

**Zur Parametrisierung der stabilen
atmosphärischen Grenzschicht über
einem antarktischen Schelfeis.**

**Parameterization of the Stable
Atmospheric Boundary Layer over
an Antarctic Ice Shelf**

Dörthe Handorf

Dörthe Handorf

Deutscher Wetterdienst
Meteorologisches Observatorium Lindenberg
Dezernat Landoberflächenprozesse und Grenzschicht
15864 Lindenberg

Die vorliegende Arbeit ist die inhaltlich unveränderte Fassung einer Dissertation, die im November 1995 der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I der Humboldt-Universität zu Berlin vorgelegt wurde. Die Dissertation wurde am 24. 5. 1996 verteidigt.

Zusammenfassung

Auf der Grundlage zweier umfangreicher Grenzschichtmeßprogramme an der deutschen antarktischen Forschungsstation „Neumayer“ wird die stabile atmosphärische Grenzschicht untersucht. Die dort anzutreffenden Bedingungen erlauben die Überprüfung und Erweiterung bekannter hydrodynamischer Theorien und empirischer Gesetze (universelle Funktionen) über einer horizontal homogenen Unterlage, auf denen fast alle Parametrisierungen des turbulenten Austausches in atmosphärischen Modellen von Grenzschicht- bis zum globalen Klimamodell basieren. In dieser Arbeit werden empirische und theoretische Untersuchungen von Parametrisierungsbeziehungen für die Oberflächenflüsse, die turbulenten Flüsse in der gesamten Grenzschicht und die Grenzschichthöhe durchgeführt.

Mit den Daten der „Neumayer“-Station werden universelle Funktionen in dem bislang wenig untersuchten Bereich mäßig bis stark stabiler Schichtung und in verschiedenen Höhen bestimmt. Die üblicherweise verwendete lineare Abhängigkeit der universellen Funktionen von der Stabilität (charakterisiert durch die dimensionslose Höhe z/L) bestätigt sich auch in diesem Bereich, allerdings nur bis zu einem charakteristischen Wert des Stabilitätsparameters ($z/L = 1$). Mit zunehmender Stabilität erreichen die universellen Funktionen konstante Werte. Weiterhin werden die Oberflächenflüsse aus Profilmessungen berechnet, wobei Methoden der Optimierungstheorie angewandt werden. Die berechneten turbulenten Oberflächenflüsse stimmen gut mit direkt gemessenen Flüssen überein.

Es wird gezeigt, daß die Höhe der stabilen Grenzschicht an der Neumayer-Station sehr gering ist. Als entscheidende Ursache für dieses Phänomen wird die Stabilität der freien Atmosphäre oberhalb der Grenzschicht ermittelt. Ausgehend von den Bewegungsgleichungen wird eine erweiterte Parametrisierungsbeziehung für die Höhe der stabilen Grenzschicht unter Einbeziehung der Stabilität der freien Atmosphäre abgeleitet und mit Messungen verifiziert. Bei Berücksichtigung dieser Parametrisierungsbeziehung im Turbulenzschließungsschema eines eindimensionalen Grenzschichtmodells wird die beste Übereinstimmung zwischen simulierten und gemessenen Grenzschichtentwicklungen erzielt.

Die aus den theoretischen und experimentellen Untersuchungen gewonnenen verbesserten Parametrisierungsbeziehungen werden in einem eindimensionalen Grenzschichtmodell zur Simulation der stabilen Grenzschicht angewendet. Neben dem stationären Zustand werden die Auswirkungen verschiedener externer Einflüsse auf die zeitliche Entwicklung einer stabilen Grenzschicht untersucht. Die mit dem Modell berechnete zeitliche Entwicklung der Grenzschicht wird unter Vorgabe variabler Oberflächenrandbedingungen für ausgewählte Fallstudien mit Meßergebnissen verglichen.

Abstract

The stable atmospheric boundary layer has been investigated on the basis of two extended boundary-layer experiments, performed at the German Antarctic research station Neumayer. Almost all parameterizations of the turbulent exchange in atmospheric models (from boundary-layer models up to global circulation models) are based on hydrodynamic theories and empirical laws (universal functions), which are valid above horizontal homogeneous surfaces. The conditions at the Neumayer-station allow the test of such theories as well as their further development. In this thesis empirical and theoretical investigations of parameterizations of the surface fluxes, the turbulent fluxes in the whole boundary layer and of the height of the stable boundary layer are performed.

Until now only a few experimental investigations exist for moderately to strong stable stratification. The data measured at the Neumayer-station allow the determination of the universal functions for this stability range. The normally used linear dependence of the universal functions from the stability parameter z/L is confirmed even for this range, but only up to an upper limit of $z/L = 1$. z is the height above ground, L the Obuchov-length. With increasing stability the universal functions reach constant values. In addition, the turbulent surface fluxes have been calculated from profile measurements with methods of optimization theory. The results are in good agreement with directly measured turbulent fluxes.

It is shown, that the height of the stable boundary layer at the Neumayer-station is very low. The main reason for this phenomena is the stability of the free atmosphere above the boundary layer. Based on the equations of motion an extended relation for the parameterization of the height of the stable boundary layer is determined, which takes into account the stability of the free atmosphere. This relation is verified with our measurements. Taking into account this parameterization in a turbulence-closure-scheme of a one-dimensional boundary layer model, the best agreement between simulated and measured boundary-layer development is achieved.

The improved parameterizations, derived from the performed theoretical and experimental investigations, are used in a one-dimensional boundary layer model for the simulation of the stable atmospheric boundary layer. The stationary state as well as the influence of different external factors on the development in time are investigated. The simulated development of the boundary layer is compared with observed results for selected case studies with the use of variable lower and upper boundary conditions and different turbulence-closure-schemes.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	4
1 Theoretische Grundlagen	7
1.1 Die Gleichungen für die mittlere Strömung	9
1.2 Die Turbulenzschließung	11
1.3 Die Gleichung für die turbulente Energie	12
1.4 Die stationäre stabile Grenzschicht	13
1.4.1 Die Stationaritätsannahme	13
1.4.2 Die Entwicklung zum Gleichgewichtszustand	14
1.5 Skalierungsschema der stabilen Grenz- schicht	16
1.6 Parametrisierungen der Gleichgewichtshöhe	19
2 Die stabile Grenzschicht über einem antarktischen Schelfeis	23
2.1 Das Meßgebiet und die meteorologischen Bedingungen	23
2.2 Vorliegende Meßdaten	28
2.2.1 Das Grenzschichtmeßprogramm 1983-1987	28
2.2.2 Das Turbulenzexperiment FINTUREX 1994	29
2.3 Eine Grenzschichtklimatologie	30
2.3.1 Datenprüfung und Klassifikation	31
2.3.2 Mittlere Vertikalprofile der Temperatur, des Windvektors und der Richardsonzahl	32

2.3.3	Vergleich mit Daten der Plateau-Station	35
3	Parametrisierung der stabilen Grenzschicht	37
3.1	Auswahl und Aufbereitung der Daten	38
3.1.1	Datenauswahl	38
3.1.2	Das Interpolationsverfahren	39
3.2	Turbulente Flüsse und Oberflächenparameter in der Bodenschicht .	41
3.2.1	Die Nieuwstadt-Marquardt-Profilmethode bei neutraler und stabiler Schichtung	42
3.2.2	Bestimmung von Grenzschichtparametern aus Profilmessungen an der Neumayer-Station	57
3.3	Bestimmung und Parametrisierung der Grenzschichthöhe	64
3.4	Ähnlichkeitsbeziehungen in der stabilen Grenzschicht	69
4	Modelle der stabilen Grenzschicht bei horizontaler Homogenität	76
4.1	Modellbeschreibung	76
4.1.1	Vergleich verschiedener Mischungswegansätze	79
4.2	Modellierung der stationären stabilen Grenzschicht	85
4.2.1	Dimensionslose Modellgleichungen bei Schließung mit lokaler Skalierung	85
4.2.2	Stationäre Lösungen der Modellgleichungen	86
4.3	Modellerweiterungen	94
4.3.1	Hangneigung	95
4.3.2	Instationärer geostrophischer Wind	98
4.4	Modellierung der Entwicklung stabiler Grenzschichten	101
4.4.1	Bestimmung zeitabhängiger Randbedingungen	101
4.4.2	Die Entwicklung vom 29./30.6.1983	103
4.4.3	Die Entwicklung vom 11./12.8.1983	108

Schlußbemerkungen	114
A Turbulente kinetische Energie und Temperaturvarianz bei horizontal homogener, stabiler Grenzschichtströmung	116
B Grundlagen der Theorie der Modellanpassung	118
Literatur	123
Symbolverzeichnis	130
Danksagung	133

Einleitung

Diese Arbeit ist ein Beitrag zur experimentellen Erforschung und zur Modellierung der atmosphärischen Grenzschicht bei stabiler Dichteschichtung. Die atmosphärische Grenzschicht ist die Schicht unmittelbar über der Erdoberfläche, die von dieser Oberfläche durch Reibung sowie Erwärmung und Abkühlung direkt beeinflusst wird. Die Höhe dieser Übergangsschicht bis zur ungestörten Strömung der freien Atmosphäre liegt bei mehreren Dekametern für stabile Dichteschichtung und zwischen 1 km bis 2 km bei freier Konvektion. Charakteristisch für die Grenzschichtströmung sind turbulente Bewegungen auf Zeitskalen von Bruchteilen von Sekunden bis Stunden. Durch diese turbulenten Bewegungen erfolgt in der Grenzschicht fast der gesamte Austausch von Impuls, Wärme und Wasserdampf zwischen der Atmosphäre und der Erdoberfläche. Eine möglichst genaue Kenntnis der in der Grenzschicht ablaufenden Vorgänge ist nicht nur für die Modellierung kleinräumiger Prozesse (z.B. Ausbreitung anthropogen erzeugter Spurenstoffe), sondern auch für das Verständnis und die Modellierung der großräumigen Strömungen in Wettervorhersage- oder Klimamodellen wichtig. In Grenzschichten mit stabiler Dichteschichtung wirkt die Auftriebskraft bei vertikaler Auslenkung von Luftteilchen als rücktreibende Kraft, wodurch turbulente Bewegungen eingeschränkt werden und sich relativ flache Grenzschichten ausbilden. In der umfangreichen Literatur zur Grenzschichtmeteorologie sind verschiedene Definitionen der Höhe der Grenzschicht zu finden. In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, daß Turbulenz das Hauptmerkmal der Grenzschichtströmung ist und dementsprechend die Grenzschichthöhe als das unterste Niveau definiert, in dem die Turbulenz verschwindet bzw. kleine Beträge des Bodenwertes annimmt.

Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, hydrodynamische Theorien und empirische Gesetze auf Grenzschichtströmungen bei stabiler Dichteschichtung über horizontal homogenem Gelände anzuwenden, diese durch theoretische Überlegungen zu erweitern und mit Messungen aus der Antarktis zu vergleichen und zu verbessern. Bei horizontaler Homogenität variieren die statistischen Eigenschaften der Strömung nur mit der Höhe und der Zeit. Diese Vereinfachung erleichtert das Verständnis der grundlegenden Prozesse in der atmosphärischen Grenzschicht. In der Grenzschicht sind im allgemeinen die vertikalen Änderungen der meteorologischen Größen wesentlich größer als die horizontalen Änderungen, so daß für viele Anwendungen die Annahme horizontaler Homogenität zulässig ist. In den letzten Jahren wurden in zunehmenden Maße Untersuchungen unter komplexeren Bedingungen durchgeführt,

z.B. über heterogenen Oberflächen. Diese konzentrieren sich auf Strömungen bei labiler Dichteschichtung, während das Studium stabiler Grenzschichten von Natur aus schwieriger ist und dementsprechend auch bei horizontaler Homogenität nur wenige Untersuchungen vorliegen. Bei stabiler Schichtung sind die turbulenten Schwankungen der meteorologischen Größen aufgrund der schwach ausgebildeten Turbulenz schwieriger zu messen, und durch die mögliche Koexistenz von Wellen und Turbulenz wird eine Interpretation der Meßergebnisse erschwert. Ein großer Teil der Untersuchungen dieser Arbeit setzt zusätzlich stationäre Verhältnisse voraus. Dies ist in der Atmosphäre aufgrund ihrer langzeitlichen Variabilität nicht exakt erfüllt, aber häufig ist es zulässig, instationäre Vorgänge als Folge von stationären Zuständen zu betrachten.

Die atmosphärische Grenzschicht wird in großskaligen Atmosphären-, Meereis- und Ozeanmodellen häufig ohne detaillierte vertikale Auflösung behandelt. Der turbulente Austausch an der Erdoberfläche wird dann aus den Differenzen der Modellvariablen Temperatur, Feuchte und dem Wind der Atmosphäre oberhalb der Grenzschicht und den Oberflächenwerten berechnet. Die dabei verwendeten Parametrisierungen beruhen auf klassischen Grenzschichttheorien (Kapitel 1), die durch dimensionsanalytische Betrachtungen abgeleitet werden. Im Rahmen dieser Theorien werden universelle Funktionen eingeführt, die nur unter einschränkenden Voraussetzungen (insbesondere horizontale Homogenität und Stationarität) gelten und deren Form empirisch bestimmt werden muß. Dementsprechend werden bei der Parametrisierung des turbulenten Austausches die Oberflächenrandbedingungen und komplexen physikalischen Prozesse in der Grenzschicht stark vereinfachend berücksichtigt. Die empirisch zu bestimmenden universellen Funktionen beruhen auf wenigen detaillierten Grenzschicht-Meßprogrammen, welche zudem nur in wenigen Fällen gesicherte Ergebnisse für die seltener auftretende stabile Schichtung erbrachten. In Erweiterung bisheriger Untersuchungen werden in dieser Arbeit zwei umfangreiche Grenzschichtmeßprogramme in der Antarktis ausgewertet, für die in 30 bis 40 Prozent der erfaßten Meßfälle stabile Schichtung vorliegt. Diese Messungen bilden die Grundlage für empirische und theoretische Untersuchungen von Parametrisierungsbeziehungen für die Oberflächenflüsse, die turbulenten Flüsse in der gesamten Grenzschicht und die Grenzschichthöhe.

Das polare Untersuchungsgebiet auf dem Ekström-Schelfeis an der deutschen Antarktis-Station Georg-von-Neumayer (bis 1992) bzw. der neuen Neumayer-Station (ab 1992) wird als ein „natürliches Labor“ ausgewählt. In den Wintermonaten kann dort die Grenzschicht ohne den Einfluß von Tagesschwankungen, d.h. unter quasistationären Bedingungen untersucht werden. Das Meßgebiet ist zudem durch horizontale Homogenität, geringe Oberflächenrauigkeit und häufiges Auftreten stabiler Schichtung gekennzeichnet. Mit Profilmessungen von Temperatur, Windgeschwindigkeit und Windrichtung an einem 45m hohen Mast, die von 1983 bis 1987 durchgeführt wurden, konnte in 30 Prozent der Meßfälle die gesamte Grenzschicht erfaßt werden. Im Vergleich dazu wäre in mittleren Breiten ein 200 bis 300m hoher Meßmast erforderlich gewesen. Neben den erwähnten Profilmessungen, die für das Jahr 1983 ausgewertet wurden, gehen die Daten des Turbulenzexperi-

menten FINTUREX 1994 mit Profilmessungen an einem 10m hohen Mast und Turbulenzmessungen in 3 Höhen im Januar/Februar 1994 in die Untersuchungen ein. Bei der Beschreibung der stabilen Grenzschicht mittels universeller Funktionen, die unter definierten Voraussetzungen gelten, wird ein großer Teil der Variabilität der stabilen Grenzschicht vernachlässigt. Diese Variabilität wird durch topographische Effekte, Änderungen der Oberfläche und der großräumigen Strömungssituation und durch das Auftreten von Schwerewellen verursacht. Im Gegensatz zu universellen Funktionen wird diese Variabilität bei der Betrachtung klimatologischer Mittelwerte erfaßt. Deshalb werden zunächst die wesentlichen Merkmale der stabilen Grenzschicht an der Neumayer-Station mittels einer Grenzschichtklimatologie auf der Grundlage eines vollständigen Profildatensatzes für das Jahr 1983 herausgearbeitet (Kapitel 2).

In den meisten Modellen basiert das Schema zur Berechnung der Oberflächenflüsse auf der Monin-Obuchov-Theorie, einer Ähnlichkeitstheorie für die Bodenschicht, den Grenzschichtbereich unmittelbar über der Erdoberfläche. Ähnlichkeitstheorien beschreiben die Grenzschichtstruktur mittels einiger charakteristischer Skalierungsparameter. Im Rahmen der Monin-Obuchov-Theorie sind dies die Höhe über der Erdoberfläche, der Auftriebsparameter und die turbulenten Oberflächenflüsse. Für die verschiedenen Regionen der Grenzschicht sind unterschiedliche Skalierungsparameter relevant. Dies wird z.B. in dem Skalierungsschema von Holtslag und Nieuwstadt (1986) für die stabile Grenzschicht dargestellt. In Kapitel 3 werden mittels der Daten der genannten Grenzschichtmeßprogramme die Grenzen zwischen den verschiedenen Regionen des Skalierungsschemas und die Form der empirischen Gesetze überprüft und verbessert. Weiterhin werden die Oberflächenflüsse aus Profilmessungen berechnet, wobei Methoden der Optimierungstheorie angewandt werden. Parametrisierungen der Grenzschichthöhe bei stabiler Dichteschichtung werden mit experimentell bestimmten Grenzschichthöhen überprüft. Hierbei wird insbesondere gezeigt, daß in die Parametrisierung der Grenzschichthöhe zusätzlich zu den üblichen Skalierungsparametern ein weiterer Parameter einbezogen werden muß. Dieser Parameter beschreibt die Stabilität der Schichtung der freien Atmosphäre oberhalb der Grenzschicht.

Die aus den theoretischen und experimentellen Untersuchungen gewonnenen verbesserten Parametrisierungsbeziehungen werden in Kapitel 4 in einem eindimensionalen Grenzschichtmodell zur Simulation der stabilen Grenzschicht angewendet. Die modellierte vertikale Struktur der stationären stabilen Grenzschicht wird in Abhängigkeit von verschiedenen Stabilitätsparametern untersucht und mit Ergebnissen analytischer Modelle verglichen. Das Grenzschichtmodell dient weiterhin dazu, die Auswirkungen verschiedener externer Einflüsse auf die zeitliche Entwicklung einer stabilen Grenzschicht zu untersuchen. Die mit dem Modell berechnete zeitliche Entwicklung der Grenzschicht wird für ausgewählte Fallstudien mit Meßergebnissen verglichen.

Kapitel 1

Theoretische Grundlagen

Die atmosphärische Strömung läßt sich mit Gesetzen der klassischen Physik, und zwar mit den Erhaltungssätzen von Masse, Impuls und Energie zufriedenstellend beschreiben. Bei Berücksichtigung des Wasserdampfes oder anderer Spurengase (z.B. Kohlendioxid, Ozon) muß das Gleichungssystem um die Bilanzgleichungen dieser Stoffe erweitert werden. Die Bewegungsgleichungen (pro Volumeneinheit) einer zähen Flüssigkeit auf der rotierenden Erde lauten:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - g \delta_{i3} - 2\epsilon_{ijk} \omega_j u_k + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_{ik}}{\partial x_k}. \quad (1.1)$$

Die linke Seite der Gleichung (1.1) beschreibt die in lokale zeitliche Änderung und Advektion aufgespaltene Trägheitskraft. Auf der rechten Seite stehen die Druckgradientkraft $-(1/\rho)(\partial p/\partial x_i)$, die Schwerkraft $-g\delta_{i3}$, die Corioliskraft $-2\epsilon_{ijk}\omega_j u_k$ und die durch die Viskosität verursachte Reibungskraft $(1/\rho)(\partial P_{ik}/\partial x_k)$. Es bezeichnen u_i die Komponenten des Vektors der Windgeschwindigkeit (die Indizes i, j, k durchlaufen die Werte 1, 2, 3), ρ die Dichte, p den Druck, g die Schwerebeschleunigung, δ_{ij} das Kroneckersymbol mit $\delta_{ij} = 1$ für $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ für $i \neq j$ sowie ϵ_{ijk} den alternierenden Einheitstensor mit $\epsilon_{ijk} = 1$, wenn i, j, k zyklisch mit 1, 2, 3 vertauscht sind, $\epsilon_{ijk} = 0$, wenn mindestens zwei Indizes gleich sind und $\epsilon_{ijk} = -1$, wenn i, j, k azyklisch mit 1, 2, 3 vertauscht sind. Ab Gleichung (1.1) wird die Einsteinsche Summenkonvention angewandt. Für die Winkelgeschwindigkeit der Erde $\vec{\omega}$ gilt:

$$2\vec{\omega} = (0, 2\omega \cos \phi', 2\omega \sin \phi') = (0, f^*, f), \quad (1.2)$$

wobei ϕ' die geographische Breite und f, f^* die Coriolisparameter sind. Der Navier-Stokes'sche Reibungstensor P_{ik} lautet:

$$P_{ik} = \mu \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right]. \quad (1.3)$$

1. Theoretische Grundlagen

Die dynamische Zähigkeit wird mit μ , die kinematische Zähigkeit mit $\nu = \mu/\rho$ bezeichnet.

Grundsätzlich kann die Strömung laminar oder turbulent (Trajektorien verschiedener Teilchen kreuzen einander) sein. Letzteres tritt ein, wenn die Trägheitskraft sehr viel größer als die innere Reibungskraft ist. Die dimensionslose Reynoldszahl $Re = (UL_s)/\nu$ gibt das Verhältnis dieser beiden Kräfte an, wobei U die charakteristische Geschwindigkeit und L_s die charakteristische Länge der betrachteten Strömung sind. Der Wert der Reynoldszahl, der beim Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung auftritt, wird als kritischer Wert bezeichnet. Dieser liegt in der Atmosphäre ungefähr bei 10^3 . Da in der atmosphärischen Grenzschichtströmung üblicherweise Werte der Reynoldszahl größer 10^8 angetroffen werden, kann hier stets von einer turbulenten Strömung ausgegangen werden. Das Frequenz- und Wellenzahlspektrum der atmosphärischen Turbulenz in der Grenzschicht überdeckt Frequenzen von 10^{-3} bis $10^3 s^{-1}$ und Wellenzahlen von 10^{-3} bis $10^3 m^{-1}$.

