

# **Modellierung der Aufsetzlinien-Dynamik am 79 ° Nord Gletscher, Grönland**

Masterarbeit im Studiengang Geowissenschaften

Fachbereich Geowissenschaften

Universität Bremen

In Zusammenarbeit mit dem Alfred-Wegener-Institut, Helmholtz-  
Zentrum für Polar- und Meeresforschung in Bremerhaven

Erstprüfer: Prof. Dr. Angelika Humbert

Zweitprüfer: Dr. Torsten Bickert

Jacqueline Berendt

Matrikelnummer 2957935

27.10.2015



# Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung.....	1
1.1 Einführung in die Thematik .....	1
1.2 Gliederung der Arbeit.....	5
1.3 Untersuchungsgebiet .....	6
2. Theoretischer Hintergrund.....	10
2.1 Bilanzgleichungen.....	10
2.1.1 Massenbilanz.....	10
2.1.2 Impulsbilanz .....	11
2.2 Konstitutivgleichungen.....	12
2.2.1 Verhalten von polykristallinen Eis.....	12
2.2.2 Eis als Nicht-Newtonsches-Fluid .....	13
2.2.3 Glens Fließgesetz.....	13
2.2.4 Rheologische Modelle und das Maxwell-Modell .....	14
2.3 Randbedingungen .....	17
2.3.1 Eisoberseite .....	18
2.3.2 Eisunterseite.....	19
2.3.3 Kalbungsfront .....	20
2.3.4 Eisscheide .....	21
3. Methode.....	22
3.1 Implementierung.....	22
3.2 Geometrie .....	25
3.3 Gitter .....	27
3.4 Weiterentwicklung des idealisierten Modells.....	28
4. Experimente und Ergebnisse.....	31
4.1 Experimente .....	31
4.2 Ergebnisse .....	33
4.2.1 Experiment 1: Lineares Gleiten .....	33
4.2.2 Experiment 2: Nichtlineares Gleiten .....	40
4.2.3 Experiment 3: Lineares Gleiten mit angenäherten Geschwindigkeiten .....	46
5. Diskussion.....	50
6. Zusammenfassung und Ausblick .....	59
7. Literaturverzeichnis.....	63

# Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Interaktion der Aufsetzlinie (rot) mit den Tiden (Humbert, 2014).....	2
Abbildung 2: Interferogramm des 79 ° Nord Gletschers (Helm, 2015) .....	3
Abbildung 3: links: Karte Grönlands (Quelle: <a href="http://www.enchantedlearning.com/northamerica/greenland/outlinemap/map.GIF">http://www.enchantedlearning.com/northamerica/greenland/outlinemap/map.GIF</a> ), roter Punkt markiert die Lage des 79 ° Nord Gletschers; rechts: Satellitenbild des 79 ° Nord Gletschers (TerraSAR-X, 2014) .....	6
Abbildung 4: Verlauf der Fließlinie 4 (schwarz) über den 79 ° Nord Gletscher, dargestellt über die Eisdicke, weiß = Meerwasser .....	8
Abbildung 5: Geometrie der Fließlinie 4, in rot Position der Aufsetzlinie .....	9
Abbildung 6: Kriechverhalten von Eis (Greve, 2010) .....	12
Abbildung 7: Hookesche Feder (links) und Newtonsche Dämpfung (rechts) .....	15
Abbildung 8: Kelvin-Voigt-Modell .....	15
Abbildung 9: Maxwell-Modell .....	16
Abbildung 10: Schema für Randbedingungen.....	18
Abbildung 11: Benutzeroberfläche in Comsol Multiphysics .....	23
Abbildung 12: Modellbaum aus der Benutzeroberfläche in COMSOL Multiphysics .....	24
Abbildung 13: Gitter der Fließlinie 4 .....	26
Abbildung 14: Nahaufnahme des Gitters an Position der Aufsetzlinie, rot = Eis, grau = Felsbett.....	27
Abbildung 15: Javaskript, als Beispiel der Syntax für das Maxwell Modell und für Glen (auskommentiert).....	29
Abbildung 16: Vergleich von dem in COMSOL Multiphysics gerechneten Modell (links) zu dem mit dem Javaskript erstellten und über die Kommandozeile gerechneten Modell (rechts) .....	30
Abbildung 17: Real gemessene Tiden am 79 ° Nord Gletscher für einen Zeitraum von 90 Tagen .....	32
Abbildung 18: Normierte, detrendete Oberflächengeschwindigkeiten für eine Sinuswelle mit einer Dauer von 15 Stunden über einen Zeitraum von 15 Tagen.....	35
Abbildung 19: Normierte, detrendete Oberflächengeschwindigkeiten für das Szenario M2S2 von Tag 66-81 .....	36

Abbildung 20: Normierte, detrendete Oberflächengeschwindigkeiten für das Szenario mit den realen Tiden von Tag 66-81.....	37
Abbildung 21: Fluss über die Aufsetzlinie für das Szenario M2S2 für ein 1 m breites Segment über eine Dauer von 15 Tagen .....	38
Abbildung 22: Fluss über die Aufsetzlinie für das Szenario reale Tiden über einen Zeitraum von 15 Tagen für ein 1 m breites Segment .....	39
Abbildung 23: Normierte, detrendete Oberflächengeschwindigkeiten für eine Sinuswelle mit einer Dauer von 15 Stunden über einen Zeitraum von 15 Tagen.....	41
Abbildung 24: Normierte, detrendete Oberflächengeschwindigkeiten für das Szenario M2S2 von Tag 66-81 .....	42
Abbildung 25: Normierte, detrendete Oberflächengeschwindigkeiten für das Szenario mit den realen Tiden von Tag 66-81.....	43
Abbildung 26: Fluss über die Aufsetzlinie für das Szenario M2S2 über einen Zeitraum von 15 Tagen über ein 1 m breites Segment .....	44
Abbildung 27: Flüsse über die Aufsetzlinie für die realen Tiden über einen Zeitraum von 15 Tagen über ein 1 m breites Segment .....	45
Abbildung 28: Flüsse über die Aufsetzlinie für das Tidenszenario M2S2 über einen Zeitraum von 10 Tagen über ein 1 m breites Segment .....	47
Abbildung 29: Flüsse über die Aufsetzlinie für die realen Tiden über einen Zeitraum von 10 Tagen über ein 1 m breites Segment .....	48
Abbildung 30: Screenshot des Gitters an der Aufsetzlinie, rot markiert die Position der Aufsetzlinie .....	52
Abbildung 31: Skizze: rote Pfeile = Wasserdruck, der auf die Gletscherzunge ausgeübt wird	56

# Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Parameter .....	24
Tabelle 2: Vergleich der Oberflächengeschwindigkeiten an der Aufsetzlinie der drei verschiedenen Experimente für das Tidenszenario M2S2 .....	46
Tabelle 3: Vergleich der Oberflächengeschwindigkeiten an der Aufsetzlinie der drei verschiedenen Experimente für die Simulation mit den realen Tiden .....	46

## Zusammenfassung

Das Ziel dieser Masterarbeit ist es, die Auswirkungen der Gezeiten auf die Dynamik des Eises, insbesondere auf die horizontale Fließgeschwindigkeit und die Bewegung der Aufsetzlinie, zu modellieren. Das grönländische Eisschild zieht sich immer weiter zurück aufgrund von verstärktem Schmelzen und erhöhten Fließgeschwindigkeiten. Als Untersuchungsgebiet wird der 79 ° Nord Gletscher ausgewählt, der sich im Nordosten Grönlands befindet und bisher noch nicht allzu große Veränderungen in seiner Fließgeschwindigkeit aufweist. Die Geometrie wird anhand von Fließlinien aus Eisgittern und aus Radargrammen erarbeitet.

Die numerische Modellierung findet mit dem Finite-Elemente-Programm COMSOL Multiphysics unter Verwendung des full-Stokes statt. Die Simulation erfolgt in 2 Dimensionen und anhand des Maxwell-Modells, das die viskoelastischen Eigenschaften des Eises definiert. Es werden verschiedene Experimente durchgeführt, die sowohl das lineare als auch das nichtlineare Gleiten betrachten. Des Weiteren werden drei verschiedene Tidenszenarien ausgewählt (einfache Tide von 15 Stunden, Tidenszenario  $M_2S_2$  und die realen Tiden) und die Simulationen für verschiedene Materialparameter wiederholt. Da die erhaltenen Geschwindigkeiten deutlich geringer als die real gemessenen sind, wird ein neues Modell aufgesetzt, das aufgrund eines rutschigeren Felsbetts höhere Oberflächengeschwindigkeiten erzielen soll.

Sowohl die Flüsse als auch die Oberflächengeschwindigkeiten an der Position der Aufsetzlinie sind für das lineare Gleitgesetz höher. Des Weiteren liegen höhere horizontale Fließgeschwindigkeiten bei den Simulationen mit den realen Tiden vor.

Es gibt zwei verschiedene Prozesse, die sich auf den Fluss des Eises auswirken. Zum einen gelangt bei Flut mehr Wasser in den Fjord hinein, sodass die schwimmende Gletscherzunge angehoben wird. Dadurch besitzt das Eis weniger aufliegende Fläche, somit weniger Reibung und kann höhere Fließgeschwindigkeiten erzielen. In unseren Simulationen werden die höchsten Geschwindigkeiten allerdings bei Flut beobachtet, sodass es einen Prozess gibt, der diesem entgegenwirkt. Bei Flut erhöht sich die Normalspannung, da mehr Wasser in den Fjord strömt und somit gegen die Schwimmzunge drückt, sodass aus diesem Grund sich die Fließgeschwindigkeit reduziert.

Im Sommer 2016 findet eine Expedition der Polarstern zu diesem Thema statt. Unter *Greenland ice sheet / ocean interaction and Fram Strait Fluxes* sollen Beobachtungen zur Fließgeschwindigkeit anhand von GPS Messungen angestellt werden. Zusätzlich sollen die Auswirkungen der ozeanischen Zirkulationen auf die Schwimmzunge untersucht werden.



# 1. Einleitung

## 1.1 Einführung in die Thematik

Gletscher und Eisschilde sind seit jeher als Indikatoren für Klimaveränderungen von zentraler Bedeutung. Das Klima hat sich in den letzten Jahrzehnten stark erwärmt. Dies führt zu erhöhten Schmelzraten an den Eismassen und folglich zu einem Anstieg des Meeresspiegels. Besonders stark betroffen sind hiervon die Antarktische Halbinsel und der Westen des grönländischen Eisschilds. Im Zeitraum von Januar 2011 bis Januar 2014 wurde ein Gesamtmassenverlust von  $507 \pm 107 \text{ km}^3/\text{yr}$  berechnet, wobei der größte Teil auf das grönländische Eisschild mit einem Massenverlust von  $375 \pm 24 \text{ km}^3/\text{yr}$  entfällt (Helm et al, 2014). Falls die gesamten Eismassen in Grönland und der Antarktis abschmelzen sollten, würde dies zu einer Meeresspiegelerhöhung von +65,55 m führen, wobei alleine 7 m auf Grönland zurückzuführen wären (Vaughan, 2013). Abgesehen vom Abschmelzen des Eisschilds hat darüber hinaus auch die Meereisbedeckung sowohl in der Arktis als auch in der Antarktis abgenommen (Vaughan, 2013).

Seit den 1990er Jahren wurden höhere Schmelzraten festgestellt, da sich der Massenverlust seitdem stark beschleunigt hat. Die Ursachen für diesen Massenverlust sind insbesondere das Schmelzen sowohl an der Eisoberfläche als auch an der Eisunterseite an Schelfeisen durch erhöhte Temperaturen sowie Änderungen in der Ozeanzirkulation, da wärmeres und salineres Wasser in immer mehr Fjorde eindringt und folglich die submarine Schmelzrate erhöht. Dadurch verdünnen sich die Schelfeise immer weiter und können folglich schwerer den Eisfluss aus dem Hinterland zurückhalten. Dies führt zu einem erhöhten Beitrag zum Meeresspiegelanstieg (Joughin, 2014). Hinzu kommen weitere Faktoren wie zum Beispiel die Drainage über Eisströme, welche in Auslassgletscher und Schelfeise münden, die sich am Rand von Eisschilden befinden. Wichtig ist ebenfalls der Prozess des Kalbens, der stark von der Ozeanzirkulation abhängt (Howat et al, 2008). Dabei brechen Teile des Eises an der Gletscherfront, auch Kalbungsfront genannt, ab und schwimmen fortan als Eisberge im Wasser. Massenzuwachs an Eisschilden wird jedoch ausschließlich durch die Akkumulation von Schnee erreicht.

Schelfeise und Auslassgletscher sind über die Aufsetzlinie mit dem Eisschild verbunden. Als Aufsetzlinie bezeichnet man den Bereich, an dem die Eismassen nicht mehr auf dem Kontinent aufliegen, sondern fortan frei im Wasser schwimmen. Sie spielt ebenfalls eine entscheidende Rolle für diese Arbeit, da der Fluss über dieses Gebiet die Massenbilanz eines Gletschers stark beeinflusst.

Diese Masterarbeit beschäftigt sich mit den Auswirkungen der Gezeiten auf Gletscher und wird am Alfred-Wegener-Institut, Helmholtz-Zentrum für Polar- und Meeresforschung in Bremerhaven in der Abteilung Glaziologie durchgeführt. Als Untersuchungsgebiet dient der 79 ° Nord Gletscher. Dabei handelt es sich um einen Auslassgletscher in Nordostgrönland, der einen der längsten Eisströme Grönlands drainiert. Die Aufsetzlinie bewegt sich aufwärts bzw. abwärts mit den Tiden mit. Diesen Bereich bezeichnet man als „hinge zone“, da die Bewegung wie bei einem Gelenk erfolgt (Abb. 1). Bei Flut wird somit die Schwimmzunge angehoben und bei Ebbe liegt sie folglich etwas niedriger.

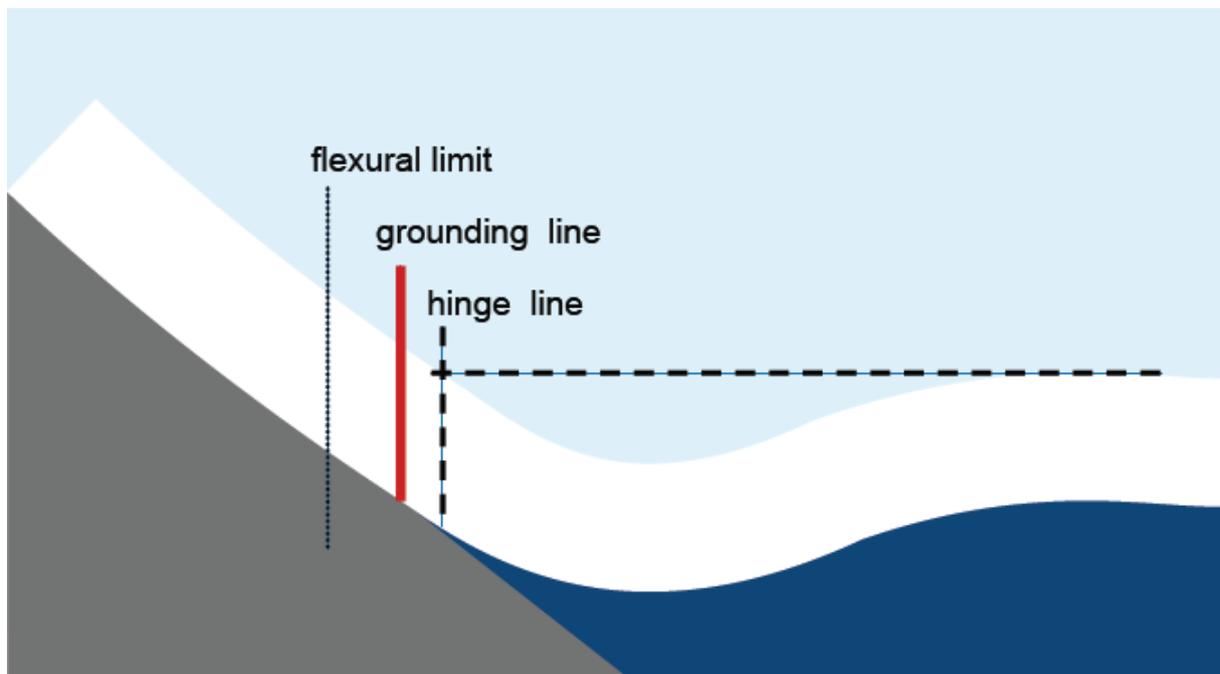


Abbildung 1: Interaktion der Aufsetzlinie (rot) mit den Tiden (Humbert, 2014)

Es ist allerdings schwierig, die genaue Position der Aufsetzlinie festzulegen. Hierbei können Interferogramme eine Hilfe sein (Abb. 2). In einem Interferogramm wird die Phase des auf dem Kontinent aufliegenden Eises blaugrün sowie gelb dargestellt, das schwimmende Eis in

Rot- und Gelbtönen. Die Zone, die sich mit den Tiden mitbeugt, wird mit bunten, eng beieinanderliegenden Linien gekennzeichnet. In diesem Bereich muss sich folglich die Aufsetzlinie befinden. Diese ist am Beispiel des 79 ° Nord Gletschers mehrere Kilometer breit.

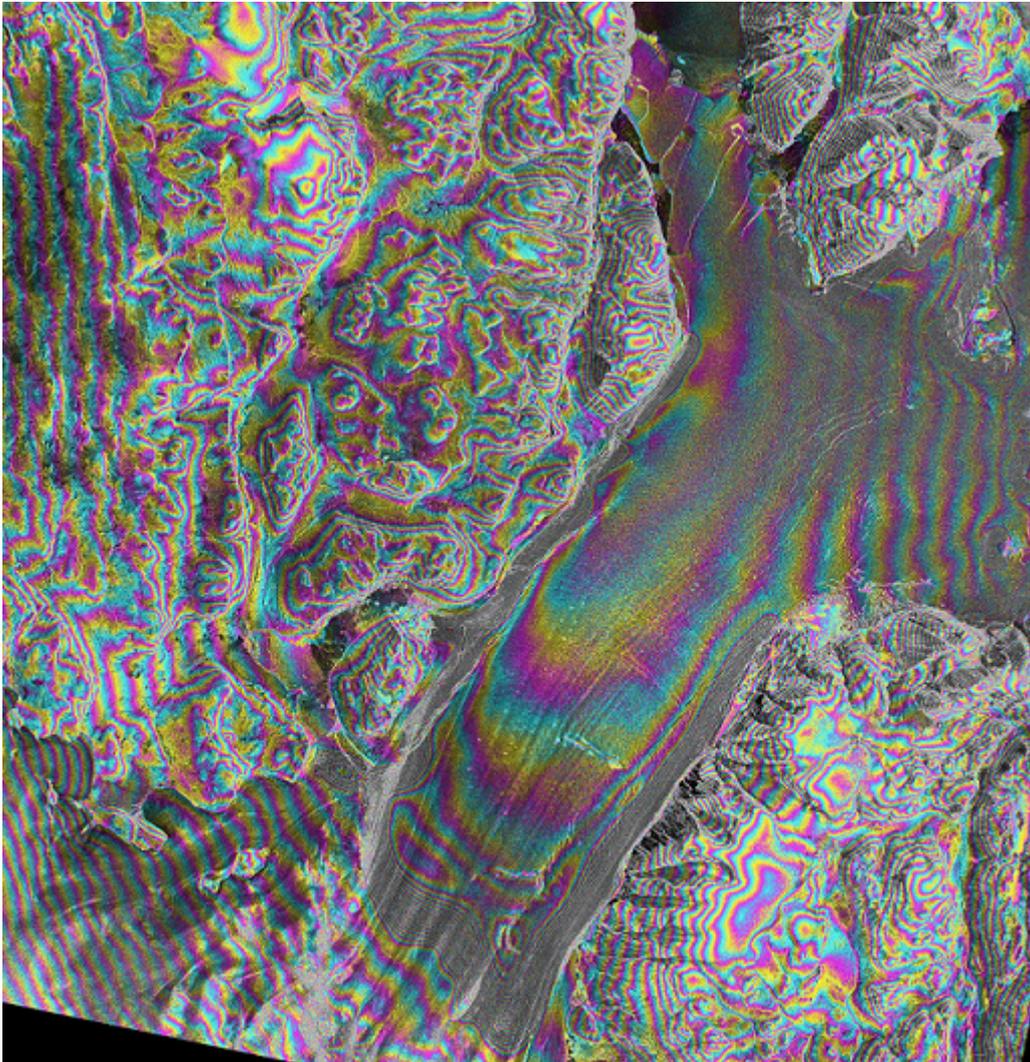


Abbildung 2: Interferogramm des 79 ° Nord Gletschers (Helm, 2015)

Die Gezeiten Ebbe und Flut spielen eine wichtige Rolle für Schelfeise, da sie die Eisdynamik auf dem Kontinent stark beeinflussen. Durch Tiden können Wirbel entstehen, die basales submarines Schmelzen begünstigen. Des Weiteren beeinflussen sie die Bewegungen der Schelfeise und rufen Veränderungen in der Fließgeschwindigkeit der Eisströme hervor (Rosier et al, 2014).

Die Tiden wirken nicht nur auf die Aufsetzlinie mit einer Bewegung ein, sondern auch auf die Fließgeschwindigkeiten des Eises. Diese werden nicht nur an den Auslassgletschern bzw. Schelfeisen beeinflusst, vielmehr haben sie auch Auswirkungen auf die Fließgeschwindigkeiten im Inland. Bei Flut dringt mehr Wasser in den Fjord ein. Folglich wird die schwimmende Gletscherzunge angehoben und das Eis besitzt weniger aufliegende Fläche. Dadurch wird die Reibung am Untergrund reduziert und somit kann sich die horizontale Fließgeschwindigkeit erhöhen, da die Scherspannung geringer wird. Bei Ebbe liegt genau das Gegenteil vor. Es liegt mehr Fläche des Gletschers auf dem Felsbett auf, wodurch die Reibung erhöht wird und sich dementsprechend die horizontale Fließgeschwindigkeit verlangsamt. Demzufolge erwarten wir bei Flut eine höhere Fließgeschwindigkeit, als wenn Ebbe vorliegt. Es wurden bereits Veränderungen in der Fließgeschwindigkeit von bis zu 20 % erfasst (Gudmundsson, 2011).

Das Ziel dieser Masterarbeit ist es, den Einfluss der Gezeiten auf die Dynamik des Eises zu modellieren und besser zu verstehen. Die Implementierung des Eismodells erfolgt in dem Modellierungsprogramm COMSOL Multiphysics. Es wird die Finite-Elemente-Methode genutzt, um das full-Stokes Eismodell zu lösen. Da das Eis ein viskoelastisches Fließverhalten aufweist, wird zur Umsetzung der Rheologie das Maxwell-Modell verwendet, da es sich auf langen Zeitskalen wie ein Fluid verhält. Die Geometrie des 79 ° Nord Gletschers wird anhand von Radargrammen ermittelt und als Gletschermodell in COMSOL eingefügt. Im Anschluss werden verschiedene Szenarien mit unterschiedlichen Gezeitendauern und -formen sowie diversen Materialparametern durchgeführt.

Für die Modellierung ist es wichtig, die verschiedenen Eigenschaften von Eis zu kennen. Eis verhält sich viskoelastisch. Dies bedeutet, dass es auf Spannungen zum einen mit viskosem Fließen und zum anderen mit einer elastischen Rückstellkraft reagiert. Des Weiteren ist Eis ein Nicht-Newtonsches-Fluid, da es ein nichtlineares Fließverhalten aufweist.

Folgende Fragen sollen im Rahmen dieser Masterarbeit geklärt werden.

