole im herbstlichen Weddellmeer (Antarktis): Großräumige Verteilung, Vorkommen und Umsatz", von Anneke Mühlebach.

Heft Nr. 303/1999 – "Polare stratosphärische Wolken: Lidar-Beobachtungen, Charakterisierung von Entstehung und Entwicklung", von Jens Biele.

Heft Nr. 304/1999 - "Spätquartäre Paläoumweltbedingungen am nördlichen Kontinentalrand der Barents- und Kara-

Nett Nr. 304/1999 – "spartgartare Paladon weindedingungen am Induction Koninientaliand der Datents' ofici Kala See. Eine Multi-Parameter-Analyse", von Jochen Knies.
Heft Nr. 305/1999 – "Arctic Radiation and Turbulence Interaction Study (ARTIST)", by Jörg Hartmann, Frank Albers, Stefania Argentini, Axel Bochert, Ubaldo Bonafé, Wolfgang Cohrs, Alessandro Conidi, Dietmar Freese, Teodoro Geor-giadis, Alessandro Ippoliti, Lars Kaleschke, Christof Lüpkes, Uwe Maixner, Giangiuseppe Mastrantonio, Fabrizio Raveg-nani, Andreas Reuter, Giuliano Trivellone and Angelo Viola.

Heft Nr. 306/1999 – "German-Russian Cooperation: Biogeographic and biostratigraphic investigations on selected sediment cores from the Eurasian continental margin and marginal seas to analyze the Late Quaternary climatic variability", edited by Robert R. Spielhagen, Max S. Barash, Gennady I. Ivanov, and Jörn Thiede.

Heft Nr. 307/1999 - "Struktur und Kohlenstoffbedarf des Makrobenthos am Kontinentalhang Ostgrönlands", von Dan Seiler.

Heft Nr. 308/1999 - "ARCTIC '98: The Expedition ARK-XIV/1a of RV 'Polarstern' in 1998", edited by Wilfried Jokat. Heft Nr. 309/1999 - "Variabilität der arktischen Ozonschicht: Analyse und Interpretation bodengebundener

Heft Nr. 310/1999 – "Rekonstruktion von Meereisdrift und terrigenem Sedimenteintrag im Spätquartär: Schwermineral-assoziationen in Sedimenten des Laptev-See-Kontinentalrandes und des zentralen Arktischen Ozeans", von Marion Behrends.

Heft Nr. 311/1999 – "Parameterisierung atmosphärischer Grenzschichtprozesse in einem regionalen Klimamodell der Arktis", von Christoph Abegg.

Heft Nr. 312/1999 – "Solare und terrestrische Strahlungswechselwirkung zwischen arktischen Eisflächen und Wolken", von Dietmar Freese.

Heft Nr. 313/1999 - "Snow accumulation on Ekströmisen, Antarctica", by Elisabeth Schlosser, Hans Oerter and Wolfgang Graf.

Heft Nr. 314/1999 – "Die Expedition ANTARKTIS XV/4 des Forschungsschiffes "Polarstern" 1998", herausgegeben von Eberhard Fahrbach.

Heft Nr. 315/1999 - "Expeditions in Siberia in 1998", edited by Volker Rachold.

Heft Nr. 316/1999 – "Die postglaziale Sedimentationsgeschichte der Laptewsee: schwermineralogische und sedimentationsgeschichte der Laptewsee: schwermineralogische und sedimentationsgeschichte der Laptewsee: schwermineralogische und Heft-Nr. 317/1999 – "Adaption an niedrige Temperaturen: Lipide in Eisdiatomeen", von Heidi Lehmal.

Heft-Nr. 318/1999 – "Effiziente parallele Lösungsvertahren für elliptische partielle Differentialgleichungen in der numerischen Ozeanmodellierung", von Natalja Rakowsky.