Die Erhaltung der Masse wird durch die Kontinuitätsgleichung in der Form

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1.4)$$

beschrieben. Unter Berücksichtigung der Definition der potentiellen Temperatur $\Theta = T(1000/p)^{R/c_p}$ und der Zustandsgleichung für ideale Gase $p = \rho RT$ läßt sich der erste Hauptsatz der Thermodynamik als

$$\delta q = \frac{T}{\Theta} c_p d\Theta. \quad (1.5)$$

ausdrücken. Die spezifische Wärme bei konstantem Druck wird mit c_p , die Gaskonstante für Luft mit R und die Wärmezufuhr pro Masseinheit mit δq bezeichnet. Das Symbol δ deutet an dieser Stelle an, daß es sich um kein vollständiges Differential handelt. Aus der Gleichung (1.5) folgt für die zeitliche Änderung der potentiellen Temperatur:

$$c_p \frac{d\Theta}{dt} = c_p \frac{\partial \Theta}{\partial t} + c_p u_k \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} = \frac{\Theta}{T} \delta q. \quad (1.6)$$

Der Quellen- und Senkenterm auf der rechten Seite wird für trockene Luft durch die innere Reibung, die Divergenz des molekularen Wärmestromes und die Divergenz der Strahlungsflüsse bestimmt.

Da wir unsere Betrachtungen auf eine trockene Atmosphäre beschränken, werden alle mit dem Wasserkreislauf verbundenen Prozesse (Verdunstung, Wolkenbildung, Niederschlag, latente Wärmeflüsse) vernachlässigt. Diese Vereinfachung ist zulässig,

da wir nur polare Bedingungen mit Lufttemperaturen unterhalb des Gefrierpunktes für Wasser untersuchen, bei denen der Wasserdampfgehalt der Luft so gering ist, daß die Annahme einer trockenen Atmosphäre gerechtfertigt ist.

Weiterhin wird die Divergenz der Strahlungsflüsse vernachlässigt. Eine stabile Grenzschicht entwickelt sich in den Polargebieten vorwiegend nachts und während der Polarnacht, d.h. bei vernachlässigbarer kurzweiliger Strahlungsbilanz. Die langweilige Strahlungsflußdivergenz ist nach einer Abschätzung von Garratt und Brost (1981) für die in der Antarktis auftretenden Bedingungen (niedrige Lufttemperatur und dementsprechend geringer Wasserdampfgehalt sowie eine hohe langweilige Emissivität der Eis- und Schneeoberfläche) nur von untergeordneter Bedeutung.

1.1 Die Gleichungen für die mittlere Strömung

Zur weiteren Behandlung der Gleichungen (1.1), (1.4) und (1.6) zerlegen wir nach Reynolds (1895) alle Strömungsvariablen X ($X = u_i, \Theta, \dots$) in einen Ensemblemittelwert \bar{X} und in eine davon abweichende Störung X' :

$$X = \bar{X} + X'. \quad (1.7)$$

Die Abweichungen X' werden im folgenden als turbulente Anteile bezeichnet. Ensemblemittelwerte \bar{X} können durch räumliche und/oder zeitliche Mittelung bestimmt werden, so daß die turbulenten Werte dann lokale und/oder zeitliche Abweichungen davon bezeichnen. Vollständige Ableitungen vereinfachter Erhaltungssätze für atmosphärische Grenzschichtströmungen sind in einer Reihe von Zeitschriftenartikeln (u.a. Kraus, 1970) und Lehrbüchern (z.B. Stull, 1988; Sorbjan, 1989) zu finden, so daß im folgenden die vereinfachten Gleichungen ohne Ableitung übernommen werden. Dabei müssen folgende Voraussetzungen mit hinreichender Näherung erfüllt sein:

- die betrachtete Strömung ist inkompressibel,
- die Strahlungsflußdivergenzen sind vernachlässigbar,
- der Wasserdampfgehalt und Phasenänderungen des Wassers sind vernachlässigbar,
- turbulente Dichte- und Druckschwankungen werden nicht berücksichtigt,
- die molekulare Viskosität und die molekulare Wärmeleitung werden gegenüber den jeweiligen turbulenten Diffusionstermen vernachlässigt,
- bei der Corioliskraft werden nur die Terme berücksichtigt, in denen der Parameter f auftritt.

Demnach ergibt sich nach Durchführung der Zerlegung in mittlere und turbulente Anteile entsprechend (1.7) für die Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} = 0, \quad (1.8)$$

für die Bewegungsgleichungen:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} = \epsilon_{ik3} f \bar{u}_k - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - g \delta_{i3} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_k}}{\partial x_k}, \quad (1.9)$$

und für die thermische Energie (Temperaturgleichung):

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_k} = - \frac{\partial \overline{\Theta' u'_k}}{\partial x_k}. \quad (1.10)$$

Da in der Grenzschicht im allgemeinen die Änderungen in der Vertikalen (normal zur Grenzfläche) wesentlich größer als in der Horizontalen (parallel zur Grenzfläche) sind, lassen sich die dominierenden Prozesse vielfach anhand eindimensionaler Betrachtungen sinnvoll darstellen. Dieser Annahme folgend vereinfachen sich die Gleichungen (1.9) und (1.10) unter Beachtung von $u_1 = u$, $u_2 = v$, $u_3 = w$ und $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$ zu:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -if(W - W_g) + \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} = - \frac{\partial \overline{\Theta' w'}}{\partial z}. \quad (1.12)$$

Die komplexe Schreibweise mit $\tau = -\overline{u'w'} - i\overline{v'w'} = \tau_x + i\tau_y$, $W_g = u_g + iv_g$ und $W = \bar{u} + i\bar{v}$ vereinfacht die Behandlung des Gleichungssystems in Kapitel 4. Die Komponenten des geostrophischen Windes u_G, v_G werden durch die horizontalen Druckgradienten definiert:

$$\epsilon_{ij3} u_{Gj} = \frac{1}{\bar{\rho} f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}. \quad (1.13)$$

Des weiteren werden die vertikalen Beschleunigungen vernachlässigt, so daß hydrostatisches Gleichgewicht angenommen wird:

$$\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = -g. \quad (1.14)$$

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird stets die Zerlegung (1.7) angewandt, und die mittleren Größen werden in der Regel nicht durch Mittelungsstriche gekennzeichnet.

1.2 Die TurbulenzschlieÙung

In den Gleichungen (1.9) bis (1.12) treten neben den Termen mit mittleren GröÙen Kovarianzen turbulenter GröÙen auf. Da diese nicht explizit bestimmt werden können, wird nach Methoden gesucht, die turbulenten Impuls- und Wärmeflüsse durch mittlere GröÙen darzustellen. Eines der gängigsten Verfahren ist in diesem Zusammenhang die Gradientenmethode:

$$\overline{w'X'} = -K_X \frac{\partial \bar{X}}{\partial z}, \quad (1.15)$$

mit $X = u, v, \Theta$. In der Gleichung (1.15), die in der Grenzschichtmeteorologie von Schmidt (1925) eingeführt wurde, ist der turbulente Diffusionskoeffizient K_X eine skalare GröÙe. Die Darstellung (1.15) wird als lokale Parametrisierung 1. Ordnung bezeichnet. Ein einfacher Ansatz zur Beschreibung des turbulenten Diffusionskoeffizienten K_X ist das Prandtlsche Mischungswegkonzept (Prandtl, 1925). Die dabei eingeführte Mischungsweglänge l beschreibt den mittleren Weg eines Teilchens, bis sich dieses mit der Umgebungsluft vermischt hat. Der Diffusionskoeffizient ergibt sich dabei zu:

$$K_X = l^2 \left| \frac{\partial W}{\partial z} \right|. \quad (1.16)$$

Unter Verwendung der Bilanzgleichung der turbulenten kinetischen Energie läÙt sich der Diffusionskoeffizient nach Prandtl (1945) und Kolmogorov (1942) auch als

$$K_X = c l \bar{\epsilon}^{0.5}. \quad (1.17)$$

angeben. In der Gleichung (1.17) stellen c einen Koeffizienten zwischen 0.4 und 0.61 (Detering, 1985; Mellor und Yamada, 1982) und $\bar{\epsilon} = 0.5(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$ die turbulente kinetische Energie dar. Dieser Ansatz kann nur verwendet werden, wenn das Gleichungssystem um die Bilanzgleichung für die turbulente kinetische Energie (Abschnitt 1.3) erweitert wird. Aufgrund dieser Erweiterung wird eine SchlieÙung des Gleichungssystems mit (1.17) auch als SchlieÙung der Ordnung 1.5 bezeichnet.

Um die Gleichungen (1.11) und (1.12) zu lösen, müssen ein Konzept zur Berechnung des Mischungsweges l und bei Verwendung der Gleichung (1.17) auch eine passende Behandlung der turbulenten kinetischen Energiegleichung vorliegen. Mit diesen Forderungen befassen sich die folgenden Untersuchungen vor allem bei statisch stabil geschichteten Grenzschichtströmungen.

1.3 Die Gleichung für die turbulente Energie

Die Bilanzgleichung für die turbulente kinetische Energie (TKE) bei horizontal homogener Strömung wird aus der Energiegleichung der mittleren Strömung abgeleitet und lautet:

$$\frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial t} = \frac{g}{\Theta} \overline{w'\Theta'} - \left(\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) - \frac{\partial \overline{w'e}}{\partial z} - \frac{1}{\bar{p}} \frac{\partial \overline{w'p'}}{\partial z} - \epsilon \quad (1.18)$$

Die Terme der rechten Seite beschreiben in dieser Reihenfolge die Umwandlung zwischen potentieller und turbulenter kinetischer Energie, die Umwandlung zwischen mittlerer kinetischer Energie und turbulenter kinetischer Energie, die Divergenz des vertikalen turbulenten Transportes von TKE, die Umverteilung von TKE durch Druckstörungen sowie die viskose Dissipation von TKE $\epsilon = \nu (\partial u'_i / \partial x_j)^2$. Die ersten beiden Terme auf der rechten Seite von (1.18) werden im weiteren Verlauf der Arbeit auch Erzeugungsterme genannt. Ihr Verhältnis

$$Rf = \frac{-\frac{g}{\Theta} \overline{w'\Theta'}}{\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}} \quad (1.19)$$

bezeichnet die Richardsonflußzahl Rf . Ersetzt man in der Gleichung (1.19) die turbulenten Größen mit Hilfe der Beziehung (1.15), so folgt

$$Rf = \frac{K_h}{K_m} \frac{\frac{g}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial z}}{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2} = \frac{K_h}{K_m} Ri \quad (1.20)$$

Die in (1.20) definierte Gradient-Richardsonzahl Ri wird häufig als Stabilitätsparameter für eine turbulente Strömung benutzt. Bei statisch stabiler Schichtung wird für $Rf = 1$ die gesamte mechanisch erzeugte TKE in potentielle Energie umgewandelt. Da in die Definition der Fluß-Richardsonzahl weder der Dissipations- noch der Divergenzterm eingehen, muß für die Entscheidung, ob in einer Strömung die Turbulenzenergie zu- oder abnimmt, der Beitrag aller Terme auf der rechten Seite der Gleichung (1.18) berücksichtigt werden. Dies führt dazu, daß der kritische Wert von Rf , bei dem die Erzeugung und Vernichtung von TKE gleich sind, kleiner als eins wird. Experimentelle und theoretische Untersuchungen ergeben kritische Werte zwischen 0.2 und 0.25. In der Abb. 1.1 sind die verschiedenen Stabilitätsbereiche und die entsprechenden Werte der Stabilitätsparameter zusammengefaßt.

In der bodennahen Grenzschicht ist das Vertikalprofil der Windgeschwindigkeit mit guter Näherung logarithmisch. Für die vertikale Ableitung der Windgeschwindigkeit \bar{u} gilt:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z} \quad (1.21)$$

statische Stabilität	labil	neutral	stabil	
	-1	0	0.25	1
	Ri, Rf			
Turbulenz- zustand	Turbulenzenergie nimmt zu		Turbulenzenergie nimmt ab	

Abbildung 1.1: Übersicht über die verschiedenen Stabilitätsbereiche und die entsprechenden Werte der Stabilitätsparameter Ri , Rf , L .

Dabei ist $\kappa = 0.4$ die nur experimentell bestimmbare von-Kármán-Konstante und $u_* = (\overline{u'w'_0} + \overline{v'w'_0})^{1/4}$ die Schubspannungsgeschwindigkeit an der Erdoberfläche. Die Gleichung (1.21) wird mit Hilfe des Mischungswegansatzes von Prandtl (1925) abgeleitet. Wird die Beziehung (1.21) in die Gleichung (1.19) eingesetzt, so folgt:

$$Rf = \frac{-\frac{g}{\Theta} \overline{w'\Theta'} \kappa z}{u_*^3} = \frac{z}{L}. \quad (1.22)$$

Die von Obuchov (1946) abgeleitete und nach diesem Autor benannte Länge L ist proportional zu der Höhe, in der die durch thermischen Auftrieb erzeugte TKE gleich der durch Scherung erzeugten turbulenten kinetischen Energie ist. Neben den Richardsonzahlen wird häufig die dimensionslose Länge z/L als Stabilitätsparameter verwendet.

1.4 Die stationäre stabile Grenzschicht

1.4.1 Die Stationaritätsannahme

Die formale Behandlung der Grenzschicht vereinfacht sich, wenn die turbulenten Größen stationär sind, also ihre zeitlichen Ableitungen verschwinden. Wie in der Literatur üblich (Brost und Wyngaard, 1978; Nieuwstadt, 1984; Derbyshire, 1990), bezeichnen wir eine derartige Grenzschicht als stationär, obwohl die mittleren Größen sich noch zeitlich ändern können. Unter dieser und den in Abschnitt 1.2 vereinbarten Voraussetzungen folgt aus den Bilanzgleichungen der turbulenten kinetischen Energie $\bar{\epsilon}$ und der Varianz der potentiellen Temperatur $\overline{\Theta'^2}$, daß auch die vertikalen Gradienten der Windgeschwindigkeit und der Temperatur und damit

auch die Richardsonzahlen Ri und Rf zeitlich konstant sein müssen (Anhang A). Durch Differentiation der Temperaturgleichung (1.12) nach z ergibt sich dann:

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} = 0 = -\frac{\partial^2 \overline{\Theta'w'}}{\partial z^2}. \quad (1.23)$$

Damit ist das vertikale Profil des turbulenten Wärmeflusses linear und die Abkühlungs- oder Erwärmungsrate ist in allen Höhen gleich.

Bei ständigem Wärmeentzug am unteren Rand stellt sich die Frage, bis zu welcher Höhe h sich diese Abkühlung für $t \rightarrow \infty$ ausdehnt. Die maximal erreichbare Höhe ist dann gegeben, wenn die gesamte mechanisch erzeugte Turbulenzenergie in potentielle Energie umgesetzt wird, d. h.:

$$\int_0^h \frac{g}{\bar{\Theta}} \overline{w'\Theta'} dz = \int_0^h \left(\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) dz \quad (1.24)$$

gilt. Diese Abschätzung läßt sich unter Berücksichtigung, daß für $z = h$ die turbulenten Flüsse zu Null werden, nach Derbyshire (1990) vereinfachen zu:

$$h \leq \frac{u_*^2 |W_G|}{-(g/\bar{\Theta}_0) \overline{w'\Theta'_0}}. \quad (1.25)$$

Bei zeitlich konstantem großskaligen Antrieb ($W_G = konst.$) sind alle Größen auf der rechten Seite der Gleichung (1.25) konstant, und die Gleichgewichtshöhe h_e ist kleiner oder gleich h je nach dem Grad der Energiedissipation innerhalb der Schicht.

1.4.2 Die Entwicklung zum Gleichgewichtszustand

Der Umschlag von einer neutralen in eine stabile Dichteschichtung der bodennahen Luftsäule kann entstehen, wenn die Erdoberfläche kälter als die darüberliegende Luft ist. Diese Bedingung führt zu einer Abkühlung der Luftsäule am unteren Rand. Diese Abkühlung kann sich maximal bis zu der durch Gleichung (1.25) angegebenen Höhe h nach oben ausbreiten. Tatsächlich wird aber nur die Höhe erreicht, in der die Richardsonzahl $Ri \geq 0.25$ wird. Mit fortschreitender Abkühlung und damit verbundener Stabilisierung sinkt die Höhe der turbulenten Schicht ab, sobald die kritische Richardsonzahl in geringerer Höhe überschritten wird. Beobachtungen zeigen, daß die turbulente Schicht unter Umständen im oben genannten Sinn stationär werden kann (Phase 1). Wenn sich die Schicht auch nach Erreichen der damit verbundenen Gleichgewichtshöhe h_e weiter abkühlt (Phase 2), bildet sich in $z = h_e$ ein Temperatursprung aus und der Temperaturgradient unterhalb von h_e bleibt zeitlich konstant. Da der Temperatursprung nicht in einer infinitesimal

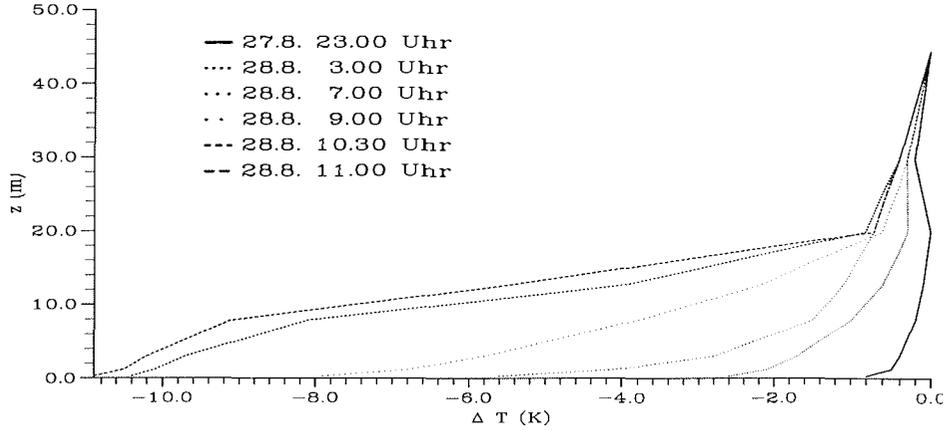


Abbildung 1.2: Gemessene Temperaturprofile an der Neumayer-Station vom 27./28.8.1983 während der Entwicklung einer Abkühlungsschicht. Phase 2: ab 10.30 Uhr.

dünnen, sondern in einer endlichen Schicht erfolgt, zeigen gemessene Temperaturprofile in dieser zweiten Phase einen dreischichtigen Aufbau (vgl. Abb. 1.2 und Beobachtungen von Mahrt et al. (1979) und Kottmeier (1982)). Bei Modellrechnungen mit einem eindimensionalen Grenzschichtmodell (Kapitel 4) stellt sich bei vorgegebener konstanter Oberflächenabkühlungsrate nach einigen Stunden ($10-16h$ für $(\partial\Theta/\partial t)_0 = 1K/h$) ein nahezu lineares Wärmeflußprofil ein.

Ausgehend von der Temperaturgleichung (1.12) wird im folgenden eine Gleichung für die zeitliche Änderung der Höhe h der Abkühlungsschicht vor dem Erreichen des Gleichgewichtszustandes abgeleitet. Durch Integration der Gleichung (1.12) folgt

$$-\int_0^h \frac{\partial \overline{w'\Theta'}}{\partial z} dz = \int_0^h \frac{\partial \Theta}{\partial t} dz = \frac{d}{dt} \int_0^h \Theta(z, t) dz - \Theta(h, t) \frac{dh}{dt}. \quad (1.26)$$

Für ein lineares vertikales Temperaturprofil zwischen $z = 0$ und $z = h$ ergibt sich nach Ausführung der Integration über die Höhe z

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\frac{d\Theta_0(t)}{dt}}{\Theta(h) - \Theta_0(t)} \left(\frac{2\overline{w'\Theta'_0}}{\frac{d\Theta_0(t)}{dt}} - h \right) = T^{-1}(h_e - h) \quad (1.27)$$

eine lineare Relaxationsgleichung für die Reduktion der Höhe der stabilen Grenzschicht von h auf die Gleichgewichtshöhe h_e . Für typische Abkühlungsraten von $1K/h$ und Temperaturdifferenzen über die Grenzschicht von 5 bis 10K liegen die Werte der Zeitskala T bei 2.5 bis $5h$, bei kleineren Abkühlungsraten wird T größer. Die Änderung der Grenzschichthöhe als Reaktion auf Änderungen externer Größen erfolgt relativ langsam.

Gleichungen der Form (1.27) werden von verschiedenen Autoren bestimmt. Als Beispiel sei die Gleichung von Nieuwstadt und Tennekes (1981) angeführt, die auf der Grundlage einer integralen Betrachtung der Bilanzgleichung der turbulenten kinetischen Energie gewonnen wird. Bei einem linearen Temperaturprofil bestimmen sie eine Zeitskala analog zu Gleichung (1.27). Um die aktuelle Grenzschichthöhe h berechnen zu können, muß die Gleichgewichtshöhe h_e bekannt sein, deren Berechnung im Abschnitt 1.6 betrachtet wird.

1.5 Skalierungsschema der stabilen Grenzschicht

Holtslag und Nieuwstadt (1986) unterteilen die trockene, stationäre, horizontal homogene stabile Grenzschicht in 5 verschiedene Bereiche, die jeweils durch charakteristische Parameter gekennzeichnet sind. Diese Einteilung basiert auf Ähnlichkeitsbetrachtungen. Durch eine Dimensionsanalyse werden Skalierungsgesetze bestimmt, deren Struktur sich aus der Ähnlichkeitstheorie ergibt. Die auftretenden Konstanten u.ä. müssen empirisch bestimmt werden. Die 5 verschiedenen Skalierungsbereiche werden kurz vorgestellt und in der Abb. 1.3 skizziert.

- (1) In der Bodenschicht wird die Gültigkeit der Monin-Obuchov-Ähnlichkeitstheorie (Monin und Obuchov, 1954) vorausgesetzt. Diese impliziert die Höhenkonstanz der turbulenten Flüsse. Aus den Größen z , τ_0 , $\overline{w'\Theta_0'}$ und dem Auftriebsparameter g/Θ_0 kann genau eine dimensionslose Größe z/L (vgl. Gleichung (1.22)) gebildet werden. Die dimensionslosen turbulenten und mittleren Größen sind dann Funktionen dieser dimensionslosen Längenskala. Für die dimensionslosen vertikalen Wind- und Temperaturgradienten ergibt sich:

$$\frac{\kappa z}{u_*} \frac{\partial u}{\partial z} = \phi_m\left(\frac{z}{L}\right) \quad (1.28)$$

$$\frac{\kappa z}{\Theta_*} \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \phi_h\left(\frac{z}{L}\right). \quad (1.29)$$

Das Koordinatensystem ist dabei so orientiert, daß die Richtung des Bodewindes mit der Richtung der positiven x -Achse zusammenfällt und die Drehung des horizontalen Windvektors mit der Höhe wird in der Bodenschicht vernachlässigt. Die empirischen ϕ -Funktionen werden bei stabiler Schichtung meist in der Form $\phi_m = \phi_h = (1 + \alpha z/L)$ mit $4 \leq \alpha \leq 8$ (vgl. z.B. Zusammenstellung bei Garratt, 1992) benutzt.

