

# Statistische Analyse der Oberflächenbewegung des Kongsvegen-Gletschers, Westspitzbergen )<sup>1</sup>

Prof. W. Pillewizer zum 60. Geburtstag

Von Siegfried Meier, Dresden\*

**Zusammenfassung:** Die Oberflächenbewegung des blockbewegten Kongsvegen-Gletschers wird als Grenzfall statistischer Turbulenz bei verschwindender Querschwingung aufgefaßt. Aus photogrammetrischen Bewegungsmeßreihen werden längs ausgewählter Profilstücke folgende Ortsfunktionen geschätzt: mittlere Geschwindigkeit, Geschwindigkeitsschwankung, Schwankungsgrad, Korrelationsfunktion, Frequenzspektrum. Danach kann die Oberflächengeschwindigkeit mit Ausnahme gewisser Randgebiete und Störzonen als stationärer Gaußscher Zufallsprozeß behandelt werden. Schwankungsgrad und Korrelationsfunktion geben Einblicke in die Verteilung der Bewegungsschwankungen. Die Integralskala des Prozesses liefert ein Maß für die Größe des Gebietes mit einheitlichen Bewegungszustand. Aus dem Frequenzspektrum wird die Größenordnung der kleinsten, noch wahrnehmbaren ortsfesten Wellen im Längsprofil der Oberflächengeschwindigkeit abgeschätzt. Die praktische Anwendung der ermittelten Parameter umfaßt die Vorplanung von Bewegungsmessungen sowie die Ausgleichung und Vorhersage (Inter- und Extrapolation) von Eisbewegungen.

**Summary:** The surface movement of the block-moved Kongsvegen glacier is considered as a borderline case of statistical turbulence with infinitely small transverse variation. The following local functions along selected profiles are estimated from photogrammetric measurement series of movement: mean velocity, velocity variation, rate of variation, correlation function, power spectrum. According to these functions, the surface velocity can be treated as a stationary Gaussian random process except certain marginal areas and disturbance zones. The rate of variation and the correlation function permit conclusions regarding the distribution of velocity variations. The integral scale of the process gives a measure of the extension of the area of uniform movement characteristics. Based on the power spectrum, the order of magnitude of the smallest perceptible stationary waves within the longitudinal profile of the surface velocity is derived. Practical applications of the estimated parameters include the pre-planning for movement measurements as well as the adjustment and prediction of ice movements.

Die Lösungen der Bewegungsgleichungen des Eises (Strömungstheorie, Plastizitätstheorie) beschreiben ein mittleres Bewegungsfeld. Die tatsächliche Bewegung der Inlandeise und insbesondere ihrer Ausflüsse weicht mehr oder weniger vom mittleren Feld ab. Diese Abweichungen äußern sich als periodische und statistische Bewegungsschwankungen. Sie können örtlich wegen der wechselnden Untergrundneigung oder auch als jahreszeitliche Gangkurven auftreten.

Die primäre Bewegungsgröße ist die mittlere Geschwindigkeit. Sie wird zur wichtigsten glaziologischen Aufgabe, der Schätzung des Massenhaushalts, unmittelbar benutzt. Demgegenüber scheinen Geschwindigkeitsschwankungen zunächst von untergeordneter Bedeutung zu sein. In Wirklichkeit können sie aber Massenbilanzen erheblich beeinflussen, wenn sie von der Größenordnung der mittleren Geschwindigkeit sind; z. B. beim periodischen frühsummerlichen Ausfließen arktischer Gletscher. Auch kleinere statistische Schwankungen können zusätzliche Informationen über den Bewegungszustand liefern. Darüberhinaus erfordern einige praktische Aufgaben, nämlich die Vorplanung von Beobachtungsreihen, insbesondere ihr örtlicher und zeitlicher Abstand, die Ausgleichung trigonometrischer Bewegungsmessungen nach der Methode der kleinsten Quadrate, schließlich die Vorhersage (Interpolation, Extrapolation) von Eisbewegungen, die Bewegungsschwankungen zu analysieren.

Die statistisch sichere Analyse von Bewegungsschwankungen erfordert lange Beobachtungsreihen, die beim heutigen Stand der Meßverfahren nur mit einem relativ hohen Messungsaufwand zu erhalten sind. Vom Kongsvegen-Gletscher, Westspitzbergen, liegen aus den Jahren 1962, 1964/65 örtlich und zeitlich verteilte terrestrisch-photogrammetrische Wiederholungsmessungen vor, aus denen bereits Bewegungsschwankungen abgelei-

<sup>1)</sup> Nachtrag zu den wissenschaftlichen Ergebnissen der Deutschen Spitzbergenexpedition des Nationalkomitees für Geodäsie und Geophysik der DDR bei der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin

<sup>\*)</sup> Dipl.-Ing. Siegfried Meier, Technische Universität Dresden, Sektion Geodäsie und Kartographie, 8027 Dresden, George-Bähr-Straße

tet wurden (W. PILLEWIZER 1964, U. VOIGT 1965, 1967). Im vorliegenden Beitrag werden geeignete Meßreihen mathematisch-statistisch bearbeitet. Die ermittelten Ortsfunktionen — mittlere Geschwindigkeit, Geschwindigkeitsschwankung, Schwankungsgrad, Korrelationsfunktion — sollen den oben angegebenen praktischen Aufgaben zugute kommen. Ihre statistische Sicherheit unterliegt wegen des geringen Stichprobenumfangs und einiger noch zu erläuternder Besonderheiten des photogrammetrischen Meßverfahrens gewissen Beschränkungen.

### 1. Grundlagen der statistischen Bearbeitung

#### 1.1 Die Oberflächenbewegung als turbulenter Blockstrom

Die zerrissene Oberfläche eines schnellströmenden, am Grunde gleitenden arktischen Gletschers bzw. die bis in eine gewisse Tiefe zerrissene oberflächennahe Schicht bietet bei einigermaßen regelmäßiger Bettform folgendes Bild: Der mittlere Teil besitzt eine querspaltene Oberfläche mit bogenförmigen Großspalten, Schollen und Wülsten. Er wird von seitlichen Seraczonen mit turmartigen Eisblöcken und -trümmern begleitet. Im mittleren Strom mit parabolischem Geschwindigkeitsquerprofil erfolgt der Vorschub. In den seitlichen Randzonen gleichen sich, bei raschem Geschwindigkeitsabfall nach dem Rande, Schub- und Reibungskräfte aus.