1. Welchen Einfluss haben die Gezeiten auf einen Gletscher, insbesondere an der Aufsetzlinie?
2. Wie wirken sich die Gezeiten auf die horizontale Fließgeschwindigkeit des Gletschers aus?
3. Gibt es Unterschiede bei verschiedenen Gezeitenlängen und Wellenformen?
4. Welche Unterschiede gibt es zwischen der viskosen und der viskoelastischen Simulation?
5. Welche Unterschiede gibt es zwischen linearem und nichtlinearem Gleiten?

## **1.2 Gliederung der Arbeit**

Die Masterarbeit gliedert sich in drei Teile. Der erste Teil beschäftigt sich mit dem dieser Arbeit zugrunde gelegten, theoretischen Hintergrund und den Methoden. In Kapitel 2 werden dabei die Bilanzgleichungen für die Masse und den Impuls, das Verhalten von Eis mit dem Kriechen als Fluid, das Glen'sche Fließgesetz, die Rheologischen Modelle sowie die Randbedingungen an der Eisober- und Eisunterseite, an der Kalbungsfront und an der Eisscheide genannt. In Kapitel 3 wird dann die numerische Modellierung in COMSOL vorgestellt. Neben einer Einführung in das Programm erfolgen anschließend die Implementierung, der Einbau der Geometrie, des Gitters und der Physik.

Die Darstellung der Experimente und der Ergebnisse der verschiedenen Szenarien erfolgt im zweiten Teil (Kapitel 4). Alle verschiedenen Gezeitzenszenarien werden sowohl für das viskoelastische als auch für das pur viskose Fließverhalten durchgeführt. Des Weiteren werden die Experimente auch für verschiedene Materialparameter ausgearbeitet.

Im dritten Teil werden die erhaltenen Ergebnisse zunächst diskutiert (Kapitel 5) und anschließend zusammengefasst (Kapitel 6). Es folgt ein Ausblick, u.a. auf die Polarsternexpedition 2016.

## 1.3 Untersuchungsgebiet

In dieser Masterarbeit wird der 79 ° Nord Gletscher (79 NG) in Grönland, der auch als Nioghalvfjordsfjorden bezeichnet wird, betrachtet. Dabei handelt es sich um einen Auslassgletscher, der reliefbedingt durch schmale Auslässe fließt. Er befindet sich im Nordosten Grönlands (79,5 °N, 19 – 22 °W) (Abb. 3) und drainiert den Northeast Greenland Ice Stream (NEGIS), welcher der längste Eisstrom Grönlands mit über 600 km ist (Thomas et al, 2009). Eisströme zeichnen sich durch schnell fließendes Eis aus und befinden sich zwischen der Eisscheide und den Schelfeisen (Rosier et al, 2014). Die benachbarten Gletscher Zachariae Istrøm und Storstrømmen drainieren ebenfalls den NEGIS (Seroussi et al, 2011).

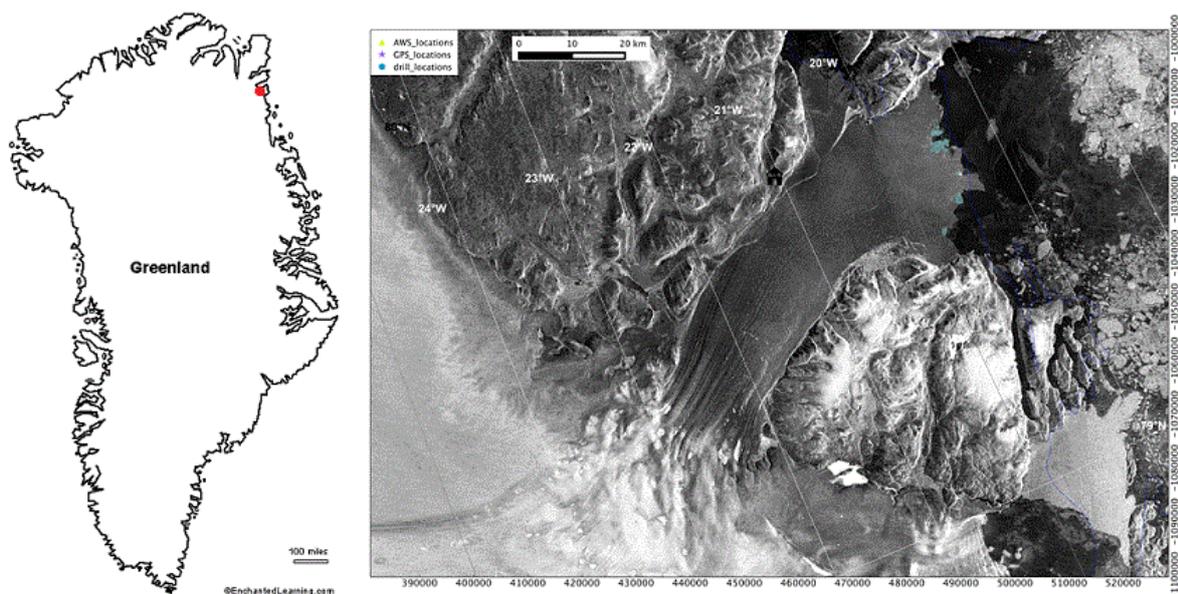


Abbildung 3: links: Karte Grönlands (Quelle: <http://www.enchantedlearning.com/northamerica/greenland/outlinemap/map.GIF>), roter Punkt markiert die Lage des 79 ° Nord Gletschers; rechts: Satellitenbild des 79 ° Nord Gletschers (TerraSAR-X, 2014)

Der Nioghalvfjordsfjorden drainiert etwa 8,4 % des grönländischen Eisschildes, was einem Gebiet von etwa 120000 km<sup>2</sup> entspricht (Seroussi et al, 2011). Das Eis fließt dabei von Südwesten nach Nordosten und die basale Schmelzrate beträgt 8 m/yr. Die schwimmende Gletscherzunge ist insgesamt 80 km lang und variiert in der Breite von 20 km bis zu 35 km an

der Gletscherfront (Mayer et al, 2000). Der Nioghalvfjordsfjorden drainiert in die Framstraße, die den einzigen tiefen Zugang vom Arktischen Ozean in das Weltmeer darstellt.

Mittlerweile nimmt das Abschmelzen der Gletscher weltweit immer weiter zu. Von 2001 auf 2011 erhöhte sich der Massenverlust am Nioghalvfjordsfjorden und Zachariae Istrøm um über 9 Gt/yr. Dies führt dazu, dass sich die Mächtigkeit des Eises besonders an der Position der Aufsetzlinie sowie auf dem südöstlichen Teil des Schelfeises reduziert hat. Im Zeitraum von 1992 bis 1996 hat sich die Aufsetzlinie um etwa 400 bis 600 m zurückgezogen. Dies führte zu einem Ausdünnen von circa 1,6 m/yr (Rignot et al, 2001). Durch das Abschmelzen des Eises liegt weniger Auflast auf dem Land auf, sodass durch die Isostasie das Land bisher um ca. 2,1 mm/yr angehoben wurde (Khan et al, 2014).

Des Weiteren wurden auch im Bereich der Fließgeschwindigkeiten des Eises Veränderungen beobachtet. Von 2005 bis 2009 hat die Fließgeschwindigkeit um 10 – 50 m/yr zugenommen, seit 2011 hat der Gletscher sich jedoch um mehr als 100 m/yr beschleunigt (Khan et al, 2014). Im Zeitraum von 2000 bis 2014 haben diese Beschleunigungen nur am Übergang zwischen Gletscher und Schwimmszunge stattgefunden. Hinter der Aufsetzlinie nehmen die Geschwindigkeiten wieder auf ihr Ursprungsniveau ab (Coers, 2015).

Die Geometrie des Nioghalvfjordsfjorden wurde anhand einer Fließlinie bestimmt, die bereits im Vorfeld mit einem Extrapolationsschema (Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung) auf ein Geschwindigkeitsfeld von Rignot und Mouginot (2012) übertragen wurde. Anhand dieser wurden Daten sowohl für die Eisoberseite als auch für die Eisunterseite aus Gittern von Bamber et al (2013) extrahiert. Die Fließlinie befindet sich im nördlichen Teil des Gletschers. Der Grund für die Auswahl dieser Fließlinie ist, dass damit der Zustrom aus dem nordwestlichen Teil betrachtet wird (Abb. 4).

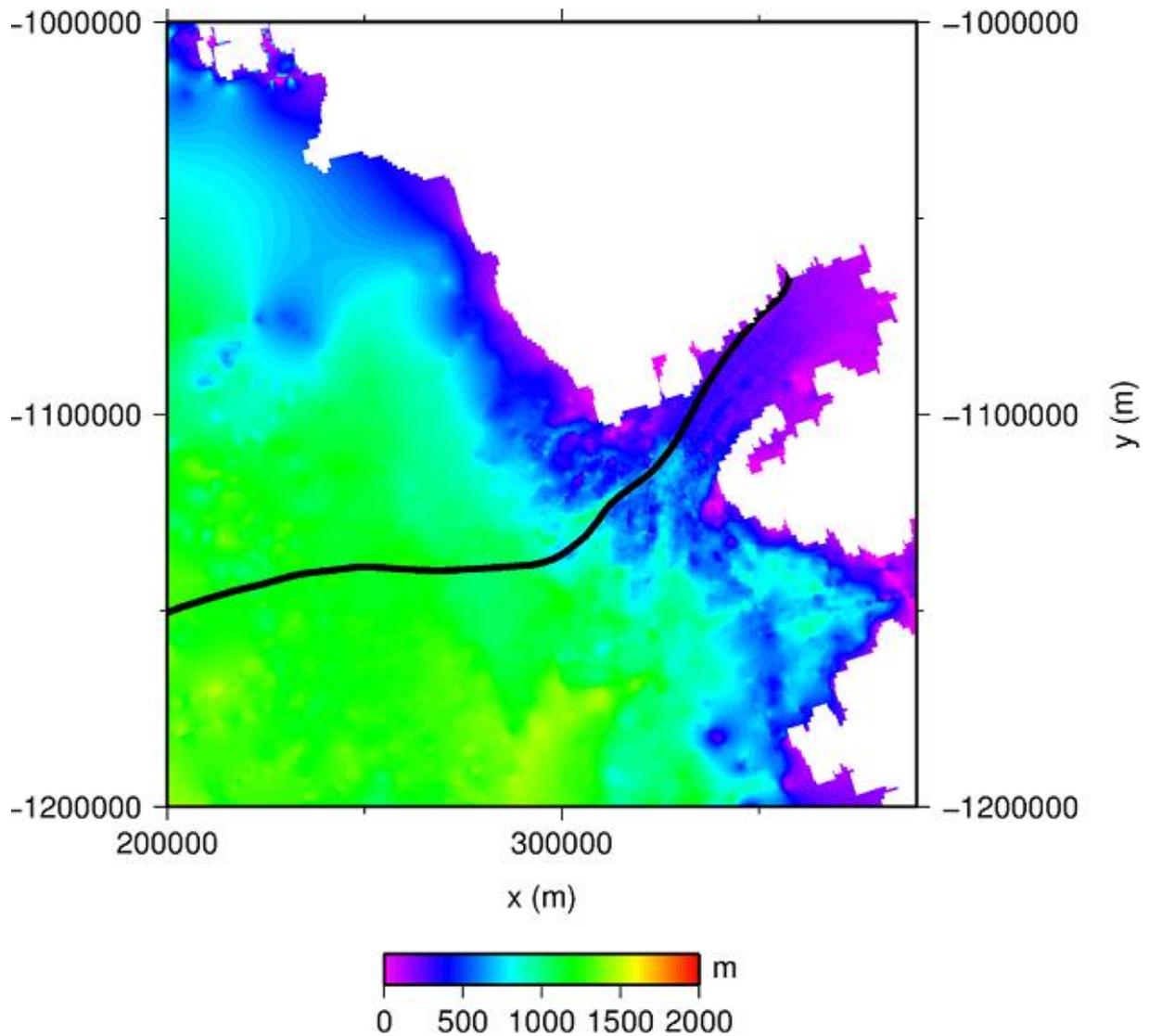


Abbildung 4: Verlauf der Fließlinie 4 (schwarz) über den 79 ° Nord Gletscher, dargestellt über die Eisdicke, weiß = Meerwasser

Die Eisdicke variiert auf der schwimmenden Gletscherzunge zwischen 100 und 500 m. Das Inlandeis ist deutlich dicker und weist Mächtigkeiten von 1000 bis zu 1500 m auf. Die Geometrie der Fließlinie variiert in Bezug auf die Eisunterseite (Abb. 5). Zur Gletscherfront hin nimmt die Eismächtigkeit immer weiter ab.

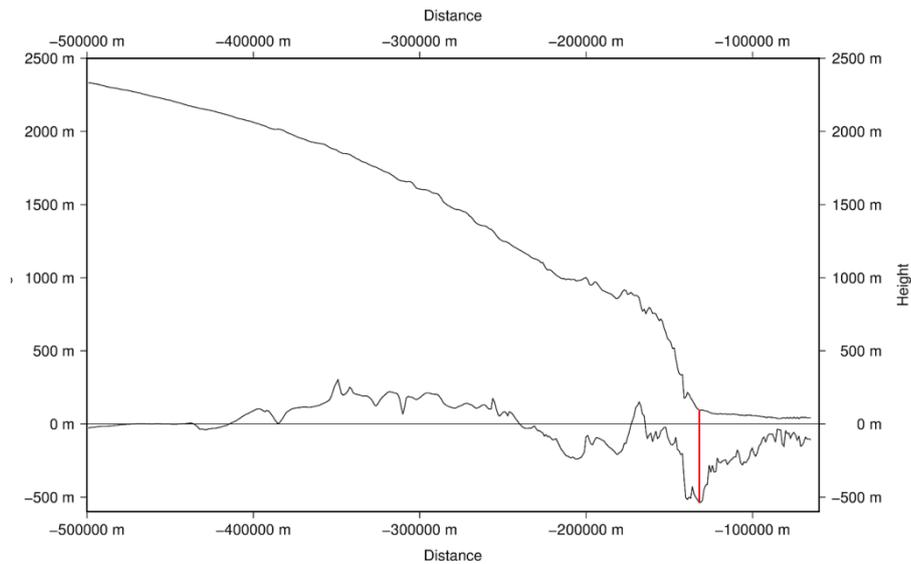


Abbildung 5: Geometrie der Fließlinie 4, in rot Position der Aufsetzlinie

Das Bett des Gletschers befindet sich auch bis zu 150 km stromaufwärts der Aufsetzlinie noch zwischen 100 und 400 m unterhalb des Meeresspiegels (Thomas et al, 2009). Dadurch kann sich die Aufsetzlinie leichter zurückziehen. Dies hat eine Instabilität für das Schelfeis zur Folge, da bei einem Rückzug das Schelfeis ausdünnen und zu einem noch weiteren Rückzug führen würde (Joughin et al, 2014). Unterhalb der schwimmenden Gletscherzunge liegt eine 900 m tiefe Senke des Meeresbodens, die sich zur Kalbungsfront hin auf etwa 200 m erhebt. In den letzten Jahren wurde beobachtet, dass warmes, salines Wasser aus dem Nordatlantik in die Senke eindringt und folglich zu erhöhten submarinen Schmelzraten führt (Mayer et al, 2000).

## 2. Theoretischer Hintergrund

In diesem Kapitel werden die theoretischen Hintergründe erläutert, auf denen das Modell basiert. Das Fließen von Eis kann durch Kontinuumsmechanik charakterisiert werden. Diese beschreibt die Bewegung und Deformation von Körpern als Antwort auf Kräfte. Dabei sind die Massepunkte im Körper kontinuierlich verteilt. Im Modell ist Eis ein viskoelastisches Nicht-Newton-Fluid. Gleichzeitig weist inkompressibles Eis eine Dichte von  $917 \text{ kg/m}^3$  auf.

Zur Beschreibung des Verhaltens von Eis werden Bilanzgleichungen genutzt wie zum Beispiel für die Masse und den Impuls. Sie müssen durch Konstitutivgleichungen ergänzt werden, da diese materialabhängig sind und primäre Variablen wie die Geschwindigkeit oder die Temperatur mit sekundären Variablen wie der Viskosität verknüpfen. Die nachfolgenden Formeln entstammen größtenteils den Vorlesungsskripten des Winter- und Sommersemesters von Prof. Dr. Angelika Humbert (2014) und Greve (2010).

### 2.1 Bilanzgleichungen

#### 2.1.1 Massenbilanz

Die allgemeine Form für die Massenbilanz eines inkompressiblen Materials ist

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0.$$

Diese Gleichung wird auch als die Kontinuitätsgleichung bezeichnet. Sie beinhaltet, dass das Geschwindigkeitsfeld frei von Quellen und Senken ist.

## 2.1.2 Impulsbilanz

Die Impulsbilanz lässt sich aus dem 2. Newtonschen Gesetz herleiten. Dies besagt, dass die Änderung des Impulses eines Körpers über die Zeit gleich der Summe der wirkenden Kräfte auf ihn ist. Dazu zählen die Produktion, die Zufuhr und der Fluss. Die Produktion ist nicht vorhanden und folglich eine konservierende Variable. Die Zufuhr beschreibt die Volumenkräfte (zum Beispiel Gravitationskraft), die von außen auf den Körper wirken. Der Fluss definiert die Oberflächenkräfte wie zum Beispiel die Scherspannung oder den Wasserdruck. Die Formel für die Impulsbilanz lautet

$$0 = \text{div } t_{ij} + \vec{f}$$

mit  $t_{ij}$  als der Cauchy Spannungstensor, der die Oberflächenkräfte symbolisiert. Dieser Spannungstensor ist symmetrisch aufgrund des Drehimpulses. Er besteht aus einem deviatorischen Teil  $t_{ij}^D$  und einem hydrostatischen Part  $p$ , der abhängig vom Druck ist

$$t_{ij} = t_{ij}^D - pI$$

mit  $p = -1/3t_{ij}$  und  $I$  als Identitätstensor. Da die Beschleunigung in vertikaler Richtung sowie die Corioliskraft zu klein sind, werden diese vernachlässigt und nur die effektive Gravitationskraft ( $pg$ ) als Volumenkraft betrachtet. Dies führt zur Impulsbilanz für Gletscher, die auch als Stokes Gleichung bezeichnet wird

$$\text{grad } p + \eta \Delta \vec{v} + (\text{grad } \vec{v} + \text{grad } \vec{v}^T) \text{grad } \eta + pg = 0$$

mit  $p = 917 \text{ kg/m}^3$  als Dichte für Eis und  $g$  als Erdbeschleunigung mit  $9,81 \text{ m/s}^2$ .

## 2.2 Konstitutivgleichungen

Da die Gleichgewichtsgleichungen materialunabhängig sind, werden sie durch Konstitutivgleichungen ergänzt. Sie beschreiben die Materialeigenschaften im Modell.

### 2.2.1 Verhalten von polykristallinen Eis

Gletschereis ist eine Ansammlung von Eiskristallen, die polykristallines Eis bilden. Die Orientierung der c-Achsen der einzelnen Eiskristalle ist zufällig in alle Richtungen und wird als isotrop bezeichnet.

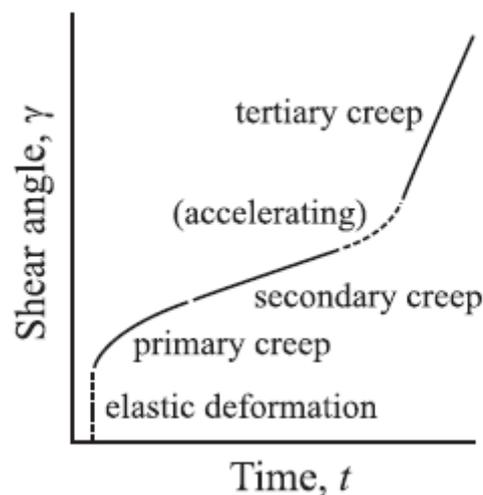


Abbildung 6: Kriechverhalten von Eis (Greve, 2010)

Auf eine Deformation reagiert Eis zunächst elastisch, erst danach beginnt es zu kriechen und verhält sich wie ein Fluid. Dabei führt die Deformation zu einer Verzerrung des Kristallgitters (Jellinek, 1956). Während des sogenannten primay creeps (primäres Kriechen) findet eine kontinuierliche Abnahme der Scherrate aufgrund der geometrischen Inkompatibilität statt. Diese ermöglicht einen Akkommodationsprozess. Wenn der Wert der Scherrate minimal ist, stellt sich der secondary creep (sekundäres Kriechen) ein. Hier bleibt die Scherrate eine kurze Zeit konstant. Im Anschluss steigt die Scherrate wieder und es kommt zum beschleunigten Kriechen. Zuletzt wird der tertiary creep (tertiäres Kriechen) erreicht, bei

dem die Scherrate stabil wird (Abb. 6). Das tertiäre Kriechen findet jedoch nur in Eisschilden statt, in denen sich eine Spannung über tausende von Jahren aufbaut.

### 2.2.2 Eis als Nicht-Newtonisches-Fluid

Bei polykristallinem Eis handelt es sich um ein Nicht-Newtonisches-Fluid, da das Verhältnis von Verzerrungsrate zur Spannung nichtlinear ist. Es ist jedoch einfacher, Eis zunächst als ein lineares Newtonsches-Fluid zu betrachten. Die allgemeine Form für die Spannung lautet

$$t_{ij}^D = 2\eta\dot{\epsilon}$$

wobei  $\dot{\epsilon}$  die Verzerrungsrate darstellt und  $\eta$  die Viskosität, die als Newtonsches-Fluid konstant ist, beim Nicht-Newtonischen-Fluid allerdings von der Verzerrungsrate und der Temperatur abhängt. Sie liegt in Größenordnungen von etwa  $10^{13} - 10^{17} \text{ N*s/m}^2$ . Die linearisierte Form des Verzerrungsratentensors lautet

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_{vi}}{\delta_{xj}} + \frac{\delta_{vj}}{\delta_{xi}} \right).$$

### 2.2.3 Glens Fließgesetz

Um das Kriechen von Eis zu verstehen, wurden viele Experimente im Labor durchgeführt, zum Beispiel von Glen (1955). Dabei wurde eine Last auf das Eis gelegt und das Verhalten des Eises beobachtet. Hieraus entstand das generalisierte Fließgesetz von Glen und Nye:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = A * E * t_{eff}^D{}^{n-1} * t_y^D$$

mit  $\dot{\epsilon}_{ij}$  als effektive Deformationsrate. A definiert den Patersons Ratefaktor, der die Arrhenius-Relation darstellt und eine Funktion von der Temperatur und dem Wassergehalt

ist. In dieser Studie wird  $A$  jedoch als konstant angenommen. Bei  $E$  handelt es sich um den Verstärkungsfaktor, der alle physikalischen Beiträge wie Verunreinigungen oder Brüche durch das Gleiten beinhaltet. Der Wert liegt zwischen 0 und 60.  $n$  beschreibt den Kriechexponenten, dessen Wert sich zwischen 1,5 und 4,2 befindet. In dieser Studie wird ein Mittelwert von 3 angenommen. Mit  $t_{\text{eff}}^D$  wird die effektive deviatorische Spannung beschrieben, welche die 2. Invariante des deviatorischen Spannungstensors darstellt. Wenn man die Inverse vom Glenschen Fließgesetz bildet, gelangt man zur Viskosität:

$$t_{ij}^D = 2\eta\dot{\epsilon}$$

mit

$$\eta = \frac{1}{2}(E * A)^{\frac{1}{n}} * \dot{\epsilon}^{-\frac{(1-n)}{n}}.$$

Das Glensche Fließgesetz ist besonders geeignet für die Berechnung des sekundären Kriechens von isotropem Eis. Wenn Gletscher oder Eisschilde fließen, kann es jedoch aufgrund hoher Temperaturen oder Spannungen auch zu tertiärem Kriechen kommen. Dies beinhaltet gleichzeitig, dass die Struktur des Eises anisotrop wird. Aus diesem Grund sind weitere Ergänzungen, die diesen Prozess im Modell beinhalten, nötig (Greve, 2010).