- (2) Oberhalb der Bodenschicht kennzeichnen die lokalen Größen z , $\tau(z)$ und $\overline{w'\Theta'}(z)$ die Turbulenzstruktur. Die dimensionslosen turbulenten und mittleren Größen sind dort Funktionen der dimensionslosen Länge z/Λ mit Λ als lokaler Obuchovlänge, definiert durch:

$$\Lambda(z) = \frac{-|\tau|^{3/2}}{\kappa(g/\Theta)\overline{w'\Theta'}} \quad (1.30)$$

Nach Sorbjan (1986) gilt dann für die vertikalen dimensionslosen Wind- und Temperaturgradienten:

$$\frac{\kappa z |\tau|^{1/2}}{\tau} \frac{\partial W}{\partial z} = \phi_m\left(\frac{z}{\Lambda}\right) = \left(1 + \alpha \frac{z}{\Lambda}\right) \quad (1.31)$$

$$\frac{\kappa z |\tau|^{1/2}}{-\overline{w'\Theta'}} \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \phi_h\left(\frac{z}{\Lambda}\right) = \left(1 + \alpha \frac{z}{\Lambda}\right). \quad (1.32)$$

In der Gleichung (1.31) wird wiederum die komplexe Schreibweise für den Vektor der horizontalen Schubspannung $\tau = -\overline{u'w'} - i\overline{v'w'}$ und den horizontalen Windvektor $W = \overline{u} + i\overline{v}$ verwendet.

- (3) Für Werte der dimensionslosen Länge $z/\Lambda > 1$ (Nieuwstadt, 1984) hängt die Turbulenzstruktur nicht mehr explizit von z ab. Dies ist der Bereich der höhenunabhängigen Skalierung. Die aufgrund der stabilen Schichtung gedämpfte turbulente Bewegung führt dazu, daß die Wirbel nicht unmittelbar von der unteren Grenzfläche beeinflusst werden. Als Skalierungsparameter treten $\tau(z)$ und $\overline{w'\Theta'}(z)$ auf. Dimensionslose Größen erreichen konstante Werte, z.B. konvergiert die Richardsonzahl Ri für große Werte von z/Λ gegen den kritischen Wert und für die vertikalen dimensionslosen Wind- und Temperaturgradienten gilt dann (Nieuwstadt, 1984):

$$\frac{\kappa \Lambda |\tau|^{1/2}}{\tau} \frac{\partial W}{\partial z} = \text{const.} = \alpha \quad (1.33)$$

$$\frac{\kappa \Lambda |\tau|^{1/2}}{-\overline{w'\Theta'}} \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \text{const.} = \alpha. \quad (1.34)$$

- (4) Holtslag und Nieuwstadt (1986) berücksichtigen in dem Skalierungsschema auch die sogenannte intermittierende Turbulenz. Unter dieser werden kurzzeitige Turbulenzausbrüche in einer fast turbulenzfreien Grundströmung verstanden. Eine umfassende Theorie für diesen Bereich fehlt aber noch. Während des Auftretens intermittierender Turbulenz ist die als Grenzschichthöhe definierte Höhe der turbulenten Schicht keine Gleichgewichtshöhe. Vielmehr bezeichnet h jetzt die mittlere Höhe der turbulenten Schicht. Die momentane Höhe der turbulenten Schicht schwanke mit $\pm\delta$ um diese mittlere Höhe h . Mit der Annahme $\delta = 10\Lambda(z)$ ergibt sich die in Abb. 1.3 eingezeichnete Grenze für den Bereich intermittierender Turbulenz.

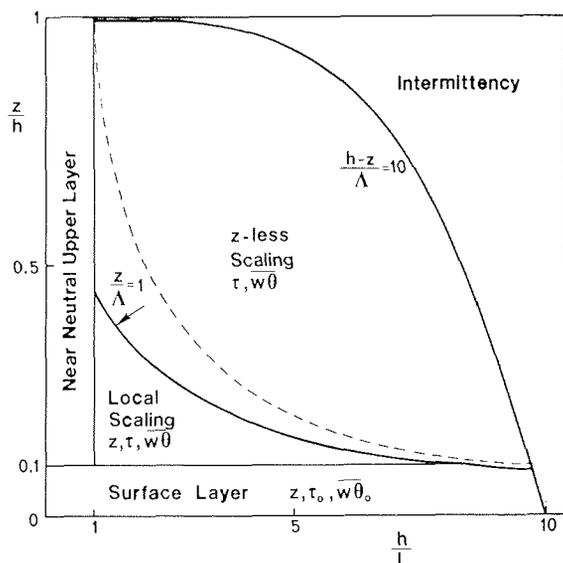


Abbildung 1.3: Skalierungsschema der stabilen Grenzschicht von Holtslag und Nieuwstadt (1986). Neben den charakteristischen Skalierungsparametern sind die Grenzen zwischen den verschiedenen Turbulenzregimen eingetragen.

- (5) Als neutral gilt die Region oberhalb der Bodenschicht, wenn die Werte des Stabilitätsparameters $h/L < 0.1$ sind. Bei neutraler Schichtung nehmen alle ϕ -Funktionen den Wert Eins an.

Betrachtungen verschiedener Autoren (u.a. Zilitinkevich und Mironov, 1995; Kitaigorodskii, 1988) weisen ebenso wie unsere Untersuchungen in Kapitel 3 einen entscheidenden Einfluß der Stabilität oberhalb der Grenzschicht auf deren Höhe und damit auch auf ihre Struktur nach. Dies erfordert konsequenterweise eine Erweiterung der Ähnlichkeitstheorien, da sich die Zahl der charakteristischen Parameter erhöht. Als zusätzlicher Parameter, der die Stabilität oberhalb der Grenzschicht charakterisiert, tritt die Brunt-Vaisala-Frequenz für $z > h_e$ als $N_h = (g/\Theta)(\partial\Theta/\partial z)^{1/2}$ auf. Dementsprechend führen Kitaigorodskii und Joffe (1988) eine zusätzliche Längenskala u_*/N_h ein. Bei stabiler Schichtung der freien Atmosphäre nehmen Zilitinkevich und Mironov (1995) in der Bodenschicht oberhalb des Gültigkeitsbereiches des logarithmischen Profils eine lineare Abhängigkeit des Windprofils von der dimensionslosen Höhe zN_h/u_* an. Davon ausgehend werden hier für die Bodenschicht folgende erweiterte Ähnlichkeitsfunktionen eingeführt:

$$\frac{\kappa z}{u_*} \frac{\partial u}{\partial z} = \phi_m\left(\frac{z}{L}, \frac{zN_h}{u_*}\right) = 1 + \alpha \frac{z}{L} + \beta_u \frac{zN_h}{u_*} \quad (1.35)$$

$$\frac{\kappa z}{\Theta_*} \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \phi_h\left(\frac{z}{L}, \frac{zN_h}{u_*}\right) = 1 + \alpha \frac{z}{L} + \beta_\Theta \frac{zN_h}{u_*}. \quad (1.36)$$

Analog werden oberhalb der Bodenschicht die Beziehungen (1.31) und (1.32) für die lokal skalierten vertikalen Wind- und Temperaturgradienten bei Berücksichtigung des Einflusses der Schichtung oberhalb der Grenzschicht erweitert:

$$\frac{\kappa z |\tau|^{1/2}}{\tau} \frac{\partial W}{\partial z} = \phi_m\left(\frac{z}{\Lambda}, \frac{z N_h}{|\tau|^{1/2}}\right) = 1 + \alpha \frac{z}{\Lambda} + \beta_u \frac{z N_h}{|\tau|^{1/2}} \quad (1.37)$$

$$\frac{\kappa z |\tau|^{1/2}}{-w' \Theta'} \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \phi_h\left(\frac{z}{\Lambda}, \frac{z N_h}{|\tau|^{1/2}}\right) = 1 + \alpha \frac{z}{\Lambda} + \beta_\Theta \frac{z N_h}{|\tau|^{1/2}}. \quad (1.38)$$

Die erweiterten Ähnlichkeitsfunktionen (1.35) bis (1.38) sind eine plausible Verallgemeinerung der üblichen Ähnlichkeitsfunktionen und müssen anhand von Messungen verifiziert werden, insbesondere müssen die Parameter β_u und β_Θ bestimmt werden. Wie im folgenden Abschnitt dargelegt wird, führen die erweiterten Ähnlichkeitsfunktionen zu erweiterten Parametrisierungsbeziehungen für die Grenzschichthöhe. Letztere Parametrisierungen können mit den Daten der Neumayer-Station überprüft werden (Kapitel 3), hingegen ist ein direkter Test der erweiterten Ähnlichkeitsfunktionen leider nicht möglich.

1.6 Parametrisierungen der Gleichgewichtshöhe

Die im Abschnitt 1.4 für eine stationäre stabile Grenzschicht eingeführte Gleichgewichtshöhe begrenzt eine Schicht, in der unverändert Turbulenz existiert. Für die folgenden Überlegungen wird die Übergangsschicht zwischen h_e und der Höhe, in der die ungestörte Strömung der freien Atmosphäre vorzufinden ist ($W = W_G$), als infinitesimal betrachtet. Letztere Höhe bezeichnet demnach den Oberrand der Bodenreibungsschicht. Für den Fall, daß diese Bodenreibungsschicht durch die Ekman-Theorie (Ekman, 1905) beschrieben werden kann, haben Rossby und Montgomery (1935) die Höhe der statisch neutralen Ekmanschicht als:

$$h_e = c_n \frac{u_*}{|f|} \quad (1.39)$$

berechnet. Kitaigorodskii (1960) bestimmt aus Beobachtungen die Höhe der stark stabilen Grenzschicht als

$$h_e = c_s \kappa L. \quad (1.40)$$

Die Beziehung

$$h_e = c_i \frac{u_*}{N_h} \quad (1.41)$$

1. Theoretische Grundlagen

(z.B. Kitaigorodskii und Joffe, 1988) gilt für eine Grenzschicht, in der neben der Wirkung der Bodenreibung die Stabilität oberhalb der stabilen Grenzschicht den größten Einfluß auf die Gleichgewichtshöhe hat. In den beiden letzten tritt der Coriolisparameter f nicht auf, da bei starker Stabilität die kleinskaligen Prozesse überwiegen, die nicht von der Erdrotation beeinflusst werden.

Wird bei der Ableitung der Parametrisierungsbeziehungen von den Bewegungsgleichungen ausgegangen, so lauten die Gleichungen der Gleichgewichtshöhe

$$h_e = c_{sr}^2 \frac{u_* L}{|f| h_e} \quad (1.42)$$

für stark stabile Schichtung (Zilitinkevich, 1972) und

$$h_e = c_{ir}^2 \frac{u_* u_*}{|f| h_e N_h} \quad (1.43)$$

bei starker Stabilität oberhalb der Grenzschicht (Pollard et al., 1973). Die in den Gleichungen (1.39) bis (1.43) auftretenden Konstanten sind in Tab. 1.1 zusammengefaßt.

Tabelle 1.1: Übersicht der in den Gleichungen (1.39) bis (1.43) auftretenden Konstanten

Konstante	Wert	Autoren
c_n	0.5 (Modell) 0.1..0.3 (Beobachtung)	Mason und Thomson (1987) Zilitinkevich (1989)
c_s	1.2 (Modell) 12. (Modell) >100 (Beobachtung)	Stigebrandt (1985) Mason und Derbyshire (1990) Clarke et al. (1971)
c_i	26 (Modell) ≈ 10 (Beobachtung)	Andrén (1995) Kitaigorodski und Joffe (1988)
c_{sr}^2	≈ 0.2 (Beobachtung)	Zilitinkevich (1989)
c_{ir}^2	$\sqrt{3}\kappa Rf_c = 0.1386$ (Modell) $2^{3/2} = 2.82$ (Modell) 0.125 (Beobachtung) $3\sqrt{2}\kappa\beta_u^{-1}$ (Modell)	Nieuwstadt (1984) Pollard et. al (1973) (Ozean) diese Arbeit, Kapitel 3 diese Arbeit, Kapitel 4

Zilitinkevich und Mironov (1995) entwickeln auf der Grundlage der Bilanzgleichung der turbulenten kinetischen Energie eine Parametrisierungsbeziehung für die Gleichgewichtshöhe, die im Stabilitätsbereich von neutral bis stark stabil anwendbar ist:

$$\left(\frac{h_e|f|}{c_n u_*}\right)^2 + \frac{h_e}{c_s \kappa L} + \frac{h_e N_h}{c_i u_*} = 1. \quad (1.44)$$

Diese Beziehung enthält explizit die drei Grenzfälle (1.39), (1.40) und (1.41).

Eine ähnliche Formel, die aber die Beziehungen (1.39), (1.42) und (1.43) als Grenzfälle enthält, wird im folgenden abgeleitet. Diese Ableitung geht von den Bewegungsgleichungen (1.11) aus. Mit dem Gradientansatz $\tau = K(\partial W/\partial z)$ lauten diese

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -if(W - W_g) + \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial W}{\partial z}. \quad (1.45)$$

Wird der höhenabhängige Austauschkoeffizient $K(z)$ durch einen über die Grenzschicht gemittelten Austauschkoeffizienten \bar{K} mit

$$\bar{K} = \frac{1}{h_e} \int_0^{h_e} K(z) dz \quad (1.46)$$

approximiert, können die Gleichungen (1.45), wie von Ekman (1905) gezeigt, analytisch gelöst werden. Für die Höhe der Ekmanschen Reibungsschicht folgt:

$$h_e \propto \sqrt{\frac{\bar{K}}{|f|}}. \quad (1.47)$$

Aus der erweiterten Ähnlichkeitsbeziehung (1.37) folgt eine Beziehung für den höhenabhängigen Diffusionskoeffizienten:

$$K(z) = \frac{\tau}{\frac{\partial W}{\partial z}} = \frac{\kappa z |\tau|^{1/2}}{1 + \alpha \frac{z}{L} + \beta_u \frac{z N_h}{|\tau|^{1/2}}}. \quad (1.48)$$

Durch den Übergang von lokalen zu Oberflächenwerten kann der Diffusionskoeffizient (1.48) nach oben abgeschätzt werden:

$$K(z) = \frac{\kappa z |\tau|^{1/2}}{1 + \alpha \frac{z}{L} + \beta_u \frac{z N_h}{|\tau|^{1/2}}} \leq \frac{\kappa z u_*}{1 + \alpha \frac{z}{L} + \beta_u \frac{z N_h}{u_*}}. \quad (1.49)$$

Mit dieser Abschätzung folgt aus der Gleichung (1.46) für den mittleren Diffusionskoeffizienten \bar{K} :

$$\begin{aligned} \bar{K} &\leq \frac{\kappa u_*}{h_e} \int_0^{h_e} \frac{z}{1 + z \left(\frac{\alpha}{L} + \frac{\beta_u N_h}{u_*} \right)} dz \\ &= \frac{\kappa u_*}{h_e} \left[\frac{h_e}{\left(\frac{\alpha}{L} + \frac{\beta_u N_h}{u_*} \right)} - \frac{1}{\left(\frac{\alpha}{L} + \frac{\beta_u N_h}{u_*} \right)^2} \ln \left(1 + h \left(\frac{\alpha}{L} + \frac{\beta_u N_h}{u_*} \right) \right) \right] \\ &\leq \frac{\kappa u_*}{\left(\frac{1}{h_e} + \frac{\alpha}{L} + \frac{\beta_u N_h}{u_*} \right)}, \end{aligned} \quad (1.50)$$

wobei die Reihenentwicklung des logarithmischen Terms

$$\ln(1 + az) = \frac{az}{1 + az} + \frac{(az)^2}{2(1 + az)^2} + \dots \quad (1.51)$$

nach dem linearen Term abgebrochen wird. Mit der Abschätzung (1.50) folgt aus der Gleichung (1.47) die Parametrisierungsbeziehung:

$$\frac{1}{c_n} \frac{h_e |f|}{u_*} + \frac{1}{c_{sr}^2} \frac{h_e h_e |f|}{L u_*} + \frac{1}{c_{ir}^2} \frac{h_e N_h h_e |f|}{u_* u_*} = 1. \quad (1.52)$$

In den meisten Arbeiten zu stabilen atmosphärischen Grenzschichten wird die Grenzschichthöhe über die Gleichung (1.43) parametrisiert, die streng genommen nur für stark stabile Schichtung abgeleitet wurde. In Erweiterung dieser Beziehung ist die in dieser Arbeit abgeleitete Gleichung (1.52), ebenso wie die Beziehung (1.44), auch für schwach stabile und neutrale Schichtung anwendbar und berücksichtigt darüberhinaus den Einfluß der Stabilität der freien Atmosphäre auf die Grenzschichthöhe. In der Gleichung (1.52) wird die Corioliskraft generell nicht vernachlässigt. Der Einfluß dieser Kraft ist in der Gleichung (1.44) implizit in den Konstanten enthalten. In Kapitel 3 wird sich an Daten der Neumayer-Station zeigen, daß sich für diesen Meßort ($|f| = 1.37 \cdot 10^{-4} s^{-1}$) beide Parametrisierungen in gleicher Weise zur Berechnung der Gleichgewichtshöhe eignen. Weiterhin können Werte für die bisher nicht hinreichend bestimmten Konstanten c_i und c_{ir} abgeleitet werden.

Kapitel 2

Die stabile Grenzschicht über einem antarktischen Schelfeis

Zur Überprüfung und Verbesserung von Grenzschichtparametrisierungen (Kapitel 3) und von Grenzschichtmodellen (Kapitel 4) werden die an der deutschen Antarktisstation Neumayer durchgeführten Grenzschichtmessungen genutzt. In diesem Kapitel werden zunächst die wesentlichen Merkmale der stabilen Grenzschicht aus Wind- und Temperaturmessungen in mehreren Höhen für den Zeitraum von Februar 1983 bis Januar 1984 beschrieben.

2.1 Das Meßgebiet und die meteorologischen Bedingungen

Die Antarktisstation Neumayer liegt im östlichen Bereich des Weddellmeeres auf dem Ekström-Schelfeis. Die seit 1981 ganzjährig besetzte Station mit den Koordinaten $70^{\circ}37'S$, $8^{\circ}22'W$, Höhe über NN: 38m wurde 1992 durch die ca. 8 km südöstlich gelegene Station mit den Koordinaten $70^{\circ}39'S$, $8^{\circ}15'W$, Höhe über NN: 40m ersetzt. Die erste Station führt den Namen „Georg-von-Neumayer“ (GvN) und die letztere den Namen „Neumayer“ (NM), der im folgenden ausschließlich für beide Stationen verwendet wird. Die Entfernungen von der GvN und der NM zur Eiskante betragen ungefähr 10 bzw. 17km in nördlicher und 7 bzw. 5km in östlicher Richtung. Östlich der Station liegt die in der Sommersaison teilweise eisfreie Atka-bucht. Die Neigung des Schelfeises ist mit $\leq 1m/1000m$ gering und von SSW nach NNE orientiert. Die Oberfläche an der Station weist keine wesentlichen Hindernisse auf. Demzufolge ist die Oberflächenrauigkeit nach bisherigen Untersuchungen mit Werten von $z_0 = 10^{-3} \dots 10^{-4}m$ (König, 1985; Belitz, 1989) für Landoberflächen sehr klein.

2. Die stabile Grenzschicht über einem antarktischen Schelfeis

Die Station liegt auf einem Schelfeis im Übergangsbereich zwischen Kontinentalhang und Meereisregion. Durch den ständigen Einfluß der nach Osten ziehenden polaren Tiefdruckgebiete findet ein häufiger Wechsel zwischen maritimen und kontinentalen Luftmassen statt. Dabei herrschen drei Strömungssituationen vor (Belitz, 1989):

- Bei nördlich vorbeiziehenden Tiefdruckgebieten, die Warmluft heranführen können, werden östliche Winde ($80^\circ - 100^\circ$) mit hohen Windgeschwindigkeiten¹ und relativ hohen Temperaturen gemessen. Diese häufigste Strömungssituation wird in der Abb. 2.1 durch die Analyse des Bodendruckes sowie durch die vertikalen Profile der Windrichtung, der Windgeschwindigkeit und der Temperatur, gemessen an einem 45m hohen Mast, und das Temperaturprofil des entsprechenden Radiosondenaufstieges charakterisiert. Die großräumige Strömung wird durch ein Tiefdruckgebiet nordöstlich der Station gesteuert. Die vertikale Dichteschichtung ist nahezu neutral und die Windrichtungsänderung mit der Höhe ist gering.
- Bei Abflußströmungen vom Kontinentalhang über das Schelfeis werden südliche Winde aus dem Sektor $135^\circ - 225^\circ$ registriert. Ein solches Beispiel zeigt die Abb. 2.2. In dieser Situation bildet sich zwischen einem Hochdruckgebiet über dem nördlichen Weddellmeer und einem Tiefdruckgebiet bei 20°E die südliche Strömung an der Neumayer-Station heraus. Die starke Bodeninversion kennzeichnet eine stabile vertikale Dichteschichtung. Häufig werden markante Winddrehungen mit der Höhe und Windmaxima nahe der Erdoberfläche (unter 50m Höhe) beobachtet.
- Westliche bis südwestliche Winde treten bei südlich vorbeiziehenden Tiefdruckgebieten mit einem zentralen Hoch nördlich der Station auf.

¹Wie in der Meteorologie üblich, werden im folgenden der Betrag des horizontalen Geschwindigkeitsvektors als Windgeschwindigkeit und die Richtung des horizontalen Geschwindigkeitsvektors als Windrichtung bezeichnet.