Steht man beobachtend am Rande eines solchen Eisstromes, so erhält man — visuell und akustisch — den Eindruck eines turbulenten Systems, obwohl seine mittlere Geschwindigkeit klein gegen die anderer turbulenter Strömungen (Flüssigkeiten, Gase) ist. Der Begriff der Turbulenz ist aber nicht an den Betrag der mittleren Bewegung gebunden.

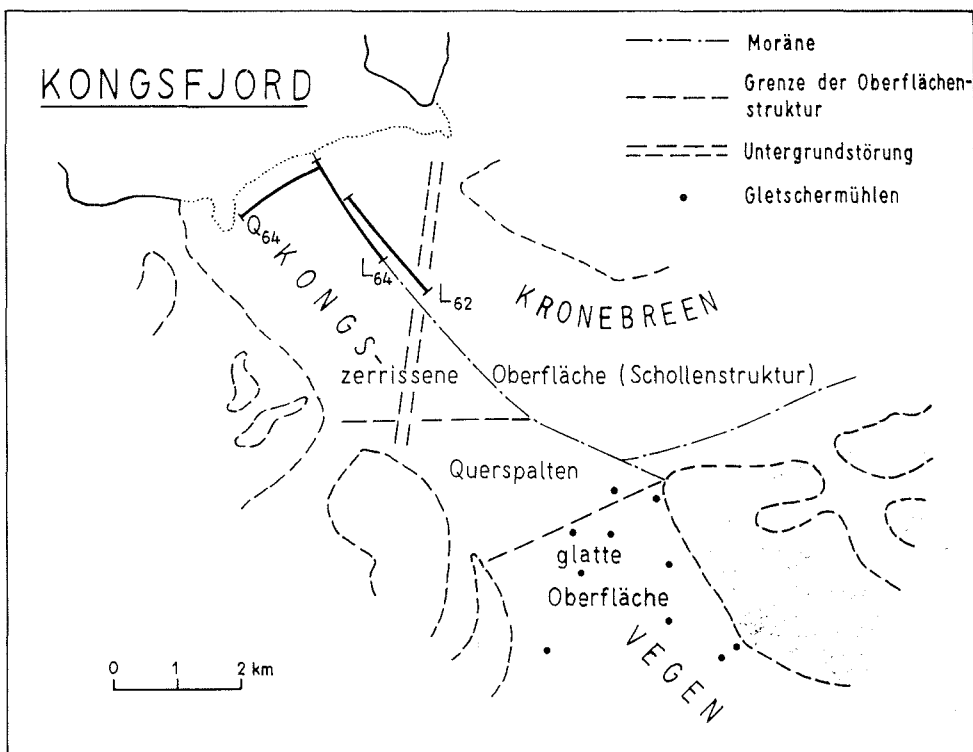


Abb. 1 Kongsvegen—Kronebreen, Westspitzbergen. Oberflächenstruktur und Profilmessungen  
fig. 1 Kongsvegen—Kronebreen, Svalbard. Surface structure and profiles

Wir denken uns das Gesamtvolumen  $V$  der oberflächennahen, zerrissenen Eisschicht in Teilvolumina  $V_n$  beliebiger Größe und Form zerlegt. Die mittlere Geschwindigkeit des Gesamtvolumens sei  $\bar{v}$ , um welche die Teilvolumina („Turbulenzelemente“) mit der Geschwindigkeit  $v'$  schwanken. Die Gesamtgeschwindigkeit eines Teilvolumens  $V_n$  ist  $v_n = \bar{v} + v'_n$ . Turbulenz liegt vor, wenn die Geschwindigkeit der  $V_n$  parallel und senkrecht zur Hauptbewegungsrichtung schwankt:

$$\begin{aligned} v_x &= \bar{v}_x + v'_x, & v'_x &\neq 0 \\ v^2 &= \bar{v}^2 + v'^2, & v^2 &= v_x^2 + v_y^2. \end{aligned} \quad (1)$$

$$v_y = \bar{v}_y + v'_y, \quad v'_y \neq 0$$

(Vereinfachend wird die Bewegung in der Ebene betrachtet.)

Es ist klar, daß die Großschollen des Mittelteils als Teile des Gletscherkörpers kaum senkrecht zur Hauptbewegungsrichtung schwanken können, es sei denn an Gefällstufen des Untergrundes. Am ehesten werden noch die Seraczone und Eisbrüche dem Modell eines turbulenten Blockstromes entsprechen. Immerhin kann man die Begriffe der statistischen Turbulenztheorie auch auf ein System anwenden, das sich an der Grenze zur laminaren Bewegung hin befindet. Man muß nur die Ergebnisse entsprechend vorsichtig interpretieren.