## 2.2.4 Rheologische Modelle und das Maxwell-Modell

In der Materialtheorie werden mathematische Modelle genutzt, um die Eigenschaften des Materials idealisiert, aber realistisch, darzustellen. Dabei vereinfachen Rheologische Modelle das viskoelastische Verhalten und zeigen die Reaktion auf eine Auflast. Die Rheologischen Modelle lassen sich in drei verschiedene Elemente aufteilen. Das erste ist die Feder (Hookesche Spring), die die Antwort eines elastischen Festkörpers auf eine Auflast betrachtet. Diese führt in diesem Fall zur Deformation des Körpers. Die zweite Möglichkeit ist die Dämpfung (Newtonian Dashpot) (Abb. 7). Hierbei wird die Reaktion eines viskosen Fluids dargelegt, das auf eine Auflast mit Fließen reagiert. Als letztes gibt es die Reibung (Friction). Dies sind die sogenannten St. Venant-Elemente, die die ideale plastische Antwort

repräsentieren. Es sind jedoch nur die Feder und die Dämpfung von Bedeutung in der Glaziologie.

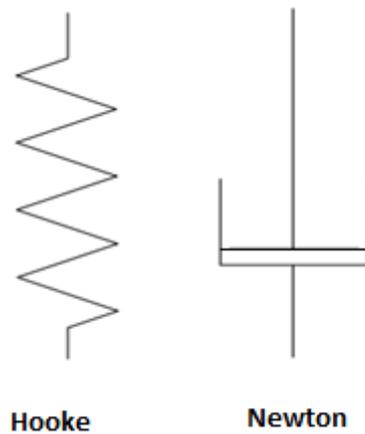


Abbildung 7: Hookesche Feder (links) und Newtonsche Dämpfung (rechts)

Es können zwei verschiedene Modelle zur Betrachtung des Kriechverhaltens von Eis herangezogen werden. Das Kelvin-Voigt-Modell stellt die Dämpfung und die Feder als Parallelschaltung dar. Auf langen Zeitskalen verhält sich dieses Modell wie ein Festkörper (Abb. 8).

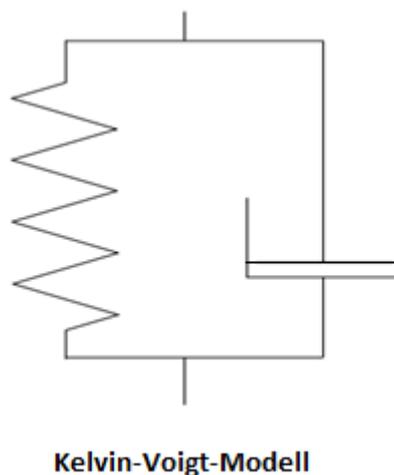


Abbildung 8: Kelvin-Voigt-Modell

Bei dem Maxwell-Modell handelt es sich um ein 2-Elemente-Modell. Im Gegensatz zum Kelvin-Voigt-Modell erfolgt zuerst die Hookesche Feder und anschließend die Dämpfung,

sodass das Material zunächst mit einer elastischen Deformation und erst danach mit viskosem Fließen reagiert. Auf langen Zeitskalen verhält es sich wie ein Fluid (Abb. 9).



**Maxwell-Modell**

Abbildung 9: Maxwell-Modell

Gudmundsson (2011) hat das Maxwell-Modell mit dem Burger-Modell verglichen. Das Burger-Modell ist ein 4-Elemente-Modell, das das Maxwell-Modell mit dem Kelvin-Voigt-Modell verknüpft und sowohl primäres als auch sekundäres Kriechen zeigt. Nach eingehender Betrachtung erfolgt die Schlussfolgerung, dass das weitaus einfachere Maxwell-Modell eine gute Annäherung für die Rheologie des Eises ist, da die Auswahl größerer Zeitschritte für Tiden (wie beispielsweise Stunden oder Tage) erfolgen kann und die Rechenzeit deutlich verkürzt ist.

Um eine Gleichung für das Maxwell-Modell zu erhalten, betrachtet man es als eine Serienschaltung. Die Gesamtspannung ist gleich der Spannungen in jedem einzelnen Element

$$t_{ij}^D = t_{ij E}^D = t_{ij V}^D.$$

Die totale Verzerrung ist die Summe der Verschiebungen aller Elemente

$$\varepsilon^D = \varepsilon_E^D + \varepsilon_V^D.$$

Da es sich bei der Hookeschen Feder um einen elastischen Part handelt, wird die Spannung als

$$t_{ijE}^D = 2G * \varepsilon_E^D$$

definiert. Die Newtonsche Dämpfung hingegen stellt den viskosen Teil dar und wird durch

$$t_{ijE}^D = 2\eta * \varepsilon_V^D$$

beschrieben. Diese beiden Gleichungen bilden vereint die totale Verzerrung:

$$\varepsilon^D = \frac{1}{2G} * t_{ijE}^D + \frac{1}{2\eta} * t_{ijV}^D.$$

Da die Spannungen in allen Elementen gleich sind, kann man

$$\varepsilon^D = \frac{1}{2G} * t_{ij}^D + \frac{1}{2\eta} * t_{ij}^D$$

schreiben. Dies gilt als die allgemeine Form für die Abweichungen vom Maxwell-Modell (Greve, 2010).

## 2.3 Randbedingungen

Um die Bilanzgleichungen zu vervollständigen, werden sogenannte Sprungbedingungen benötigt. Diese beschreiben die Veränderung einer Größe an einer Oberfläche, an der Diskontinuitäten auftreten können. Sie können als Randbedingungen interpretiert werden (Abb. 10).

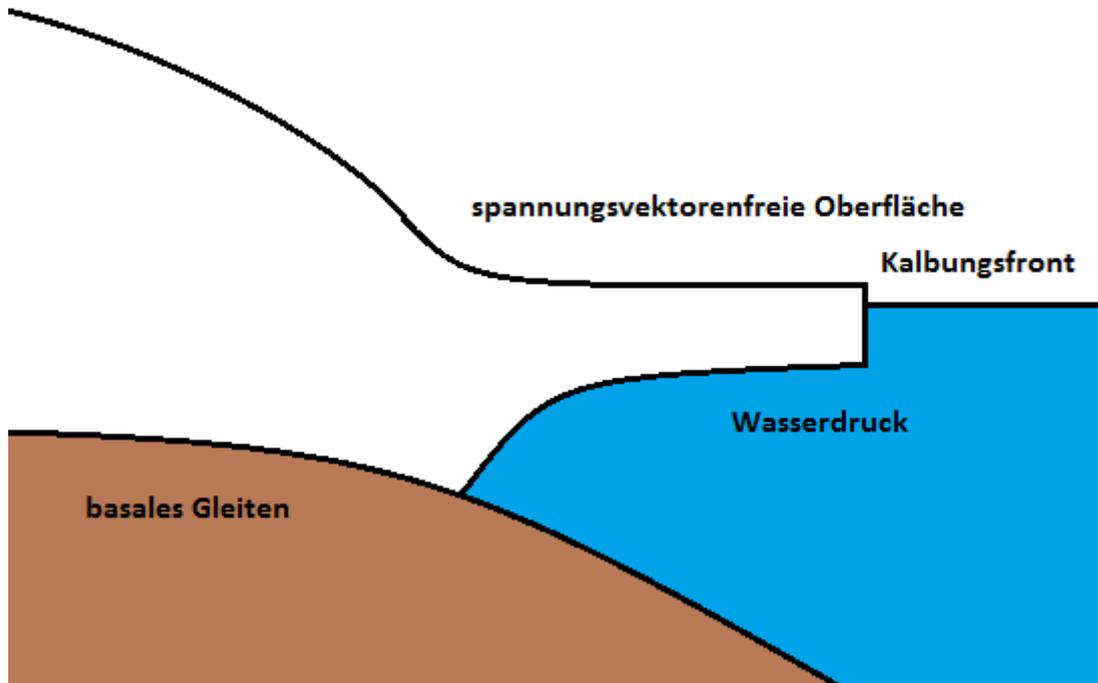


Abbildung 10: Schema für Randbedingungen

### 2.3.1 Eisoberseite

Die Oberseite des Eises kann als eine singuläre Oberfläche betrachtet werden. Dies bedeutet, dass die Oberfläche innerhalb eines Körpers physikalische Diskontinuitäten erfährt. Die Sprungbedingung für eine nichtmaterielle Oberfläche lautet

$$[\vec{t} * \vec{n}] - [p * \vec{v}((\vec{v} - \vec{w}) * \vec{n})] = 0$$

mit  $\vec{w}$  als Geschwindigkeit an der Oberfläche. Der zweite Term kann durch die Massenbilanz ausgeklammert werden. Es bleibt

$$[\vec{t} * \vec{n}] = \vec{t}_a * \vec{n} - \vec{t}_i * \vec{n}$$

mit  $\vec{t}_a$  als Traktion der Atmosphäre und  $\vec{t}_i$  als Traktion des Eises. Die Traktion der Atmosphäre setzt sich aus der Windspannung und dem atmosphärischen Druck zusammen und kann vernachlässigt werden, da beide Werte sehr klein sind. Des Weiteren muss

ebenfalls die Akkumulationsrate keine weitere Bedeutung finden, da der Druck dieser auf die Oberfläche zu gering ist. Folglich lautet die Sprungbedingung:

$$\vec{t}_i * \vec{n} = \vec{t} * \vec{n} = 0.$$

Diese Gleichung gilt als eine dynamische Randbedingung.

### 2.3.2 Eisunterseite

Auf einem ähnlichen Weg kann auch die Sprungbedingung für die Eisunterseite hergeleitet werden. Die Eisunterseite kann sowohl als eine materielle als auch als eine nichtmaterielle Oberfläche angesehen werden. Solange kein basales Schmelzen und keine Erosion stattfinden, ist sowohl das Eis als auch das Gestein eine materielle Oberfläche. Wenn lediglich das Eis abgerieben wird, jedoch nicht das Gestein, liegt das Eis als nichtmateriell und das Gestein als materiell vor. Sollte auf beiden Seiten Erosion stattfinden, sind beide nichtmateriell. Die Sprungbedingung an der Eisbasis lautet:

$$[\vec{t} * \vec{n}] - [p * \vec{v}((\vec{v} - \vec{w}) * \vec{n})] = 0.$$

Auch hier kann der zweite Term vernachlässigt werden, sodass

$$[\vec{t} * \vec{n}] = \vec{t}_i * \vec{n} - \vec{t}_b * \vec{n}$$

mit  $\vec{t}_b$  als Traktion des Felsbettes übrig bleibt. Gleichermaßen ist die Beschleunigung an der Basis so gering, dass sie vernachlässigt wird. Dies führt zur Sprungbedingung

$$\vec{t}_b * \vec{n} = \vec{t} * \vec{n},$$

wobei der Spannungsvektor kontinuierlich ist. Da wir über keine Informationen der Spannung im Sediment bzw. im Felsbett verfügen, können wir dies nicht als Randbedingung

nutzen. Aus diesem Grund wird das Gleitgesetz als dynamische Randbedingung verwendet. Das Weertman-Typ-Gleitgesetz lautet wie folgt:

$$v_n|_{z=hb} = C_b * \frac{|t_b|^{m-1}}{N^q} * t_b$$

mit  $C_b$  als Rauigkeitsparameter,  $N$  als effektive Normalspannung und  $m$  und  $q$  als Spannungsexponenten.

Da der Gletscher sowohl auf dem Felsbett aufliegt als auch im Wasser schwimmt, muss man diese Fälle unterscheiden. Wenn das Eis frei im Wasser schwimmt, beträgt die Scherspannung lediglich 0,025 Pa und kann vernachlässigt werden. Die Normalspannung muss folglich dem Wasserdruck entsprechen:

$$t * (t_{ij} * n) = 0$$

$$n * (t_{ij} * n) = -p_w * g(z_{sl}(t) - z_b) * n$$

mit  $z_b$  als Eisbasis. Dieser Wert ist immer negativ, sodass Flut immer zu einem erhöhten Normaldruck führt (Greve, 2010).

### 2.3.3 Kalbungsfront

Die Kalbungsfront wird als die Stelle definiert, an der Eisberge kalben und fortan frei im Wasser schwimmen. Die Sprungbedingung ist abhängig vom Druck des Meerwassers  $p_{sw}$

$$t * n = -p_{sw} * n.$$

Der Meerwasserdruck ist gegeben über

$$p_{sw} = 0 \quad \text{für } z \geq z_{sl}$$

$$p_{sw} = p_{sw} * g(z_{sl} - z) \quad \text{für } z \leq z_{sl}$$

mit  $z_{sl}$  als Höhe des Meeresspiegels.

### **2.3.4 Eisscheide**

Als Eisscheide wird der Punkt beschrieben, an dem das Eis in verschiedene Richtungen fließt. An dieser Stelle gibt es keine treibende Spannung, da keine Hangneigung vorliegt. Die dynamische Randbedingung ist gegeben durch

$$(t_{ij} * n) * t_x = 0$$

mit  $t_x$  als Tangentenvektor in horizontaler Richtung, d.h. es liegt keine tangential Spannung an der Eisscheide vor.

## **3. Methode**

In diesem Kapitel wird die Umsetzung des viskoelastischen full-Stokes-Modells anhand der Finite-Elemente-Methode in COMSOL vorgestellt.

### **3.1 Implementierung**

Für die Implementierung des full-Stokes-Problems wurde COMSOL Multiphysics verwendet. Hierbei handelt es sich um eine Software, die auf partiellen Differentialgleichungen basiert und die Simulation in 1, 2 und 3 Dimensionen ermöglicht. Es eignet sich, um Probleme aus der Geo- und Strömungsmechanik sowie der Wärmeausbreitung zu lösen. Durch die Möglichkeit, partielle Differentialgleichungen selbstständig festlegen zu können, lassen sich verschiedene physikalische Fragestellungen miteinander verbinden. Im Folgenden wurde die COMSOL Multiphysics Version 4.4 benutzt.

Zur Lösung des full-Stokes wurde die Finite-Elemente-Methode verwendet. Bei dieser Methode kann ein unstrukturiertes Gitter berechnet werden, indem es aus einer Ansammlung simpler geometrischer Formen (der finiten Elemente) zusammengesetzt wird. Durch diese finiten Elemente ist es möglich, Annäherungsfunktionen zu generieren.

COMSOL Multiphysics besitzt eine Benutzeroberfläche, die als GUI (Graphical User Interface) bezeichnet wird (Abb. 11). Der Vorteil dieser besteht in ihrer Übersichtlichkeit, allerdings lassen sich darin Parameter nur umständlich ändern. Um diesen Prozess zu beschleunigen, wurden Javaskripte angefertigt und genutzt.

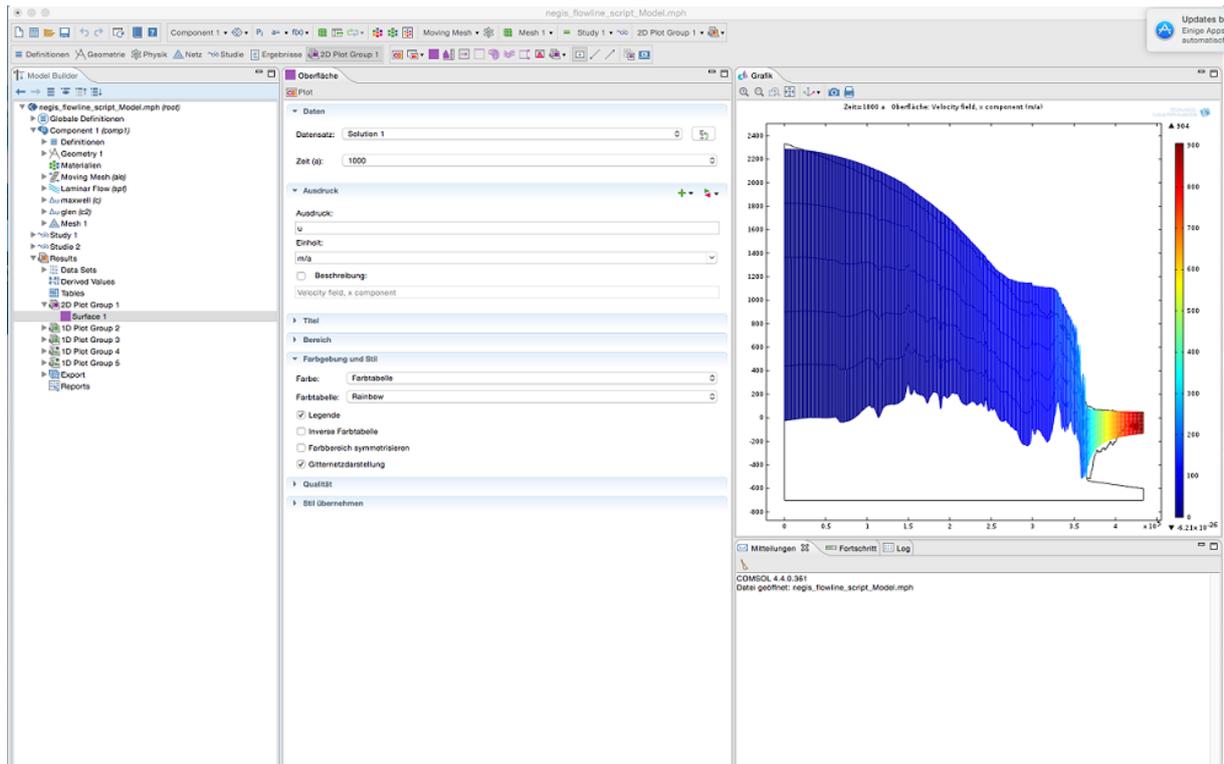


Abbildung 11: Benutzeroberfläche in Comsol Multiphysics

Das verwendete Programm besteht aus drei Sektionen: Links befindet sich der *Model Builder*, in dem das Menü aufgezeigt wird, das aus mehreren Unterpunkten besteht (Abb. 12). In der Mitte ist ein Fenster, das die Eigenschaften der Knotenpunkte darstellt. Ganz rechts befindet sich die Graphik. Unter dem Knotenpunkt *Globale Definitionen* im *Model Builder* werden die Parameter festgelegt, die für das ganze Modell gelten. Die verwendeten Parameter sind in Tab. 1 aufgelistet. Der Knotenpunkt *Model* besteht aus mehreren Unterpunkten. Unter *Definitionen* können Variablen lokal bestimmt werden, zum Beispiel die Eigenschaften der Gezeiten oder die Wellenform. Mittels *Geometrie* lässt sich die Form des betrachteten Körpers festlegen. Im Rahmen dieser Masterarbeit wurde die Geometrie von Dr. Martin Rückamp erstellt. Der Unterpunkt *Materialien* wurde nicht genutzt. Durch das *Moving Mesh* werden die Randbedingungen evolutioniert und gelöst. Anhand von *Physik* kann die Physik für den Gletscher bestimmt werden, u.a. die die Geschwindigkeit beeinflussenden Eigenschaften wie beispielsweise der Laminare Fluss oder das Maxwell-Modell. Der letzte Unterpunkt in diesem Menü ist das *Netz*, bei dem das benutzerdefinierte Gitter eingestellt werden kann.

Als weiterer Knotenpunkt folgt die *Studie*, an dem entweder ein vorgefertigter Löser verwendet oder ein eigener Löser erstellt wird. Der letzte Knotenpunkt sind die *Ergebnisse*, in denen die berechneten Daten oder Plots dargestellt werden.

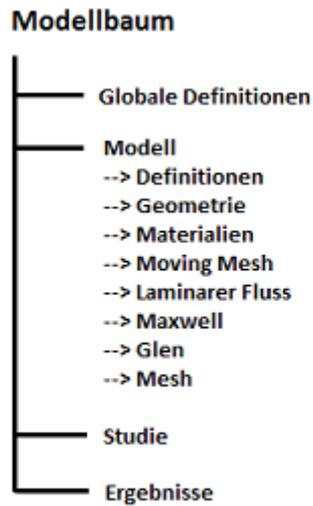


Abbildung 12: Modellbaum aus der Benutzeroberfläche in COMSOL Multiphysics

Tabelle 1: Parameter

<b>Name</b>	<b>Wert</b>	<b>Einheit</b>	<b>Beschreibung</b>
rho_Eis	917	kg/m <sup>3</sup>	Dichte des Eises
rho_Wasser	1027	kg/m <sup>3</sup>	Dichte des Wassers
g	9,81	m/s <sup>2</sup>	Erdbeschleunigung
n	3		Kriechexponent
A	5,00E-25		Ratefaktor
m	1		Gleitexponent
smb	0,5	m/a	Surface Mass Balance
Ee	1,40E+10		E-Modul
nue	0,41		Poissonzahl
mw	1		Maxwell Switch
spy	365*24*60*60		Sekunden pro Tag
z_sl0	30	m	Meeresspiegelhöhe

## 3.2 Geometrie

In COMSOL Multiphysics können vorhandene Formen (zum Beispiel Kreise oder Rechtecke) ausgewählt werden, anhand derer sich die Geometrie zusammensetzen lässt. Es ist jedoch auch möglich, eine eigene Geometrie über Gleichungen oder Koordinaten in das Programm zu laden. Im Folgenden wurde die zweite Möglichkeit genutzt.

Vor Beginn der Masterarbeit wurden bereits diverse Fließlinien auf dem 79 ° Nord Gletscher bestimmt. Anhand dieser wurden Daten aus verschiedenen Gittern von Bamber et al, 2013 (Eisoberseite, Eisunterseite, Eisdicke) extrahiert, um die benötigten Werte an den Positionen der Fließlinien zu erhalten. Zugleich wurden Flüge aus den Jahren 1998 (Flugnummern 983509, 983510, 983513) und 2013 (Flugnummer 20132607) ausgewertet und für die Bodentopographien Ausgleichsgeraden erstellt, da die Extraktion der Fließlinien am Felsbett nicht erfolgreich war. Aus diesen Daten hat Dr. Martin Rückamp ein Modell erstellt und dieses im Gleichgewichtszustand berechnet. Dazu wird der Rauigkeitsparameter  $C_b$  durch eine Funktion eines Kontrollmodells angenähert, die die Differenz des gemessenen Geschwindigkeitsfeld zum Modellierten betrachtet. Wenn  $C_b$  höher ist, liegt folglich eine langsamere Geschwindigkeit vor. Diese Funktion ermöglicht die Annäherung des Rauigkeitsparameters, sodass die gemessene Oberflächengeschwindigkeit in etwa der modellierten entspricht (Morlighem et al, 2010).