2.1. Das Meßgebiet und die meteorologischen Bedingungen

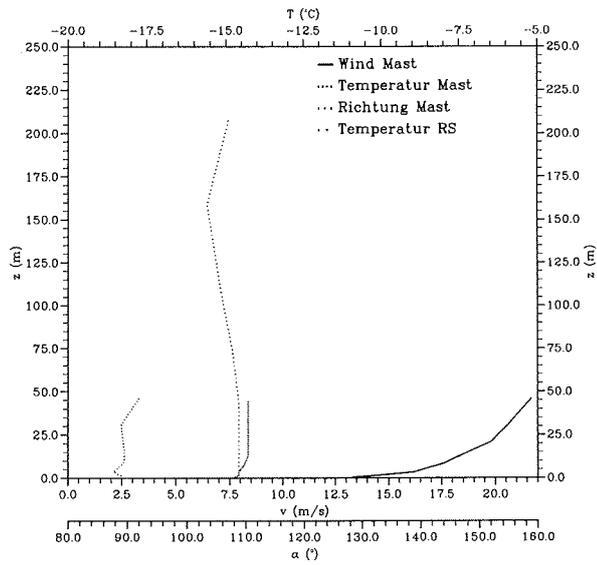
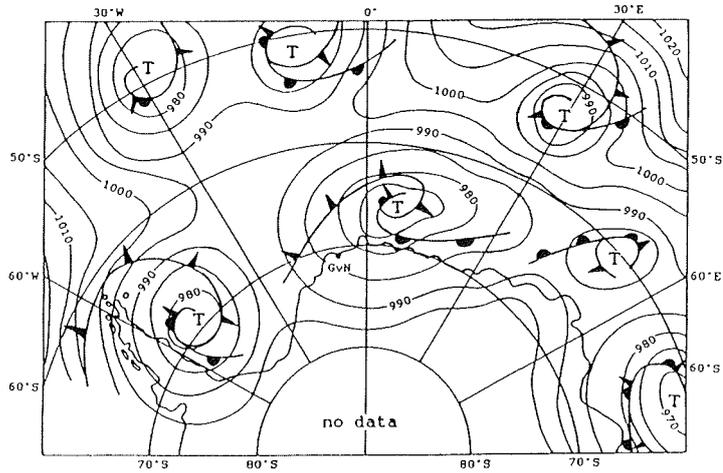


Abbildung 2.1: Bodenanalyse (11.6.1983, 6 Uhr UTC, aus Belitz, 1989) und Vertikalprofile der Windrichtung α , Windgeschwindigkeit v und Temperatur T , Mastmessungen und Radiosondenmessungen (11.6.1983, 12 Uhr UTC).

2. Die stabile Grenzschicht über einem antarktischen Schelfeis

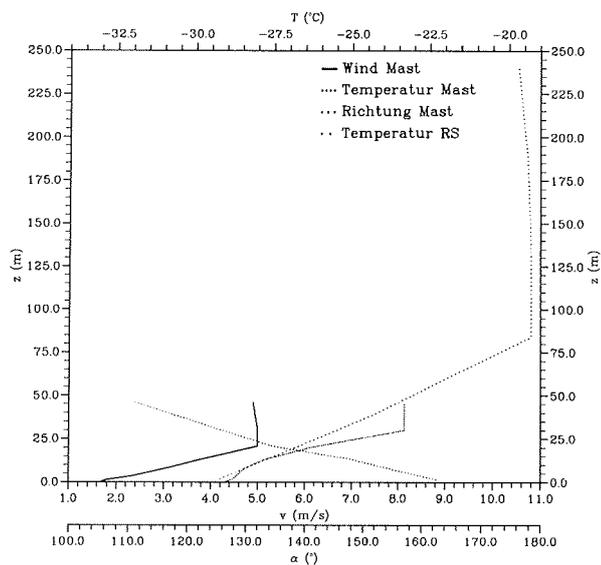
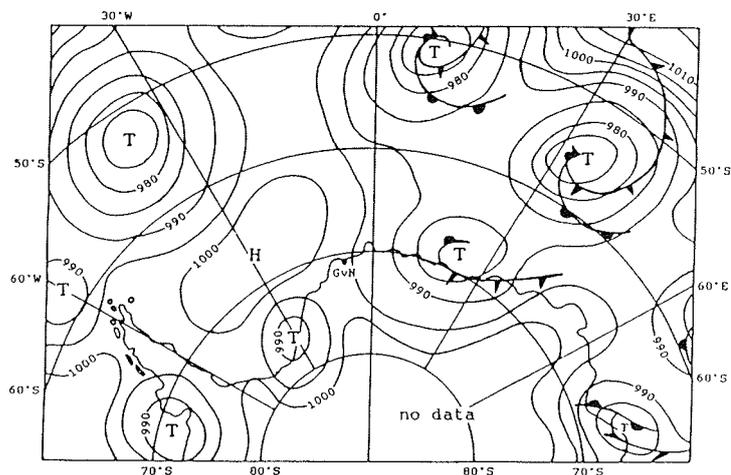


Abbildung 2.2: Bodenanalyse (8.6.1983, 18 Uhr UTC, aus Belitz, 1989) und Vertikalprofile der Windrichtung α , Windgeschwindigkeit v und Temperatur T , Mastmessungen und Radiosondenmessungen (8.6.1983, 12 Uhr UTC).

Die Abb. 2.3 zeigt eine Häufigkeitsverteilung der Windrichtungen in 10m Höhe für das Jahr 1983, in der die drei Hauptwindrichtungen 90°, 180° und 240° deutlich hervortreten.

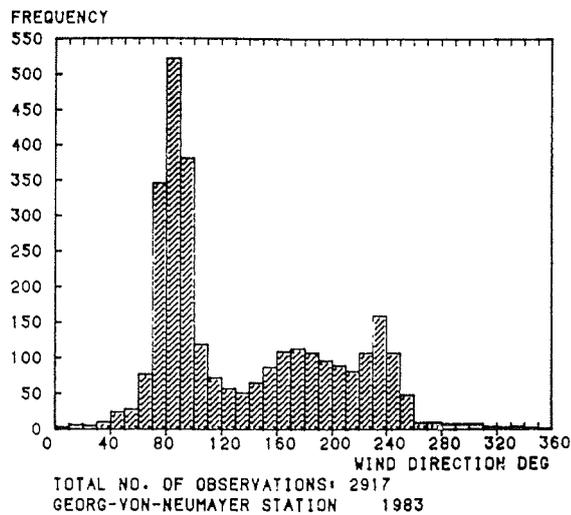


Abbildung 2.3: Häufigkeitsverteilung der Windrichtungen in 10m Höhe für das Jahr 1983 (aus Gube-Lenhardt, 1987).

Zur Ergänzung der meteorologischen Informationen sind einige ausgewählte klimatologische Daten des Jahres 1983 in der Tab. 2.1 aufgeführt. Vollständige klimatologische Daten der Station haben Belitz (1989), Gube-Lenhardt (1987), Helmes (1989) und König-Langlo (1992) dokumentiert.

Tabelle 2.1: Ausgewählte klimatologische Daten für 1983 (aus Gube-Lenhardt, 1987). Der Wert für den Schneezutrag wurde von Reinwarth (1982) bestimmt.

mittlere Temperatur in 2m Höhe	-15.6°C
absolutes Max. der Temperatur in 2m Höhe	-0.1°C (18.2.1983)
absolutes Min. der Temperatur in 2m Höhe	-44.5°C (25.7.1983)
Differenz zw. max. und min. Temperaturmonatsmittel	22.5°C
mittlere Windgeschwindigkeit in 10m Höhe	8.5m/s
jährlicher Schneezutrag	0.7m bis 0.8m

2.2 Vorliegende Meßdaten

Alle in dieser Arbeit verwendeten Messungen wurden während des Grenzschichtmeßprogramms 1983-1987 und des Turbulenzexperimentes FINTUREX 1994 gewonnen. Ergänzend dazu liegen die meteorologischen Routinemessungen, Strahlungsmessungen und Radiosondenaufstiege vor.

2.2.1 Das Grenzschichtmeßprogramm 1983-1987

Von 1983 bis 1987 wurden an der Neumayer-Station Profilmessungen der Windgeschwindigkeit, der Windrichtung und der Temperatur an einem 45m hohen Mast durchgeführt. Messungen an einem 15m hohen Mast wurden noch bis 1985 fortgesetzt. Bis dahin waren an dem höheren Mast nur die Höhen 21m, 30m und 45m mit Sensoren bestückt. 1985 wurden dort auch die unteren Niveaus belegt. Die horizontale Entfernung der beiden Masten betrug 65m. An beiden Masten wurden die gleichen Meßwertgeber eingesetzt. Einige Informationen zu dem Meßsystem enthält die Tab. 2.2, eine ausführliche Dokumentation der Anlage haben Kottmeier und Belitz (1987) vorgelegt.

Tabelle 2.2: Übersicht der während des Grenzschichtmeßprogramms eingesetzten Geräte

Meteorologische Größe	Höhen der Geber in <i>m</i>	Meßgerät (Hersteller)	Genauigkeit laut Herstellerangaben
Windgeschwindigkeit	0.5, 1.5, 3, 9, 13, 21, 30, 45	Schalensternanemometer mit beheizter Elektronik (Thies/Göttingen)	0.1m/s
Windrichtung	1.5, 3, 9, 13, 21, 30, 45	Windfahne (Thies/Göttingen)	2°
Temperatur	0.5, 1.5, 3, 9, 13, 21, 30, 45	ventiliertes und strahlungsgeschütztes Pt-100 (Lambrech/Göttingen)	0.1K (bis -20° C)

In der Tab. 2.2 beruhen die Meßgenauigkeiten auf den Herstellerangaben, die nur bedingt für polare Verhältnisse gelten. Schneefall und Schneedrift, Schmelzwasser, Rauheis etc. können gelegentlich zu erheblichen Beeinträchtigungen, insbesondere der Wind-, aber auch der Temperaturmessungen führen. Die Meßgeräte wurden zwar regelmäßig gewartet und überprüft, dennoch konnten gestörte Meßphasen nicht vermieden werden.

Bei der Analyse der Temperaturmessungen des Jahres 1983 wurde festgestellt, daß sich oberhalb einer Windgeschwindigkeit von ca. 15m/s die Strömung innerhalb des Gehäuses des Temperaturfühlers umkehrt, so daß die am Sensor vorbeiströmende Luft durch die Lüfterabwärme verfälscht wird und Temperaturfehler bis zu 3K auftreten.

In dieser Arbeit werden die über 10 Minuten gemittelten Profildaten von Februar 1983 bis Januar 1984 verwandt. Fehlerhafte Meßperioden werden von der weiteren Bearbeitung ausgeschlossen.

2.2.2 Das Turbulenzexperiment FINTUREX 1994

Tabelle 2.3: Übersicht der während des Turbulenzexperiments FINTUREX 1994 eingesetzten Geräte

Meßgröße	Höhen der Geber in m	Meßgerät
Temperaturfluktuationen	2, 4.5, 11.5	Kaijo-Denki-Ultraschallanemometer, Probe A, DAT-310
Windfluktuationen	2, 4.5, 11.5	Kaijo-Denki-Ultraschallanemometer, Probe A, DAT-310
Temperaturfluktuationen	2, 4.5	empfindliche Pt-Temperaturfühler
Feuchtefluktuationen	2, 4.5	Lyman- α -Hygrometer
Windgeschwindigkeit	0.5, 1, 2, 3.1, 4.5, 6, 8, 10	Schalensternanemometer
Temperatur	0.5, 1, 2, 4.5, 10	ventilirtes und strahlungsgeschütztes Psychrometer

Das Experiment FINTUREX fand vom 18.1.1994 bis zum 19.2.1994 an der Neumayer-Station statt. Durch die Messung der Fluktuationen des Windvektors, der Temperatur und der Feuchte wurde der turbulente Austausch zwischen der Atmosphäre und der Erdoberfläche erfaßt. Die Messungen erfolgten mit einer Abtastrate von 20Hz . Die Fluktuationen des Windvektors werden mit einem Ultraschallanemometer mittels eines Laufzeitverfahrens gemessen. Wegen der Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit können durch dieses akustische Verfahren ebenfalls die Temperaturfluktuationen bestimmt werden, die allerdings bezüglich des Wasserdampfeinflusses korrigiert werden müssen. Die ebenfalls gemessenen Temperaturschwankungen mit empfindlichen Widerstandsdrahtthermometern können unmittelbar verwendet werden. Die Feuchteschwankungen werden durch ein Absorptionshygrometer erfaßt, bei dem die Lyman- α -Linie des atomaren Wasserstoffs genutzt wird. Zusätzlich wurden die Windgeschwindigkeit in 8 und die Temperatur in 5 Niveaus an einem 10m hohen Mast gemessen. Weitere Angaben zu den Meßinstrumenten sind der Tab. 2.3 zu entnehmen. Ergänzend wurden die mittlere Taupunkttemperatur sowie die kurz- und langwellige Strahlungsbilanz gemessen. Ausführliche Informationen sind in der technischen Dokumentation von Foken und Baum (1994) enthalten.

Für die Profilmessungen gilt bezüglich Meßgenauigkeit und Fehlerquellen prinzipiell das Gleiche wie für die Messungen des Grenzschichtprogramms 1983-1987. Eine ausführliche Fehlerbetrachtung für die Fluktuationmessungen hat Foken (1990) vorgenommen. Um aus den Fluktuationen der Windkomponenten und der Temperatur turbulente Flüsse des Impulses und der Wärme zu berechnen, muß insbesondere Stationarität über die jeweilige Mittelungsperiode von 30 Minuten vorausgesetzt werden. Deshalb werden die Daten einer Prüfung nach Gurjanov et al. (1984) unterzogen. Dabei wird das Mittelungsintervall in 8-10 Teilabschnitte zerlegt, für die jeweils Kovarianzen berechnet werden. Weicht der Mittelwert der Kovarianzen der Teilintervalle von dem des gesamten Mittelungszeitraumes um mehr als 30% ab (Foken und Wichura, 1995), wird die Messung nicht in unsere Betrachtungen einbezogen.

2.3 Eine Grenzschichtklimatologie

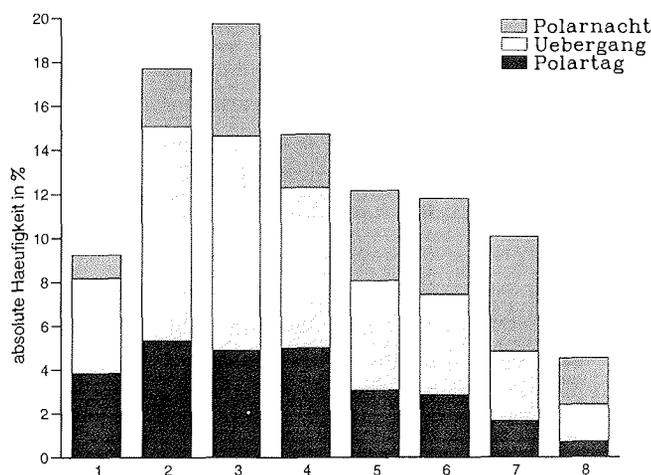


Abbildung 2.4: Häufigkeitsverteilung von Ri_B für die Profilmessungen von Februar 1983 bis Januar 1984. Klasse 1: labile, Klassen 2 und 3: nahezu neutrale, Klassen 4 bis 6: schwach bis mäßig stabile, Klassen 7 und 8: stark stabile Dichteschichtung.

Die wesentlichen Merkmale der mittleren Vertikalstruktur der Grenzschicht an der Neumayer-Station werden anhand der Wind- und Temperaturprofile für den Zeitraum eines Jahres von Februar 1983 bis Januar 1984 dargestellt. Die Untersuchung erfolgt mit einer Methode von Lettau et al. (1977), die sich sehr gut zur Darstellung der mittleren Struktur der Grenzschicht eignet, wenn Messungen an einem hinreichend hohen Mast vorliegen. Bei dieser Untersuchung werden alle Messungen ohne weitere Einschränkungen berücksichtigt. Da die Klassifikation der mittleren Profile verschiedener meteorologischer Größen wie bei Lettau et al. (1977) für Messungen

an der Plateau-Station (79°15'S, 40°30'E) erfolgt, können beide Datensätze sinnvoll miteinander verglichen werden.

2.3.1 Datenprüfung und Klassifikation

Zur Auswertung liegen 30800 Meßserien vor. Eine Meßserie umfaßt jeweils die über 10 Minuten gemittelten Profile von Windgeschwindigkeit, Windrichtung und Temperatur. Nach der Fehleranalyse mußten ungefähr ein Drittel der Daten von der Weiterbearbeitung ausgeschlossen werden, ungefähr die Hälfte davon wegen der Verfälschung der Temperaturwerte bei hohen Windgeschwindigkeiten. In allen Meßserien werden die Windwerte in 21m Höhe nicht berücksichtigt, da dort aus nicht genau bekannten Gründen systematisch zu niedrige Windgeschwindigkeiten gemessen wurden. Aus den 10-Minuten Mittelwerten werden halbstündige Mittel gebildet, die entsprechend der Dauer des Tageslichtes zu drei Klassen gruppiert werden (s. Tab. 2.4).

Tabelle 2.4: Klasseneinteilung der Profilmessungen

Klasse	von - bis	Sonnenstand	Anzahl der Serien
Polartag	19. Nov.-24. Jan.	stets über dem Horizont	5621
Übergang	25. Jan.-16. Mai 28. Juli-18. Nov.	auf- und untergehend	9357
Polarnacht	17. Mai-27. Juli	stets unter dem Horizont	5570

Neben dieser Klassifizierung werden weiterhin Stabilitätsklassen unterschieden. Als Stabilitätsparameter wird die Schichtrichardsonzahl

$$Ri_B = \frac{g}{\bar{T}} \frac{\Delta\tilde{T}\Delta\tilde{z}}{(\Delta\tilde{u})^2 + (\Delta\tilde{v})^2} \quad (2.1)$$

berechnet, wobei die Temperaturdifferenz durch $\Delta\tilde{T} = (T(45m) + T(30m))/2 - (T(0.5m) + T(1.5m))/2$ gebildet wird. Die Differenzen der Windgeschwindigkeitskomponenten $\Delta\tilde{u}$ und $\Delta\tilde{v}$ und der Höhe $\Delta\tilde{z}$ sind analog definiert.

Entsprechend der Schichtrichardsonzahl Ri_B werden Stabilitätsklassen definiert (Tab. 2.5). Die Häufigkeitsverteilung von Ri_B für den gesamten Datensatz und die drei saisonalen Klassen zeigt die Abb. 2.4. Das ausgeprägte Maximum im nahezu neutralen Bereich (Klassen 2 und 3) entspricht den während des ganzen Jahres am häufigsten auftretenden Ostwindlagen. Die zweithäufigste Strömungssituation (südliche Abflußströmungen) spiegeln sich in einem sekundären, nur während der Polarnacht erkennbaren Maximums bei stark stabiler Schichtung (Klasse 7) wider.

Tabelle 2.5: Klasseneinteilung bezüglich der Schichtrichardsonzahl Ri_B .

Klasse	1	2	3	4	5	6	7	8
Ri_B von	-1.4	-0.028	0.014	0.056	0.14	0.28	0.56	1.4
bis	-0.028	0.014	0.056	0.14	0.28	0.56	1.4	14

2.3.2 Mittlere Vertikalprofile der Temperatur, des Windvektors und der Richardsonzahl

Neben den mittleren vertikalen Temperaturprofilen werden die vertikalen Profile der mittleren vektoriellen und der mittleren skalaren Windgeschwindigkeit untersucht. Für die Berechnung der mittleren vektoriellen Windgeschwindigkeit werden zunächst die horizontalen Geschwindigkeitskomponenten gemittelt und anschließend die Windgeschwindigkeit berechnet. Die mittlere skalare Windgeschwindigkeit wird durch Mittelung der Windgeschwindigkeit bestimmt. Das Verhältnis dieser beiden Größen ist ein Maß für die Beständigkeit des Windes. Die mittlere Windrichtung wird aus den mittleren Komponenten des Windvektors bestimmt.

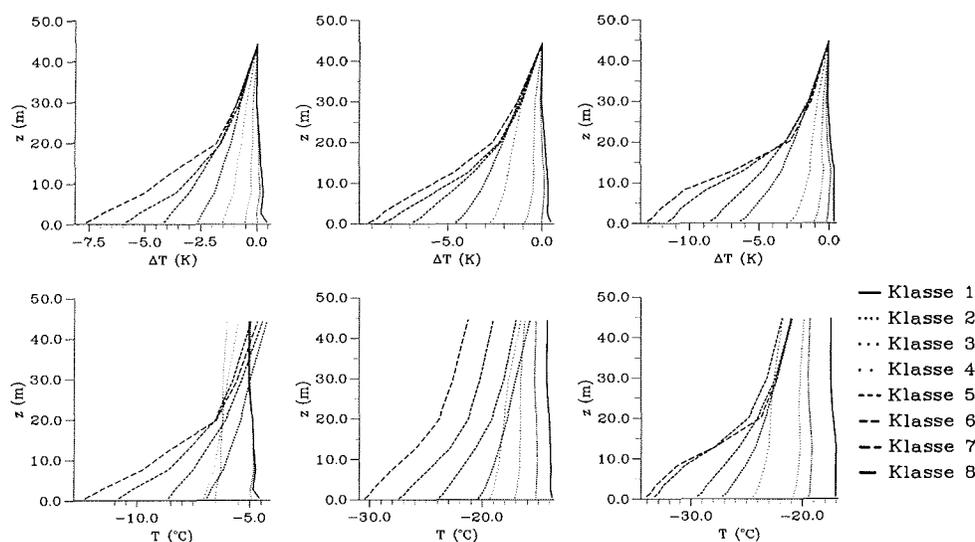


Abbildung 2.5: Mittlere Profile der Temperatur (unten) und der Temperaturdifferenz $T(z) - T(45m)$ (oben) für die Stabilitätsklassen und die drei Jahreszeiten Polartag, Übergangszeit, Polarnacht (von links nach rechts).

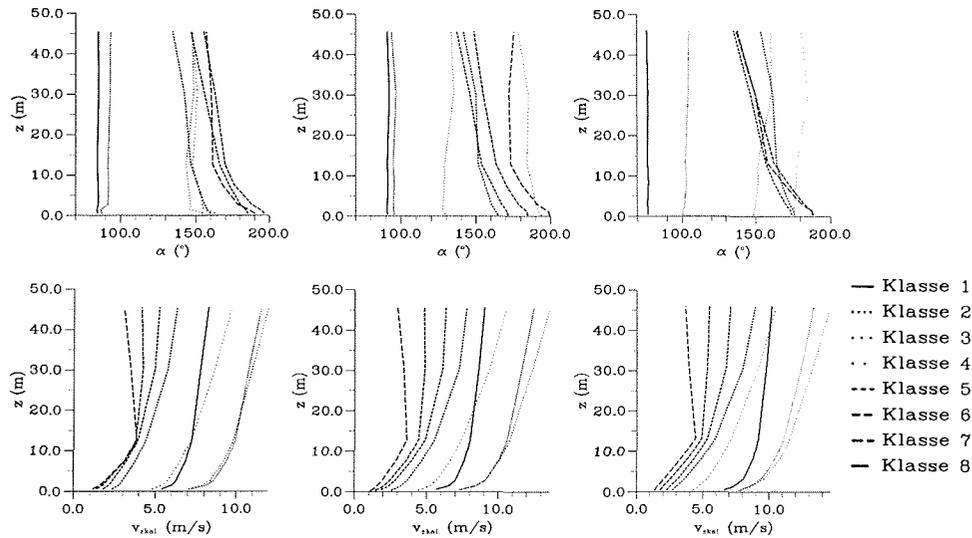


Abbildung 2.6: Mittlere Profile der skalar gemittelten Windgeschwindigkeit (unten) und der Windrichtung (oben) für die Stabilitätsklassen und die drei Jahreszeiten Polartag, Übergangszeit, Polarnacht (von links nach rechts).