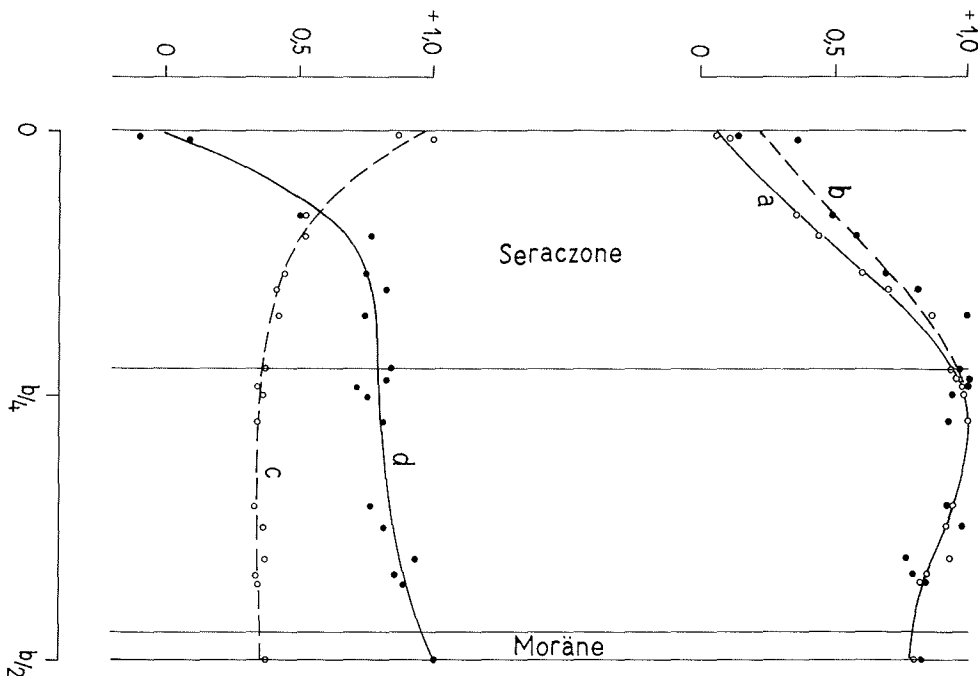


Abb. 2 Kongsvegen. Normierte Bewegungsgrößen im Querprofil ( $Q_{64}$ )

- a) mittlere Geschwindigkeit  $v$
- b) mittlere Geschwindigkeitsschwankung  $\sqrt{v'^2}$
- c) Schwankungsgrad  $\sqrt{v'^2}/v$
- Korrelationsfunktion  $R(s)$

fig. 2 Kongsvegen. Normalized functions along cross-profile ( $Q_{64}$ )

- a) mean velocity  $v$
- b) mean velocity variation  $\sqrt{v'^2}$
- c) rate of variation  $\sqrt{v'^2}/v$
- d) correlation function  $R(s)$

## 1.2 Die Korrelationsfunktion der Oberflächengeschwindigkeit

Die Geschwindigkeit  $v$  eines ebenen, turbulenten Systems faßt man als Realisierung eines zufälligen Prozesses mit mehreren nicht-stochastischen Variablen, den Ortskoordinaten  $x$ ,  $y$  und der Zeit  $t$  auf. Man erhält das Zufallsfeld

$$v = v(\mathbf{X}), \mathbf{X}^* = \|x, y, t\|. \quad (2)$$

Sind  $\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_k$  die Ortsvektoren der Oberflächenpunkte  $P_i, P_k$ , dann ist die zu (2) gehörige (normierte) Korrelationsfunktion

$$R(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_k) = \frac{\overline{[v(\mathbf{X}_i) - \bar{v}(\mathbf{X}_i)] [v(\mathbf{X}_k) - \bar{v}(\mathbf{X}_k)]}}{\sqrt{\overline{[v(\mathbf{X}_i) - \bar{v}(\mathbf{X}_i)]^2} \overline{[v(\mathbf{X}_k) - \bar{v}(\mathbf{X}_k)]^2}}} \quad (3)$$

Korrelationsfunktionen der Form (3) sind schwer zu handhaben. Man hält deshalb entweder den Ort fest und untersucht statistische Zusammenhänge in der Zeit, oder man hält die Zeitkoordinate fest und untersucht statistische Zusammenhänge als Funktion des Ortes. Man erhält Korrelationsfunktionen, die bei instationärer Bewegung nur noch von einer Koordinate, bei stationärer oder zumindest quasistationärer Bewegung nur noch von einer Koordinatendifferenz abhängen. In der statistischen Turbulenztheorie betrachtet man z. B. die Korrelation der Geschwindigkeiten  $v_i, v_k$  zweier Punkte  $P_i, P_k$  als Funktion der Ortsdifferenz (Momentaufnahme der Bewegung). Komponentenweise geschrieben ergeben sich die auf die Hauptbewegungsrichtung  $x$  bezogenen Korrelationsfunktionen zu

$$R_1(x) = \frac{\overline{[v_{xi} - \bar{v}_{xi}] [v_{xk} - \bar{v}_{xk}]}}{\sqrt{\overline{[v_{xi} - \bar{v}_{xi}]^2} \overline{[v_{xk} - \bar{v}_{xk}]^2}}} = \frac{\overline{v'_{xi} v'_{xk}}}{\overline{v'^2_x}} \quad (4)$$

$$R_2(x) = \frac{\overline{[v_{yi} - \bar{v}_{yi}] [v_{yk} - \bar{v}_{yk}]}}{\sqrt{\overline{[v_{yi} - \bar{v}_{yi}]^2} \overline{[v_{yk} - \bar{v}_{yk}]^2}}} = \frac{\overline{v'_{yi} v'_{yk}}}{\overline{v'^2_y}} \quad (5)$$

mit der v. Karman'schen Beziehung

$$R_2(x) = R_1(x) \frac{x}{2} \frac{d}{dx} R_1(x). \quad (6)$$

In festen Medien mit einer zerrissenen, in sich beweglichen Oberflächenschicht ist das Turbulenzkriterium (1) nicht durchweg erfüllt. Der Schwankungsgrad  $\sqrt{\overline{v'^2}/\bar{v}}$  kann über einen Teil der Oberfläche klein sein, etwa  $\ll 1$ .  $R_1(x)$  wird dann sehr langsam abklingen. Im Grenzfall  $R_1(x) \rightarrow 1$  strebt nach (6) auch  $R_2(x) \rightarrow 1$ .

Aus den vorliegenden Bewegungsmessungen kann nur die Korrelationsfunktion der Längsschwankungen (4), jedoch nicht die der Querschwankungen (5) geschätzt werden (Meßgenauigkeit).

## 1.3 Besonderheiten der Beobachtungen

Es gibt kein Beobachtungsverfahren, mit dem man das Geschwindigkeitsfeld der Oberfläche stetig in Ort und Zeit messen könnte (Tabelle 1). Die üblichen Verfahren der Geodäsie, Photogrammetrie und Geophysik liefern mindestens bezüglich einer Koordinate diskontinuierliche Werte.