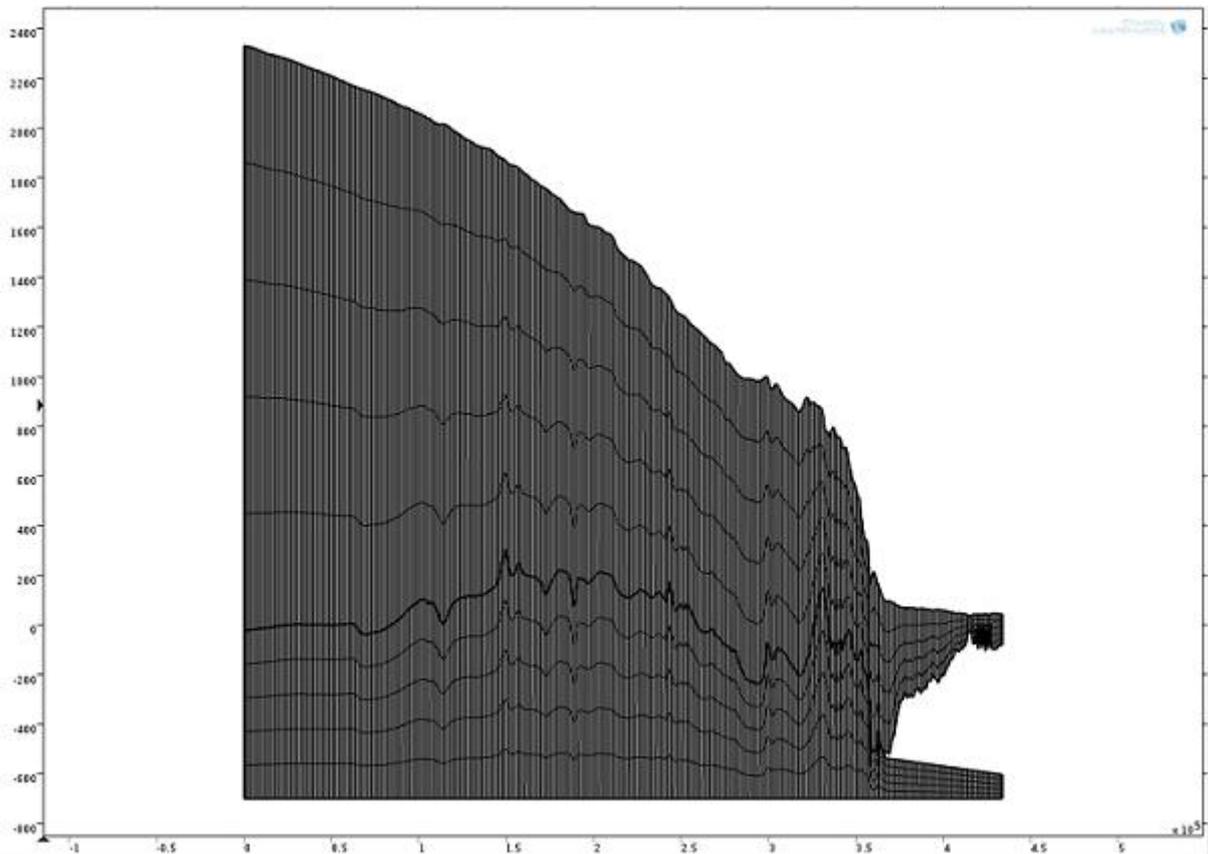


Abbildung 13: Gitter der Fließlinie 4

Das Modell des 79° Nord Gletschers besteht aus 3 Teilen. Der erste Teil des Gletschers befindet sich auf dem Festland und steht folglich nur in Kontakt mit dem Felsbett. Der zweite Part liegt im Gebiet der Aufsetzlinie und kann migrieren. Der letzte Abschnitt stellt die frei fließende Gletscherzunge dar (Abb. 13).

Die Eismächtigkeit an der Eisscheide beträgt etwa 2400 m, an der Gletscherfront nur noch etwa 150 bis 200 m. Auf etwa halber Strecke zwischen der Eisscheide und der Gletscherfront ist das Eis noch circa 1300 m dick. Kurz vor dem Bereich der Aufsetzlinie erfolgt eine starke Abnahme der Eismächtigkeit von 1100 m auf etwa 350 m zu Beginn der Schwimmzunge. Die dargestellte Länge des Gletschers von der Scheide bis zur Front beträgt 435 km.

Die Eisunterseite ist sehr rau und dadurch schwer darzustellen, sodass aus diesem Grund eine Ausgleichsgerade für das Felsbett angelegt wurde. Die Oberseite stromaufwärts der Aufsetzlinie ist sehr glatt.

### 3.3 Gitter

Das Gitter ist ein strukturiertes Gitter aus rechteckigen Elementen (Abb. 14). Es setzt sich aus insgesamt zehn vertikalen Schichten zusammen, wovon jeweils fünf im Eis und fünf im Felsbett vorkommen. Diese Schichten sind ausreichend für isothermale Modelle, wohingegen thermale Modelle mehr Schichten in Richtung Boden hin benötigen. Eine Gitterhöhe an der Eisscheide entspricht in der Realität etwa 300 m. Die horizontale Auflösung des Gitters ist weitaus wichtiger, um Bewegungen an der Aufsetzlinie zu zeigen. In diesem Modell beträgt sie etwa 1 km. An den jeweiligen Knotenpunkten des Gitters wird dann die Differentialgleichung gelöst.

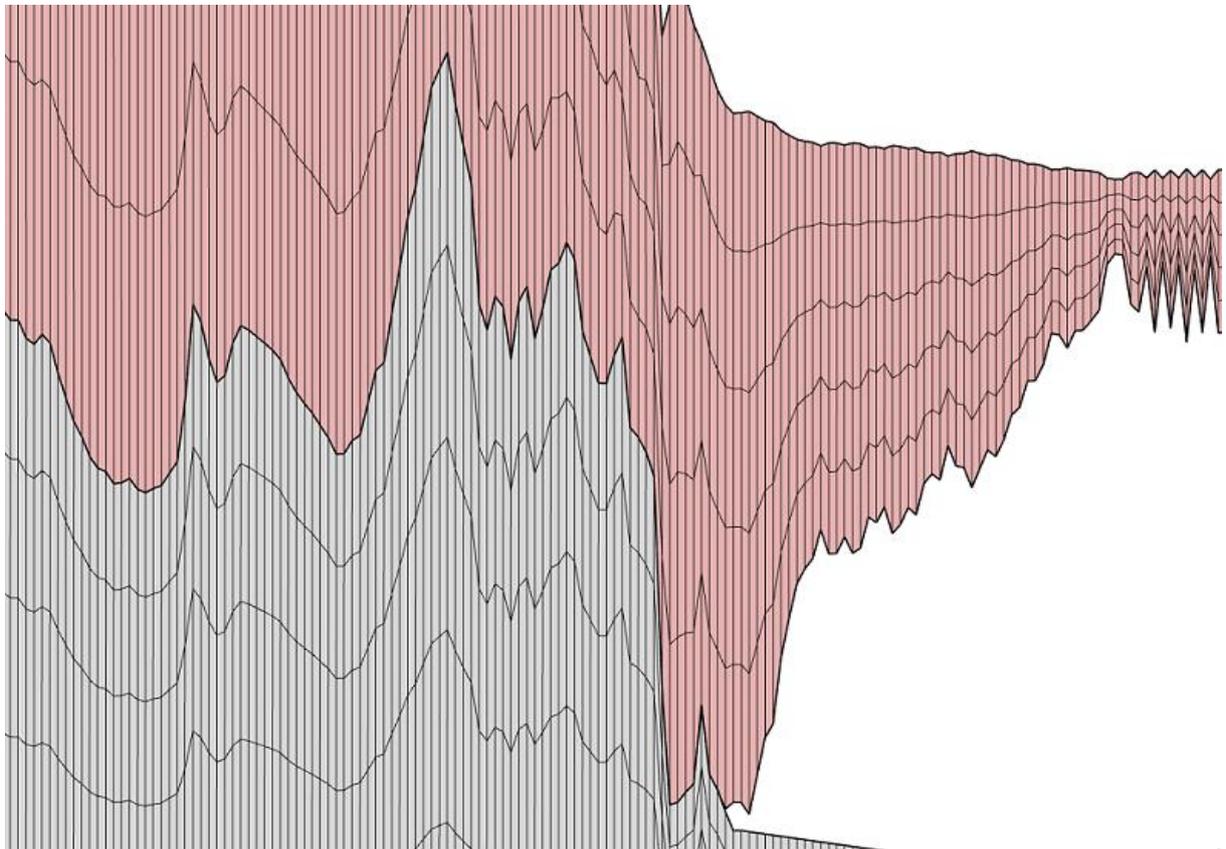


Abbildung 14: Nahaufnahme des Gitters an Position der Aufsetzlinie, rot = Eis, grau = Felsbett

### **3.4 Weiterentwicklung des idealisierten Modells**

Das von Sebastian Beyer in seiner Masterarbeit genutzte Modell ist immer über die GUI in COMSOL Multiphysics bearbeitet worden. Dies stellt eine große Fehlerquelle dar, da alles per Hand geändert werden muss und somit einige Flüchtigkeitsfehler erfolgen können. Des Weiteren ist es sehr zeitintensiv. Aus diesem Grund wurde ein Javaskript erstellt, das diesen Vorgang automatisiert und somit deutlich beschleunigt (Abb. 15).

Dazu wurde das idealisierte Modell als Javafile abgespeichert. Viele Syntaxen (zum Beispiel für die Geometrie) wurden gelöscht und die Übrigen nach dem Modellbaumschema sortiert. Die zu ergänzenden Teile für das Modell waren einige Parameter, das Gitter, die Physik (Formeln für Maxwell und Glen, Laminarer Fluss) sowie die Studie und der Löser. Im Anschluss wurde noch eine Funktion eingefügt, damit auch das Exportieren der Daten automatisiert werden kann, um schneller Graphiken anfertigen zu können.

```

negis_flowline_script_realtides.java
negis_flowline_script_realtides.java No Selection
let i=(nw==1,2*ny*test(eps_xy_2_d),spf.mu*(test(vx)+test(uy))) ;
model.physics("spf").feature("fp1").featureInfo("info").set("spf.K_stress_tensor_testxy", 0, new String
[]{"if(nw==1,2*ny*test(eps_xy_2_d),spf.mu*(test(uy)+test(vx)))"});
model.physics("spf").feature("fp1").featureInfo("info").set("spf.K_stress_tensor_testyy", 0, new String
[]{"if(nw==1,2*ny*test(eps_yy_2_d),2*spf.mu*test(vy))"});

// interne Variable für Maxwell Modell
model.physics().create("c", "CoefficientFormPDE", "geom1", new String[]{{"eps_xx_2_d", "eps_xy_2_d",
"eps_yy_2_d"}});
model.physics("c").field("dimensionless").field("eps_2");
model.physics("c").field("dimensionless").component(new String[]{"eps_xx_2_d", "eps_xy_2_d",
"eps_yy_2_d"});
model.physics("c").selection().set(new int[]{});
model.physics("c").prop("ShapeProperty").set("shapeFunctionType", 1, "shdisc");
model.physics("c").prop("ShapeProperty").set("order", 1, "1");
model.physics("c").selection().set(new int[]{});
model.physics("c").feature("cfeq1").set("c", 1, new String[]{"0", "0", "0"});
model.physics("c").feature("cfeq1").set("c", 5, new String[]{"0", "0", "0", "0", "0"});
model.physics("c").feature("cfeq1").set("c", 9, new String[]{"0", "0", "0", "0", "0"});
model.physics("c").feature("cfeq1").set("a", 1, "ny");
model.physics("c").feature("cfeq1").set("a", 5, "ny");
model.physics("c").feature("cfeq1").set("a", 9, "ny");
model.physics("c").feature("cfeq1").set("f", 1, "nupde+ux");
model.physics("c").feature("cfeq1").set("f", 2, "nupde+1/2*(uy+vx)");
model.physics("c").feature("cfeq1").set("f", 3, "nupde+vy");
model.physics("c").feature("cfeq1").set("da", 1, "nupde");
model.physics("c").feature("cfeq1").set("da", 5, "nupde");
model.physics("c").feature("cfeq1").set("da", 9, "nupde");
model.physics("c").name("maxwell");

// GLEN
/*
model.physics().create("c2", "CoefficientFormPDE", "geom1", new String[]{{"nupde"}});
model.physics("c2").field("dimensionless").field("nupde");
model.physics("c2").field("dimensionless").component(new String[]{"nupde"});
model.physics("c2").selection().set(new int[]{});
model.physics("c2").name("glen");
model.physics("c2").prop("ShapeProperty").set("shapeFunctionType", 1, "shdisc");
model.physics("c2").prop("ShapeProperty").set("order", 1, "1");
model.physics("c2").selection().set(new int[]{});
model.physics("c2").feature("cfeq1").set("c", 1, new String[]{"0", "0", "0"});
model.physics("c2").feature("cfeq1").set("a", 1, "1");
model.physics("c2").feature("cfeq1").set("f", 1, "nu");
model.physics("c2").feature("cfeq1").set("da", 1, "0");
*/

// Studie deaktivieren
model.study("std1").feature("stat").active(false);
model.study("std1").feature("time").active(false);
model.study("std1").feature("time2").active(false);

// Löser
model.study().create("std2");
model.study("std2").feature().create("time", "Transient");
model.sol().create("sol5");

```

Abbildung 15: Javaskript, als Beispiel der Syntax für das Maxwell Modell und für Glen (auskommentiert)

Es existieren vier verschiedene Möglichkeiten, wie das Skript ausgeführt wird. Die erste Variante ist, dass sowohl der Löser als auch das Exportieren der Daten auf 0 gestellt wird. Dadurch werden lediglich die Variablen, die Physik und der Löser in das Modell eingetragen, aber es wird noch keine Berechnung vollzogen. Wenn der Löser auf 1 geregelt wird (das Exportieren der Daten bleibt weiterhin auf 0), wird das Modell zwar gelöst, jedoch keine Daten herausgeschrieben. Dies ist auch in umgekehrter Art und Weise denkbar. Sollten beide Einstellungen auf 1 geschaltet sein, wird zunächst das full-Stokes-Problem im Modell gelöst und anschließend die Daten exportiert.

Es können immer wieder mit geringerem Veränderungsauswand kurzfristig Variablen wie zum Beispiel das E-Modul oder Zeitschritte geändert werden. Nachfolgend muss das Javafile

kompiliert werden, sodass das Programm in eine andere Sprache umgewandelt wird, um es im Anschluss als Runjob in der Kommandozeile laufen zu lassen.

Die Datei, die als Eingabe für das Javafile dient, ist das Modell, das die reale Geometrie des 79 NG enthält. Zusätzlich sind noch weitere Parameter vorhanden. Nach den Berechnungen wird ein neues Modell herausgeschrieben, das alle Lösungen enthält, sodass das Ursprungsmodell immer wieder als Vorgabe genutzt werden kann.

Um die Richtigkeit des erstellten Javaskripts zu verifizieren, muss zweimal das gleiche Szenario eines Modells berechnet werden. Hierzu wurde die idealisierte Geometrie von Sebastian Beyer genutzt. Ein Szenario wurde, wie vorher auch, in der Benutzeroberfläche in COMSOL berechnet. Für das zweite Szenario wurde die Lösung mittels des Javaskriptes ermittelt. Anschließend wurden die Geschwindigkeiten an fünf Punkten stromaufwärts der Aufsetzlinie gegen die Zeit als Graphik in Python dargestellt und beide Ergebnisse miteinander verglichen.

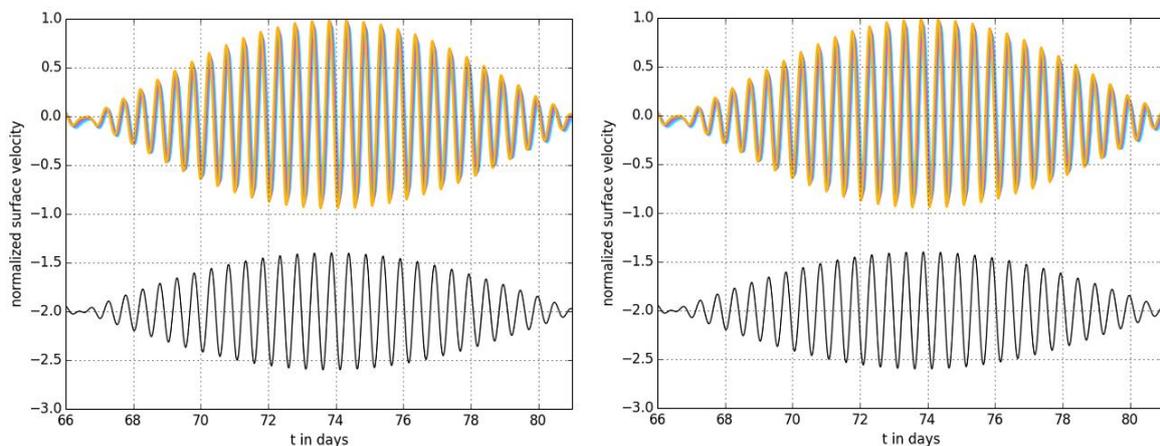


Abbildung 16: Vergleich von dem in COMSOL Multiphysics gerechneten Modell (links) zu dem mit dem Javaskript erstellten und über die Kommandozeile gerechneten Modell (rechts)

Wie Abb. 16 beweist, sind die errechneten Ergebnisse für die beiden Szenarien identisch, sodass folglich fortan nur noch das Javaskript zur Lösung des full-Stokes-Problems genutzt wird.

## 4. Experimente und Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die einzelnen Experimente sowie deren Ergebnisse vorgestellt.

### 4.1 Experimente

In jedem der Experimente wurden verschiedene Tidenszenarien modelliert, da es unterschiedliche Gezeiten aufgrund der Gravitationskraft von Mond und Sonne gibt. In unseren Experimenten betrachten wir drei verschiedene Szenarien. Die erste Tide besteht aus einer Welle mit einer Dauer von 15 Stunden und einer Amplitude von 0,3 m. In dem Szenario  $M_2S_2$  werden zwei halbtägliche Gezeiten angelegt, die sich überlagern. Bei  $M_2$  handelt es sich um eine etwa halbtägliche Dauer von 12,420 Stunden. Diese ist auf die Rotation des Mondes bezogen, der dafür circa 25 Stunden benötigt.  $S_2$  beschreibt die Rotation der Sonne mit einer Dauer von 12 Stunden. Auch in diesem Szenario wurde eine Amplitude von 0,3 m angelegt.

Des Weiteren wurden die gemessenen Tiden des 79 NG Gletschers zur Verfügung gestellt. Diese wurden von einem Forschungssatelliten bestimmt, der die Höhe des Meeresspiegels gemessen hat. Die Dauer der Beobachtung betrug ein Jahr, in dem jede Minute der Meeresspiegel gemessen wurde. Da in unseren Experimenten lediglich 90 Tage modelliert werden, wurden die Daten für diesen Zeitraum für ein Intervall von 10 Minuten extrahiert. Die Amplituden betragen meistens zwischen 0,4 m bis 0,8 m. Etwa alle 27 Tage werden die Tiden deutlich geringer auf etwa 0,1 m bis 0,2 m (Abb. 17). Dies ähnelt sehr dem monatlichen Tidenbestandteil  $M_m$ , der eine Dauer von 661,311 Stunden besitzt. Folglich finden innerhalb der 90 Tage drei Zyklen statt.

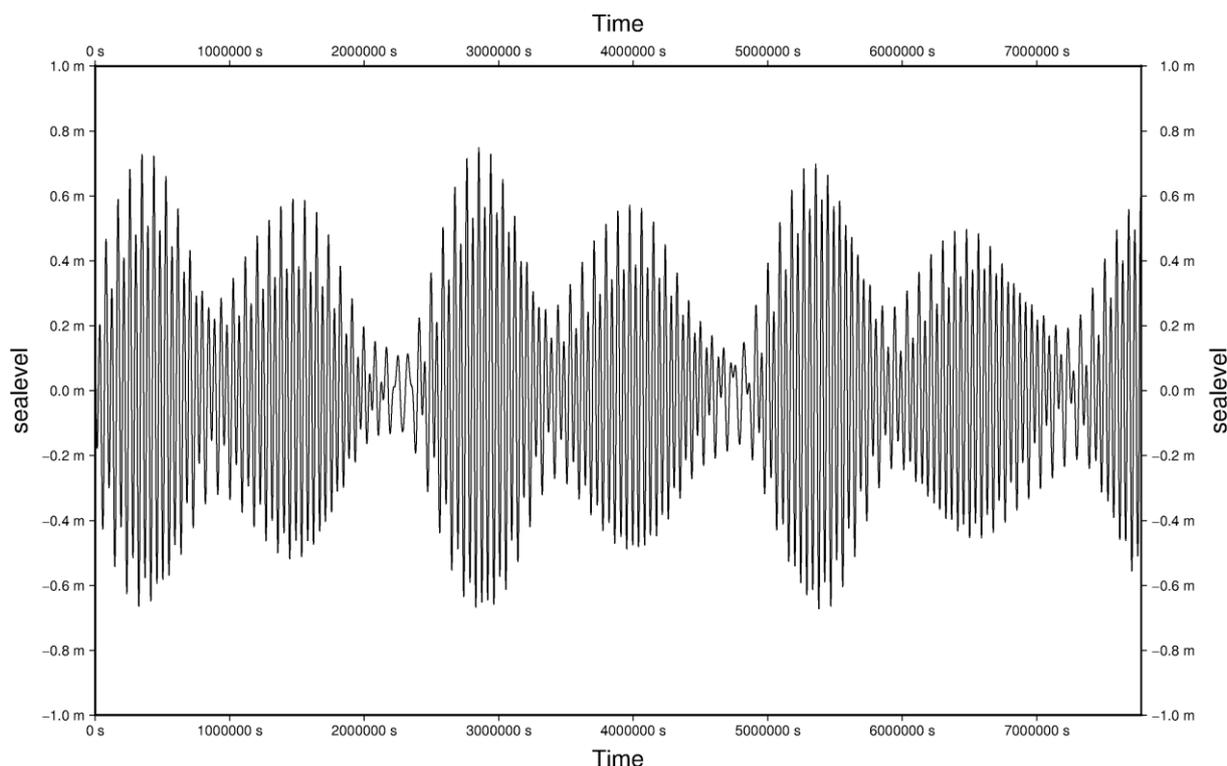


Abbildung 17: Real gemessene Tiden am 79 ° Nord Gletscher für einen Zeitraum von 90 Tagen

Der Schwerpunkt der Simulation liegt darauf, die Fließgeschwindigkeit des Eises sowie die eventuelle Bewegung der Aufsetzlinie zu modellieren. Deswegen werden die Fließgeschwindigkeiten für verschiedene Tidenszenarien und diverse Materialparameter modelliert. Für alle Fälle wird zunächst ein pur viskoses Szenario gerechnet. Anschließend werden die Experimente für den viskoelastischen Fall wiederholt. Dazu wird das Maxwell-Modell angelegt mit einem E-Modul von  $1,4e10$  Pa. Um den Einfluss des E-Moduls besser zu verstehen, werden einige Szenarien für weitere E-Module berechnet.

Die Experimente werden in lineares Gleiten und nichtlineares Gleiten unterteilt. Das erste Experiment betrachtet das lineare Gleiten von Eis mit  $m=1$ . Die Simulation erfolgt mit den drei unterschiedlichen Tidenszenarien und der beschriebenen Geometrie aus 3.2. In diesem Experiment befindet sich die Aufsetzlinie immer an der gleichen Position von  $x_{grl}=366147$  m, da die Amplituden der Tiden zu gering für eine Migration sind.

Die Experimente werden über eine Dauer von 90 Tagen gerechnet mit Zeitschritten von 30 Minuten. Die Lösungszeit für die einzelnen Modelle beträgt etwa 7 bis 16 Stunden. Die Ergebnisse werden im Folgenden in Kapitel 4.2.1 gezeigt.

Als zweites Experiment dient die Simulation des nichtlinearen Gleitens mit  $m=\frac{1}{3}$  wie in der Studie von Gudmundsson (2011). Überdies erfolgen die gleichen Einstellungen wie bei Experiment 1. Die Ergebnisse des nichtlinearen Gleitens werden in 4.3.2 genannt.

Es wird nachträglich noch ein drittes Experiment hinzugefügt, da die modellierten Geschwindigkeiten nicht den real gemessenen Geschwindigkeiten entsprechen. Deswegen wird ein neues Modell aufgesetzt, das auf der Eisunterseite freies Gleiten als Randbedingung besitzt.

## 4.2 Ergebnisse

### 4.2.1 Experiment 1: Lineares Gleiten

Im Folgenden wird in den Grafiken nicht mehr die gesamte Dauer des Experiments von 90 Tagen betrachtet, sondern nur noch ein kleinerer Zeitraum, um Veränderungen deutlicher zu machen. Dazu wird ein Zeitraum von 66 - 81 Tagen ausgewählt, da dies einem Tidenzyklus von  $M_2S_2$  entspricht. Um bessere Vergleiche mit den anderen Tiden zu erhalten, werden auch diese Simulationen über den genannten Zeitraum dargestellt. Des Weiteren werden die linearen Trends aus den Ergebnissen herausgefiltert. Im Anschluss werden die Ergebnisse noch normiert, indem sie durch ihr Maximum geteilt werden. Um den Meeresspiegel ebenfalls in den Abbildungen zu zeigen, muss dieser bei den Szenarien von 15 Stunden und  $M_2S_2$  um 2 m nach unten verschoben werden und bei den realen Tiden um 32 m.