Die mittleren Temperaturprofile sowie das Profil der Differenzen $T(z) - T(45m)$ in der Abb. 2.5 zeigen systematische Unterschiede zwischen den Stabilitätsklassen. Erwartungsgemäß treten die größten Gradienten und tiefsten Temperaturen während der Polarnacht auf. In dieser Saison ist für die beiden Klassen mit der größten Stabilität die Herausbildung der in Abschnitt 1.4.2 beschriebenen 3-Schichtstruktur, in der die mittlere Schicht den größten Temperaturgradienten aufweist, auch für die mittleren Profile gegeben. Ab Klasse 5 unterscheiden sich die Profile der Temperaturdifferenz nur noch in den unteren 20m, d.h. die größere Abkühlung, die eine der Ursachen für die größeren Werte der Schichtrichardsonzahl ist, bleibt dann auf diese Schicht beschränkt.

Die Profile der skalar gemittelten Windgeschwindigkeit (Abb. 2.6) zeigen eine systematische Abnahme der Geschwindigkeit ab Stabilitätsklasse 3. Die mittlere Windgeschwindigkeit in 45m Höhe nimmt von 11 bis 13m/s (Klasse 3) auf 2 bis 3m/s (Klasse 8) ab. Für neutrale bis schwach stabile Dichteschichtung (Klassen 1 bis 4) treten in den untersten 50m keine Windmaxima auf. Für zunehmende Stabilisierung sinken die Höhen der Windmaxima im Bereich der Obergrenze der Grenzschicht von ca. 30m (Klassen 5 und 6) auf ca. 15m (Klassen 7 und 8) ab.

2. Die stabile Grenzschicht über einem antarktischen Schelfeis

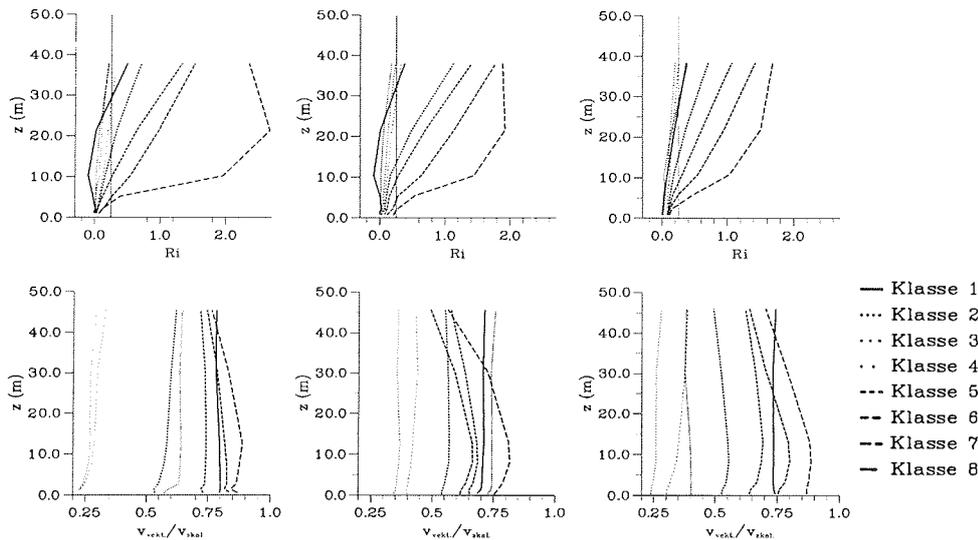


Abbildung 2.7: Mittlere Profile der Windbeständigkeit (unten) und der Richardsonzahl (oben) für die Stabilitätsklassen und die drei Jahreszeiten Polartag, Übergangszeit, Polarnacht (von links nach rechts).

Zur Bewertung der Strömungsrichtung werden neben den Profilen der Windrichtung (Abb. 2.6) die Profile der Windbeständigkeit, d.h. des Verhältnisses von vektorieller zu skalarer Windgeschwindigkeit (Abb. 2.7), hinzugezogen. Bei den Klassen 1 und 2 herrschen östliche Windrichtungen mit relativ hohen Windgeschwindigkeiten und höhenkonstanten Windrichtungen vor, während die Fälle mit großer statischer Stabilität (Klassen 5 bis 8) bei südlichen Abflußströmungen auftreten. Für die letzteren Fälle liegt die Windrichtung im untersten Meßniveau zwischen SSE (Klasse 5) und SSW (Klasse 8) und die Luftströmung weist eine Linksdrehung mit der Höhe mit Werten von 25° bis 30° auf. Mit Ausnahme der Klassen 3 und 4 sind sowohl die zonalen (Ostwinde) als auch die meridionalen Strömungen (Südwinde) durch eine hohe Beständigkeit in allen Höhen gekennzeichnet (Abb. 2.7). Für die südlichen Strömungen tritt eine mit der Stabilität zunehmende Höhenabhängigkeit der Windbeständigkeit auf, deren Minimum in der obersten Meßhöhe auftritt. Hier wird zunehmend bereits die Strömung der freien Atmosphäre erfaßt, deren Richtung variabler ist als in der Grenzschicht, da in der Grenzschicht über geneigten Oberflächen die hangabwärts gerichtete Beschleunigung die dominierende Kraft ist, die mit zunehmender Stabilisierung zunimmt (s. Abschnitt 4.3). Die Klassen 3 und 4 mit hohen Windgeschwindigkeiten, annähernder Höhenkonstanz der Windrichtung (Abb. 2.6) und auffallend kleinen Werten der Windbeständigkeit (Abb. 2.7) sind Übergangsklassen, die Strömungssituationen in den Zeiten des Übergangs zwischen den vorherrschenden zonalen und meridionalen Strömungen zuzuordnen sind.

Die Richardsonzahl charakterisiert sowohl die statische Stabilität als auch den Turbulenzzustand der Strömung. Ihr kritischer Wert von $Ri = 0.25$ erlaubt es, vor allem zwischen Bedingungen mit anwachsender ($Ri < 0.25$) und abnehmender ($Ri > 0.25$) Turbulenz zu unterscheiden. Die Berechnung der Richardsonzahl erfolgt entsprechend der Anordnung der Meßhöhen schichtweise durch:

$$Ri = \frac{g}{T} \frac{\Delta\Theta\Delta z}{(\Delta u)^2 + (\Delta v)^2} \quad (2.2)$$

In der Beziehung (2.2) werden statt der Differentiale der Größen $x = u, v, \Theta$ die Differenzen $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ für die Meßhöhen $i = 1 \dots n - 1$ verwendet und der Höhe $z' = (z_{i+1} + z_i)/2$ zugeordnet. n ist die Zahl der Meßhöhen. Die Differenz der potentiellen Temperatur wird durch $\Delta\Theta = \Delta T + 0.0098\Delta z$ berechnet. Die nach Gleichung (2.2) berechnete Richardsonzahl ist damit ebenfalls eine Schicht-Richardsonzahl.

Für die Stabilitätsklassen 1 bis 4 ist die Richardsonzahl unterhalb von 30m stets kleiner als ihr kritischer Wert von 0.25. Demnach wird in diesen Fällen in der bodennahen Schicht die Umwandlung von turbulenter kinetischer Energie in potentielle Energie durch die Erzeugung von turbulenter kinetischer Energie aus mittlerer kinetischer Energie kompensiert. Unmittelbar über der Erdoberfläche ist die Richardsonzahl stets unterkritisch. Sie überschreitet den kritischen Wert bei abnehmender Stabilität in zunehmender Höhe, die für die Klasse 8 unter 5m und für die Klasse 5 zwischen 20m und 25m liegt.

Diese allgemeine Betrachtung der Verhältnisse an der Neumayer-Station verdeutlicht einen engen Zusammenhang zwischen der großräumigen atmosphärischen Strömung, der Struktur der Grenzschicht und den Turbulenzmechanismen.

2.3.3 Vergleich mit Daten der Plateau-Station

Um zu überprüfen, in welchem Maße die Vorgänge an der Neumayer-Station auch für andere Bereiche der Antarktis repräsentativ sind, werden die oben dargestellten Ergebnisse der Beobachtungen an der Neumayer-Station mit den von Lettau et al. (1977) an der amerikanischen Plateau-Station bei 79°15'S, 40°30'E in 3000m Höhe in der zentralen Antarktis gefundenen Verhältnissen verglichen. Hier wurde 1967 an einem 32m hohen Mast ebenfalls ein umfangreiches Grenzschichtmeßprogramm durchgeführt.

Die Daten der Plateau-Station wurden von Lettau et al. (1977) anhand eines zu Ri_B (Gleichung (2.1)) proportionalen Parameters klassifiziert, dessen Häufigkeitsverteilung ein ausgeprägtes Maximum für leicht stabile Schichtung zeigt. Eine markante Beziehung zwischen der Stabilität der Dichteschichtung und der Windrichtung besteht wegen der geographischen Lage der Station erwartungsgemäß nicht. Dagegen

2. Die stabile Grenzschicht über einem antarktischen Schelfeis

ist eine Linksdrehung der Luftströmung mit der Höhe bei zunehmender Stabilität deutlicher ausgeprägt als an der Neumayer-Station.

Die mittleren Temperaturprofile entsprechen qualitativ denen an der Neumayer-Station. Die durch Turbulenz charakterisierte bodennahe Grenzschicht mit Richardsonzahlen kleiner als 0.25 ist bei starker Stabilität ebenfalls nur 2m bis 3m dick, sie wächst mit abnehmender Stabilität auf ca. 12m an. Diesem Vergleich ist zu entnehmen, daß die für unsere Grenzschichtbetrachtungen wesentlichen Merkmale an beiden Stationen übereinstimmen.

Kapitel 3

Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

In Atmosphärenmodellen werden die vertikalen turbulenten Flüsse aus Modellvariablen über Parametrisierungsbeziehungen berechnet. Häufig werden die turbulenten Flüsse einer Größe den entsprechenden vertikalen Differenzen dieser mittleren Größe proportional gesetzt. Die Proportionalitätsparameter sind die turbulenten Diffusionskoeffizienten für Impuls, Wärme und Feuchte, die in Abhängigkeit von der statischen Stabilität der Luftsäule und von externen Parametern wie z.B. der aerodynamischen Rauigkeit der Grenzfläche, vorgegeben werden. In numerischen Modellen, in denen die Grenzschicht durch mehrere Modellschichten aufgelöst wird, werden die turbulenten Flüsse in der untersten Modellschicht in der Regel mittels der Monin-Obuchov-Theorie (vgl. Abschnitt 1.5) unter Vorgabe spezieller universeller Funktionen berechnet. In den darüberliegenden Modellschichten lassen sich die turbulenten Flüsse mit unterschiedlichen Ansätzen darstellen, in die ebenfalls empirische Koeffizienten eingehen.

Im folgenden werden die Datensätze des Grenzschichtmeßprogrammes 1983-1987 und der Meßkampagne FINTUREX 1994 an der Neumayer-Station benutzt, um auf der Grundlage von Ähnlichkeitsbeziehungen Oberflächenparameter (Rauigkeitslänge, Verschiebungshöhe) und turbulente Flüsse in einer stabilen Grenzschicht zu bestimmen. Dazu werden Methoden der Optimierungstheorie angewandt, die eine objektive statistische Schätzung der Genauigkeit ermöglichen. Weiterhin werden die Grenzschichthöhen bestimmt und Möglichkeiten zu ihrer Parametrisierung untersucht. Die Daten der Meßkampagne FINTUREX 1994 erlauben eine Überprüfung bekannter Ähnlichkeitsbeziehungen unter stabilen Bedingungen.

3.1 Auswahl und Aufbereitung der Daten

3.1.1 Datenauswahl

Die im Skalierungsschema der stabilen Grenzschicht im Abschnitt 1.5 zusammengefaßten Ähnlichkeitskonzepte bilden die Grundlage zur Bestimmung von Oberflächenparametern und turbulenten Flüssen. Die Gültigkeit dieser Konzepte ist auf eine trockene und horizontal homogene Grenzschicht mit stationärer Turbulenz beschränkt. Darum muß geprüft werden, inwieweit die Meßfälle der beiden genannten Meßkampagnen die genannten Voraussetzungen erfüllen.

Im Abschnitt 1.4 wird dargelegt, daß bei stationärer Turbulenz in einer stabilen und horizontal homogenen Grenzschicht die Abkühlungsrate in allen Höhen konstant ist. Aus den Temperaturmessungen der untersten Meßhöhe werden zunächst Zeitabschnitte mit annähernd konstanten Abkühlungsraten bestimmt, für die eine gleichbleibende Turbulenz angenommen werden kann. Die direkten Messungen der turbulenten Größen der Meßkampagne FINTUREX 1994 werden mit der in Abschnitt 2.2.2 angeführten Methode ebenfalls auf Stationarität überprüft.

Das Gelände in der Umgebung der Neumayer-Station auf dem Ekström-Schelfeis zeichnet sich durch eine hydrodynamisch homogene Schneeoberfläche aus. Veränderungen der Rauigkeit durch Sastrugi¹, wie sie Jackson und Carroll (1978) beschreiben, spielen bei unseren Untersuchungen keine Rolle. Inhomogenitäten der Oberfläche treten hingegen an der Küste der Atka-Bucht auf. Vor allem im Sommer bei eisfreier Bucht unterscheiden sich die mechanischen und thermischen Eigenschaften der z.T. eisfreien Bucht von denen des Schelfeises erheblich. Bei östlicher Anströmung kann sich darum eine stabile interne Grenzschicht ausbilden, deren Höhe h_b durch die Beziehung

$$h_b = \alpha_1 \frac{|W_G| \sqrt{x}}{\sqrt{\frac{g}{\Theta}} \Delta\Theta_b}. \quad (3.1)$$

abgeschätzt werden kann (Garratt, 1992, S.190). In der Gleichung (3.1) sind x die Windwirklänge, $|W_G|$ der Betrag des geostrophischen Windvektors und $\Delta\Theta_b$ die Temperaturdifferenz zwischen der Oberflächentemperatur des Eises und der Temperatur an der Obergrenze der internen Grenzschicht. Die Proportionalitätskonstante α_1 liegt zwischen 0.014 und 0.024. Für einen geostrophischen Wind von $10m/s$, einer Windwirklänge von $7000m$ (minimaler Abstand der Neumayer-Station von der Atkabucht) und einer Temperaturdifferenz $\Delta\Theta_b$ von $4K$ ergibt sich die Höhe der internen Grenzschicht zu $43m$. Demnach ist erst für $\Delta\Theta_b$ größer als $4K$ mit einer Beeinflussung der obersten Meßhöhe des $45m$ -Mastes für die Messungen des Grenzschichtmeßprogrammes 1983-1987 zu rechnen. Aufgrund der geringen vertikalen Temperaturdifferenzen bei Ostwind (Abb. 2.5) ist eine derartige Störung bei

¹Sastrugi sind windbedingte, wellenartige Schneestrukturen

diesen Messungen nicht zu erwarten. Die in dieser Arbeit überwiegend untersuchten stabilen Schichtungen, die mit südlichen Strömungen verbunden sind, werden durch interne Grenzschichten nicht beeinflusst.

3.1.2 Das Interpolationsverfahren

Kontinuierliche, geglättete vertikale Profile werden durch Interpolation der Meßwerte in diskreten Höhen mit Hilfe der AKIMA-Methode (Akima, 1970 in: Hilberg, 1989) erzeugt. Diese Methode berechnet die Profilkurve zwischen zwei benachbarten Stützstellen x_i und x_{i+1} durch ein Polynom 3. Grades

$$P_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3 \quad x_i < x \leq x_{i+1}, \quad (3.2)$$

wobei $i = 1, 2, \dots, N - 1$ die Stützstelle bezeichnet. An den Stützstellen wird für den Gradienten der Funktion eine Steigungsformel unter Verwendung der Werte der benachbarten Stützstellen angewandt. Auf diese Weise werden die bei der Spline-Interpolation gelegentlich auftretenden „Überschwinger“ vermieden. Aufgrund der annähernd logarithmischen Höhenanordnung der vorliegenden Daten werden die Stützstellen $x_i = \ln(z_i)$ benutzt, wobei z_i die Meßhöhen sind. Durch ein vorgeschaltetes Ausgleichsverfahren bietet die AKIMA-Interpolation die Möglichkeit, fehlerbehaftete Meßwerte zu korrigieren.

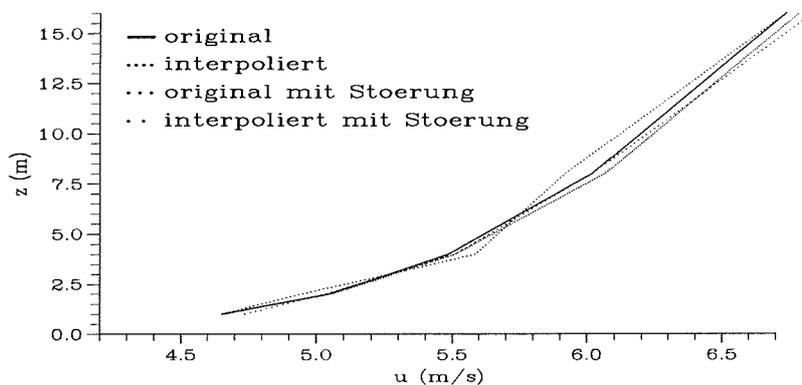


Abbildung 3.1: Wirkung der ausgleichenden AKIMA-Interpolation. Das Originalprofil ist mit $u_* = 0.2 \text{ m/s}$, $T_* = 0.05 \text{ K}$ und $z_0 = 10^{-4} \text{ m}$ berechnet.

Nach der Interpolation werden die Wind- und Temperaturgradienten durch Differentiation der Funktion (3.2) berechnet. Da die 2. Ableitung jedoch nicht notwendig stetig ist, werden die vertikalen Profile der Gradienten mittels nochmaliger AKIMA-Interpolation geglättet.

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

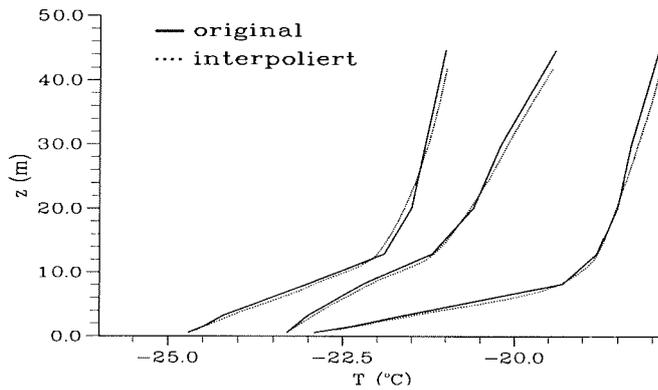


Abbildung 3.2: Original- und AKIMA-interpolierte Temperaturprofile vom 10.7.1983, 5.00, 7.00 und 9.00 Uhr, aufeinanderfolgende Profile sind um $1K$ verschoben

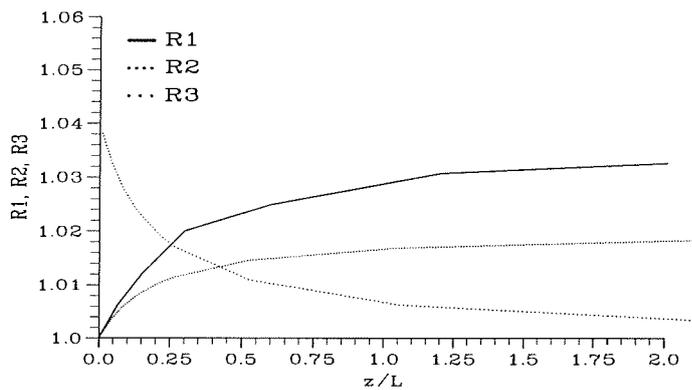


Abbildung 3.3: Verhältnisse $R1$ bis $R3$ von approximierten zu 'exakten' Gradienten der Windgeschwindigkeit in Abhängigkeit von z/L ; $R2, R3$ für $z_2/z_1 = 2$

Zur Erprobung des Interpolationsverfahrens wird zunächst ein mittels der Monin-Obuchov-Theorie berechnetes Windprofil an 5 logarithmisch verteilten Stützstellen von $1m$ bis $16m$ Höhe interpoliert. Dann wird das Ausgangsprofil an den mittleren Stützstellen durch eine positive oder negative Abweichung von $0.1m/s$ gestört und anschließend interpoliert. Die Abb. 3.1 zeigt die ungestörten und gestörten Ausgangsprofile und die interpolierten Kurven. Auch bei einem gestörten Ausgangsprofil ist die Übereinstimmung des interpolierten mit dem aus der Monin-Obuchov-Theorie berechneten Profil im mittleren Höhenbereich noch gut. Die in der Abb. 3.2 aus Messungen am 10.7.1983 reproduzierten Temperaturprofile verdeutlichen den Glättungseffekt des Interpolationsverfahrens.

Schließlich wird die Qualität der berechneten Gradienten überprüft, in dem das angewandte Verfahren der Approximation mit finiten Differenzen (Arya, 1991) gegenübergestellt wird. Der Vergleich bezieht sich wiederum auf vorgegebene Monin-Obuchov-Profile. Die in der Abb. 3.3 dargestellten Gradientenverhältnisse sind folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned}
 R1 &= \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{AKIMA}}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{ori}} = \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{AKIMA}}{\frac{u_*}{\kappa z} \left(1 + 5\frac{z}{L}\right)} \\
 R2 &= \frac{\left(\frac{\Delta u}{\Delta \ln(z)}\right)}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{ori}} = \frac{1}{\ln z_2/z_1} \frac{\ln z_2/z_1 + 5\frac{z_2-z_1}{L}}{\left(1 + 5\frac{\sqrt{z_1 z_2}}{L}\right)} \\
 R3 &= \frac{\left(\frac{\Delta u}{\Delta z}\right)}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{ori}} = \frac{z_1 + z_2}{2(z_1 - z_2)} \frac{\ln z_2/z_1 + 5\frac{z_2-z_1}{L}}{1 + 5\frac{(z_1+z_2)}{2L}}.
 \end{aligned}$$

Die Definition von $R2$ und $R3$ erfolgt analog zu Arya (1991) und ergibt sich bei Verwendung der universellen Funktion $\phi_m = (1 + 5z/L)$ nach Dyer (1974). $(\partial u/\partial z)_{AKIMA}$ wird bei vorgegebener Stabilität durch Interpolation des Monin-Obuchov-Profiles bestimmt.

Die Gradientenverhältnisse $R1$, $R2$ und $R3$ sind in der Abb. 3.3 als Funktion der Stabilität dargestellt. Die Verhältnisse $R2$ und $R3$ sind stark vom Verhältnis der zwei in die Gradientenberechnung eingehenden Höhen abhängig und werden mit zunehmenden Höhenverhältnis größer. Durch die in dieser Arbeit angewandte Methode werden die Gradienten mit hoher Genauigkeit bestimmt ($< 5\%$ für den untersuchten Idealfall), wobei sich der Fehler auch für zunehmende Stabilität nicht wesentlich vergrößert. Bei der Gradientenbestimmung mittels Akima-Interpolation wird die gleiche Genauigkeit wie bei der Approximation mit finiten Differenzen erreicht.