Meßverfahren der	Ort	Zeit
Geodäsie	diskret	diskret
Photogrammetrie	stetig	diskret
Geophysik	diskret	stetig

**Tabelle 1** Ort-Zeit-Charakteristik geodätischer, photogrammetrischer und geophysikalischer Meßverfahren

**table 1** Place-time characteristic of geodetic, photogrammetric, and geophysical measuring techniques

Die vorliegenden photogrammetrischen Bewegungsmessungen stellen Zeitmittelwerte über 1- bis 3tägige Intervalle dar. Die stetige Zeitfunktion  $v(t)$  ist durch die stückweise stetige Treppenfunktion

$$\bar{v}(t) = \frac{v_k - v_i}{t_k - t_i} \quad (t_i \leq t \leq t_k / i = 1, 2, \dots, n-1; k = 2, 3, \dots, n)$$

angenähert. Diese stückweise Glättung der Zeitfunktion verstärkt die Geschwindigkeitskorrelation benachbarter Punkte, äußert sich also in einem langsameren Abklingen der Korrelationsfunktion. Weitere (sowohl positive als auch negative) Korrelationen können unkontrollierbar in der Bildmessung entstehen: Korrelationsfunktionen des Spindelganges des Bildmeßgerätes, der Krönung der Emulsion, des Auswerters. Insgesamt dürfte aber die Glättungseffekt überwiegen. Wie die Auswertung zeigte, wurden selbst die aus der Folge der Zeitmittelwerte noch gut ablesbaren Frequenzen in der der Korrelationsfunktion äquivalenten Darstellung, im Frequenzspektrum, schon vollkommen unterdrückt. Die Korrelations- und Spektralanalyse von Zeitfunktionen erfordert, um hohe Frequenzen nicht zu unterdrücken, sehr enge Messungsabstände, wie sie z. B. die geophysikalischen Verfahren gewährleisten. So konnte C. Oelsner [4, 5] mit Hilfe des seismoakustischen Verfahrens am mittleren Lovén-Gletscher im Kongsfjord, Westspitzbergen, Bewegungsperioden bis herab zu 20 Minuten sicher nachweisen.

Von geringem Einfluß ist dagegen der Glättungseffekt auf ortsabhängige Korrelationen, sofern die Bewegung im Auswertebereich stationär bleibt. Dann unterscheiden sich  $\bar{v}(t)$ ,  $\bar{v} \Delta t$  längs einer Stromlinie um einen nahezu konstanten Faktor, der in der normierten Korrelationsfunktion herausfällt.

Im nächsten Abschnitt werden die geschätzten Ortsfunktionen entlang ausgewählter Profile erläutert.

## 2. Ergebnisse der statistischen Bearbeitung

### 2.1 Mittlere Geschwindigkeit und Geschwindigkeitsschwankung

Die Auswertung erfolgte punktweise am Stereokomparator 1818 und am Kleinrechner Cellatron SER 2b in den in Abb. 1 angegebenen Profilstücken. Das Querprofil  $Q_{64}$  erstreckt sich nur über den or. linken Teil, den eigentlichen Kongsvegen. Der Arm des Kronebreen wird durch eine etwa N—S ziehende Untergrundschwelle derart gestört, daß keine repräsentativen Werte gewonnen werden konnten. Die Punktreihen wurden teils graphisch, teils rechnerisch ausgeglichen und als normierte Größen dargestellt (Abb. 2, 3). Die Verteilung der mittleren Geschwindigkeit  $\bar{v}$  im Querprofil  $Q_{64}$  (Abb. 2a) zeigt den

o. a., für blockbewegte Gletscher typischen Randanstieg mit von Null verschiedener Randgeschwindigkeit (slip) und das parabolische Profilstück im Mittelteil. Die mittlere Geschwindigkeit im Längsprofil  $L_{64}$  ist nahezu konstant. Die Geschwindigkeitsschwankung

$$\sqrt{v'^2} = \sqrt{v - \bar{v}}^2$$

ist im Querprofil analog  $\bar{v}$  verteilt (Abb. 2b); lediglich die Einzelwerte streuen stärker (Meßfehler). Die Geschwindigkeitsschwankung im Längsprofil ist unterhalb der Gefällestufe  $\approx 10\%$  größer als in Frontnähe (Abb. 3b). Das Verhältnis von mittlerer Geschwindigkeit und Geschwindigkeitsschwankung läßt sich sehr anschaulich durch den Schwan-

kungsgrad  $\sqrt{v'^2/\bar{v}}$  darstellen. Er hat die Eigenschaft, Meßfehler und örtliche Schwankungen zu glätten. Der Schwanungsgrad des Querprofils ist eine parabolische Kurve mit nahezu konstanten Werten zwischen 0,3 und 0,4 im Mittelteil des Gletschers sowie nach dem Rande hin bis auf 0,9 bis 1,0 ansteigenden Werten (Abb. 2c). Demnach schwankt die Geschwindigkeit im Mittelteil und in einem Gebiet der Seraczone gleichmäßig und nur im randnahen Gebiet ist die Schwankung von der Größenordnung der mittleren Geschwindigkeit. Die Kurve im Längsprofil (Abb. 3c) fällt wegen der Gefällestufe um 0,1 auf 2 km zur Front hin ab. Im störungsfreien blockbewegten Gletscher würde sich eine horizontale Gerade ergeben.

Die Häufigkeitsanalyse der Schwankungsbeträge  $v' = v - \bar{v}$  entlang einer Stromlinie ergab annähernd Normalverteilung.