Abb. 18 zeigt die Ergebnisse für den viskosen Fall sowie für ein E-Modul von  $1,4e10$  Pa für eine Sinuswelle mit einer Länge von 15 Stunden. Bei der viskosen Simulation liegen alle Positionen stromaufwärts übereinander. Sowohl der Verlauf als auch die Position der Maxima sind identisch. Lediglich die Amplituden bei den Maxima und Minima sind unterschiedlich hoch. Wenn man die Oberflächengeschwindigkeit mit dem Tidensignal vergleicht, wird deutlich, dass bei Flut die Geschwindigkeit am geringsten ist und bei Ebbe am höchsten. Dieses Verhalten ist auch bei der Modellierung unter Verwendung des

Maxwell-Modells erkennbar. Durch die Viskoelastizität tritt allerdings eine Phasenverschiebung auf.

Die unteren Teile der Abbildung (c und d) stellen eine Nahaufnahme dar, bei der bei etwa 72 Tagen in das Modell gezoomt wurde. Bei der pur viskosen Simulation ist die Position der Maxima identisch, d.h. die höchsten Amplituden treten alle – unabhängig von der Entfernung zur Aufsetzlinie – am gleichen Zeitpunkt auf. In der rechten Nahaufnahme (d) wird die Phasenverschiebung für das Maxwell-Modell deutlich, da es kein gemeinsames Maximum gibt. Zuerst erreicht die Distanz von 1 km stromaufwärts ihre höchste Oberflächengeschwindigkeit. Je weiter man sich stromaufwärts von der Aufsetzlinie entfernt, desto stärker sind die Amplituden phasenverschoben, sodass bei 9 km zuletzt die maximale Oberflächengeschwindigkeit erreicht wird.

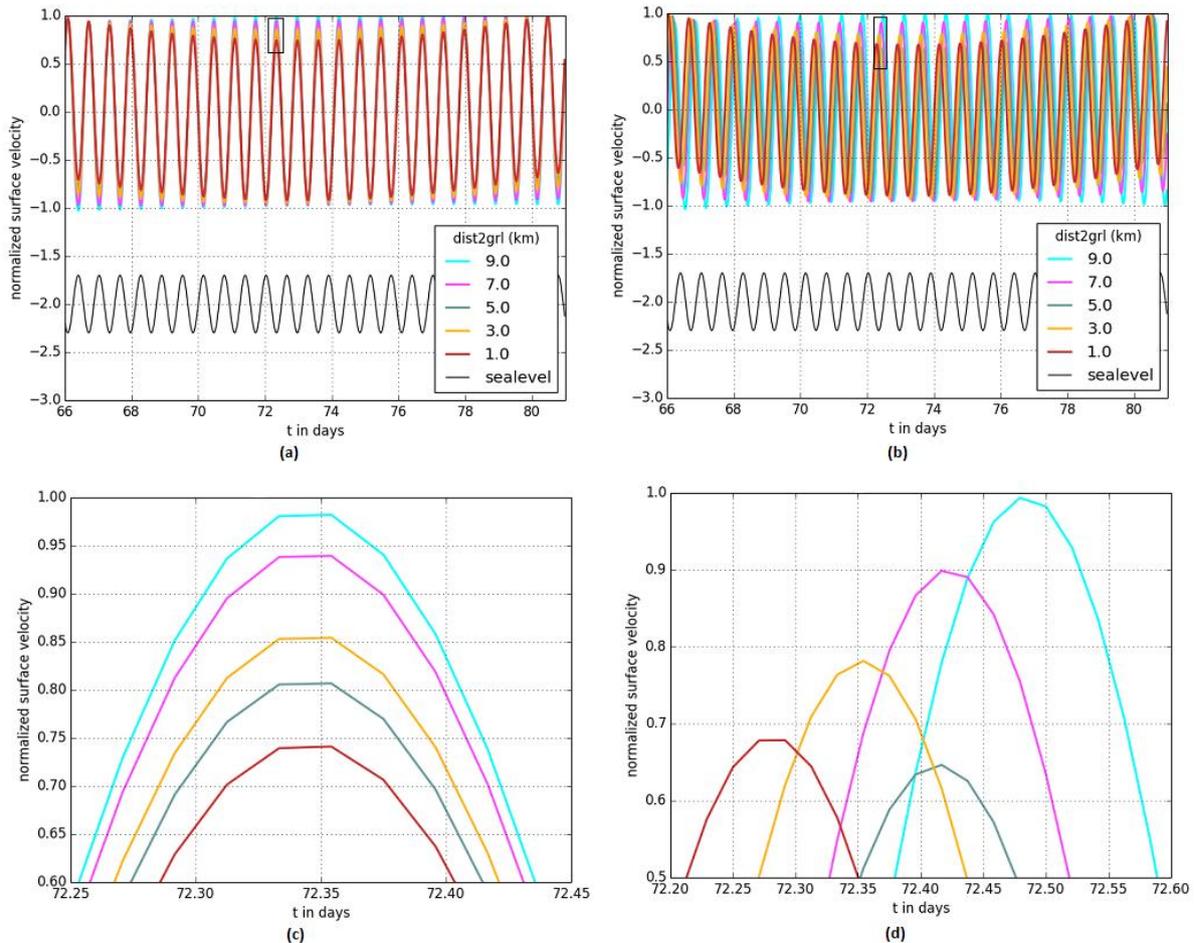


Abbildung 18: Normierte, detrendete Oberflächengeschwindigkeiten für eine Sinuswelle mit einer Dauer von 15 Stunden über einen Zeitraum von 15 Tagen

- (a) Viskose Simulation
- (b) Simulation mit dem Maxwell-Modell ( $E\text{-Modul}=1,4e10$  Pa)
- (c) Nahaufnahme bei 72 Tagen in der viskosen Simulation
- (d) Nahaufnahme bei 72 Tagen in der viskoelastischen Simulation

In Abb. 19 werden die Ergebnisse für das Tidenszenario  $M_2S_2$  dargestellt. Beide Grafiken weisen einen sehr ähnlichen Verlauf zum Tidensignal auf. Wenn Ebbe vorherrscht, ist auch hier wieder die höchste Oberflächengeschwindigkeit vorhanden. Für den pur viskosen Fall sind selbst in der Nahaufnahme die Amplituden identisch. Des Weiteren verhalten sich alle Kurven der Distanzen mit der Modellierung mit dem Maxwell-Modell ähnlich bis auf die Entfernungen von 7 km und 9 km. Betrachtet man einen kleinen Kurvenabschnitt, liegt bei etwa 72 Tagen das Maximum bei einer Distanz von 9 km beispielsweise bei 0,96, das Minimum allerdings nur bei -0,85. Dies bedeutet, dass in dem Maxwell-Modell eine

Asymmetrie vorhanden ist. Je weiter der betrachtete Punkt von der Aufsetzlinie entfernt ist, desto asymmetrischer werden die Kurven.

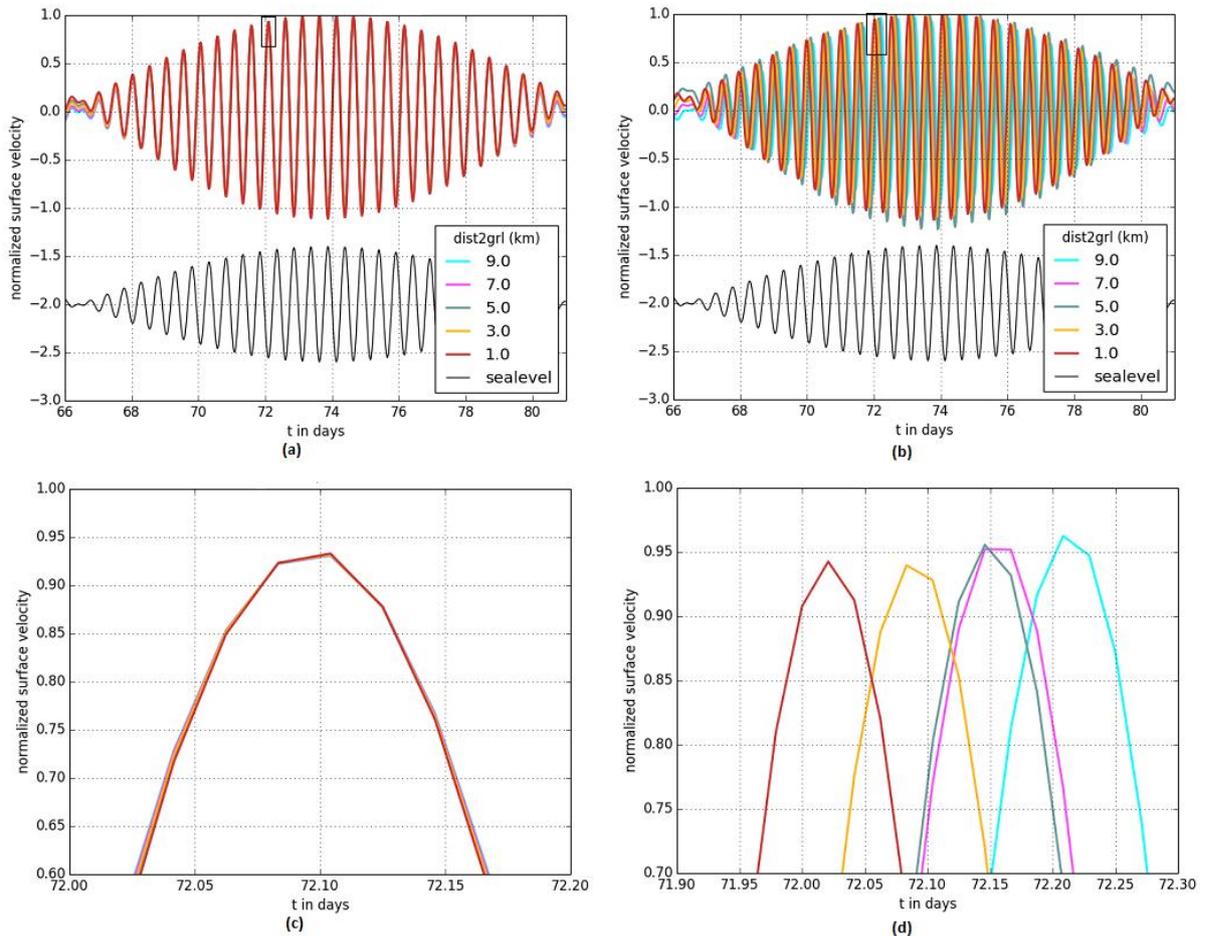


Abbildung 19: Normierte, detrendete Oberflächengeschwindigkeiten für das Szenario M2S2 von Tag 66-81

- (a) Viskose Simulation
- (b) Simulation mit dem Maxwell-Modell ( $E\text{-Modul}=1,4e10$  Pa)
- (c) Nahaufnahme bei 72 Tagen in der viskosen Simulation
- (d) Nahaufnahme bei 72 Tagen in der viskoelastischen Simulation

Abb. 20 stellt die letzte Simulation mit den realen Tiden des 79 ° Nord Gletschers dar. Im betrachteten Zeitraum ist die Tide zunächst geringer und bei etwa 72 Tagen nimmt die Amplitude wieder zu. Dementsprechend sind auch die Oberflächengeschwindigkeiten zunächst geringer. Genau wie bei der Modellierung mit dem  $M_2S_2$  Tidensignal sind für den

viskosen Fall nur die Amplituden leicht unterschiedlich, wohingegen die Positionen der Maxima und Minima identisch sind. In den Abbildungen des Maxwell-Modells ist wieder eine Phasenverschiebung sichtbar.

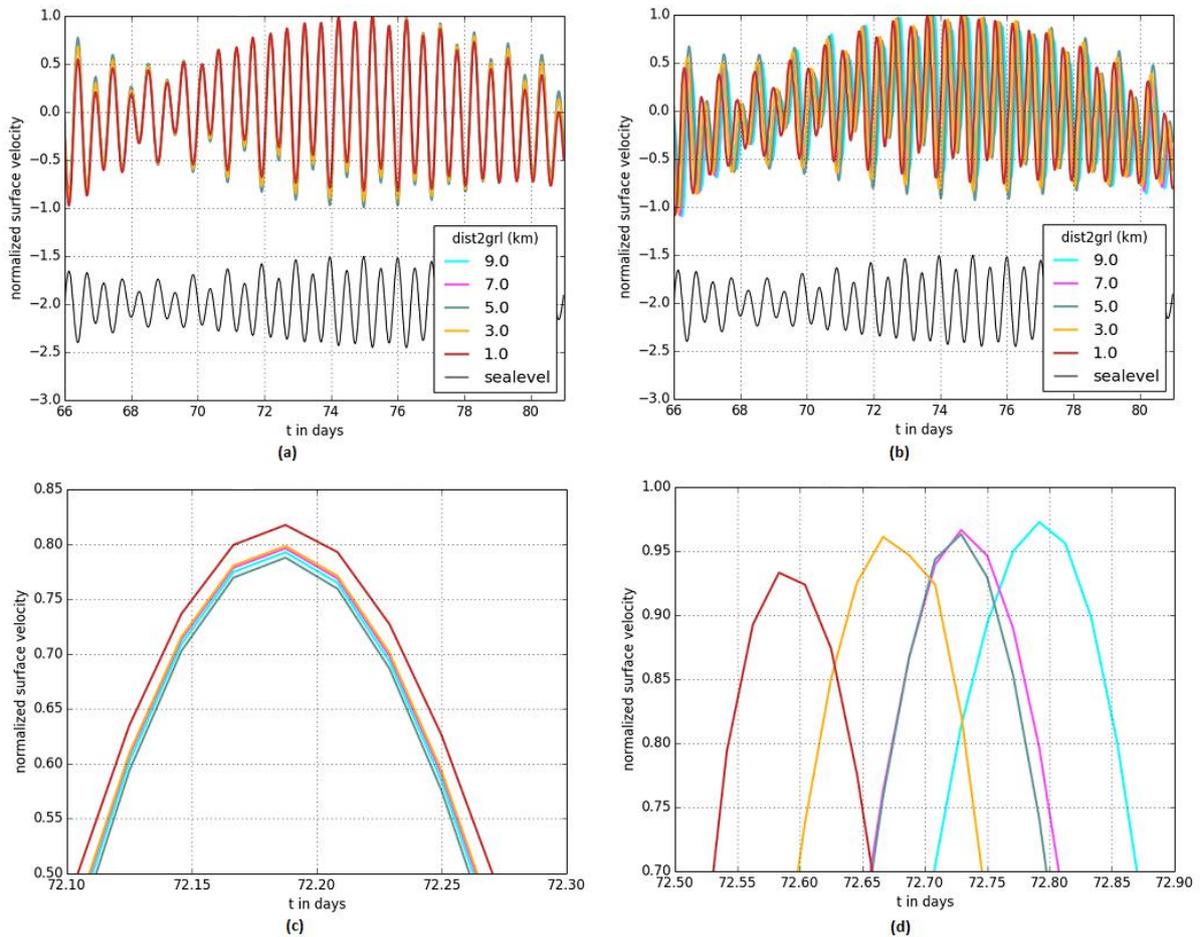


Abbildung 20: Normierte, detrendete Oberflächengeschwindigkeiten für das Szenario mit den realen Tiden von Tag 66-81

- (a) Viskose Simulation
- (b) Simulation mit dem Maxwell-Modell ( $E\text{-Modul}=1,4e10$  Pa)
- (c) Nahaufnahme bei 72 Tagen in der viskosen Simulation
- (d) Nahaufnahme bei 72 Tagen in der viskoelastischen Simulation

Es fällt auf, dass in allen Szenarien die Amplituden von 5 km und 7 km stromaufwärts immer sehr nah beieinander liegen und beinahe die gleiche Position des Maximums besitzen.

Des Weiteren wurde jedes Szenario mit mehreren E-Modulen berechnet, um den Einfluss der Viskoelastizität anschließend miteinander vergleichen zu können. Der Fluss  $q$  über die Aufsetzlinie wird wie folgt bestimmt:

$$q \left( \frac{kg}{a} \right) = p_{ice} * (z_s - z_b) * u$$

mit  $p_{ice}$  als Eisdichte mit  $917 \text{ kg/m}^3$ ,  $z_s$  als Höhe der Eisoberseite,  $z_b$  als Höhe der Eisunterseite und  $u$  als Horizontalgeschwindigkeit an der Aufsetzlinie.

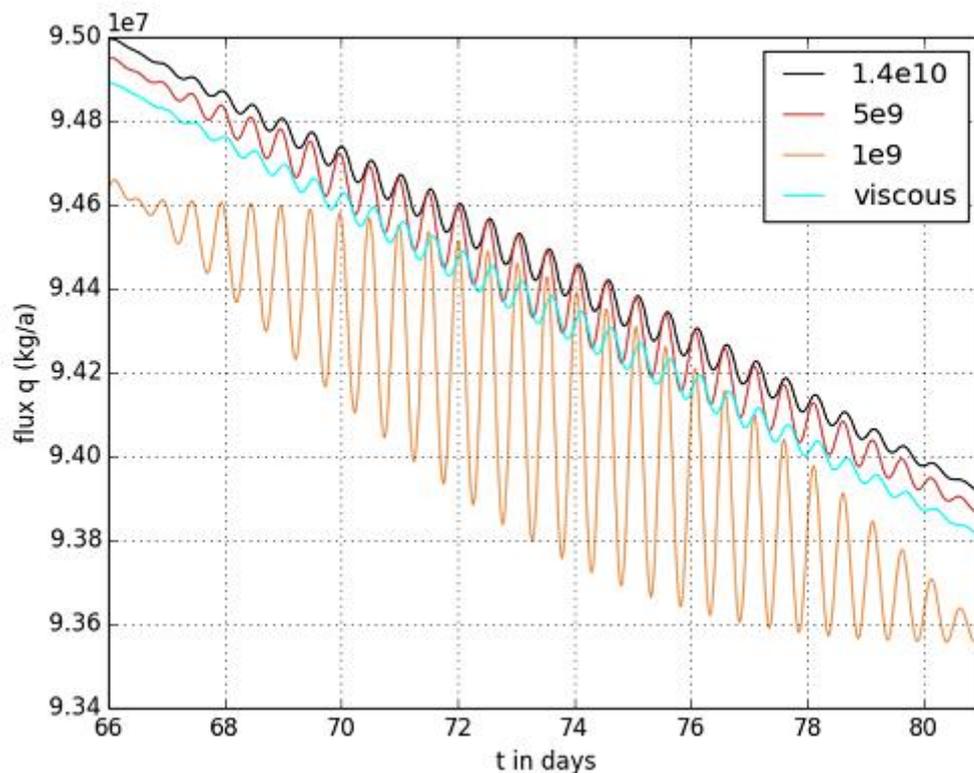


Abbildung 21: Fluss über die Aufsetzlinie für das Szenario M2S2 für ein 1 m breites Segment über eine Dauer von 15 Tagen

Abb. 21 stellt den Fluss über die Aufsetzlinie für verschiedene E-Module für das Szenario  $M_2S_2$  über einen Zeitraum von 15 Tagen dar. Die größten Amplituden werden bei dem niedrigsten E-Modul von  $1e9 \text{ Pa}$  erreicht. Je größer das E-Modul wird, desto kleiner werden anschließend die Amplituden. Über den gesamten Zeitraum nehmen alle Flüsse ab. Auffällig

ist, dass sich der Kurvenverlauf von  $E=1.4e10$  und der viskosen Simulation stark ähneln. Dies gilt ebenfalls für alle anderen Flüsse.

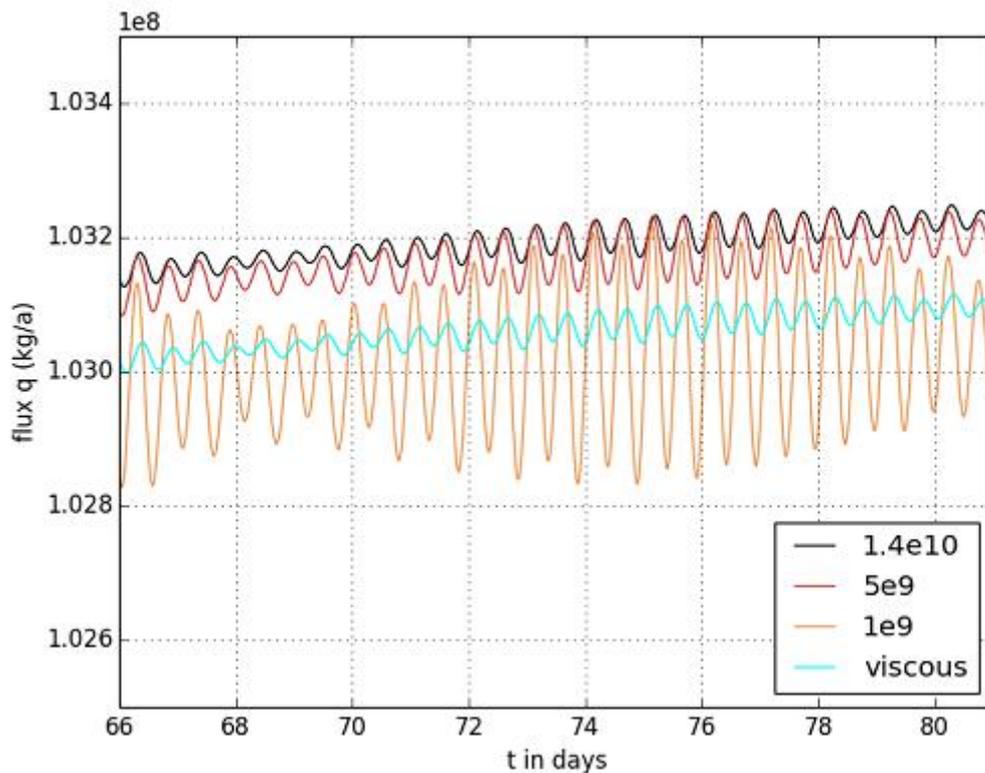


Abbildung 22: Fluss über die Aufsetzlinie für das Szenario reale Tiden über einen Zeitraum von 15 Tagen für ein 1 m breites Segment

In Abb. 22 werden die Flüsse für die realen Tiden gezeigt. Auch in diesem Szenario werden die höchsten Amplituden bei einem E-Modul von  $1e9$  Pa erzeugt. Bei beiden Szenarien ist der deutliche Zusammenhang zu den Tiden erkennbar, da die Flüsse genau der Wellenform der verschiedenen Tiden entsprechen. Auffällig ist, dass der Fluss für die realen Tiden höher ist als für das Szenario  $M_2S_2$ . Über den gesamten Zeitraum nehmen alle Flüsse zu.

## 4.2.2 Experiment 2: Nichtlineares Gleiten

Im Folgenden wird die Auswertung der Simulationen mit dem nichtlinearen Gleitgesetz vorgestellt.

Abb. 23 zeigt die Ergebnisse für die einfache Wellenlänge mit 15 Stunden. Der Verlauf der Kurven ist wieder identisch zu der Wellenlänge. Die einzigen Unterschiede sind die Amplituden. Genau wie beim linearen Gleitgesetz ist auch hier bei Ebbe die höchste Oberflächengeschwindigkeit vorzufinden.

Die Nahaufnahme der viskosen Simulation gleicht der aus Experiment 1, aber die Maxima der Amplituden liegen etwas enger zusammen. Für das Maxwell-Modell hingegen sind die Nahaufnahmen sehr gegensätzlich.