3.2 Turbulente Flüsse und Oberflächenparameter in der Bodenschicht

Die turbulenten Flüsse sowie Oberflächenparameter werden in der Bodenschicht auf der Grundlage der Monin-Obuchov-Theorie mit Hilfe der Optimierungstheorie bestimmt. Das Verfahren wird zunächst anhand synthetischer Daten auf seine Gültigkeitsbereiche und Genauigkeit überprüft. Danach werden die turbulenten Flüsse und Oberflächenparameter aus gemessenen Profildaten abgeleitet. Die berechneten Werte werden mit Ergebnissen anderer Verfahren und mit gemessenen turbulenten Größen verglichen.

3.2.1 Die Nieuwstadt-Marquardt-Profilmethode bei neutraler und stabiler Schichtung

Die oben genannten Parameter werden durch die Anpassung der Monin-Obuchov-Profilfunktionen an gemessene Wind- und Temperaturprofile in der Bodenschicht bestimmt. Die Profilkfunktionen hängen von einstellbaren, a priori unbekanntem Parametern ab. Es wird eine quadratische Kostenfunktion als Maß für die Differenzen zwischen den berechneten und gemessenen Windgeschwindigkeits- und Temperaturprofilen definiert (nach Nieuwstadt, 1978). Die gesuchten Parameter werden durch Minimierung dieser Kostenfunktion gewonnen. Dieses Vorgehen setzt voraus, daß die Abweichungen zwischen Messungen und Modellwerten nur durch zufällige, normalverteilte Fehler verursacht sind. Um diese Annahme zu überprüfen, werden neben der Minimierung der Kostenfunktion die Vertrauensbereiche der Parameter berechnet und die Güte der Anpassung abgeschätzt. Das nichtlineare Gleichungssystem für die Minimierung der Kostenfunktion wird mit dem Marquardt-Verfahren (Marquardt, 1963, s.a. Kurzweil, 1990) gelöst. Die Fehlerkovarianzmatrix der angepaßten Parameter ist durch Inversion der Hessematrix der Kostenfunktion zu berechnen. Die Konditionierungszahl ist das Verhältnis des größten zum kleinsten Eigenwert der Hessematrix und ein Maß für die Exzentrizität der in der Nähe des Minimums annähernd elliptischen Form der Kostenfunktion. Für kleine Konditionierungszahlen können alle Modellparameter zufriedenstellend berechnet werden, hingegen wird für große Konditionierungszahlen mindestens ein Parameter relativ ungenau. Die Güte der Modellanpassung wird mit dem χ^2 -Test geprüft, der angibt, ob die minimierten Differenzen zwischen den Modellvariablen und den Messungen normalverteilt sind. Eine kurze Darstellung der Theorie der Modellanpassung an Daten wird im Anhang B gegeben. In dem hier angewandten Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren wird die Kostenfunktion nach Nieuwstadt (1978) definiert und das Gleichungssystem zur Minimierung der Kostenfunktion nach Marquardt (1963) gelöst.

Die Modellgleichungen ergeben sich durch Integration der Gleichungen (1.28) und (1.29) zu:

$$u(z, u_*, \Theta_*, z_0, d) = \frac{u_*}{\kappa} \left(\ln \frac{z-d}{z_0} - \Psi_m\left(\frac{z-d}{L}\right) + \Psi_m\left(\frac{z_0}{L}\right) \right) \quad (3.3)$$

$$\Theta(z, u_*, \Theta_*, z_{0\Theta}, d) - \Theta_0 = \frac{\Theta_*}{\kappa} \left(\ln \frac{z-d}{z_{0\Theta}} - \Psi_h\left(\frac{z-d}{L}\right) + \Psi_h\left(\frac{z_{0\Theta}}{L}\right) \right). \quad (3.4)$$

Die Ψ -Funktionen sind für $z/L < 0$ gegeben durch:

$$\begin{aligned} \Psi_m\left(\frac{z}{L}\right) &= 2 \ln \frac{1+x}{2} + \ln \frac{1+x^2}{2} - \arctan x + \frac{\pi}{2}, & x &= \left(1 - 16 \frac{z}{L}\right)^{-\frac{1}{4}} \\ \Psi_h\left(\frac{z}{L}\right) &= 2 \ln \frac{1+y}{2}, & y &= \left(1 - 16 \frac{z}{L}\right)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

und für $z/L > 0$ durch:

$$\Psi_m\left(\frac{z}{L}\right) = \Psi_h\left(\frac{z}{L}\right) = -5\frac{z}{L}.$$

Die Ψ -Funktionen werden anhand der universellen Funktionen $\phi_m = \phi_h^{1/2} = (1 - 16z/L)^{-1/4}$ für labile Schichtung und $\phi_m = \phi_h = 1 + 5z/L$ für stabile Schichtung nach Dyer (1974) bestimmt. In den Modellgleichungen ist der Feuchteeinfluß nicht berücksichtigt. Das Koordinatensystem ist so orientiert, daß die Richtung des Bodenwindes mit der Richtung der positiven x -Achse zusammenfällt. Die in den Gleichungen (3.3) und (3.4) auftretende Verschiebungshöhe d wird in der Grenzschichtmeteorologie über bewachsenen Oberflächen eingeführt. Die Strömung über diesen Oberflächen ist identisch mit einer Strömung über einer unbewachsenen Oberfläche, für die die Grenzfläche Atmosphäre-Unterlage um den Abstand d verschoben ist, so daß von der geometrischen zur aerodynamischen Höhe übergegangen werden muß. Bei Messungen über Schnee und Eis kennzeichnet d ebenfalls den Unterschied zwischen geometrischer und aerodynamischer Höhe, der durch Sastrugi oder durch Schneezutrag oder -abtrag verursacht wird. Die Rauigkeitslänge z_0 bezeichnet als Integrationskonstante die Höhe über der Oberfläche, in der die Windgeschwindigkeit verschwindet. Generell wird unterstellt, daß z_0 von der Größe und der Anordnung der Rauigkeitselemente abhängt. Allerdings konnte dieser Zusammenhang bisher nicht überzeugend bestätigt werden. Die Rauigkeitslänge für die Temperatur $z_{0\Theta}$ ist als Integrationskonstante durch $\Theta(z_{0\Theta}) = \Theta_0$ definiert und ist, im Gegensatz zu z_0 , nicht als Oberflächen-, sondern als Strömungseigenschaft zu deuten (Andreas, 1987).

Durch die Anpassung der Gleichungen (3.3) und (3.4) an Messungen des Wind- und Temperaturprofils können die Turbulenzparameter u_* , Θ_* , die Rauigkeitslängen z_0 und $z_{0\Theta}$, die Verschiebungshöhe d und die Oberflächentemperatur Θ_0 bestimmt werden. Diese Parameter werden in einem Parametervektor $\vec{a} = (u_*, \Theta_*, \Theta_0, z_0, z_{0\Theta}, d)$ zusammengefaßt. Für die Anpassung wird vorausgesetzt:

- die mittleren meteorologischen Größen u und Θ seien die von Parametern abhängigen Modellvariablen, für die Profilmessungen in insgesamt N Meßhöhen vorliegen,
- die Messungen sind voneinander unabhängig, so daß die in der Kostenfunktion (Gleichungen (B.2) und (B.3) im Anhang) auftretende Kovarianzmatrix eine Diagonalmatrix ist. Die Standardabweichungen σ_i der Windgeschwindigkeitsmessungen und der Temperaturmessungen betragen an allen Meßpunkten $0.1m/s$ bzw. $0.1K$,
- die Abweichungen zwischen gemessenen und berechneten Profilen beruhen ausschließlich auf zufälligen Meßwertschwankungen.

Um die Information aus Wind- und Temperaturprofil gleichzeitig zu nutzen, wird bei stabiler Dichteschichtung analog zu Nieuwstadt (1978) folgende Kostenfunktion minimiert:

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

$$\begin{aligned}
J_1 &= \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{N_u} \left(\frac{(u(z_i) - u(z_1)) - \frac{u_*}{\kappa} \left(\ln \frac{z_i-d}{z_1-d} + 5 \frac{(z_i-z_1)}{L} \right)}{\sigma_i} \right)^2 \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{N_\Theta} \left(\frac{(\Theta(z_i) - \Theta(z_1)) - \frac{\Theta_*}{\kappa} \left(\ln \frac{z_i-d}{z_1-d} + 5 \frac{(z_i-z_1)}{L} \right)}{\sigma_i} \right)^2.
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Soll außer u_* , Θ_* und d auch z_0 bestimmt werden, lautet die zu minimierende Kostenfunktion:

$$\begin{aligned}
J_2 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_u} \left(\frac{u(z_i) - \frac{u_*}{\kappa} \left(\ln \frac{z_i-d}{z_0} + 5 \frac{(z_i-z_0)}{L} \right)}{\sigma_i} \right)^2 \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{N_\Theta} \left(\frac{(\Theta(z_i) - \Theta(z_1)) - \frac{\Theta_*}{\kappa} \left(\ln \frac{z_i-d}{z_1-d} + 5 \frac{(z_i-z_1)}{L} \right)}{\sigma_i} \right)^2.
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Für die Bestimmung eines weiteren Parameters, der Oberflächentemperatur Θ_0 wird die Kostenfunktion J_3 minimiert:

$$\begin{aligned}
J_3 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_u} \left(\frac{u(z_i) - \frac{u_*}{\kappa} \left(\ln \frac{z_i-d}{z_0} + 5 \frac{(z_i-z_0)}{L} \right)}{\sigma_i} \right)^2 \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_\Theta} \left(\frac{(\Theta(z_i) - \Theta_0 - \frac{\Theta_*}{\kappa} \left(\ln \frac{z_i-d}{z_{0\Theta}} + 5 \frac{(z_i-z_{0\Theta})}{L} \right))}{\sigma_i} \right)^2.
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Falls einige Parameter bereits bekannt sind, reduzieren sich die Komponenten des Parametervektors. Es ist auch möglich, zuerst einen reduzierten Parametervektor durch Wahl der Kostenfunktion J_1 zu bestimmen, und danach die fehlenden Parameter durch separate Anpassung der Modellgleichungen an das Wind- und Temperaturprofil zu ermitteln.

Zunächst werden für neutrale und anschließend für stabile Dichteschichtung Untersuchungen mit synthetischen Meßdaten vorgenommen. Diese Daten erfüllen exakt die Modellgleichungen, so daß der Vektor $\vec{d}_* = (u_{**}, \Theta_{**}, z_{0*}, z_{0\Theta*}, d_*, \Theta_0)$ bekannt ist, der die Kostenfunktion minimiert.

Für neutrale Schichtungsbedingungen mit $\partial\Theta/\partial z = 0$ wird der unbekannte Parametervektor $\vec{d} = (u_*, z_0, d)$ allein aus Messungen des Windprofils bestimmt. Die Kostenfunktion lautet

$$J_{2n} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{u(z_i) - \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z_i-d}{z_0}}{\sigma_i} \right)^2. \tag{3.8}$$

Für $d = 0$ geht die Profildfunktion (3.3) in eine lineare Gleichung im linear-logarithmischen-Koordinatensystem über:

$$u(z) = -\frac{u_*}{\kappa} \ln z_0 + \frac{u_*}{\kappa} \ln z = a + b \ln z. \tag{3.9}$$

3.2. Turbulente Flüsse und Oberflächenparameter in der Bodenschicht

Die Koeffizienten a und b folgen aus der linearen Regression. Die Kostenfunktionen, die Hessematrizen und die zugehörigen Eigenwerte werden für ausgewählte Meßanordnungen berechnet (s. Tab. 3.1). Die Meßanordnungen 5 und 6 entsprechen den Anordnungen des Grenzschichtmeßprogrammes 1983 bis 1987 an der Neumayer-Station und der Meßkampagne FINTUREX 1994. Die Abb. 3.4 zeigt die Darstellung der Kostenfunktionen. Da das anzupassende Modell linear ist, sind die Isolinien der Kostenfunktion Ellipsen und die Hessematrix und die berechneten Standardabweichungen sind unabhängig von den Modellparametern $a = -\frac{u_*}{\kappa} \ln z_0$ und $b = \frac{u_*}{\kappa}$. Die Eigenwerte und Konditionierungszahlen der Hessematrizen und die Standardabweichungen σ_a , σ_b der angepaßten Parameter a und b sind in der Tab. 3.1 zusammengefaßt.

Tabelle 3.1: Eigenwerte, Konditionierungszahlen und Standardabweichungen für eine lineare Modellanpassung bei neutraler Schichtung für verschiedene Meßanordnungen

Nr.	Geberhöhen in m	λ_1	λ_2	λ_1/λ_2	σ_a	σ_b
1	0.25, 0.5, 1, 2, 4	500	480	1.04	0.046	0.045
2	0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8	1017	496	2.05	0.043	0.034
3	0.5, 1, 2, 4, 8	974	247	3.9	0.055	0.046
4	2, 4, 6, 8, 10, 12	2692	48.9	55.0	0.127	0.067
5	0.5, 1.4, 3.3, 8.3, 13.2, 20.9	2606	234	11.15	0.061	0.031
6	0.5, 1.05, 2., 2.8, 4., 5.5, 7.5, 9.5	2132	266	8.0	0.053	0.038
7	1, 2, 4, 6, 8, 10	2008	116	17.3	0.081	0.051

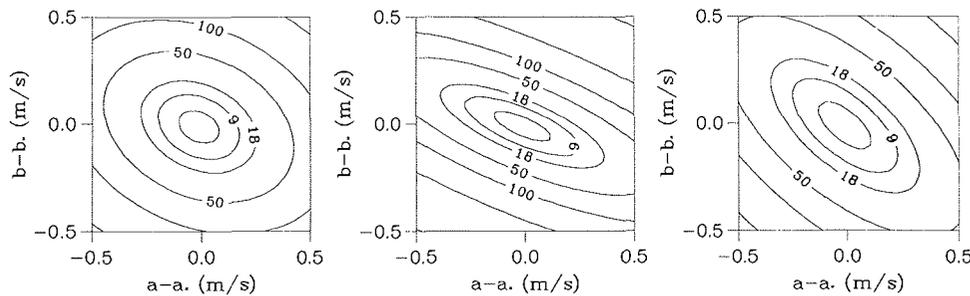


Abbildung 3.4: Graphische Darstellung der Kostenfunktion für ausgewählte Meßanordnungen, von links nach rechts: Meßanordnungen 2, 5 und 6

Aus der Tab. 3.1 geht hervor, daß für die Meßanordnung 1 mit der Konditionierungszahl nahe 1 die Isolinien der Kostenfunktion nahezu kreisförmig sind. Auch für die anderen Meßanordnungen unterscheiden sich die Eigenwerte nur um ein bis zwei Größenordnungen, so daß jeweils beide Komponenten des Parametervektors gut bestimmbar sind. Wegen der logarithmischen Vertikalkoordinate sind für die Meßanordnungen mit logarithmischer Höheneinteilung die Konditionierungszahlen und Standardabweichungen kleiner. Insbesondere nehmen die Standardabweichungen der Parameter a und b mit Vergrößerung der Anzahl der Meßniveaus ab. Ferner

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

wirken sich vergrößerte Fehler bei der Windmessung in einer Höhe („Ausreißer“) schwächer auf die Standardabweichung der Parameter aus. Für die Meßanordnungen 1 und 2 werden die Standardabweichungen auch für Messungen berechnet, bei denen in einer Höhe der Fehler der Windmessung statt 0.1m/s jetzt 0.3m/s beträgt. σ_a bzw. σ_b nehmen dann für Meßanordnung 1 um 17% bzw. 33%, für Meßanordnung 2 um 17% bzw. 29% zu.

Tabelle 3.2: Standardabweichungen der Rauigkeitslänge $\sigma_{z_0}(m)$ bei neutraler Schichtung für Meßanordnung 2 und verschiedene Rauigkeitslängen und Schubspannungsgeschwindigkeiten, berechnet nach (3.11)

$z_{0*}(m)$ $u_{**} (m/s)$	0.0001	0.001	0.01
0.3	$4.4 \cdot 10^{-5}$	$3.4 \cdot 10^{-4}$	$2.3 \cdot 10^{-3}$
0.5	$2.7 \cdot 10^{-5}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-3}$
0.7	$1.9 \cdot 10^{-5}$	$1.4 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$

Die in der Tab. 3.1 angegebenen Standardabweichungen von $a = -\frac{u_*}{\kappa} \ln z_0$ und $b = \frac{u_*}{\kappa}$ enthalten sowohl die Fehler von u_* als auch von z_0 , unter der Annahme, daß die von-Kármán-Konstante κ nicht fehlerbehaftet ist. Die tatsächlichen Fehler von z_0 und u_* lassen sich mittels Fehlerfortpflanzung durch:

$$\sigma_{u_*} = \kappa \sigma_b \quad (3.10)$$

$$\sigma_{z_0} = \sqrt{\left(\frac{z_0 \kappa}{u_*}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{z_0 \ln z_0}{u_*}\right)^2 \sigma_b^2} \quad (3.11)$$

berechnen. Aufgrund des nichtlinearen Zusammenhanges zwischen b und z_0 ist der Fehler σ_{z_0} vom Wert der Schubspannungsgeschwindigkeit u_* und der Rauigkeitslänge z_0 selbst abhängig. In der Tab. 3.2 werden für die Meßanordnung 2 und verschiedene Rauigkeitslängen und Schubspannungsgeschwindigkeiten Werte von σ_{z_0} angegeben. Die relative Standardabweichung von z_0 ist umgekehrt proportional zu u_* und z_0 . Sie variiert zwischen 44% und 10% und liegt damit deutlich höher als die relative Standardabweichung von u_* , deren Werte zwischen 2% und 5% betragen.

Die starke Abhängigkeit des σ_{z_0} von z_0 und die großen relativen Werte von σ_{z_0} spiegeln sich in der Abb. 3.5 wider, in der die Kostenfunktionen für die Meßanordnung 2 als Funktion von $u_* - u_{**}$ und $\ln z_0 - \ln z_{0*}$ für $u_* = 0.5\text{m/s}$ und 3 verschiedene Rauigkeitslängen dargestellt ist. Im Gegensatz zur Abb. 3.4 haben die Isolinien der Kostenfunktion nur noch in der Nähe des Minimums Ellipsenform mit einer starken Exzentrizität. Da sich die Richtungen der Eigenvektoren $\vec{e}_1 = \vec{e}_{u_*}$ und $\vec{e}_2 = \vec{e}_{\ln z_0}$ nur geringfügig von den Richtungen der Koordinatenachsen unterscheiden, sind $\ln z_0$ und damit z_0 nur ungenau bestimmbare Parameter dieser Modellanpassung (vgl. Abb. 3.5 unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Skalierungen der Achsen).

3.2. Turbulente Flüsse und Oberflächenparameter in der Bodenschicht

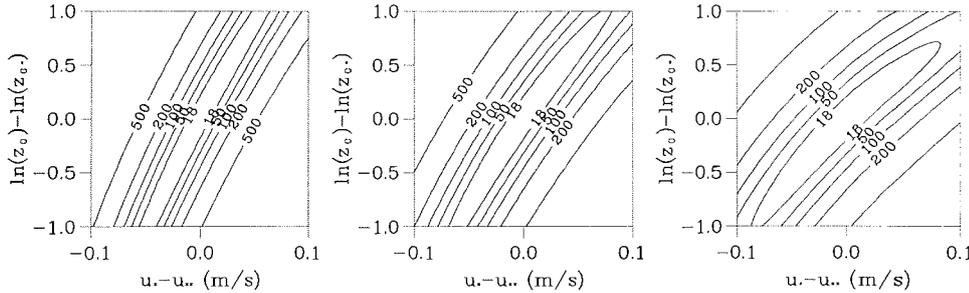


Abbildung 3.5: Graphische Darstellung der Kostenfunktion für Meßanordnung 2 und $u_{**} = 0.5 \text{ m/s}$, von links nach rechts: $z_{0*} = 10^{-4} \text{ m}$, $z_{0*} = 10^{-3} \text{ m}$, $z_{0*} = 10^{-2} \text{ m}$

Aus diesen Überlegungen folgt, daß bei relativ kleinen Oberflächenrauigkeiten wie über Schelfeisen, bestenfalls die Größenordnung der Rauigkeitslänge bestimmt werden kann, während sich die Schubspannungsgeschwindigkeit zuverlässig ableiten läßt. Der Einfluß eines fehlerhaften z_0 auf die Bestimmung von u_* läßt sich für synthetische Daten aus $\frac{\partial J}{\partial u_*} = 0$ abschätzen:

$$\frac{u_*}{u_{**}} = f(z_{0*}, z_0) = \frac{\sum_{i=1}^N \ln \frac{z_i}{z_{0*}} \ln \frac{z_i}{z_0}}{\sum_{i=1}^N \ln \frac{z_i}{z_0} \ln \frac{z_i}{z_0}} \quad (3.12)$$

Dieser Zusammenhang ist im Nomogramm der Abb. 3.6 für die Meßanordnung 2 dargestellt. Bei einer wahren Rauigkeitslänge von 10^{-4} m ($\ln z_{0*} = -9.2$) umfaßt der Bereich, in dem u_* mit einem Fehler kleiner 10% bestimmt werden kann, fast eine Größenordnung, bei einer Rauigkeitslänge von 10^{-2} m ($\ln z_{0*} = -4.6$) noch fast eine halbe Größenordnung.

Bei einer Verschiebungshöhe $d \neq 0$ ist eine Linearisierung der Modellgleichung (3.3) durch Koordinatentransformation nicht möglich, das anzupassende Modell ist nicht-linear und der Parametervektor $\vec{a} = (u_*, z_0, d)$ hat 3 Komponenten. Zur graphischen Darstellung der Konturen gleicher Werte der Kostenfunktion werden in Abb. 3.7 die 3 Schnittebenen $u_* = u_{**}$, $\ln z_0 = \ln z_{0*}$ und $d = d_*$ für die Meßanordnung 2 und für zwei verschiedene Parametervektoren \vec{a}_* gezeigt. Die Flächen $J = \text{const.}$ sind nur noch näherungsweise in der Nähe des Minimums Ellipsoide und weisen insbesondere in der Ebene $d = d_*$ eine starke Exzentrizität auf. Die Konditionierungszahlen der Hessematrizen und die Standardabweichungen der Parameter für ausgewählte Parametervektoren $\vec{a}_* = (u_{**}, z_{0*}, d_*)$ zeigt die Tab. 3.3.