## 2.2 Korrelationsfunktion und Blockbewegung

Wegen der gekrümmten Stromlinien bzw. Profile wurden die Korrelationsfunktionen der Längsschwankung (4) als Funktion des Abstandes zweier Punkte berechnet:

$$R = R(s), \quad s = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Die Punktreihen wurden durch die Exponentialfunktion

$$R(s) = \exp[-\alpha |s|] \quad (\alpha > 0) \quad (7)$$

ausgeglichen. Die Modellfunktion der Form (7) hat den Nachteil, daß sie an der Stelle  $s = 0$  nicht differenzierbar und damit auch der zugehörige zufällige Prozeß nicht differenzierbar ist, d. h. die Änderung der Geschwindigkeit von Ort zu Ort kann nicht abgeleitet werden. Davon abgesehen reicht (7) hier als erste Näherung aus. Die Ausgleichung ergab die Abklingfaktoren

$$\alpha_{L62} = 0,54 \text{ km}^{-1}, \quad \alpha_{L64} = 0,20 \text{ km}^{-1}, \quad \alpha_{Q64} = 0,21 \text{ km}^{-1}.$$

Die Korrelationsfunktion des Querprofiles  $Q_{64}$  stimmt mit der des Längsprofiles  $L_{64}$ , mit Ausnahme der Randzone, überein (Abb. 2d, 3d). Im Bereich der Seraczone knickt die Funktion um und geht am Gletscherrand gegen Null. Bemerkenswert ist, daß der Knick nicht an der Grenze zwischen Seraczone und Mittelteil, sondern *innerhalb* der Seraczone liegt. Der Kongsvegen bewegt sich als geschlossener Block, wobei ein Teil der Seraczone noch in enger Verbindung (Wechselwirkung, Impulsaustausch) mit dem Mittelteil steht und die randnahen Seracs nur noch eine lose Bindung zur Gesamtbewegung haben.

Der Korrelationsfunktion im Längsprofil  $L_{64}$  (Abb. 3d) ist diejenige im Längsprofil  $L_{62}$  (Abb. 3e) gegenübergestellt. Die Abweichungen der Kurven 3d, e voneinander kann in ihrer statistischen Unsicherheit oder im unterschiedlichen Zustand der Oberflächenbewegung begründet sein. Der zweite Grund ist wahrscheinlicher. Im Jahre 1962 war die Oberfläche des Kongsvegen bei Spitzengeschwindigkeiten von 4,50 m/Tg. stärker zerrissen als im Jahre 1964 mit Spitzengeschwindigkeiten von 3,50 m/Tg. Bei größerer

Eigenbewegung der Oberflächenschollen wird ihre statistische Kopplung lockerer; die Korrelationsfunktion klingt schneller ab.

In der statistischen Turbulenztheorie verwendet man zwei charakteristische Maßzahlen, um die Größe der Turbulenzelemente anzugeben: die sogenannte Mikroskala als „Durch-

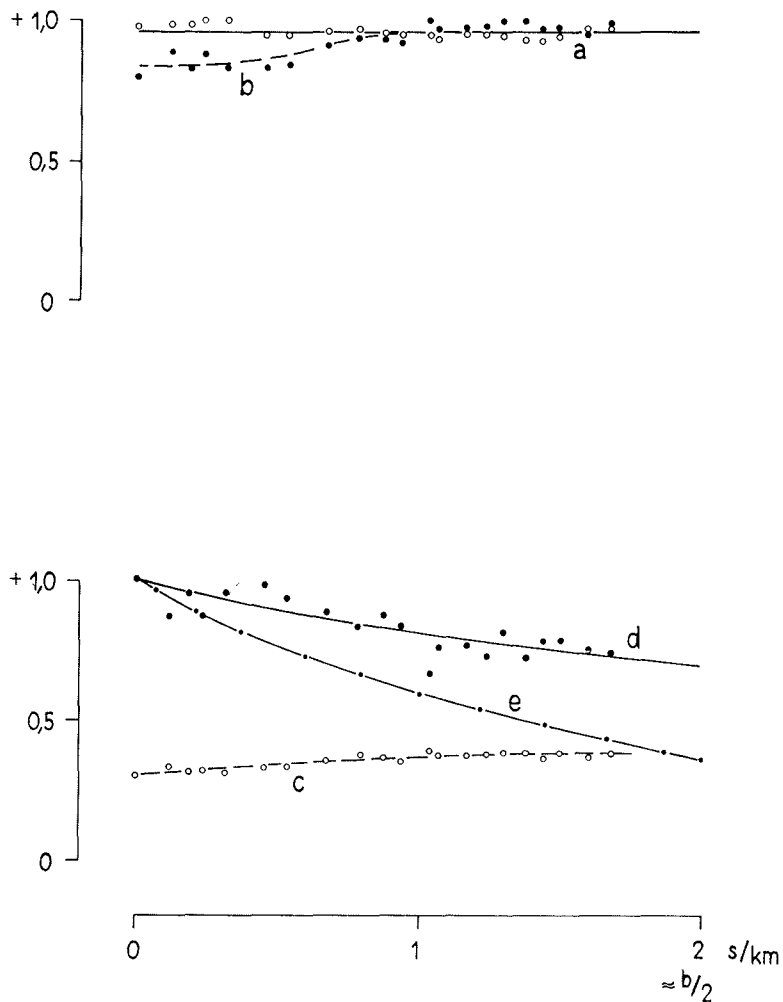


Abb. 3 Kongsvegen-Kronebreen. Normierte Bewegungsgrößen im Längsprofil ( $L_{64}$ )

a) mittlere Geschwindigkeit  $v$

b) mittlere Geschwindigkeitsschwankungen  $\sqrt{v'^2}$

c) Schwankungsgrad  $\sqrt{v'^2}/v$

d) Korrelationsfunktion  $R(s)$  in  $L_{64}$

e) Korrelationsfunktion  $R(s)$  in  $L_{62}$  (zum Vergleich)

fig. 3 Kongsvegen-Kronebreen. Normalized functions along longitudinal profile ( $L_{64}$ )

a) mean velocity  $v$

b) mean velocity variation  $\sqrt{v'^2}$

c) rate of variation  $\sqrt{v'^2}/v$

d) correlation function  $R(s)$  along  $L_{64}$

e) correlation function  $R(s)$  along  $L_{62}$  (for comparison)

messer der kleinsten Turbulenzelemente“ und die sogenannte Integralskala als „Durchmesser der größten Turbulenzelemente“. Wegen der verschwindenden Querschwingung im Mittelteil, also im größten Teil der Oberfläche, darf man diese Begriffe nicht formal übertragen. Die Mikroskala des Prozesses mit der Korrelationsfunktion (7) existiert nicht, weil  $R(s)$  an der Stelle  $s = 0$  nicht differenzierbar ist. Die Anpassung mit einer bei  $s = 0$  differenzierbaren Modellfunktion ist wegen der geringen Auflösung um  $s = 0$  nicht zweckmäßig.