Heft-Nr. 319/1999 - "The Ecology of Arctic Deep-Sea Copepods (Euchaetidae and Aetideidae). Aspects of their Distribution, Trophodynamics and Effect on the Carbon Flux", by Holger Auel. Heft-Nr. 320/1999 - "Modellstudien zur arktischen stratosphärischen Chemie im Vergleich mit Meßdaten", von Veronika Eyring. Heft-Nr. 321/1999 - "Analyse der optischen Eigenschaften des arktischen Aerosols", von Dagmar Nagel. Heft-Nr. 322/1999 – "Messungen des arktischen stratosphärischen Ozons: Vergleich der Ozonmessungen in Ny-Ålesund, Spitzbergen, 1997 und 1998", von Jens Langer Heft-Nr. 323/1999 – "Untersuchung struktureller Elemente des südöstlichen Weddellmeeres / Antarktis auf der Basis mariner Potentialfelddaten", von Uwe F. Meyer. Heft-Nr. 324/1999 – "Geochemische Verwilterungstrends eines basaltischen Ausgangsgesteins nach dem spätpleistozänen Gletscherrückzug auf der Taimyrhalbinsel (Zentralsibirien) - Rekonstruktion an einer sedimentären Abfolge des Lama Sees", von Stefanie K. Harwart. Heft-Nr. 25/1999 – "Untersuchungen zur Hydrologie des arktischen Meereises - Konsequenzen für den kleinskaligen Stofftransport", von Johannes Freitag. Heft-Nr. 326/1999 – "Die Expedition ANTARKTIS XIV/2 des Forschungsschiffes 'Polarstern' 1998", herausgegeben von Eberhard Fahrbach. Heft-Nr. 327/1999 – "Gemeinschaftsanalytische Untersuchungen der Harpacticoidenfauna der Magellanregion, sowie erste similaritätsanalytische Vergleiche mit Assoziationen aus der Antarktis", von Kai Horst George. Heft-Nr. 328/1999 – "Rekonstruktion der Paläo-Umweltbedingungen am Laptev-See-Kontinentalrand während der beiden letzten Glazial/Interglazial-Zyklen anhand sedimentologischer und mineralogischer Untersuchungen", von Claudia Müller. Heft-Nr. 329/1999 – "Räumliche und zeitliche Variationen atmosphärischer Spurengase aus bodengebundenen Messungen mit Hilfe eines Michelson Interferometers", von Justus Notholt. Heft-Nr. 330/1999 - "The 1998 Danish-German Excursion to Disko Island, West Greenland", edited by Angelika Brandt, Helter X. 330/1999 – "The 1998 Danish German Exclusion to Disko Island, vest Greenland, Jedied by Angelika Danis Helge A. Thomsen, Henning Heide-Jørgensen, Reinhardt M. Kristensen and Hilke Ruhberg. Helter X. 331/1999 – "Poseidon" Cruise No. 243 (Reykjavik - Greenland - Reykjavik, 24 August - 11 September 1998): Climate change and the Viking-age fjord enviroment of the Eastern Settlement, sw Greenland", by Gerd Hoffmann, Antoon Kuijpers, and Jörn Thiede. Heft-Nr. 332/1999 ~ "Modeling of marine biogeochemical cycles with an emphasis on vertical particle fluxes", by Regina Usbeck. Heft-Nr. 333/1999 - "Die Tanaidaceenfauna des Beagle-Kanals und ihre Beziehungen zur Fauna des antarktischen Festlandsockels", von Anja Schmidt. Heft-Nr. 334/1999 - "D-Aminosäuren als Tracer für biogeochemische Prozesse im Fluß-Schelf-Ozean-System der Arktis", von Hans Peter Fitznar. Heft-Nr. 335/1999 - "Ökophysiologische Ursachen der limitierten Verbreitung reptanter decapoder Krebse in der Antarktis", von Markus Frederich. Heft-Nr. 336/1999 – "Ergebnisse der Untersuchung des grönländischen Inlandeises mit dem elektromagnetischen Reflexionsverfahren in der Umgebung von NGRIP", von Fidan Göktas.
 Heft-Nr. 337/1999 – "Paleozoic and mesozoic tectono-thermal history of central Dronning Maud Land, East Antarctica, – evidence from fission-track thermochronology", by Stefanie Meier Heft-Nr. 338/1999 - "Probleme hoher Stoffwechselraten bei Cephalopoden aus verschiedenen geographischen Breiten", von Susanne Zielinski. Heft-Nr. 339/1999 - "The Expedition ARKTIS XV/1", edited by Gunther Krause. Heft-Nr. 340/1999 - "Microbial Properties and Habitats of Permafrost Soils on Taimyr Peninsula, Central Siberia", by Nicolé Schmidt. Heft-Nr. 341/1999 – "Photoacclimation of phytoplankton in different biogeochemical provinces of the Southern Ocean and its significance for estimating primary production", by Astrid Bracher. Heft-Nr. 342/1999 – "Modern and Late Quaternary Depositional Environment of the St. Anna Trough Area, Northern Kara Sea", edited by Ruediger Stein, Kirsten Fahl, Gennadij I. Ivanov, Michael A. Levitan, and Gennady Tarasov. Heft-Nr. 343/1999 – "ESF-IMPACT Workshop/Oceanic impacts: mechanisms and environmental perturbations, 15 - 17 April 1999 in Bremerhaven", edited by Rainer Gersonde and Alexander Deutsch. Heft-Nr. 344/1999 – "Die Klimageschichte der hohen nördlichen Breiten seit dem mittleren Miozän: Hinweise aus sedimentologischen-tonmineralogischen Analysen (OPD Leg 151, zentrale Framstraße)", von Amelie Winkler. Heft-Nr. 345/1999 – "Kurzfristige Klimaschwankungen im Scotlameer und Ergebnisse zur Kalbungsgeschichte der Antarktis während der letzten 200000 Jahre", von Annette Hofmann. Heft-Nr. 346/2000 – "Glazialmarine Sedimentationsentwicklung am westantarktischen Kontinentalrand im Amundsen- und Bellingshausenmeer - Hinweise auf Paläumweltveränderungen während der quartären Klimazyklen", von Claus-Dieter Hillenbrand Heft-Nr. 347/2000 – "Zur Ökologie des Phytoplanktons im arktischen Laptevmeer - ein jahreszeitlicher Vergleich", von Kirsten Tuschling von Kirsten Tuschling.