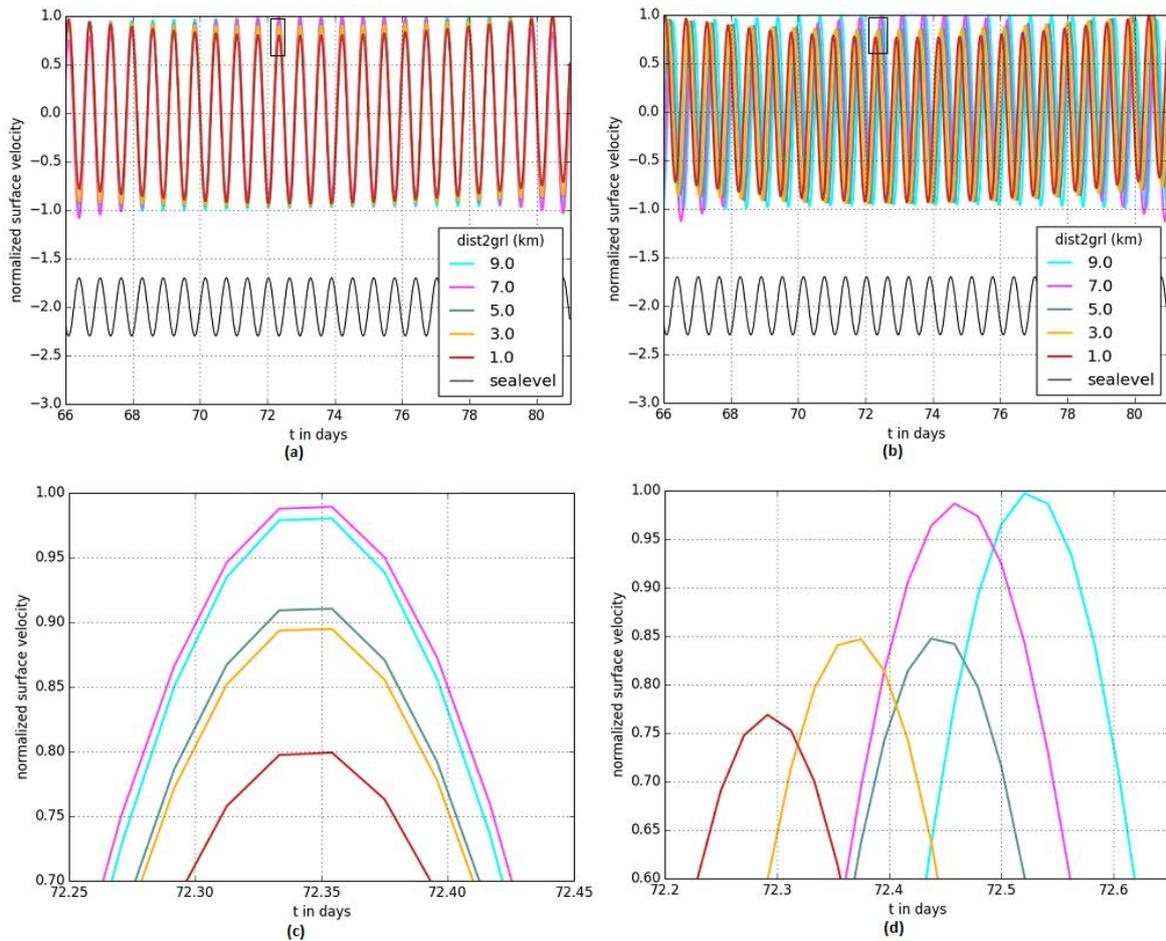


Abbildung 23: Normierte, detrendete Oberflächengeschwindigkeiten für eine Sinuswelle mit einer Dauer von 15 Stunden über einen Zeitraum von 15 Tagen

- (a) Viskose Simulation
- (b) Simulation mit dem Maxwell-Modell ( $E\text{-Modul}=1,4e10$  Pa)
- (c) Nahaufnahme bei 72 Tagen in der viskosen Simulation
- (d) Nahaufnahme bei 72 Tagen in der viskoelastischen Simulation

Abb. 24 stellt die Simulation mit dem Tidenszenario  $M_2S_2$  für das nichtlineare Gleiten dar. Genau wie beim linearen Gleitgesetz ist eine Phasenverschiebung im Maxwell-Modell zu sehen. Es ist eine deutliche Asymmetrie bei den Distanzen 7 km und 9 km zu erkennen. Diese wird erst sichtbar, wenn die ferneren Distanzen nicht mehr von den näheren überlagert werden. Dabei grenzen die Maxima bei einer Distanz von 9 km nahezu an 1, die Minima gehen jedoch nur bis etwa -0,8. Das erste Maximum wird bei einer Entfernung von 1 km

stromaufwärts erreicht. Mit zunehmender Distanz zur Aufsetzlinie erfahren die Amplituden eine immer größere Phasenverschiebung.

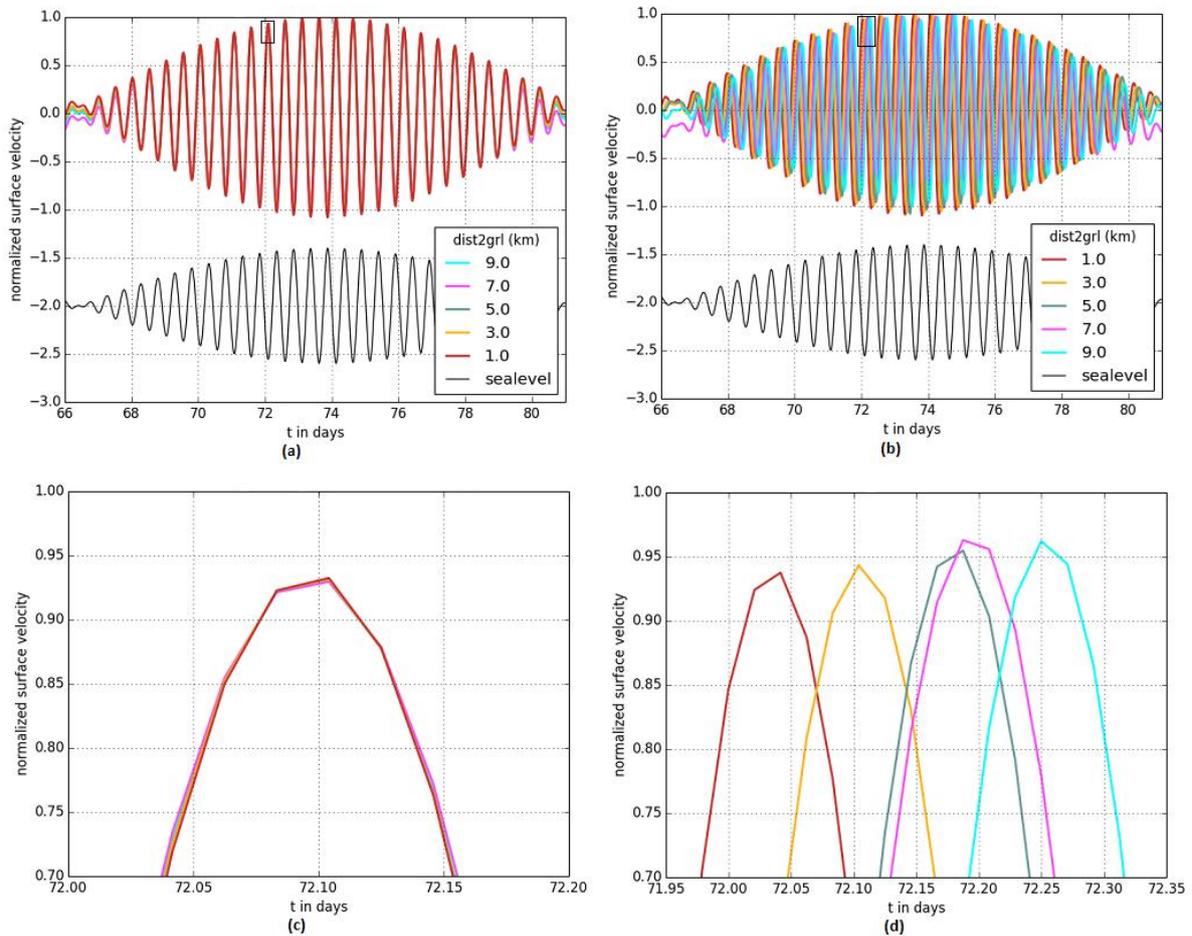


Abbildung 24: Normierte, detrendete Oberflächengeschwindigkeiten für das Szenario M2S2 von Tag 66-81

- (a) Viskose Simulation
- (b) Simulation mit dem Maxwell-Modell ( $E\text{-Modul}=1,4e10$  Pa)
- (c) Nahaufnahme bei 72 Tagen in der viskosen Simulation
- (d) Nahaufnahme bei 72 Tagen in der viskoelastischen Simulation

Die Abb. 25 beschreibt die Modellierung mit den realen Tiden. Wie in allen anderen Szenarien tritt bei Flut die geringste Oberflächengeschwindigkeit auf. In der viskosen Simulation unterscheiden sich lediglich die Amplituden der Maxima. Die Nahaufnahme zeigt, dass zuerst die höchste Amplitude bei einer Entfernung von 1 km auftritt.

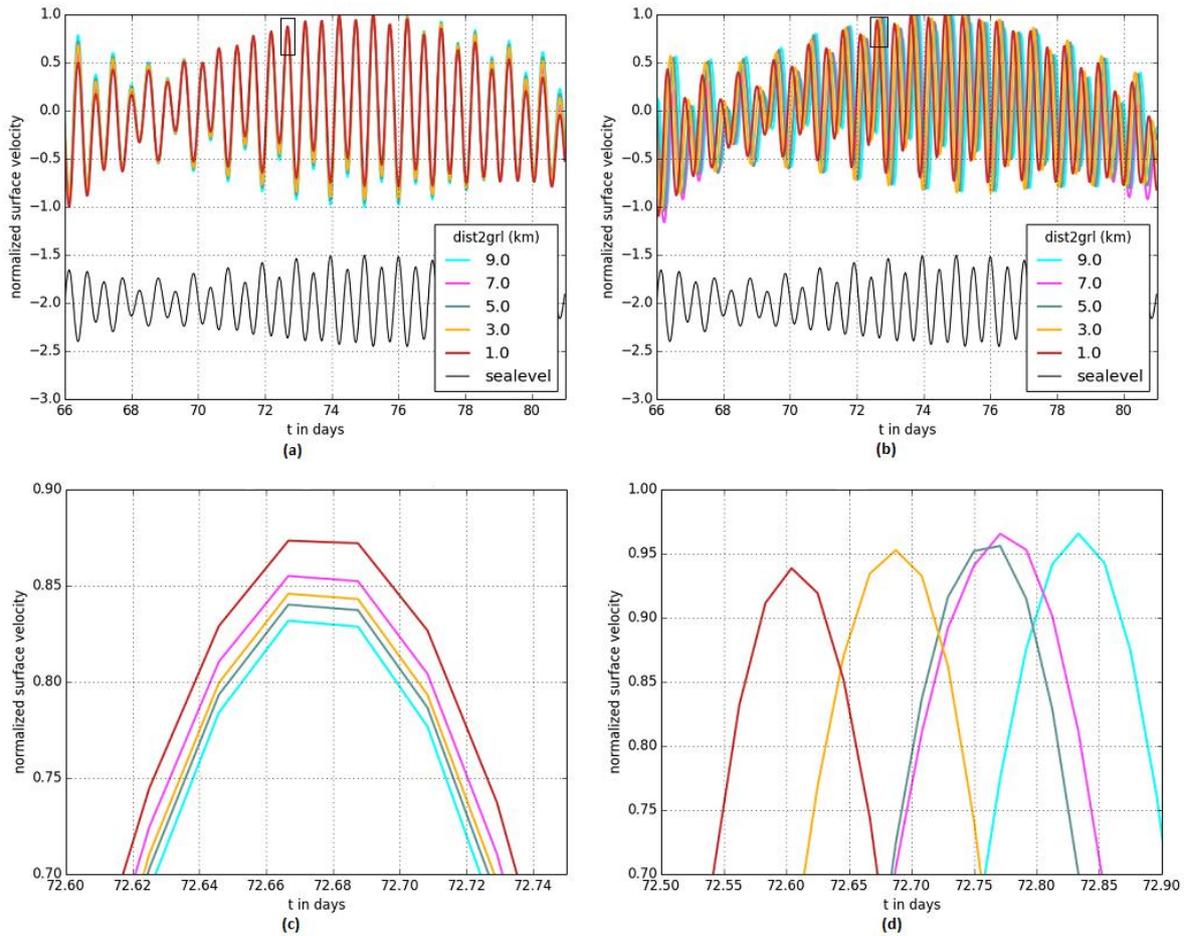


Abbildung 25: Normierte, detrendete Oberflächengeschwindigkeiten für das Szenario mit den realen Tiden von Tag 66-81

- (a) Viskose Simulation
- (b) Simulation mit dem Maxwell-Modell ( $E\text{-Modul}=1,4e10$  Pa)
- (c) Nahaufnahme bei 72 Tagen in der viskosen Simulation
- (d) Nahaufnahme bei 72 Tagen in der viskoelastischen Simulation

Auch in der Simulation mit dem nichtlinearen Gleiten ist sichtbar, dass bei allen drei Tidenszenarien die Distanzen 5 km und 7 km weitaus enger beieinander liegen als die übrigen Distanzen zueinander.

Auch für das nichtlineare Gleiten wurden verschiedene E-Module gerechnet, um die verschiedenen Viskoelastizitäten miteinander zu vergleichen. Die Ergebnisse werden in den Abbildungen 26 und 27 dargestellt.

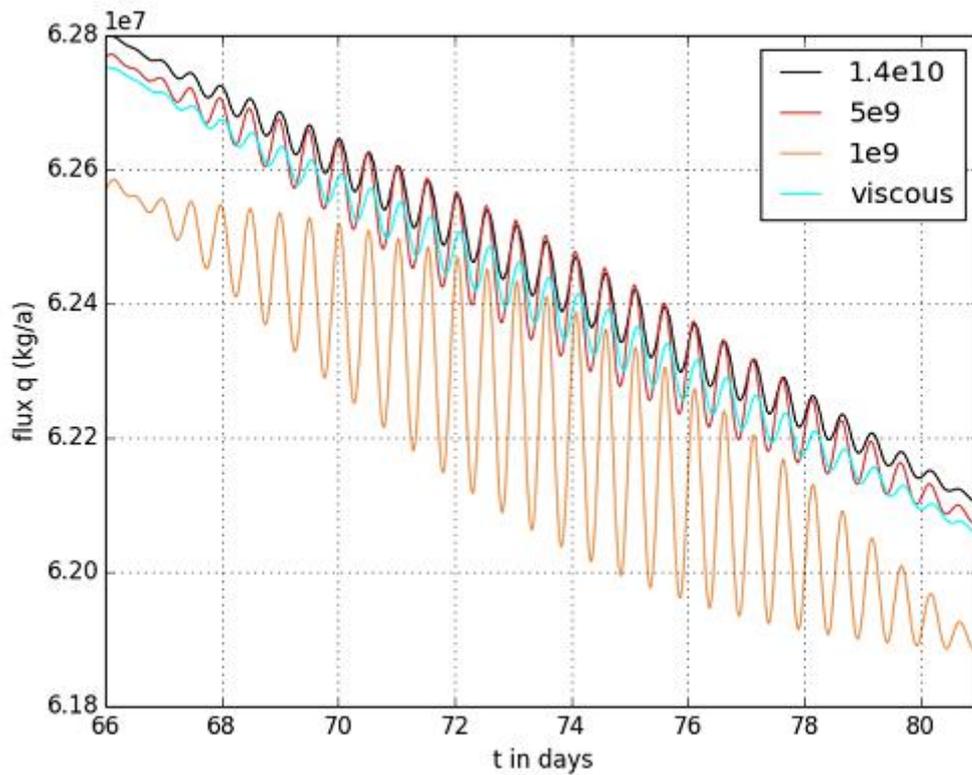


Abbildung 26: Fluss über die Aufsetzlinie für das Szenario M2S2 über einen Zeitraum von 15 Tagen über ein 1 m breites Segment

Abb. 26 stellt die Flüsse über die Aufsetzlinie für das Szenario  $M_2S_2$  über einen Zeitraum von 15 Tagen dar. Die größten Schwankungen treten auch hier wieder bei dem niedrigsten E-Modul von  $1e9$  Pa auf. Über den gesamten Zeitraum nehmen alle Flüsse ab und verhalten sich folglich genauso wie für das lineare Gleiten. Die Flüsse für das lineare Gleiten sind deutlich höher als die für das nichtlineare Gleiten. Dafür ist auch die Abnahme der linearen Flüsse höher.

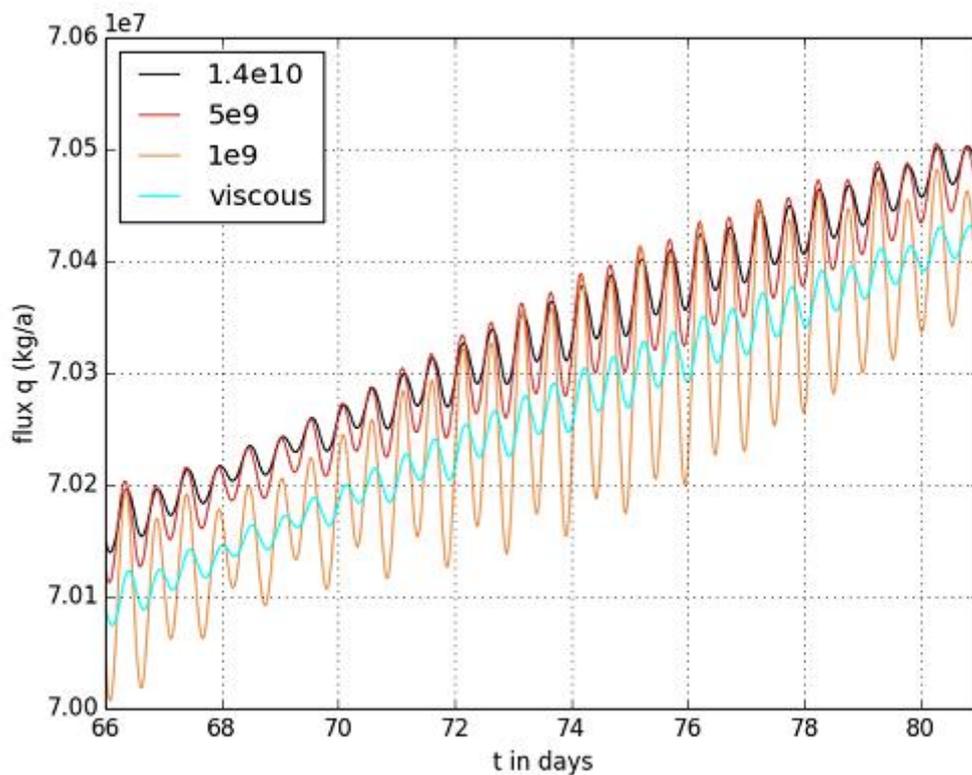


Abbildung 27: Flüsse über die Aufsetzlinie für die realen Tiden über einen Zeitraum von 15 Tagen über ein 1 m breites Segment

Abb. 27 zeigt die Flüsse der realen Tiden über die Aufsetzlinie für das nichtlineare Gleiten. Die größten Schwankungen treten, wie bei allen anderen Szenarien auch, bei dem niedrigsten E-Modul von  $1e9$  Pa auf. Allgemein nehmen die Flüsse über den gesamten Zeitraum zu und verhalten sich damit ähnlich wie für das lineare Gleiten. Auffällig ist allerdings, dass die Flüsse allgemein geringer als für das lineare Gleiten sind und somit auch die Zunahmen kleiner ausfallen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Flüsse allgemein für die linearen Szenarien höher sind als für die nichtlinearen Szenarien.

### 4.2.3 Experiment 3: Lineares Gleiten mit angenäherten Geschwindigkeiten

Da die Geschwindigkeiten an der Aufsetzlinie aus den vorherigen Experimenten nur etwa zwischen 110 m/yr und 180 m/yr liegen, wird ein neues Modell aufgesetzt, das sich den realen Geschwindigkeiten annähern soll. Dazu wird für die Eisunterseite freies Gleiten als Randbedingung gesetzt. Dies ermöglicht dem Eis, schneller über das Felsbett zu fließen.

Tabelle 2: Vergleich der Oberflächengeschwindigkeiten an der Aufsetzlinie der drei verschiedenen Experimente für das Tidenszenario M2S2

Experiment	Geschwindigkeit v [m/yr]
lineares Gleiten	166
nichtlineares Gleiten	110
lineares Gleiten aus Exp. 3	608

In der Tab. 2 sind die Oberflächengeschwindigkeiten an der Aufsetzlinie für die drei verschiedenen Experimente für das Tidenszenario M<sub>2</sub>S<sub>2</sub> zu sehen. Diese entstammen alle den viskosen Simulationen. Wie bereits in Kapitel 4.2.2 erwähnt, sind die Geschwindigkeiten des linearen Gleitens höher als die des nichtlinearen Gleitens. Der Unterschied beträgt circa 50 %. Die modellierte Oberflächengeschwindigkeit aus Experiment 3 beträgt an der Aufsetzlinie 608 m/yr und ist somit etwa das Vier- bis Fünffache der ursprünglich modellierten Geschwindigkeiten.

Tabelle 3: Vergleich der Oberflächengeschwindigkeiten an der Aufsetzlinie der drei verschiedenen Experimente für die Simulation mit den realen Tiden

Experiment	Geschwindigkeit v [m/yr]
lineares Gleiten	180
nichtlineares Gleiten	120
lineares Gleiten aus Exp. 3	611

In Tab. 3 sind die Oberflächengeschwindigkeiten an der Position der Aufsetzlinie für die drei verschiedenen Experimente des Szenarios der realen Tiden dargestellt. Auch diese Werte

stammen aus den Modellen der viskosen Simulationen. Genau wie bei dem anderen Tidenszenario sind die Geschwindigkeiten für das lineare Gleiten höher als für die Simulation mit dem nichtlinearen Gleitgesetz. Es liegt ebenfalls eine Differenz von 50 % zwischen diesen beiden vor. Die höchste Geschwindigkeit liegt mit 611 m/yr wieder aus Experiment 3 vor, was dem etwa Drei- bis Fünffachem entspricht.

Die Geschwindigkeiten der realen Tiden sind allgemein höher als die des Tidenszenarios  $M_2S_2$ . Die Differenz zwischen diesen beiden Tidenszenarien liegt in etwa sowohl für das lineare Gleiten als auch für das nichtlineare Gleiten bei 8 %.