Die Integralskala der Oberflächengeschwindigkeit

$$I = \int_0^{\infty} R(s) ds = \int_0^{\infty} \exp[-\alpha s] ds = 1/\alpha \quad (8)$$

kann man als die Längsausdehnung eines Gebietes mit einheitlichem Bewegungszustand auffassen. Im Grenzfall sehr lockerer statistischer Kopplung (Gletscherrand) gehen  $R \rightarrow 0$ ,  $\alpha \rightarrow 0$  und  $I$  wird beliebig klein, kann also z. B. den Durchmesser der (größten) Seracs annehmen. Im Grenzfall straffer statistischer Kopplung (spaltenfreie Oberfläche) gehen  $R \rightarrow 1$ ,  $\alpha \rightarrow \infty$  und  $I$  wird beliebig groß, z. B. gleich der Gletschertlänge.

Mit den o. a. Werten für  $\alpha$  erhält man die Integralskalen

$$I_{1962} = 1,85 \text{ km}, \quad I_{1964} = 5,0 \text{ km}.$$

Die Oberfläche des Kongsvegen beginnt etwa 8 km oberhalb der Front in parallelen Querspalten aufzureißen. Das ist unterhalb des Gebietes, wo die meisten Schmelzwasserbäche in Gletschermühlen endigen, also die Voraussetzung der Gleitbewegung auf einer Wasserschmierschicht gegeben ist (Abb. 1). Die or. linke Seraczone beginnt zwischen km 5 und km 6 und die Schollenstruktur der Oberfläche ist zwischen km 4 und km 5 von der Front an gerechnet, vollkommen ausgebildet (vgl. das Kartenwerk der Expedition [4]). Das für Blockbewegung typische parallele Versetzen der Geschwindigkeitslängsprofile (Blockbeschleunigung) beginnt auf dem Kongsvegen 6 bis 7 km oberhalb der Front, also im Gebiet der ersten Querspalten [4, Seite 88]. Die Integralskala  $I_{1964}$  gibt daher die Größenordnung des blockbewegten Gletscherteiles mit einheitlicher Oberflächenstruktur richtig wieder.

Im Jahre 1962 bewirkte die Untergrundschwelle bei höherer mittlerer Geschwindigkeit als 1964 eine stärkere Entkopplung der Geschwindigkeit der Einzelschollen, damit ein rascheres Abklingen der Korrelationsfunktion und die kleinere Integralskala von  $\approx 2$  km. Der Zustand der Oberflächenbewegung unterhalb der Störzone ist verschieden von dem oberhalb der Störung. Dies wird im Längsprofil der Geschwindigkeit mit einem Anstieg von  $\approx 1$  m/Tg. auf 1 km Distanz im Gebiet der Untergrundschwelle [4, Seite 87] bestätigt.

### 2.3 Frequenzspektrum und Blockbewegung

Die Transformation der Korrelationsfunktion (7) in den Frequenzbereich ergibt das in Abb. 4 dargestellte Frequenzspektrum. Die Frequenzen sind auf eine Grenzfrequenz  $\nu_g$  normiert, die so definiert ist, daß alle Frequenzen  $\nu > \nu_g$  nicht mehr als 5 % zur Gesamtenergie des Prozesses beitragen. Legt man die Restenergie mit 5 % (1 %) fest, so ergibt sich aus der Integration über  $P(\nu)$  die Grenzfrequenz  $\nu_g \approx 2\alpha$  ( $\nu_g \approx 10\alpha$ ), vgl. [8, Seite 233]. Zu den Grenzfrequenzen  $\nu_g$  gehören Grenzperioden  $1/\nu_g$  der (in der Meßzeit ortsfesten) Wellen im Längsprofil der Oberflächengeschwindigkeit (Tabelle 2). In den Längsprofilen der Oberflächengeschwindigkeit kann man trotz der Meßfehler sehr flache Wellen in der geschätzten Größenordnung nachweisen (Tabelle 2, Abb. 3a,



1962	$\gamma_g/\text{km}^{-1}$	$\gamma_g/\text{km}^{-1}$	$\gamma_g/\text{km}^{-1}$ (beobachtet)
1 ‰	5,4	0,2	0,5 bis 1,0
5 ‰	1,1	0,9	
1964			
1 ‰	2,0	0,5	1,0 bis 3,0
5 ‰	0,4	2,5	

**Tabelle 2** Grenzfrequenzen und -perioden ortsfester Geschwindigkeitswellen  
**table 2** Limiting frequencies and periods of stationary velocity waves

[4, Seite 87 bis 90, Seite 95 bis 97]). An den am deutlichsten ausgebildeten Wellen [4, Seite 87/88] erkennt man, daß sie bei Blockbeschleunigung parallel versetzt werden, d. h. ortsfest sind.

### 3. Praktische Anwendungen

#### 3.1 Vorplanung von Bewegungsmessungen

Die Existenz der Geschwindigkeitskorrelation (Abb. 2d, 3d, e) besagt, daß in der Geschwindigkeit  $v_1$  an der Stelle  $s_1$  Information über die Geschwindigkeit  $v_2$  an der Stelle  $s_2$  enthalten ist (und umgekehrt). Die Information  $I(v_1, v_2)$ , die  $v_1$  über  $v_2$  enthält (und umgekehrt) hängt u. a. vom Abstand  $s_0 = s_2 - s_1$  der Punkte  $P_1, P_2$  ab. Man kann daher versuchen, den Punktabstand bei diskreten Messungen und die Registrierlänge bzw. -zeit bei kontinuierlichen Messungen mit den Mitteln der Informationstheorie, wie sie für normale zufällige Größen und Prozesse von *Gelfand* und *Jaglom* [1] bereitgestellt werden, abzuschätzen.