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

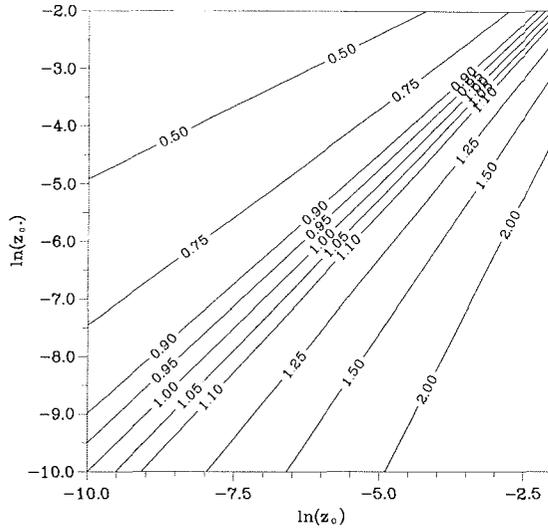


Abbildung 3.6: Nomogramm zur Bestimmung des relativen Fehlers u_*/u_{**} als Funktion von z_0 und z_{0*} , berechnet für Meßanordnung 2.

Tabelle 3.3: Konditionierungszahlen und Standardabweichungen für eine nichtlineare Modellanpassung bei neutraler Schichtung für Meßanordnung 2 und verschiedene Parametervektoren $\vec{a}_* = (u_{**}, z_{0*}, d_*)$

u_{**} (m/s)	z_{0*} (m)	d_* (m)	λ_1/λ_3	$\sigma_{u_{**}}$ (m/s)	σ_{z_0} (m)	σ_d (m)
0.5	0.0001	0.2	49120	0.019	$3.8 \cdot 10^{-5}$	0.009
0.5	0.01	0.2	4279	0.019	$2.1 \cdot 10^{-3}$	0.009
0.5	0.0001	0.1	100586	0.026	$5.4 \cdot 10^{-5}$	0.030
0.7	0.001	0.2	9664	0.019	$2.1 \cdot 10^{-4}$	0.006

Die Abb. 3.7 und die Tab. 3.3 zeigen, daß bei Vergrößerung von u_{**} , z_{0*} und d_* die Konditionierungszahl kleiner wird und der Parametervektor mit größerer Genauigkeit zu bestimmen ist. Auch bei dieser Modellanpassung unterscheidet sich die Richtung der Koordinatenachsen nur wenig von der Richtung der Eigenvektoren \vec{e}_i . Die Rauhigkeitslänge z_0 ist der am schlechtesten bestimmte Parameter dieser Modellanpassung, die relativen Standardabweichungen liegen zwischen 54% und 20% mit den größten Werten bei kleinen Rauhigkeitslängen, so daß nur Aussagen zur Größenordnung von z_0 möglich sind. Die große Exzentrizität in der $u_* - \ln z_0$ -Ebene (beachte die Skalierung in der Abb. 3.7) belegt wiederum, daß ein ungenaues z_0 sich nur geringfügig auf die Genauigkeit von u_* auswirkt. Die Parameter d und u_* sind mit relativen Standardabweichungen von 5% bis 30% (bei kleinen Verschiebungshöhen) bzw. unter 5% mit hinreichender Qualität zu berechnen.

3.2. Turbulente Flüsse und Oberflächenparameter in der Bodenschicht

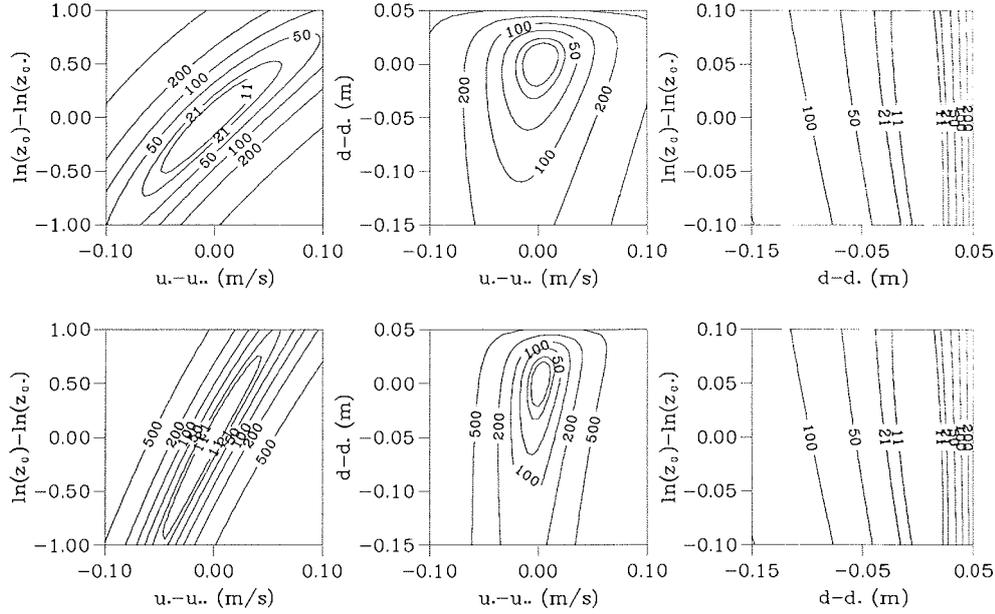


Abbildung 3.7: Graphische Darstellung der Kostenfunktion für Meßanordnung 2 für die 3 Schnittebenen $u_* = u_{**}$, $\ln z_0 = \ln z_{0*}$ und $d = d_*$, untere Reihe: $u_{**} = 0.5 \text{ m/s}$, $z_{0*} = 10^{-4} \text{ m}$, $d_* = 0.2 \text{ m}$, obere Reihe: $u_{**} = 0.5 \text{ m/s}$, $z_{0*} = 10^{-2} \text{ m}$, $d_* = 0.2 \text{ m}$.

Versuche zur Bestimmung von Rauigkeitslängen über antarktischen Schelfeisen sind generell kritisch zu betrachten, da die erforderliche hohe Meßgenauigkeit bei einer dem Problem gut angepaßten Anordnung der Windgeber und die Annahme neutraler Schichtung in der Realität meistens nicht erfüllt werden. Demgemäß besitzen die Angaben über den Zusammenhang zwischen der Windgeschwindigkeit und der Rauigkeitslänge wie bei Holmgren (1971), König (1985) und Belitz (1989) oder zwischen der Windrichtung und der Rauigkeitslänge von Jackson und Carroll (1978) keine allgemeine Gültigkeit.

Die folgenden Untersuchungen für eine stabile Dichteschichtung werden mit verschiedenen Parametervektoren \vec{a}_* und mit ausgewählten Meßanordnungen durchgeführt, da wegen der Nichtlinearität der Modellgleichungen die Hessematrix und die daraus berechneten Standardabweichungen von den Modellparametern abhängig sind. Aufgrund der logarithmisch-linearen Form der Profildfunktionen bei stabiler Schichtung scheint es zweckmäßig, die Meßgeber im unteren Bereich logarithmisch und im oberen Bereich linear mit der Höhe anzuordnen. In der Tab. 3.4 sind für die logarithmische Höhereinteilung 2, die lineare Einteilung 4 und die logarithmisch-lineare Einteilung 7 die berechneten Konditionierungszahlen und Standardabweichungen für die 3 Definitionen der Kostenfunktion J_1 bis J_3 zu finden (für die Meßanordnungen vgl. Tab. 3.1). Die Berechnungen wurden jeweils für zwei verschiedene Dichteschichtungen bei vorgegebenen Werten von d , z_0 und Θ_0 durchgeführt. Die

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

Tabelle 3.4: Konditionierungszahlen und Fehler für eine nichtlineare Modellanpassung von u_* und Θ_* bei stabiler Schichtung für $z_0 = 10^{-4}m$, $d = 0.1m$ und $\Theta_0 = 0^\circ C$, Definitionen J_1 bis J_3 der Kostenfunktion

Def.	Anordnung	u_{**} (m/s)	Θ_{**} (K)	λ_1/λ_2	σ_{u_*} (m/s)	σ_{Θ_*} (K)
1	2	0.5	0.2	1.66	$7.13 \cdot 10^{-3}$	$5.63 \cdot 10^{-3}$
2	2	0.5	0.2	10.46	$1.76 \cdot 10^{-3}$	$5.65 \cdot 10^{-3}$
3	2	0.5	0.2	1.12	$1.75 \cdot 10^{-3}$	$1.66 \cdot 10^{-3}$
2	4	0.5	0.2	27.1	$1.70 \cdot 10^{-3}$	$7.96 \cdot 10^{-3}$
2	7	0.5	0.2	19.91	$1.66 \cdot 10^{-3}$	$7.05 \cdot 10^{-3}$
1	2	0.2	0.1	3.79	$8.10 \cdot 10^{-3}$	$4.17 \cdot 10^{-3}$
2	2	0.2	0.1	5.53	$1.84 \cdot 10^{-3}$	$4.22 \cdot 10^{-3}$
3	2	0.2	0.1	1.40	$1.81 \cdot 10^{-3}$	$1.54 \cdot 10^{-3}$
2	4	0.2	0.1	7.0	$1.89 \cdot 10^{-3}$	$4.19 \cdot 10^{-3}$
2	7	0.2	0.1	6.68	$1.81 \cdot 10^{-3}$	$4.24 \cdot 10^{-3}$

verbesserte Genauigkeit bei Anwendung der Definitionen 2 und 3 wird dadurch erzielt, daß bei bekannten Werten von z_0 und Θ_0 mehr Meßhöhen in die Berechnung von u_* und Θ_* eingehen. Die Verwendung von $\Theta(z_{0\Theta}) = \Theta_0$ erfordert eine Definition von Θ_0 . Im allgemeinen wird für Θ_0 die Oberflächenstrahlungstemperatur gewählt und $z_0 \neq z_{0\Theta}$ angenommen (Garratt, 1992; King und Anderson, 1994). Da $z_{0\Theta}$ keine Oberflächen-, sondern eine Strömungseigenschaft ist, läßt sich dieser Parameter nur schwer aus Messungen ableiten (Andreas, 1987). Deshalb werden in dieser Arbeit nur die Kostenfunktionen J_1 und J_2 (Gleichungen (3.5) und (3.6)) verwendet.

Die Standardabweichungen und Konditionierungszahlen für die verschiedenen Meßanordnungen weisen keine signifikanten Unterschiede auf. Erwartungsgemäß treten bei geringer Stabilität ($u_* = 0.5m/s, \Theta_* = 0.2K, L = 83m$) die kleinsten Fehler für die logarithmische Höheneinteilung der Meßpunkte auf. Die aus den idealen Profilen abgeleiteten Ergebnisse können u.a. genutzt werden, um den Meßaufbau im Rahmen der technischen Gegebenheiten und des erwarteten Stabilitätsbereiches zu optimieren. Zur Veranschaulichung sind in der Abb. 3.8 die Kostenfunktionen J_1 bis J_3 für zwei verschiedene Dichteschichtungen und zwei verschiedene Meßanordnungen bei bekannten d , z_0 und Θ_0 aufgezeichnet.

Die in der Tab. 3.4 angeführten Werte der Standardabweichungen von u_* und Θ_* für J_2 haben die gleiche Größenordnung, die relativen Fehler sind $\leq 1\%$ für u_* und variieren zwischen 1.5% und 5% für Θ_* . Bei Verwendung von J_2 anstelle von J_1 ergibt sich eine weitere Verkleinerung des Fehlers für u_* . Wenn die Rauigkeitslänge aus anderen Quellen bekannt ist, sollte diese über die Kostenfunktion J_2 unbedingt in die Parameterbestimmung einfließen (vgl. Ling, 1976).

Bei Anpassung der drei Parameter u_* , Θ_* und z_0 vergrößern sich, wie aus einem Vergleich der Tab. 3.4 mit der Tab. 3.5 ersichtlich ist, die Fehler von u_* um eine Größenordnung. Der Θ_* -Fehler erhöht sich nur unwesentlich, während der z_0 -Fehler

3.2. Turbulente Flüsse und Oberflächenparameter in der Bodenschicht

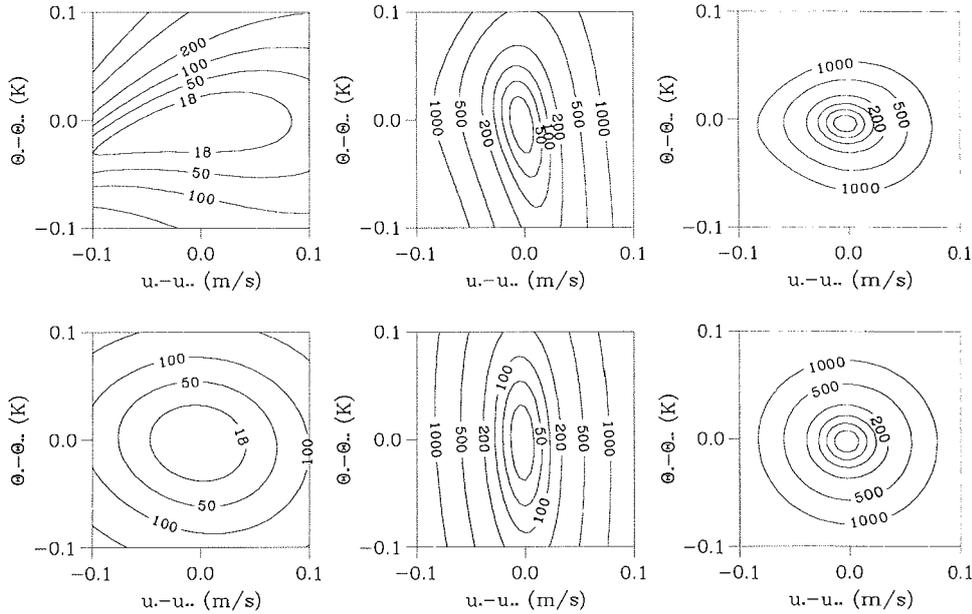


Abbildung 3.8: Graphische Darstellung der Kostenfunktion bei nichtlinearer Anpassung von u_* und Θ_* , untere Reihe von links nach rechts: Kostenfunktionen J_1 bis J_3 für Meßanordnung 2 und $u_{**} = 0.5 \text{ m/s}$ und $\Theta_{**} = 0.2 \text{ K}$, obere Reihe von links nach rechts: Kostenfunktionen J_1 bis J_3 für Meßanordnung 7 und $u_{**} = 0.2 \text{ m/s}$ und $\Theta_{**} = 0.1 \text{ K}$

bei $z_{0*} = 10^{-4} \text{ m}$ zwischen 70 und 80% liegt. Bei Anpassung der drei Parameter u_* , Θ_* und d wachsen im Vergleich zu Werten bei bekannter Verschiebungshöhe, die Fehler von u_* und Θ_* bis zum dreifachen Wert an. Für die d -Werte bei $d_* = 0.1 \text{ m}$ betragen die Fehler ungefähr 30%.

Für die Berechnung des Parametervektors $\vec{a} = (u_*, \Theta_*, z_0, d)$ sind die Konditionierungszahlen und die Standardabweichungen in der Tab. 3.6 zu finden. Die 1. Zeile gibt Werte des Vergleichslaufes mit $\vec{a}_* = (0.2 \text{ m/s}, 0.1 \text{ K}, 10^{-4} \text{ m}, 0.1 \text{ m})$ wieder (vgl. Abb. 3.9). Es sei darauf hingewiesen, daß bei dem kleinen Wert von z_0 die Standardabweichung größer als der Wert selbst ist. Generell ist die erreichbare Genauigkeit hier kleiner als bei den Berechnungen mit neutraler Schichtung oder bei der Bestimmung eines Parametervektors mit weniger Dimensionen. Schließlich wird jeweils eine Komponente von \vec{a}_* verändert. Eine Vergrößerung von u_{**} bewirkt eine Verkleinerung aller Fehler. Eine Verkleinerung von Θ_{**} führt auf eine leichte Vergrößerung der Fehler, die Vergrößerung von z_{0*} um 2 Größenordnungen verringert den Fehler von z_0 auf 70%. Eine Verkleinerung von d_* bewirkt eine leichte Vergrößerung der Fehler von u_* und Θ_* , aber eine erhebliche Vergrößerung der Fehler von z_0 und d . Zusätzlich wird für den Vergleichslauf der Einfluß eines fehlerhaften Wertes für z_0 auf die Genauigkeit der anderen Parameter untersucht. Die Ergebnisse sind in der Tab. 3.7 und in der Abb. 3.10 dargestellt. Bei zu kleinen z_0

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

Tabelle 3.5: Konditionierungszahlen und Fehler für eine nichtlineare Modellanpassung von u_* , Θ_* und z_0 mit $z_{0*} = 10^{-4}m$ (oberer Teil) und von u_* , Θ_* und d mit $d_* = 0.1m$ (unterer Teil) für Meßanordnung 2 und Kostenfunktion J_2

u_{**} (m/s)	Θ_{**} (K)	d_* (m)	λ_1/λ_3	σ_{u_*} (m/s)	σ_{Θ_*} (K)	σ_{z_0} (m)
0.2	0.1	0.0	31268	0.018	0.0052	$8.3 \cdot 10^{-5}$
0.2	0.1	0.1	27542	0.015	0.0046	$7.0 \cdot 10^{-5}$
u_{**} (m/s)	Θ_{**} (K)	z_{0*} (m)	λ_1/λ_3	σ_{u_*} (m/s)	σ_{Θ_*} (K)	σ_d (m)
0.2	0.1	0.0001	65.4	0.0026	0.0061	0.033
0.2	0.1	0.01	52.7	0.0047	0.0057	0.030

Werten verlagert sich das Minimum der Kostenfunktion zu kleineren u_* -Werten, bei zu großen z_0 -Werten zu größeren u_* -Werten. Auf die Bestimmung von Θ_* haben die fehlerhaften z_0 -Werte nur geringen Einfluß. Unterscheidet sich der angenommene z_0 -Wert um eine Größenordnung vom wahren z_0 -Wert von $10^{-4}m$, so verschiebt sich das Minimum der Kostenfunktion bezüglich u_* um 25% für ein u_{**} von 0.2m/s.

Tabelle 3.6: Konditionierungszahl und Standardabweichungen für eine nichtlineare Modellanpassung von u_* , Θ_* , z_0 und d bei stabiler Schichtung für Meßanordnung 2 und Kostenfunktion J_2

u_{**} (m/s)	Θ_{**} (K)	d_* (m)	z_{0*} (m)	λ_1/λ_4	σ_{u_*} (m/s)	σ_{Θ_*} (K)	σ_d (m)	σ_{z_0} (m)
0.2	0.1	0.1	0.0001	90829	0.025	0.012	0.06	$1.26 \cdot 10^{-4}$
0.5	0.1	0.1	0.0001	8087	0.025	0.008	0.029	$5.3 \cdot 10^{-5}$
0.2	0.05	0.1	0.0001	69401	0.026	0.008	0.07	$1.33 \cdot 10^{-4}$
0.2	0.1	0.0	0.0001	117434	0.03	0.014	0.11	$1.59 \cdot 10^{-4}$
0.2	0.1	0.1	0.01	26965	0.025	0.012	0.06	$6.9 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 3.7: Berechnete Parameter und deren Fehler für eine nichtlineare Modellanpassung von u_* , Θ_* und d und eines angenommenen Wertes für z_0 , $u_{**} = 0.2m/s$, $\Theta_{**} = 0.1K$, $z_{0*} = 0.0001m$ und $d_* = 0.1m$

z_{0hypo} (m)	u_* (m/s)	σ_{u_*} (m/s)	Θ_* (K)	σ_{Θ_*} (K)	d (m)	σ_d (m)
10^{-5}	0.158	0.003	0.096	0.005	0.148	0.025
$5 \cdot 10^{-5}$	0.185	0.003	0.099	0.006	0.117	0.03
$5 \cdot 10^{-4}$	0.245	0.005	0.1	0.01	0.05	0.04
10^{-3}	0.27	0.006	0.099	0.01	0.02	0.05

3.2. Turbulente Flüsse und Oberflächenparameter in der Bodenschicht

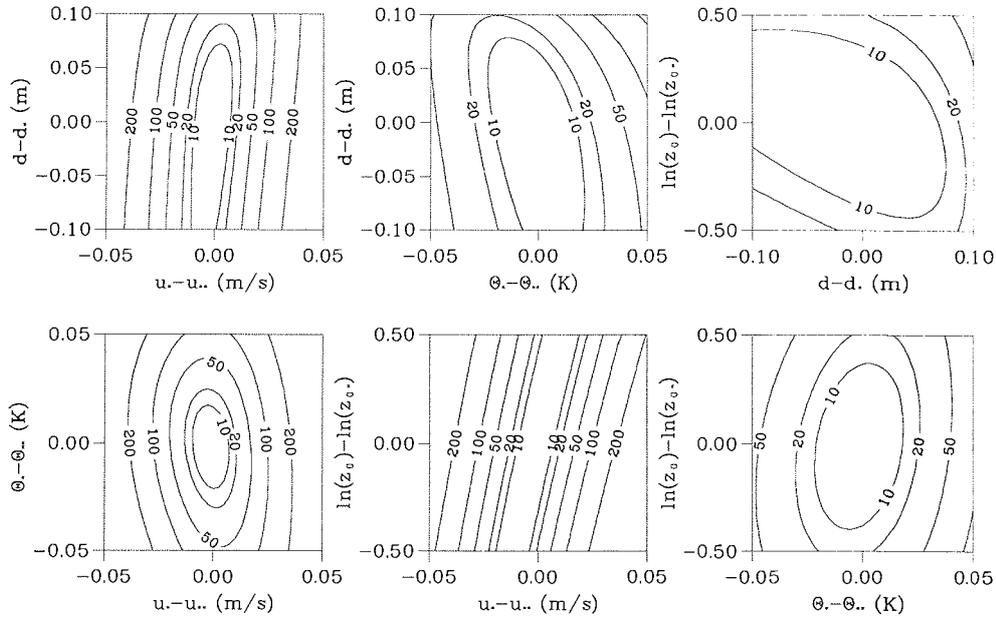


Abbildung 3.9: Graphische Darstellung der Kostenfunktion J_2 für Meßanordnung 2 bei Anpassung von u_* , Θ_* , z_0 , d für $u_{**} = 0.2 \text{ m/s}$, $\Theta_{**} = 0.1 \text{ K}$, $z_{0*} = 0.0001 \text{ m}$ und $d_* = 0.1 \text{ m}$.