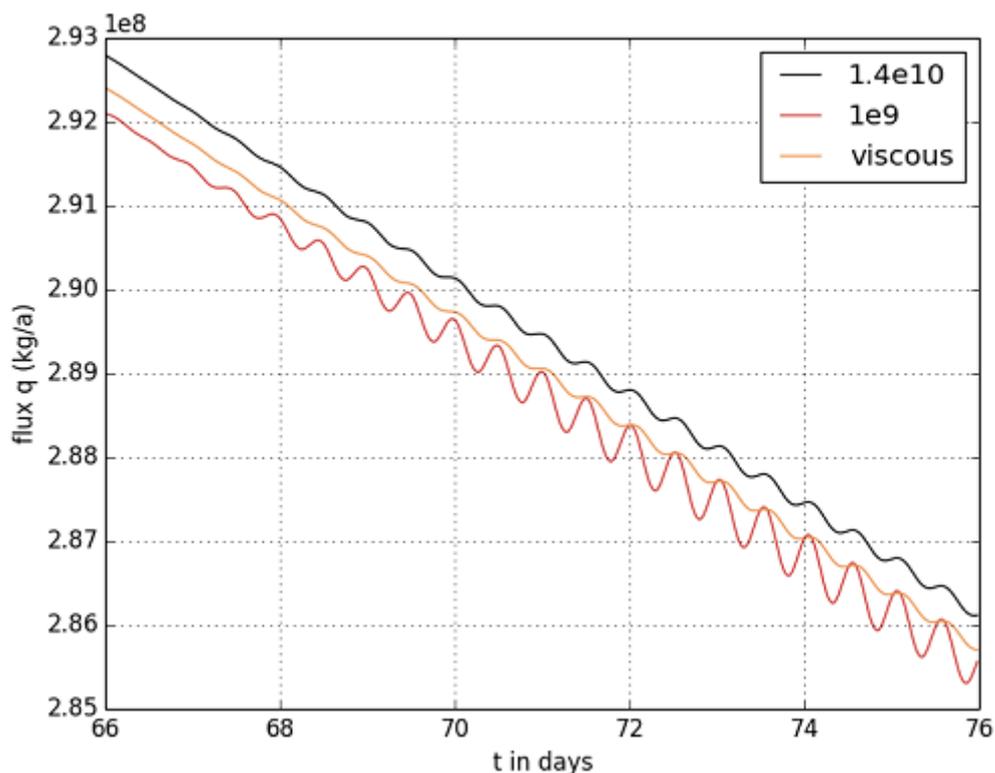


Abbildung 28: Flüsse über die Aufsetzlinie für das Tidenszenario  $M_2S_2$  über einen Zeitraum von 10 Tagen über ein 1 m breites Segment

Die Abb. 28 zeigt die Flüsse verschiedener Materialparameter über die Aufsetzlinie des Tidenszenarios  $M_2S_2$  für das Experiment 3. Wie bereits bei allen anderen Experimenten auch treten die größten Schwankungen in den Amplituden bei dem niedrigsten E-Modul von  $1e9$  Pa auf. Des Weiteren ähneln sich die Kurvenverläufe von  $E=1,4e10$  und der viskosen

Simulation. Alle Flüsse nehmen über den modellierten Zeitraum ab. Auch die Simulationen in den Experimenten 1 und 2 desselben Tidenszenarios nehmen über die Zeit ab.

Als Unterschied fällt jedoch auf, dass die Schwankungen in den Amplituden hier weitaus geringer sind als in den anderen Flüssen. Außerdem sind die Flüsse dieses Experiments höher als die der anderen Experimente.

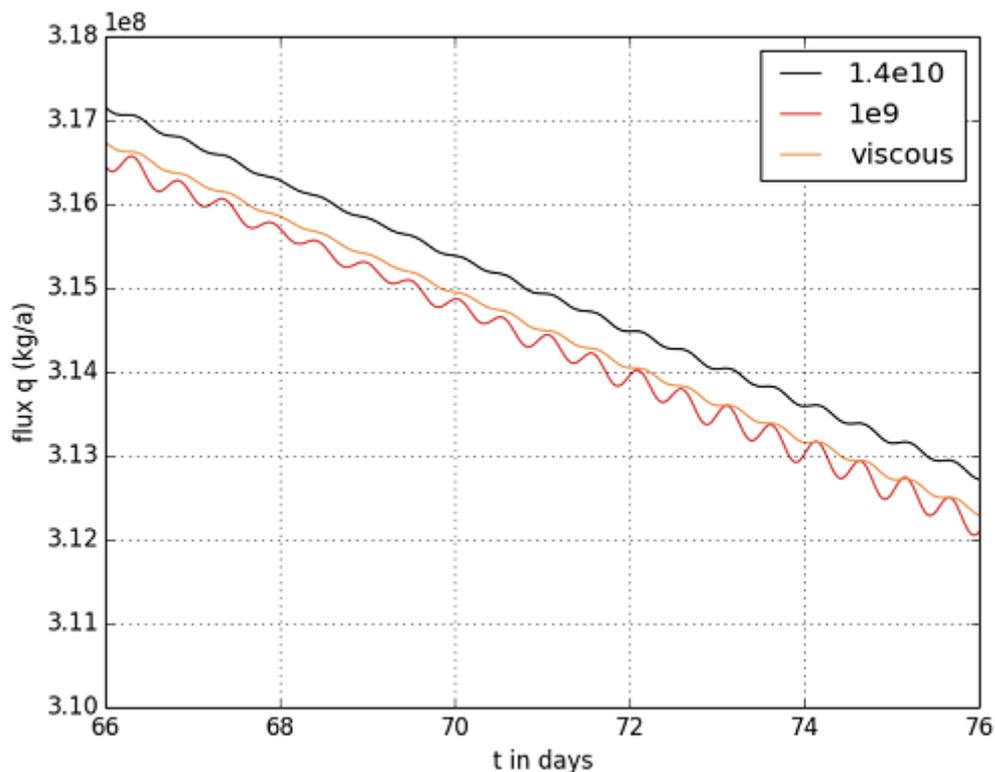


Abbildung 29: Flüsse über die Aufsetzlinie für die realen Tiden über einen Zeitraum von 10 Tagen über ein 1 m breites Segment

Abb. 29 stellt die Flüsse verschiedener Materialparameter über die Aufsetzlinie für die realen Tiden dar. Die höchsten Schwankungen der Amplituden werden auch hier wieder von dem weichsten E-Modul von  $1e9$  Pa erreicht. Wie bei den anderen Szenarien auch ähneln sich wieder die Kurven von  $E=1,4e10$  Pa und der viskosen Simulation.

Über den gesamten betrachteten Zeitraum nehmen alle Flüsse kontinuierlich ab. Sowohl bei Experiment 1 als auch bei Experiment 2 hingegen nehmen die Flüsse dieses Szenarios sonst über die Zeit immer zu.

Wie bei der Simulation mit  $M_2S_2$  dieses Experiments sind die Schwankungen der Amplituden weitaus geringer als in den übrigen Experimenten. Von allen dargestellten Flüssen über die Aufsetzlinie sind die in diesem Szenario dargestellten am höchsten.

## 5. Diskussion

Im Folgenden werden die Ergebnisse der verschiedenen Experimente gemeinsam diskutiert.

In allen Experimenten und den unterschiedlichen Simulationen gleichen die Amplituden der Oberflächengeschwindigkeiten sehr dem Tidensignal. Je näher man sich an der Aufsetzlinie befindet, desto ähnlicher sind sich die Geschwindigkeiten und das Tidensignal und desto mehr gleichen sich auch die Frequenzen der beiden. Je weiter man sich von der Aufsetzlinie hingegen entfernt, desto unähnlicher werden sie sich. Der Grund dafür ist, dass sowohl das Tidensignal als auch die Oberflächengeschwindigkeiten mit zunehmender Entfernung immer stärker gedämpft werden. In unseren Experimenten sind die Ergebnisse ab einer Distanz von über 10 km unbrauchbar, was ebenfalls auf diesen Grund zurückzuführen sein könnte.

Sowohl in Experiment 1 als auch in Experiment 2 sind für alle viskoelastischen Modelle Phasenverschiebungen zu sehen, die in der pur viskosen Simulation hingegen nicht bestehen. Diese sind aufgrund des Maxwell-Modells vorhanden, das die Rheologie des Eises beschreibt. Dies kann dadurch erklärt werden, dass das Maxwell-Modell Zeitableitungen enthält, die für diesen Effekt verantwortlich sind. Dieses Verhalten hat bereits Gudmundsson (2011) beobachtet.

Betrachtet man die Phasenverschiebung in der Nahaufnahme der Simulation von  $M_2S_2$  mit dem linearen Gleitgesetz, ist beispielsweise bei etwa 72,02 Tagen ein Maximum bei einer Distanz von 1 km stromaufwärts der Aufsetzlinie erreicht. Das Maximum der Amplitude von 3 km stromaufwärts liegt bei 72,08 Tagen. Dies entspricht einer zeitlichen Verschiebung von circa 90 Minuten. Es fällt auf, dass anschließend die Kurven der Distanzen 5 km und 7 km sehr nah beieinander liegen und sich beinahe ein Maximum teilen. Dementsprechend folgen sie zeitlich auch sehr nah aufeinander.

Die zeitliche Verschiebung von diesen Distanzen zu 3 km beträgt etwa 101 Minuten. Das Maximum der Entfernung 9 km liegt bei 72,21 Tagen und beträgt circa 90 Minuten. Dementsprechend liegt die Dauer der zeitlichen Verschiebung von 1 km zu 9 km bei etwa 288 Minuten, was knapp 5 Stunden entspricht. Auch bei den anderen Szenarien und sowohl beim linearen als auch beim nichtlinearen Gleiten ist der Wert der Phasenverschiebung ähnlich.

Ein Grund dafür, dass die Amplituden der Distanzen 5 km und 7 km so nah beieinander liegen, könnte die Geometrie des 79 NG sein. Die Abb. 30 zeigt einen Screenshot vom Gitter an der Position der Aufsetzlinie. Von dieser Position bis hin zur Distanz von 3 km ist ein Anstieg des Felsbettes zu erkennen. Der Anstieg beträgt auf dieser Länge etwa 85 m. Das bedeutet, dass auch das Tidensignal diese Erhöhung erst einmal überwinden muss und somit abgebremst wird. Demzufolge sind die Amplituden der Distanzen 1 km und 3 km verschoben.

Nach dieser Erhöhung ist der Untergrund stark abschüssig. Die Differenz der Höhe auf den nächsten 4 km liegt bei etwa 80 m. Dies hat zur Folge, dass sich das Tidensignal schneller ausbreiten kann und folglich die Distanzen 5 km und 7 km beinahe zeitgleich erreicht werden. Dies könnte die Erklärung dafür sein, dass in allen Abbildungen der Phasenverschiebungen der einzelnen Szenarien diese beiden Kurven immer so nah beieinander liegen und sich beinahe das Maximum teilen.

Im Anschluss erfolgt wieder ein starker Anstieg des Felsbetts, der das Tidensignal dementsprechend wieder abbremsen würde, sodass die höchste Amplitude an der Position von 9 km stromaufwärts erst wieder zeitverzögert erreicht wird.

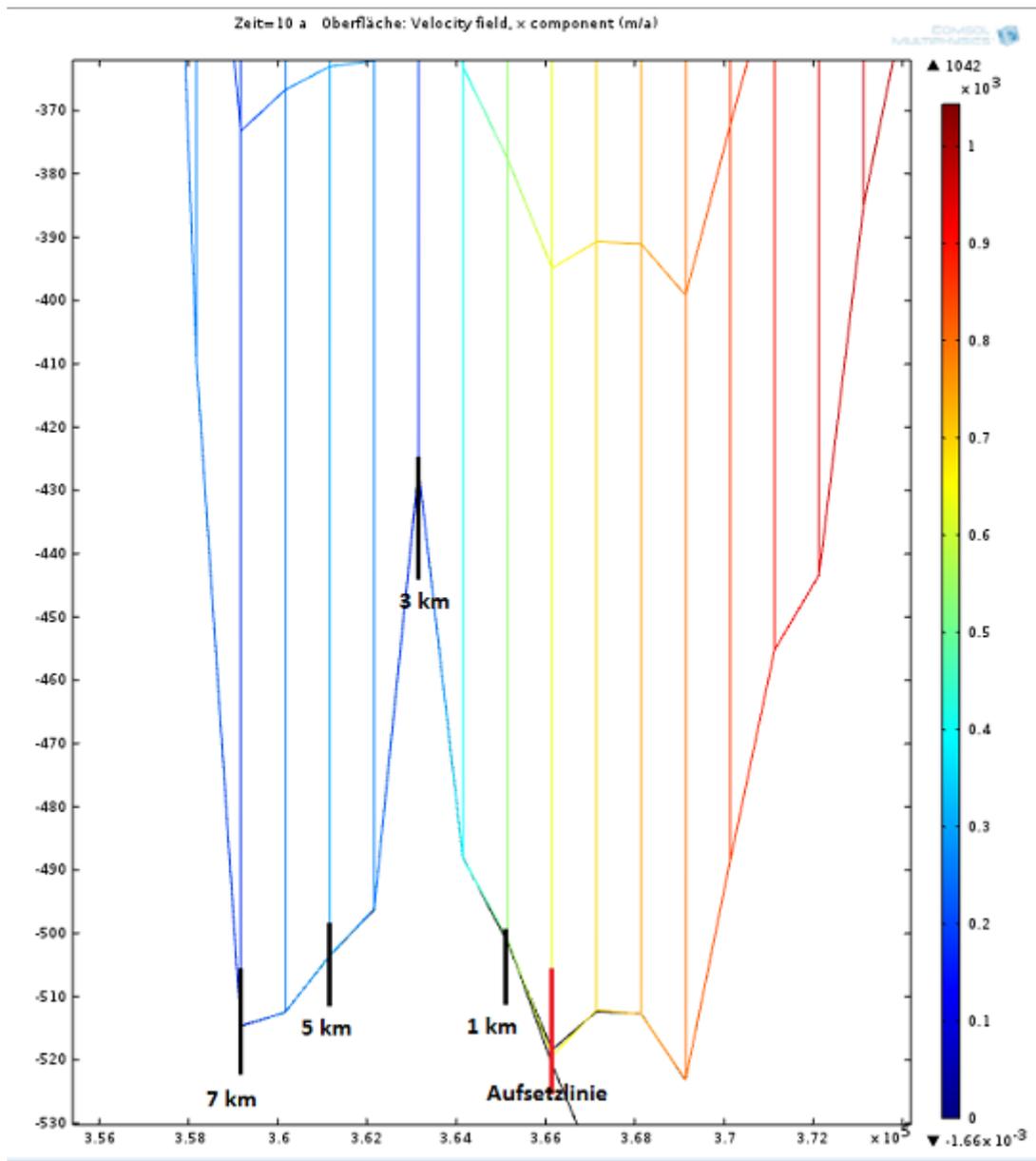


Abbildung 30: Screenshot des Gitters an der Aufsetzlinie, rot markiert die Position der Aufsetzlinie

Dieser Effekt der Phasenverschiebung sollte weiter untersucht werden, um die Eigenschaften des Eises besser verstehen zu können. Dies könnte anhand von GPS-Messungen erfolgen, wie sie bereits für die Polarsternexpedition 2016 „Greenland ice sheet / ocean interaction and Fram Strait Fluxes“ (GRIFF) geplant sind.

Bei den Simulationen mit dem Tidenszenario  $M_2S_2$  ist sowohl für das lineare Gleitgesetz als auch für das nichtlineare Gleitgesetz eine Asymmetrie in den Ergebnissen vorhanden. Die Asymmetrie wurde bereits von Gudmundsson (2011) beobachtet, der diese allerdings nur für seine nichtlinearen Ergebnisse beschreibt und sie auf das nichtlineare Gleiten zurückführt. Bei dem linearen Szenario von Gudmundsson (2011) sind seine Ergebnisse hingegen symmetrisch. Diese Symmetrie taucht bei unseren Ergebnissen aus dem linearen Gleiten lediglich bis zu einer Distanz von 5 km stromaufwärts auf. Mit zunehmender Entfernung von dieser Position (7 km und 9 km) sind die Ergebnisse asymmetrisch. Dies lässt den Schluss zu, dass die beobachtete Asymmetrie in unseren Szenarien nicht vom Gleiten abhängt, sondern von der Entfernung zur Aufsetzlinie und allgemein ein Produkt der Nichtlinearität des Eises ist, da Eis als ein Nicht-Newtonsches-Fluid vorliegt.

Folglich können wir nicht alle Ergebnisse von Gudmundsson (2011) bestätigen. Es gibt allerdings auch einige Unterschiede zu unserer Studie. In Gudmundssons Studie wird beispielsweise eine andere Geometrie verwendet. Diese hat im Gegensatz zu unserer nur eine Länge von insgesamt 170 km. Die Eismächtigkeit an der Aufsetzlinie ist mit 1708 m bei Gudmundsson (2011) allerdings deutlich höher als die der Fließlinie 4 am 79 ° Nord Gletscher mit etwas über 500 m. Des Weiteren verwendet Gudmundsson das sogenannte *Upper Convected Maxwell (UCM) Model*, welches die Verallgemeinerung des Maxwells für große Deformationen ist, wohingegen in unserer Studie lediglich das Maxwell-Modell ausgewählt wurde, das kleinere Deformationen behandelt.

Der Ursprung dieser Unstimmigkeit in den Ergebnissen kann bisher noch nicht genau herausgefunden werden. Deswegen sollten weitere Untersuchungen zur Klärung dieses Problems stattfinden.

Des Weiteren gibt es Differenzen zwischen den modellierten und den real gemessenen Geschwindigkeiten. In unserer Studie liegen die Geschwindigkeiten an der Aufsetzlinie beim linearen Gleiten bei etwa 166 m/yr bis 180 m/yr. Die Fließgeschwindigkeiten des nichtlinearen Gleitens sind sogar noch um etwa 50 % geringer. In der Masterarbeit von Susanne Coers (2015) hingegen wurde festgestellt, dass die Geschwindigkeit an der

Aufsetzlinie im Zeitraum von 2000 bis 2014 etwa 1200 m/yr bis 1300 m/yr beträgt und damit Veränderungen von etwa 10 % aufweist. Dementsprechend betragen die simulierten Geschwindigkeiten nur etwa  $\frac{1}{6}$  der real gemessenen Geschwindigkeiten.

Aus diesem Grund wurde ein weiteres Modell aufgesetzt. Der Untergrund dieses Modells wurde dementsprechend sehr glatt und rutschig gemacht, sodass das Eis leichter darüber fließen kann und sich die Geschwindigkeiten deutlich erhöhen. Die Fließgeschwindigkeiten aus Experiment 3 liegen nun bei etwa 610 m/yr. Dies ist das etwa Vier- bis Fünffache der ursprünglichen Geschwindigkeiten. Im Vergleich zu den beobachteten Geschwindigkeiten aus der Masterarbeit von Susanne Coers sind diese jedoch immer noch um etwa 50 % zu gering. Demzufolge muss es einige Variablen geben, die die realen Bedingungen noch nicht im Modell richtig wiedergeben. Aus diesem Grund sollten weitere Studien erfolgen, um herauszufinden, welche der Parameter oder Randbedingungen weiter modifiziert werden müssen, um möglichst realistische Fließgeschwindigkeiten an Gletschern zu erhalten.

Eine Erklärung für die geringeren Oberflächengeschwindigkeiten könnte die Geometrie des 2D-Modells sein. Wenn in einer 3D-Simulation sich eine Erhöhung im Felsbett befindet, kann das Eis einfach um das Hindernis herum fließen. In einer 2D-Simulation ist dies hingegen nicht möglich. Wenn dort eine Erhöhung im Felsbett vorhanden ist, wird das Eis zunächst abgebremst, da es dieses Hindernis überwinden muss. Im Anschluss erhöht sich die Fließgeschwindigkeit, weil es nun für eine kurze Zeit bergab fließt. In der Realität ist die Rauigkeit des Bodens  $C_b$  auch nicht konstant, sondern variiert mit der Bodentopographie (Gudmundsson, 2011).

Es gibt verschiedene Prozesse, die die Fließgeschwindigkeit des Eises beeinflussen. Zum einen liegt der bereits in der Einleitung beschriebene Prozess vor, dass bei Flut höhere Fließgeschwindigkeiten zu erwarten sind. Dies lässt sich damit begründen, dass bei Flut mehr Wasser in den Fjord hineinströmt. Dadurch wird die schwimmende Gletscherzunge angehoben und es liegt weniger Fläche auf dem Felsbett auf. Aus diesem Grund verringert sich die Scherspannung und somit die Reibung und das Eis kann schneller fließen. Bei diesem Szenario erwartet man einen Rückzug der Aufsetzlinie. Bei Ebbe liegt dementsprechend das

Gegenteil vor; es strömt mehr Wasser aus dem Fjord heraus, das zu einem Absinken des Meeresspiegels führt. Gleichzeitig sinkt die Schwimmschwanz ab. Demzufolge erhöht sich die Reibung und die Fließgeschwindigkeit des Eises verringert sich. Dieser Prozess würde zu einem Vorschub der Aufsetzlinie führen, was allerdings in unseren Simulationen nicht zu beobachten ist.

In unserer Studie sind bei Flut immer die niedrigsten Fließgeschwindigkeiten und bei Ebbe die höchsten Fließgeschwindigkeiten vorhanden. Dies wurde auch bereits bei Juan et al (2010) festgestellt. Dementsprechend muss es einen Prozess geben, der diesem entgegenwirkt.

Das Wasser übt auf das Eis eine Normalspannung aus, wie bereits in Kapitel 2.3.2 als Randbedingung erwähnt wurde. Da das Eis frei im Wasser schwimmt, muss die Normalspannung folglich dem Wasserdruck entsprechen (Abb. 31). Bei Flut erhöht sich demzufolge die Normalspannung, da sich mehr Wasser im Fjord befindet, das nun gegen die Schwimmschwanz drückt und infolgedessen die Fließgeschwindigkeiten des Eises reduziert. Durch diesen Prozess wird dem Anheben der Gletscherschwanz entgegenwirkt.

Bei Ebbe liegt dementsprechend das Gegenteil vor. Es verringert sich die Normalspannung, da mehr Wasser nun aus dem Fjord herausfließt und der Meeresspiegel sinkt. Aus diesem Grund presst das Wasser weniger stark gegen die Schwimmschwanz und ermöglicht höhere Fließgeschwindigkeiten.

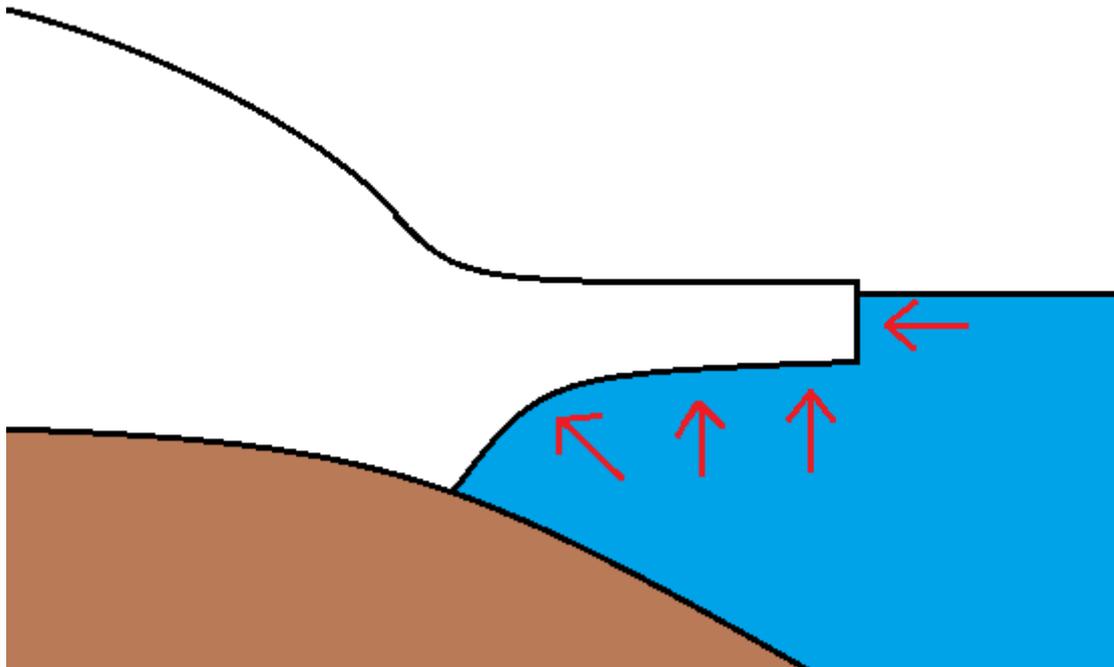


Abbildung 31: Skizze: rote Pfeile = Wasserdruck, der auf die Gletscherzunge ausgeübt wird

Der zweite genannte Prozess muss demzufolge stärker wirken als der erste Prozess, da in unseren Simulationen immer bei Ebbe die höchsten Fließgeschwindigkeiten und bei Flut die niedrigsten Fließgeschwindigkeiten vorliegt. Diese Erkenntnisse gleichen sich mit denen aus der Masterarbeit von Sebastian Beyer (2014), der ebenfalls diese Beobachtungen teilt.