#### 1. Beispiel: Punktabstand bei diskreter Messung

Die Oberflächengeschwindigkeit werde in diskreten Punkten gemessen. Der Punktabstand  $s_0$  sei optimal, wenn  $I(v_i, v_k) = \text{const}$  für beliebige Punktepaare  $P_i, P_k$ . Haben  $v_i, v_k$  eine gemeinsame Normalverteilung mit den Varianzen  $\overline{v_i^2}, \overline{v_k^2}$  und dem Korrelationskoeffizienten  $r(v_i, v_k)$ , dann ist [1, Seite 25]

$$I(v_i, v_k) = -\frac{1}{2} \log [1 - r^2(v_i, v_k)]. \quad (9)$$

Bei verschwindender Korrelation  $r(v_i, v_k) = 0$  wird  $I(v_i, v_k) = 0$  und bei maximaler Korrelation  $r(v_i, v_k) = 1$ , d. h. wenn  $v_i = v_k$ , wird  $I(v_i, v_k)$  beliebig groß. Setzen wir nach (7)

$$r(v_i, v_k) = \exp[-\alpha s_0] \quad (s_0 > 0)$$

in (9) ein, legen die Basis der natürlichen Logarithmen zu Grunde und lösen (9) nach  $s_0$  auf, so ergibt sich  $s_0 \sim 1/\alpha$ . Der Punktabstand ist proportional der Integralskala (8).

Beispielsweise ist mit  $a_{62} = 0,54 \text{ km}^{-1}$ ,  $a_{64} = 0,20 \text{ km}^{-1}$  das Verhältnis der Punkt-  
abstände

$$\frac{s_{62}}{s_{64}} = \frac{a_{64}}{a_{62}} = 2,7.$$

Die Abschätzung nach (9) hat den Nachteil, daß die statistischen Eigenschaften des Meß-  
verfahrens unberücksichtigt bleiben.

## 2. Beispiel: Mittelungsintervall bei kontinuierlicher Messung

Die Geschwindigkeitsschwankung  $\sqrt{v'^2}$  werde aus einem Profilstück der Länge  $s_0$  ermit-  
telt, z. B. in beliebig dichter Punktfolge aus Meßbildern.  $v'$  sei ein stationärer zufälliger  
Prozeß mit der Korrelationsfunktion (7). Das Meßverfahren sei charakterisiert durch  
den Meßfehler  $\sigma^2$  und eine rasch abfallende Korrelationsfunktion bzw. ein Frequenz-  
spektrum mit der konstanten Dichte  $f$ ,  $f \sim \sigma^2$  („weißes Rauschen“), wie es z. B. in Foto-  
platten mit geringer statischer Kopplung der Schichtkörnung realisiert ist. Außerdem sei  
 $\sigma^2 \ll \overline{v'^2}$  („schwaches Rauschen“). Dann ist die Information, die der Meßwert über den  
wahren Wert enthält [1, Seite 42 bis 47]

$$I(\overline{v'^2} + \sigma^2, \overline{v'^2}) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\overline{v'^2} a}{\pi f}} s_0. \quad (10)$$

$s_0$  ist also wie

$$s_0 \sim \sqrt{\frac{f}{\overline{v'^2} a}} \quad \text{oder} \quad s_0 \sim \sqrt{\frac{\sigma^2}{\overline{v'^2}} \frac{1}{a}}$$

zu wählen. Der Meßbereich ist um so größer zu nehmen, je größer der Meßfehler, je  
größer die Integralskala und je kleiner die Schwankung des Prozesses ausfallen. Beispiels-  
weise ist bei gleichen Meßverfahren und gleicher Schwankung  $\overline{v'^2}$  mit den o. a. Werten  
das Verhältnis der Meßbereiche

$$\frac{s_{62}}{s_{64}} = \sqrt{\frac{a_{64}}{a_{62}}} = 1,6.$$

(Wäre die Korrelationsfunktion in der Zeit bekannt, dann könnte man analog die Regi-  
strierdauer bei zeitabhängiger Messung abschätzen.)

## 3.2 Ausgleichung und Vorhersage von Eisbewegungen

Wird die Oberflächenbewegung ausgedehnter Eisgebiete (Festland- und Schelfeise) mit  
geodätischen Verfahren (Winkelmessung, elektronische Streckenmessung) ermittelt, so  
liegen oft überschüssige Messungen vor, die man nach der Methode der kleinsten Qua-  
drate (C. F. Gauß) ausgleicht, wobei unabhängige Beobachtungen vorausgesetzt werden.  
Sind die Punktverschiebungen oder die Verschiebungsdifferenzen benachbarter Punkte  
sehr klein, z. B. in Deformationsfiguren, dann kann man — um die statische Sicherheit  
zu erhöhen — nach korrelierten Beobachtungen bzw. Beobachtungsdifferenzen ausglei-  
chen (J. M. Tienstra). Dazu müssen neben den Meßfehlern und ihren Korrelations-  
koeffizienten (Kovarianzmatrix der Beobachtungsfehler) auch die unabhängig von der  
Messung existierenden Bewegungsschwankungen und -korrelationen (Kovarianzmatrix  
der Bewegungsschwankungen) bekannt sein. In [3] und in diesem Beitrag wurde ein  
erster Versuch gemacht, Geschwindigkeitskorrelationen  $R(s)$  als Funktion des Meßpunkt-  
abstandes  $s$  zu schätzen. Leider erstreckt sich das geeignete Auswertintervall nur über  
 $\approx 2 \text{ km}$ . Immerhin erkennt man die Abklingtendenz (Abb. 3d, e) und kann Distanzen