Heft-Nr. 348/2000 – "Untersuchungen zum Fettstoffwechset des Südlichen See-Elefanten (Mirounga leonina L.) in der Antarktis", von Sven Ramdohr. Heft-Nr. 349/2000 – "Licht- und Temperatureinfluß auf den enzymatischen Oxidationsschutz der antarktischen Eisdiatomee Entomoneis kufferathii Manguin", von Raimund Schriek. Heft-Nr. 350/2000 – "Die Expedition ARKTIS XV/3 des Forschungsschiffes 'Polarstern' 1999" herausgegeben von Ursula Schauer. Heft-Nr. 351/2000 – "Dissolution kinetics of biogenic silica in marine enviroments", by Dirk Rickert.

Heft-Nr. 352/2000 - "Geometrie und Kinematik des tertiären Deckenbaus im West Spitzbergen Falten- und

Überschiebungsgürtel, Brøggerhalvøya, Svalbard", von Kerstin Saalmann.

Heft-Nr. 353/2000 - "Zur Ökplogie der Benthos-Foraminiferen der Potter Cove (King George Island, Antarktis)", von Michaela Mayer.

Heft-Nr. 354/2000 - "Expeditions in Siberia in 1999", edited by Volker Rachold.

Heft-Nr. 355/2000 - "Temperaturrekonstruktion im Tropischen Atlantik für das Letzte Glaziale Maximum:

CLIMAP neu betrachtet.", von Carsten Porthun.

Heft-Nr. 356/2000 - "Niederfrequente Variabilität großräumiger atmosphärischer Zirkulationsstrukturen in spektralen Modellen niederer Ordnung", von Antje Weisheimer.

vergritten/out of print.
 nur noch beim Autor/only from the outhor.