In unseren Simulationen wird ein Zusammenhang zwischen den E-Modulen des Maxwell-Modells und dem Fluss beobachtet. Für das Tidenszenario  $M_2S_2$  und für die realen Tiden werden die Simulationen für die E-Module  $1,4e10$  Pa,  $5e9$  Pa und  $1e9$  Pa berechnet. Aus diesen sowie aus dem viskosen Fall werden die Flüsse über die Aufsetzlinie miteinander verglichen. In allen Abbildungen der Flüsse (21, 22, 26, 27, 28, 29) verursacht das kleinste und weichste E-Modul von  $1e9$  Pa die größten Amplituden. Die kleinsten Amplituden sind bei der viskosen Simulation vorzufinden. Sehr ähnlich zu diesem sind auch die Amplituden vom größten E-Modul von  $1,4e10$  Pa.

Der Grund für diese Ergebnisse ist ebenfalls im Maxwell-Modell zu finden. Wenn eine Spannung auf das Eis ausgeübt wird, kommt es aufgrund der Reihenschaltung des Maxwell-

Modells zunächst zu einer Deformation, die durch die Feder bedingt ist. Erst im Anschluss reagiert der Dämpfer mit dem viskosen Fließen des Eises. Wenn nun ein kleineres E-Modul genutzt wird, kann die Feder mehr Spannung aufnehmen und leitet einen geringeren Teil der Energie an das Eisschild weiter. Im Gegensatz dazu wird bei größeren E-Modulen die Feder steifer, sodass mehr Spannung über den Dämpfer in das Eisschild weitergegeben wird (Beyer, 2014). Dies führt wiederum zu den kleineren Amplituden, die wir in den Ergebnissen beobachten.

Je größer folglich das E-Modul ist, desto mehr Energie wird in das Eisschild transportiert

Bei dem Tidenszenario  $M_2S_2$  liegt sowohl beim linearen Gleitgesetz als auch beim nichtlinearen Gleitgesetz eine Abnahme in den Flüssen über die Zeit vor. Das Gegenteil ist bei den realen Tiden der Fall; hier ist bei beiden Gleitgesetzen eine Zunahme der Flüsse über die Zeit zu beobachten. Des Weiteren sind die Flüsse allgemein für das lineare Gleitgesetz größer als für das nichtlineare Gleitgesetz. Im Experiment 3 treten die höchsten Flüsse auf, die in beiden Szenarien über die Zeit abnehmen.

Für die Berechnung des Flusses werden die Dichte des Eises, die Eismächtigkeit an der Position der Aufsetzlinie und die gemittelte Geschwindigkeit über die Aufsetzlinie benötigt. Da sowohl die Dichte des Eises konstant ist als auch die Eismächtigkeit an der Aufsetzlinie – weil wir keine Migration der Aufsetzlinie in unseren Szenarien haben – hängt der Fluss hauptsächlich von der Fließgeschwindigkeit des Eises ab. Je höher nun die Fließgeschwindigkeiten sind, desto mehr Eis kann über die Aufsetzlinie transportiert werden und desto höher ist demzufolge der Fluss. Dementsprechend liegt bei langsameren Fließgeschwindigkeiten ein verringerter Fluss vor.

Dies ist besonders in Hinblick auf die Massenbilanz wichtig, da höhere Fließgeschwindigkeiten und höhere Flüsse zu einem erhöhten Beitrag zum Meeresspiegelanstieg führen würden und mit einem Rückzug der Aufsetzlinie und dem Ausdünnen des Gletschers verbunden wären. Bei geringeren Fließgeschwindigkeiten würde ein Vorschub der Aufsetzlinie stattfinden, da weniger Eis über diese transportiert wird und

somit ein geringerer Beitrag zum Meeresspiegel erfolgt. Betrachtet man beispielsweise die viskose Simulation der realen Tiden in den unterschiedlichen Experimenten, wird deutlich, dass der höchste Massenverlust bei der höchsten Fließgeschwindigkeit vorliegt. Bei dem linearen Gleiten aus Experiment 1 liegt die Fließgeschwindigkeit bei etwa 180 m/yr und der Fluss bei circa 103000 T/yr. Wie bereits erwähnt, sind die Geschwindigkeiten des nichtlinearen Gleitens geringer. Der Fluss beträgt hier etwa 70000 T/yr.

In dem Experiment 3 mit den höchsten Fließgeschwindigkeiten von über 600 m/yr beträgt der Fluss über die Aufsetzlinie 316700 T/yr. Diese Flüsse beziehen sich alle nur auf ein 1 m breites Segment an der Aufsetzlinie. Ausgehend von dem Satellitenbild in Abb. 3, würde die gesamte Länge der Aufsetzlinie in etwa 20 km betragen. Angenommen, der Fluss wäre über den kompletten Gletscher konstant, würde dieser aus Experiment 3 für den gesamten 79 NG bei circa 6,344 Megatonnen pro Jahr liegen. Zum Vergleich: Am Pine Island Gletscher in der Westantarktis beträgt der Massenverlust momentan 163,5 Gt/yr (Rignot et al, 2013).

Aus diesem Grund sind Variationen in den Flüssen vorhanden, die durch die Schwankungen in den Fließgeschwindigkeiten bedingt sind.

In allen Simulationen ist keine Migration der Aufsetzlinie zu erkennen, da die Tiden zu gering für eine Bewegung sind. Sie befindet sich in allen Modellen durchweg bei einer Position von  $x_{grl}=366147$  m. Es wäre interessant, zu sehen, ab welcher Tide in etwa die Aufsetzlinie des 79 NG mit einer Migration beginnen würde. Es gibt bereits einige Studien zu diesem Thema. Sebastian Beyer hat in seiner Masterarbeit ein Experiment durchgeführt, bei dem er eine Tide von 10 m mit dem Tidenszenario  $M_m$  an ein idealisiertes Modell anlegt. Dieses Szenario bezieht sich auf die Umlaufzeit des Mondes mit  $t=661,311$  Stunden (etwa 27,5 Tage). In diesem Experiment bewegt sich die Aufsetzlinie um einige hundert Meter. Rosier et al (2014) hat ebenfalls einige Simulationen mit Amplituden von 3 m bis zu 7 m zu diesem Thema durchgeführt, in denen die Aufsetzlinie migriert. Aus diesem Grund sollten weitere Studien zu diesem Thema erstellt werden.

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Masterarbeit wurde der Einfluss der Gezeiten auf die Dynamik des Eises untersucht. Als Untersuchungsgebiet diente der 79 ° Nord Gletscher, der sich im Nordosten Grönlands befindet. Dieser ist ein Auslassgletscher, der den North East Greenland Ice Stream (NEGIS) drainiert.

Zur Implementierung wurde die Finite-Elemente-Software COMSOL Multiphysics verwendet. Die Umsetzung erfolgte anhand eines viskoelastischen full-Stokes-Modells, dessen Rheologie des Eises durch das Maxwell-Modell festgelegt wurde, da es auf kurzen Zeitskalen elastisch sein, auf langen Zeitskalen jedoch mit viskosen Fließen reagieren muss. Um die Implementierung der physikalischen Eigenschaften und Variablen zu automatisieren, wurden Javaskripte entwickelt. Diese übertrugen die Physik oder das Maxwell-Modell in das Modell und starteten automatisch die Rechnung in COMSOL.

Der Schwerpunkt dieser Masterarbeit lag in der Betrachtung der Fließgeschwindigkeiten und der Flüsse über die Aufsetzlinie, da diese einen Beitrag zum Meeresspiegelanstieg leisten. Es wurden verschiedene Experimente durchgeführt, um den Einfluss linearen bzw. nichtlinearen Gleitens oder unterschiedlicher Materialparametern zu untersuchen.

Die Fließgeschwindigkeiten des 79 NG sind stark von den Tiden beeinflusst. Besonders nah an der Aufsetzlinie ist der Verlauf der Geschwindigkeiten sehr ähnlich zu dem Tidensignal. Mit zunehmender Distanz zur Aufsetzlinie wird die Geschwindigkeit immer niedriger und folglich gedämpft.

Des Weiteren ist in allen viskoelastischen Simulationen eine Phasenverschiebung stromaufwärts der Aufsetzlinie zu beobachten, die durch das Maxwell-Modell bedingt ist. Die zeitliche Verschiebung zwischen 1 km und 9 km Entfernung beträgt etwa 5 Stunden. Es fällt auf, dass die Phasenverschiebung von 5 km und 7 km Distanz fast in allen Simulationen nahezu identisch ist. Dies könnte eine Folge der Geometrie des Gletschers sein. Dadurch, dass sich die Höhe des Felsbetts auf dieser Distanz absinkt, könnte sich dort das Tidensignal schneller ausbreiten und somit zu diesem Effekt führen.

Bei den Simulationen mit dem Tidenszenario  $M_2S_2$  ist eine Asymmetrie ab einer Distanz von 7 km sichtbar. Da diese sowohl beim linearen Gleiten als auch beim nichtlinearen Gleiten auftritt, kann sie nicht von den Gleitgesetzen abhängen. Stattdessen scheint diese Asymmetrie an der Entfernung zur Aufsetzlinie zu liegen und allgemein ein Produkt der Nichtlinearität des Eises zu sein.

Die Geschwindigkeiten aus den Experimenten 1 und 2 sind mit bis zu 180 m/yr deutlich geringer als die real gemessenen Geschwindigkeiten vor Ort. Diese betragen zwischen 1200 m/yr und 1300 m/yr. Deswegen wird in einem weiteren Experiment ein neues Modell aufgesetzt, dessen Untergrund glatter und rutschiger ist. Bei der viskosen Simulation beträgt hier die neue Fließgeschwindigkeit etwa 610 m/yr, was dem etwa 3,5-fachen der ursprünglichen Ergebnisse entspricht. Folglich werden trotzdem nicht die real gemessenen Geschwindigkeiten erreicht. Es ist möglich, dass dies an der Simulation in 2 D liegt. Bei einer Modellierung in 3 Dimensionen kann das Eis um Erhöhungen im Felsbett einfach herumfließen. Dies ist bei einer Modellierung in 2 D nicht möglich, sodass das Eis gezwungen ist, die Erhöhung zu überwinden. Dabei wird es zunächst abgebremst. Im Anschluss kann das Eis für kurze Zeit beschleunigen, da es nun bergab fließt.

Es gibt mehrere Prozesse, die Auswirkungen auf die Fließgeschwindigkeit des Eises haben. Zum einen fließt bei Ebbe das Wasser aus dem Fjord hinaus, sodass mehr Fläche auf dem Felsbett aufliegt und sich die Reibung erhöht. Aus diesem Grund müssten hier die geringsten Geschwindigkeiten vorliegen. Auf der anderen Seite hingegen verringert sich bei Ebbe die Normalspannung des Wassers, die dem Wasserdruck entspricht. Dadurch drückt das Wasser weniger stark gegen die Schwimmschwanz und das Eis kann folglich schneller fließen. Diese beiden Effekte überlagern sich folglich.

Da in unseren Ergebnissen bei Ebbe immer die höchste Fließgeschwindigkeit auftritt und bei Flut dementsprechend die Niedrigste, muss der zweite Prozess stärker sein als der erste.

Des Weiteren sind die Variationen in den Geschwindigkeiten stark abhängig von den betrachteten E-Modulen. Diese haben auch Auswirkungen auf den Fluss, der von der Geschwindigkeit abhängt. Kleinere E-Module produzieren größere Schwankungen in den

Amplituden als größere E-Module, die das Eis erhärten. Bei kleinen E-Modulen wird folglich bei der Feder mehr Spannung aufgenommen, sodass weniger Energie in das Eisschild transportiert wird. Bei höheren E-Modulen hingegen wird mehr Energie in das Eisschild gebracht. Im Allgemeinen fällt auf, dass in allen Flüssen des linearen Gleitens die Werte höher sind als in denen des nichtlinearen Gleitens.

Die höchsten Flüsse werden dementsprechend in Experiment 3 mit den höchsten Geschwindigkeiten erzielt. Für ein 1 m breites Segment beträgt dieser etwa 316700 T/yr. Würde man dies für eine geschätzte Länge von 20 km für die Aufsetzlinie hochrechnen, würde der Fluss bei circa 6,344 Megatonnen pro Jahr betragen.

In keinem unserer Experimente findet eine Bewegung an der Aufsetzlinie statt, da die Tiden zu gering waren. Bei einer Migration der Aufsetzlinie durch höhere Tiden würde ein Rückzug dieser erwartet werden.

Diese Masterarbeit wird in Hinblick auf die in Zukunft stattfindende Expedition „Greenland ice sheet / ocean interaction and Fram Strait fluxes“ (GRIFF) durchgeführt. Der Schwerpunkt dieser Ausfahrt bezieht sich zum einen auf Untersuchungen der ozeanischen Flüsse innerhalb der Framstraße sowie der Wechselwirkung zwischen dem Europäischen Nordmeer und dem grönländischen Eisschild. Es wurde beantragt, dass im Sommer 2016 das Forschungsschiff Polarstern vom Alfred-Wegener-Institut, Helmholtz-Zentrum für Polar- und Meeresforschung eine 55-tägige Ausfahrt in dieses Gebiet vornimmt, da mittlerweile schon erhöhte Temperaturen sowohl in der Atmosphäre als auch im Ozean gemessen wurden und bereits Veränderungen im Süßwasserhaushalt stattgefunden haben. Des Weiteren ist in den vergangenen Jahren das grönländische Eisschild deutlich zurückgegangen. Durchgeführt werden muss diese Ausfahrt von Juli bis September, da möglichst wenig Meereisbedeckung vorhanden sein sollte.

In den letzten Jahren hat sich dieses Gebiet bereits erwärmt und Klimamodelle simulieren weitere Erwärmungen in naher Zukunft. Diese erhöhten Temperaturen würden dann Auswirkungen auf den NEGIS haben. Ziel dieser Polarsternausfahrt in Hinblick auf die Glaziologie ist es, Beobachtungen zur Fließgeschwindigkeit anzustellen. Gleichzeitig soll die

ozeanische Zirkulation unterhalb des Schelfeises erfasst werden, um den Beitrag des Ozeans zur Destabilisierung des Gletschers herauszufinden und besser zu verstehen. Zusätzlich hat die Zirkulation Auswirkungen auf die Schmelzrate und die Fließgeschwindigkeit.

Da diverse Daten und Modelle auf eine Beschleunigung durch Veränderungen am sogenannten „tidewater margin“ hinweisen, ist dies in Hinblick auf die Entwicklung des 79 NG besonders interessant. Diese Veränderungen werden vermutlich entweder durch basales Schmelzen oder geschwächtes Meereis hervorgerufen.

Während der Ausfahrt sollen GPS-Stationen für ein bis zwei Tage aufgestellt werden. Diese dienen zur Erstellung von Geschwindigkeitsprofilen und dokumentieren den Einfluss der Bewegung der Tiden auf den Nioghalvfjordsfjorden Gletscher. Die Positionierung dieser festen Stationen soll mit Hilfe dieser Masterarbeit erfolgen (Fahrplantrag für GRIFF, 2014).

Insgesamt sollten noch weitere Modellierungsstudien zu diesem Thema stattfinden, um sie anschließend mit den realen Messungen zu vergleichen. In unseren Modellen wurden lediglich 90 Tage simuliert. Es wäre dementsprechend interessant, zu sehen, welche Auswirkungen auf längeren Zeitskalen wie zum Beispiel bei 100 Jahren oder noch länger beobachtet werden, da sich das Eis auf langen Zeitskalen viskos verhält. Damit würde sich allerdings auch die Rechenzeit deutlich verlängern, da trotzdem recht kleine Zeitschritte benutzt werden sollten, um die Viskoelastizität noch beobachten zu können.

Außerdem sollte man diese Studie nicht nur in 2 D, sondern auch in 3 Dimensionen durchführen, um flächendeckend Ergebnisse für den 79 NG zu erhalten. Demzufolge könnten die Flüsse in Bezug auf die Massenbilanz auch besser verglichen werden. Es sollte allerdings auch hier die Rechenzeit im Auge behalten werden.

Ergänzend sollten diese Simulationen auch für andere, schneller fließende Gletscher wie beispielweise den Jakobshavn Isbrae in Südwestgrönland oder den Pine Island Gletscher in der Westantarktis durchgeführt werden, um die genauen Effekte der Gezeiten auf die einzelnen Gletscher besser zu verstehen. Somit könnte man im Vergleich mit anderen Geometrien Gemeinsamkeiten oder Unterschiede erkennen.

## 7. Literaturverzeichnis

Beyer, S.: Viscoelastic modeling of grounding line dynamics, 2014.

Coers, S.: Klassifikation von Nord-Grönlandgletschern, 2015.

Durand, G.; Gagliardini, O.; Zwinger, T.; Le Meur, E.; Hindmarsh, R. C. A.: Full-Stokes modelling of marine ice sheets: influence of the grid size, 2009.

Glen, J. W.: The creep of polycrystalline ice, 1954.

Greve, R.: Dynamics of Ice Sheets and Glaciers, 2010.

Greenland ice sheet / ocean interaction and Fram Strait Fluxes: GRIFF-Antrag 2016.

Gudmundsson, G. H.: Ice-stream response to ocean tides and the form of the basal sliding law. *The Cryosphere*, 5, 250-270, 2011.

Helm, V.; Humbert, A.; Miller, H.: Elevation and elevation change of Greenland and Antarctica derived from CryoSat-2, *The Cryosphere*, 8, 1539-1559, 2014.

Howat, I. M.; Joughin, I.; Fahnestock, M.; Smith, B. E.; Scambos, T. A.: Synchronous retreat and acceleration of southeast Greenland outlet glaciers 2000 – 06: ice dynamics and coupling to climate, *Journal of Glaciology*, Vol. 54, No. 187, 646-660, 2008.

Humbert, A.: Vorlesungsskript „Allgemeine Glaziologie“, Universität Bremen, 2013.

Humbert, A.: Vorlesungsskript „Theoretische Glaziologie“, Universität Bremen, 2014.

Jellinek, H. H. G.; Brill, R.: Viscoelastic Properties of Ice, *Journal of Applied Physics*, Vol. 27, No. 10, 1956.

Joughin, I.; Smith, B. E.; Medley, B.: Marine Ice Sheet Collapse Potentially Under Way for the Thwaites Glacier Basin, West Antarctica, *Science*, Vol. 344, 735-738, 2014.

Juan, J.; Elósegui, P.; Nettles, M.; Larsen, T. B.; Davis, J. L.; Hamilton, G. S.; Stearns, L. A.; Andersen, M. L.; Ekström, G.; Ahlstrøm, A. P.; Stenseng, L.; Abbas Khan, S.; Forsbergs, R.: Sudden increase in tidal response linked to calving and acceleration at a large Greenland outlet glacier, *Geophysical Research Letters*, Vol. 37, 2010.

Khan, S. A.; Kjær, K. H.; Bevis, M.; Bamber, J. L.; Wahr, J.; Kjeldsen, K. K.; Bjørk, A. A.; Korsgaard, N. J.; Stearns, L. A.; van der Broeke, M. R.; Liu, L.; Larsen, N. K.; Muresan, I. S.: Sustained mass loss of the northeast Greenland ice sheet triggered by regional warming, *Nature Climate Change*, Vol. 4, 292-299, 2014.

Mayer, C.; Reeh, N.; Jung-Rothenhäusler, F.; Huybrechts, P.; Oerter, H.: The subglacial cavity and implied dynamics under Nioghalvfjerdingsfjorden Glacier, NE-Greenland, *Geophysical Research Letters*, Vol. 27, No. 15, 2289-2292, 2000.

Morlighem, M.; Rignot, E.; Seroussi, H.; Larour, E.; Ben Dhia, H.; Aubry, D.: Spatial patterns of basal drag inferred using control methods from a full-Stokes and simpler models for Pine Island Glacier, West Antarctica, *Geophysical Research Letters*, Vol. 37, 2010.

Nye, J. F.: The distribution of stress and velocity in glaciers and ice sheets, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 239, No. 1216, 113-133, 1956.

Pattyn, F.; Schoof, C.; Perichon, L.; Hindmarsh, R. C. A.; Bueler, E.; de Fleurians, B.; Durand, G.; Gagliardini, O.; Gladstone, R.; Goldberg, D.; Gudmundsson, G. H.; Huybrechts, P.; Lee, V.; Nick, F. M.; Payne, A. J.; Pollard, D.; Rybak, O.; Saito, F.; Vieli, A.: Results of Marine Ice Sheet Model Intercomparison Project, MISMP, *The Cryosphere*, 6, 573-588, 2012.

Reeh, N.; Christensen, E. L.; Mayer, C.; Olesen, O. B.: Tidal bending of glaciers: a linear viscoelastic approach, *Annals of Glaciology*, Vol. 37, 2003.

Rignot, E.; Box, J. E.; Burgess, E.; Hanna, E.: Mass Balance of Greenland ice sheet from 1958 to 2007, *Geophysical Research Letter*, Vol. 35, 2008.

Rignot, E.; Gogineni, S.; Joughin, I.; Krabill, W.: Contribution to the glaciology of the northern Greenland from satellite radar interferometry, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 106, No. D24, 34007-34019, 2001.

Rignot, E.; Gogineni, S.; Krabill, W.; Ekohlm, S.: Ice discharge from north and northeast Greenland as observed from satellite radar interferometry, *Science*, 276, 934-937.

Rignot, E.; Mouginot, J.; Morlighem, M.; Seroussi, H.; Schleuchl, B.: Widespread, rapid grounding line retreat of Pine Island, Thwaites, Smith, and Kohler glaciers, West Antarctica, from 1992 to 2011, *Geophysical Research Letters*, Vol. 41, 3502-3509, 2014.

Rosier, S. H. R.; Gudmundsson, G. H.; Green, J. A. M.: Insights into ice stream dynamics through modeling their response to tidal forcing, *The Cryosphere*, 8, 1763-1775, 2014.

Seroussi, H.; Morlighem, M.; Rignot, E.; Larour, E.; Aubry, D.; Ben Dhia, H.; Kristensen, S. S.: Ice flux divergence anomalies at 79north Glacier, Greenland, *Geophysical Research Letters*, Vol. 38, 2011.

Thomas. R.; Frederick, E.; Krabill, W.; Manizade, S.; Martin, C.: Recent changes on Greenland outlet glaciers, *Journal of Glaciology*, Vol. 55, No. 189, 2009.

Vaughan, D. G.: Chapter 4 – Observations of the Cryosphere, IPCC, 2013.

## Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Leuten bedanken, die mich bei der Anfertigung dieser Masterarbeit unterstützt haben:

- Prof. Dr. Angelika Humbert für die Idee und Betreuung dieser Masterarbeit als Erstprüferin. Danke für die anregenden Gespräche und Tipps, die mich sehr motiviert haben.
- Dr. Torsten Bickert für die Zweitbetreuung der Masterarbeit. Sie waren ein sehr guter Betreuer bereits vor Beginn der Masterarbeit im Masterseminar.
- Dr. Martin Rückamp für die Hilfestellungen bei Comsol. Du standest mir mit Rat und Tat zur Seite und warst sehr geduldig.
- Sebastian Beyer für die große Hilfe bei Python.
- Susanne Coers, die mir das ein oder andere Mal bei GMT unter die Arme gegriffen hat.
- Ein großes Dankeschön auch an alle Mitarbeiter der Glaziologie.
- Als letztes möchte ich meiner Familie, meinen Freunden und meinem Freund danken, die mich in den letzten 6 Monaten so wunderbar unterstützt haben.