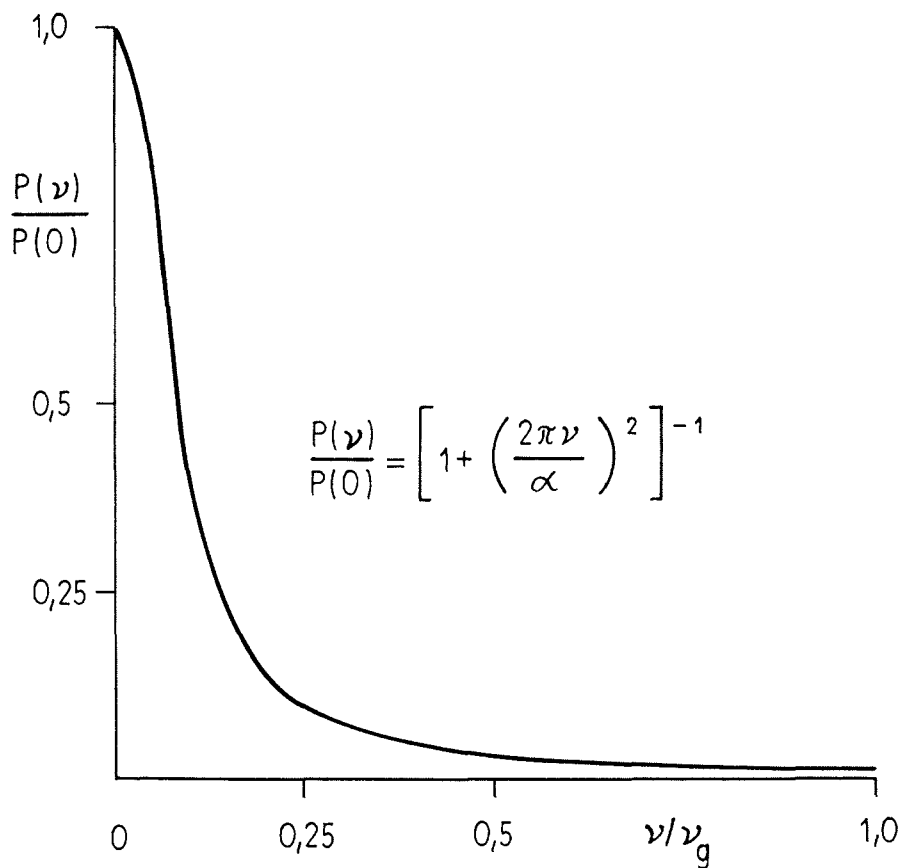


Abb. 4 Normiertes Frequenzspektrum  $L_{62}$ ,  $L_{64}$   
 fig. 4 Normalized power spectrum  $L_{62}$ ,  $L_{64}$

abschätzen, über die noch spürbare Korrelationen vorkommen bzw. Punktabstände festlegen, zwischen denen die Geschwindigkeiten praktisch korrelationsfrei sind. Außerdem markiert 3d eine untere Grenze für die Korrelationsfunktion der Inlandeise, die weniger zerrissen sind und weniger schwanken als ihre Ausflüsse. Ihre Korrelationsfunktion dürfte im Bereich

$$\exp[-0,2 s] < R(s) < 1$$

liegen.

Eine der Ausgleichung äquivalente Aufgabe ist die Vorhersage nach kleinsten Quadraten. Sie liefert, ausgehend von bekannten Werten und ihren statischen Eigenschaften, wahrscheinlichste inter- und extrapolierte Werte mit kleinerem Vorhersagefehler als beispielsweise die lineare Interpolation. Analog zur Ausgleichung werden die Korrelationen zwischen allen in die Rechnung eingehenden Geschwindigkeitswerten benötigt.

Rechnet man im Vektorfeld der Geschwindigkeit, dann werden die Korrelationsfunktionen der Geschwindigkeitskomponenten  $v_x$ ,  $v_y$  (auf einem Talgletscher also die der Längs- und Querschwankung) gebraucht. Nur im skalaren, stationären Feld der Geschwindigkeitsbeträge kommt man mit der Korrelationsfunktion der Längsschwankungen aus.

- [1] Gelfand, I. M. und A. M. Jaglom: Über die Berechnung der Menge an Information über eine zufällige Funktion, die in einer anderen zufälligen Funktion enthalten ist. In: Arbeiten zur Informationstheorie Berlin 1958
- [2] Lorenz, G. und Meier, S.: Geschwindigkeitsmessungen am Kongsvegen-Gletscher (Westspitzbergen, 79° N) Z. Vermessungstechnik 14 (1966) H. 12
- [3] Meier, S.: Ausgleichung horizontaler Punktverschiebungen nach vermittelnden Beobachtungen und Beobachtungsdifferenzen. Diss. TU Dresden 1970.
- [4] Nationalkomitee für Geodäsie und Geophysik der DDR bei der DAW zu Berlin (Hrsg.): Die wissenschaftlichen Ergebnisse der Deutschen Spitzbergenexpedition 1964/65 Teil 1: Die geodätischen und glaziologischen Arbeiten, R. III, H. 9, Berlin 1967 R. III, H. 9, Ergänzungen, Berlin 1969.
- [5] Olsner, C.: Seismoakustik, eine neue Methode für die Gletschermechanik. Z. Polarforschung 35 (1965) H. 1/2.
- [6] Pillewizer, W. Bewegungsstudien an einem arktischen Gletscher. Z. Polarforschung 34 (1964) H. 1/2.
- [7] Sweschnikow, A. A.: Untersuchungsmethoden der Theorie der Zufallsfunktionen mit praktischen Anwendungen — Leipzig 1965.
- [8] Taubenheim, J.: Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten — Leipzig 1969.
- [9] Taylor, G. I.: Statistical Theory of Turbulence Proc. Roy. Soc. A 151 (1935), 156 (1936), 164 (1938)
- [10] Voigt, U.: Die Bewegung der Gletscherzunge des Kongsvegen (Kingsbay, Westspitzbergen) Pet. Geogr. Mitt. 109 (1965) 1.