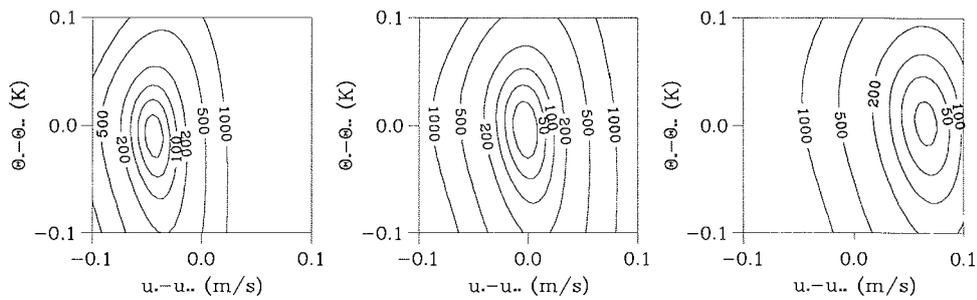


Abbildung 3.10: Graphische Darstellung der Kostenfunktion J_2 für Meßanordnung 2 bei Anpassung von u_* und Θ_* für $u_{**} = 0.2 \text{ m/s}$, $T_{**} = 0.1 \text{ K}$, $z_{0*} = 10^{-4} \text{ m}$ und $d_* = 0.1 \text{ m}$ sowie vermuteten z_0 -Werten von 10^{-5} m , 10^{-4} m und 10^{-3} m (von links nach rechts).

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

Bei der vorgestellten Ableitung der turbulenten Flüsse und der Oberflächenparameter werden die Informationen aus den Wind- und Temperaturprofilen gleichzeitig genutzt. Dieser Methode werden nun zwei andere Profilmethoden von Haenel (1993) und Kramm (1989) gegenübergestellt. Haenel (1993) wendete die Methode von Robinson (1962) zur Lösung des Gleichungssystems bei neutraler Schichtung auf nicht-neutrale Schichtung an. Grundlage ist die Minimierung zweier Kostenfunktionen J_u und J_Θ für das Wind- und das Temperaturprofil. Das sich aus den Forderungen $\partial J_u / \partial z_0 = 0$, $\partial J_u / \partial u_* = 0$ und $\partial J_u / \partial d = 0$ ergebene Gleichungssystem wird so umgeformt, das nur noch eine Gleichung zu lösen ist, die als unbekannte Größen d und den Stabilitätsparameter L enthält. Mit einem Startwert für L werden dann d sowie u_* und aus $\partial J_\Theta / \partial \Theta_* = 0$ ein neues Θ_* berechnet. Als letzter Schritt wird die Gleichung für z_0 iterativ gelöst.

Kramm (1989) bestimmt die turbulenten Größen u_* und Θ_* wie bei Messungen in nur zwei Höhen, aber für jeweils aufeinanderfolgende Höhen. Diese Werte werden dann linear gemittelt. Mit diesen Werten werden dann z_0 und d aus $\partial J_u / \partial z_0 = 0$, $\partial J_u / \partial d = 0$ sowie zusätzlich $\Theta(z_0) = \Theta_0$ aus $\partial J_\Theta / \partial \Theta_0 = 0$ bestimmt. Die Kostenfunktionen werden also nur bezüglich der Parameter z_0 , d und Θ_0 minimiert, nicht bezüglich der turbulenten Parameter.

Tabelle 3.8: Berechnete Werte der Bodenschichtparameter u_* , Θ_* , d , z_0 und deren Standardabweichungen, Vergleich verschiedener Verfahren. Die Berechnung erfolgt aus Wind- und Temperaturmessung vom 26.4.1974, 0.30 Uhr (GREIV I) in 5 Höhen von 0.5 bis 8m (oben) bzw. in 4 Höhen von 0.5 bis 4m (unten).

Autor	u_* (m/s)	σ_{u_*} (m/s)	Θ_* (K)	σ_{Θ_*} (K)	d (m)	σ_d (m)	z_0 (m)	σ_{z_0} (m)	s_u (m/s)	s_Θ (K)
Kramm	0.213		0.100		0.149		0.022		0.06	0.07
Haenel	0.198		0.106		0.132		0.0152		0.06	0.124
hier	0.238	0.032	0.088	0.016	0.302	0.14	0.036	0.022	0.26	0.03
Haenel	0.190		0.106		0.155		0.0126		0.051	0.03
hier	0.212	0.059	0.100	0.037	0.206	0.31	0.0244	0.034	0.129	0.004

Bei dem Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren wird eine Kostenfunktion bezüglich aller zu bestimmenden Parameter minimiert, während bei Kramm (1989) und Haenel (1993) jeweils zwei Kostenfunktionen betrachtet werden, deren Gradienten nur bezüglich einiger Komponenten verschwinden. Ein weiterer Unterschied besteht in der Zahl der Iterationsverfahren. Beim Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren werden in einem Iterationsverfahren alle Parameter bestimmt, wobei in der Regel nicht mehr als 5 bis 10 Iterationsschritte nötig sind. Bei den anderen Verfahren werden jeweils verschiedene Iterationen durchgeführt.

Tabelle 3.9: Mit dem Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren berechnete Werte der Bodenschichtparameter u_* , Θ_* , d und deren Standardabweichungen für verschiedene Werte von z_0 . Die Berechnung erfolgt aus Wind- und Temperaturmessung vom 26.4.1974, 0.30 Uhr (GREIV I) in 5 Höhen von 0.5 bis 8m (oben) bzw. in 4 Höhen von 0.5 bis 4m (unten).

z_0 (m)	u_* (m/s)	σ_{u_*} (m/s)	Θ_* (K)	σ_{Θ_*} (K)	d (m)	σ_d (m)	s_u (m/s)	s_{Θ} (K)
0.014	0.20	0.007	0.084	0.011	0.335	0.10	0.147	0.047
0.02	0.214	0.008	0.089	0.011	0.279	0.12	0.13	0.044
0.01	0.180	0.012	0.095	0.020	0.226	0.21	0.031	0.01
0.0126	0.187	0.012	0.099	0.020	0.190	0.23	0.028	0.01
0.014	0.191	0.013	0.100	0.020	0.174	0.23	0.028	0.011
0.0174	0.199	0.014	0.105	0.021	0.136	0.24	0.028	0.014
0.02	0.204	0.014	0.107	0.021	0.110	0.25	0.028	0.016

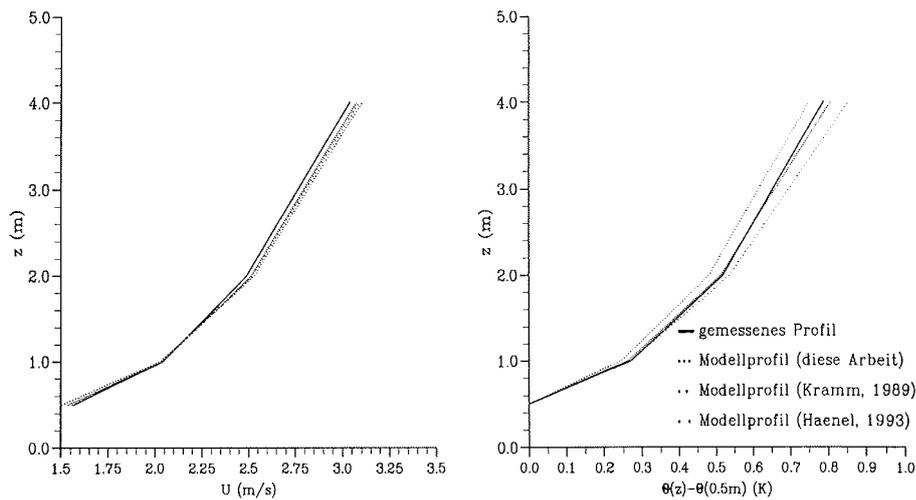


Abbildung 3.11: Gemessene und berechnete Wind- und Temperaturprofile (Daten von GREIV I, 26.4.1974, 0.30 Uhr). Die Modellprofile werden mit den Werten für u_* , Θ_* , d , z_0 von Kramm (1989) und Hänel (1993) (Tab. 4.8) bzw. den Werten für u_* , Θ_* , d für $z_0 = 0.014m$ (Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren, Tab. 4.9) berechnet.

Ein Vergleich dieser beiden Verfahren mit dem Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren wird für den Datensatz des Experimentes GREIV I (Beyer und Roth, 1976) vom 26.4.1974, 0.30 Uhr, durchgeführt. Es liegen Wind- und Temperaturmessungen in 5 Höhen zwischen 0.5m und 8m mit logarithmischer Höheneinteilung vor. Die Berechnungen erfolgen zum einen mit dem vollständigen Datensatz und danach mit einem reduzierten Datensatz, bei dem die Werte in 8m weggelassen werden, da vermutlich die Temperaturmessung in 8m gestört ist (Haenel, 1993). Zunächst wird mit dem Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren der Parametervektor $\vec{a} = (u_*, \Theta_*, z_0, d)$

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

angepaßt und in der Tab. 3.8 mit denen von Haenel (1993) und Kramm (1989) verglichen. Anschließend werden verschiedene z_0 -Werte vorgegeben und der Parametervektor $\vec{a} = (u_*, \Theta_*, d)$ angepaßt, wodurch sich die Standardabweichungen der turbulenten Größen verkleinern (s. Tab. 3.9). Mit den abgeleiteten Bodenschichtparametern werden Wind- und Temperaturprofile berechnet und in der Abb. 3.11 mit den gemessenen Profilen verglichen. Die Verfahren von Kramm (1989) und Haenel (1993) liefern, im Gegensatz zum Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren, keine Standardabweichungen der angepaßten Parameter. Zur Einschätzung der Qualität der Modellanpassung wird jeweils die quadratische Abweichung des gemessenen und des mit den angepaßten Parametern zurückgerechneten Wind- und Temperaturprofils berechnet. Dies erfolgt in der Form:

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{imo})^2}. \quad (3.13)$$

($x = U, \Theta, x_i, x_{imo}$: gemessene bzw. zurückgerechnete Werte in der Höhe z_i)

Bei der Anwendung des Nieuwstadt-Marquardt-Verfahrens zur Bestimmung der 4 Parameter u_* , Θ_* , d und z_0 ist das Qualitätskriterium (B.8) erfüllt und die turbulenten Flüsse stimmen mit den Ergebnissen von Kramm (1989) und Haenel (1993) gut überein. Größere Unterschiede treten nur bei den Parametern d und z_0 auf. Allerdings zeigen auch die großen Standardabweichungen, die in der Größenordnung der absoluten Werte liegen, daß die Bestimmung von d und z_0 nur ungenau möglich ist. Bei der Bestimmung der 3 Parameter u_* , Θ_* und d bei gegebenen z_0 mittels des Nieuwstadt-Marquardt-Verfahrens werden die Fehlermaße s_u und s_Θ kleiner. Die Bestimmung von d ist aber immer noch mit einer großen Unsicherheit behaftet. Die Standardabweichungen sind größer als der absolute Wert von d . Bei den theoretischen Untersuchungen war dies bei vergleichbaren Parameterwerten nicht so (vgl. Tab. 3.5). Dies ist ein Hinweis auf Meßungenauigkeiten bzw. auf meteorologische Einflüsse, die eine Abweichung des gemessenen Profils vom Modell bewirken.

Prinzipiell ist das Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren aufgrund der großen Zahl der Ausgangsinformationen und des geringen Einflusses von Meßstörungen gut zur Bestimmung turbulenter Flüsse geeignet. Zusätzlich bietet das Verfahren die Möglichkeit, die Genauigkeit der abgeleiteten Parameter zu bestimmen und die Anwendbarkeit der Profilkfunktionen einzuschätzen. Durch die vorgestellten Untersuchungen mit synthetischen Daten ist eine Optimierung des Meßaufbaus vor der Durchführung von Meßkampagnen möglich.

3.2.2 Bestimmung von Grenzschichtparametern aus Profilmessungen an der Neumayer-Station

Aus den Profildaten des Grenzschichtmeßprogrammes 1983 bis 1987 und des Turbulenzexperimentes FINTUREX 1994 werden im folgenden turbulente Flüsse und Oberflächenparameter mit dem Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren bestimmt. Dabei wird stets die Kostenfunktion J_2 (Gleichung (3.6)) minimiert. Durch die Modellanpassung werden je nach Anwendung der Parametervektor $\vec{a}_2 = (u_{*2}, \Theta_{*2})$, der Vektor $\vec{a}_3 = (u_{*3}, \Theta_{*3}, d_3)$ oder der Vektor $\vec{a}_4 = (u_{*4}, \Theta_{*4}, d_4, z_{04})$ ermittelt. Neben den Standardabweichungen wird jeweils die Güte der Modellanpassung berechnet. Durch Anwendung von (B.8) beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Monin-Obuchov-Profilgleichungen zur Beschreibung der gemessenen Daten geeignet sind, mindestens 42%.

Tabelle 3.10: Ausgewählte Ergebnisse der Berechnungen von \vec{a}_4 . Gezeigt werden die Zahl der ausgewerteten Profile, die mittleren und häufigsten Werte von z_0 und die mittleren Werte von d .

Daten	Anzahl Meßserien	Gesamtzahl Meßserien	Anteil	\bar{z}_0 (m)	z_{0mod} (m)	\bar{d} (m)
FINTUREX	589	3958	14.9%	$6.64 \cdot 10^{-4}$	$4.75 \cdot 10^{-4}$	0.11
Juni 1983	724	3360	21.5%	$3.87 \cdot 10^{-4}$	$2.75 \cdot 10^{-4}$	-0.076
Juli 1983	555	2859	19.4%	$4.88 \cdot 10^{-4}$	$2.75 \cdot 10^{-4}$	-0.008

Je nach Stabilität werden die gemessenen Profile mit der AKIMA-Methode bei neutraler bis leicht stabiler Dichteschichtung auf ein logarithmisch-lineares und bei mäßig bis stark stabiler Dichteschichtung auf ein lineares vertikales Gitter mit 6 bzw. 5 Gitterpunkten interpoliert. Die oberste Höhe des vertikalen Gitters liegt bei neutraler bis leicht stabiler Dichteschichtung in 12m Höhe (Grenzschichtmeßprogramm) bzw. in 8m Höhe (FINTUREX 1994) und bei mäßig bis stark stabiler Dichteschichtung in 5m Höhe. Die interpolierten Werte an diesen Gitterpunkten sind die Eingangsdaten für das Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren. Liegt die Höhe, in der die kritische Richardsonsahl überschritten wird, unterhalb von 5m, erfolgte keine Berechnung turbulenter Flüsse, da die Schicht mit kontinuierlicher Turbulenz sehr flach ist. Die Anordnung der Gitterpunkte ist ein Kompromiß zwischen möglichst hoher Anzahl der Gitterpunkte und der Lage möglichst aller Gitterpunkte im Bereich nahezu konstanter turbulenter Flüsse und damit im Gültigkeitsbereich der Monin-Obuchov-Theorie. Für die ausgewählten Profile konvergiert das Marquardt-Verfahren in den meisten Fällen nach 3 bis 5 Iterationsschritten. Weitere Auswertungen und Berechnungen erfolgen nur für die Meßserien, bei denen die Bedingung (B.8) erfüllt ist und die Standardabweichung von u_* höchstens 50% von u_* beträgt.

Zunächst wird durch die Berechnung des vierdimensionalen Parametervektors $\vec{a}_4 = (u_{*4}, \Theta_{*4}, d_4, z_{04})$ neben den turbulenten Größen und der Verschiebungshöhe auch

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

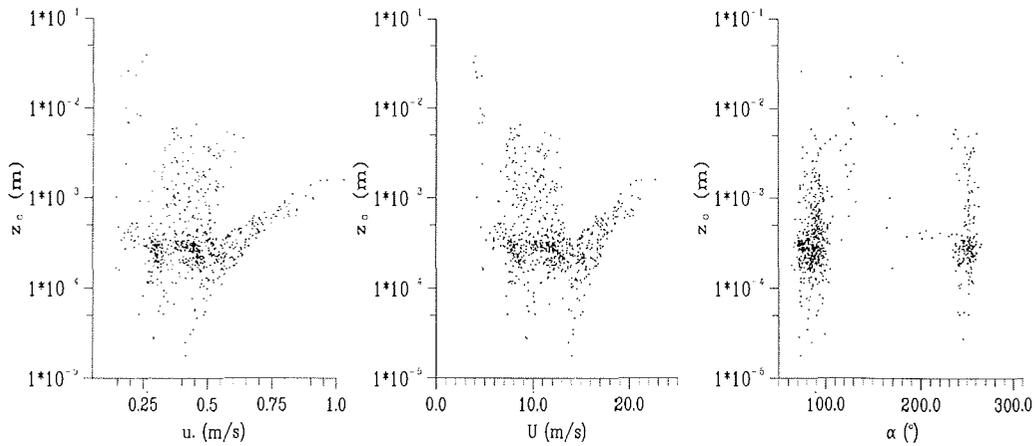


Abbildung 3.12: Abhängigkeit der Rauigkeitslänge z_0 von der Schubspannungsgeschwindigkeit, der Windgeschwindigkeit (Messung in $10m$ Höhe) und Windrichtung (Messung in $10m$ Höhe). Ergebnisse der Berechnungen von \bar{a}_4 für Juni 1983 (Grenzschichtmeßprogramm).

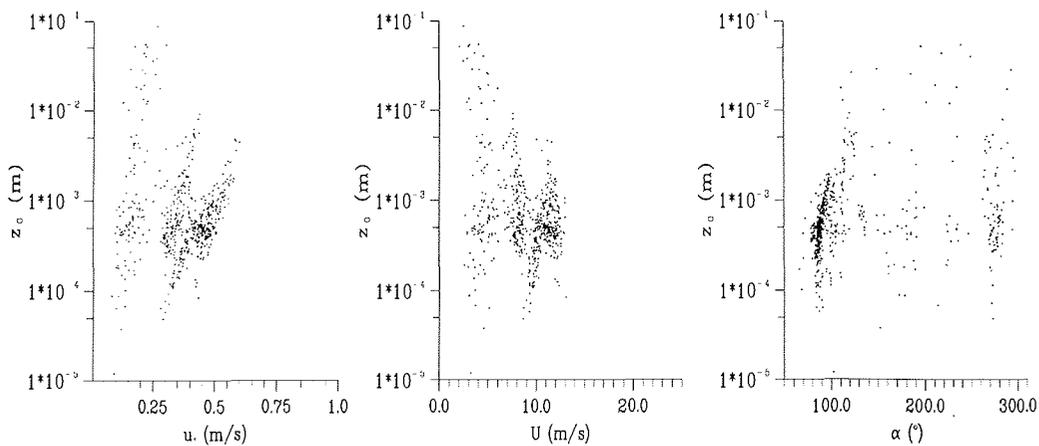


Abbildung 3.13: Abhängigkeit der Rauigkeitslänge z_0 von der Schubspannungsgeschwindigkeit, der Windgeschwindigkeit (Messung in $10m$ Höhe) und Windrichtung (Messung in $2.5m$ Höhe). Ergebnisse der Berechnungen von \bar{a}_4 für FINTUREX 1994.

3.2. Turbulente Flüsse und Oberflächenparameter in der Bodenschicht

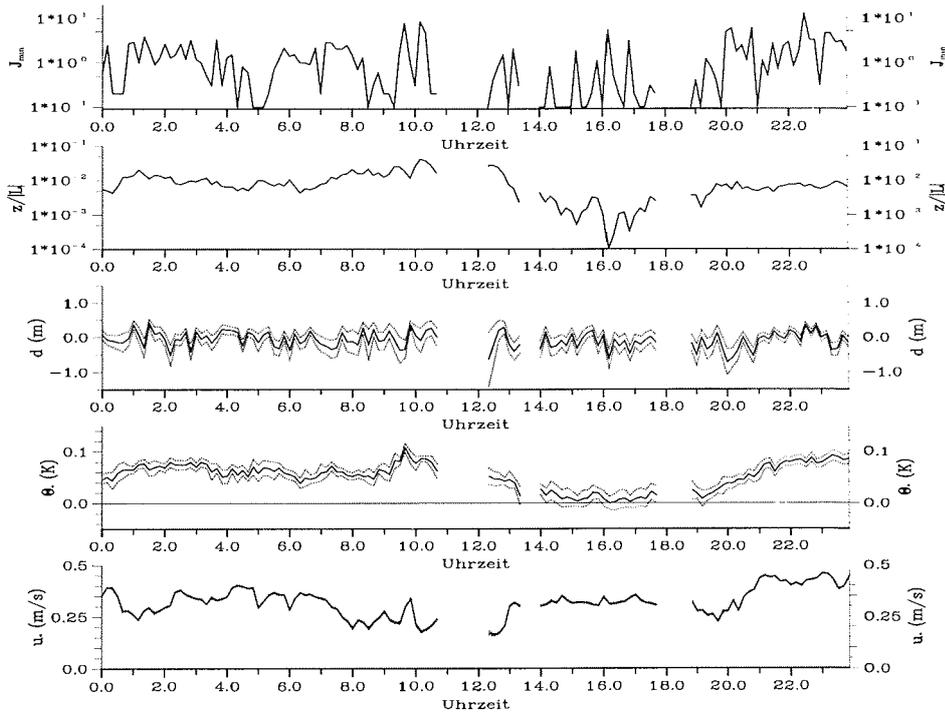


Abbildung 3.14: Zeitserien von u_{*3} , Θ_{*3} , d_3 (durchgezogene Linie) mit Standardabweichungen (punktirierte Linie) sowie von $z/|L|$ ($z = 1\text{m}$) und J_{min} für den 19. Juni 1983.

die Rauigkeitslänge z_0 bestimmt. Ergebnisse dieser Berechnungen zeigen die Abb. 3.12 und 3.13 sowie die Tab. 3.10 für Juni/Juli 1983 (Grenzschichtmeßprogramm) und für den Zeitraum 21.1. bis 18.2.1994 (FINTUREX). In den Abbildungen ist die Rauigkeitslänge z_0 in Abhängigkeit von den berechneten Schubspannungsgeschwindigkeiten und der gemessenen Windgeschwindigkeit und Windrichtung dargestellt. Wie aufgrund der geringen Werte der Rauigkeitslängen zu erwarten ist, ist die Streuung der z_0 -Werte relativ groß und die Standardabweichungen der einzelnen z_0 -Werte sind zumeist größer als die Werte selber (vgl. Abschnitt 3.2.1).

In der Tab. 3.10 sind die Anzahl der ausgewerteten Profile, sowie die mittleren und häufigsten Werte von z_0 und d aufgeführt. Der Parametervektor \vec{a}_4 kann in 15% bis 20% der Meßserien in der geforderten Qualität bestimmt werden. Die mittleren z_0 -Werte werden durch logarithmische Mittelung berechnet und stimmen gut mit den Modalwerten der z_0 -Verteilungen überein. Die Auswertung der Profilmessungen lieferte ein mittleres \bar{z}_0 von $5 \cdot 10^{-4}\text{m}$. Unter Berücksichtigung der mit der Profilmethode erreichbaren Genauigkeit für z_0 , stimmt dieser Wert mit Ergebnissen von König (1985, $\bar{z}_0 = 10^{-4}\text{m}$) und Belitz (1989, $\bar{z}_0 = 1.3 \cdot 10^{-3}\text{m}$) überein, ebenso wie mit der über dem Filchner-Ronne-Schelfeis bestimmten Rau-

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

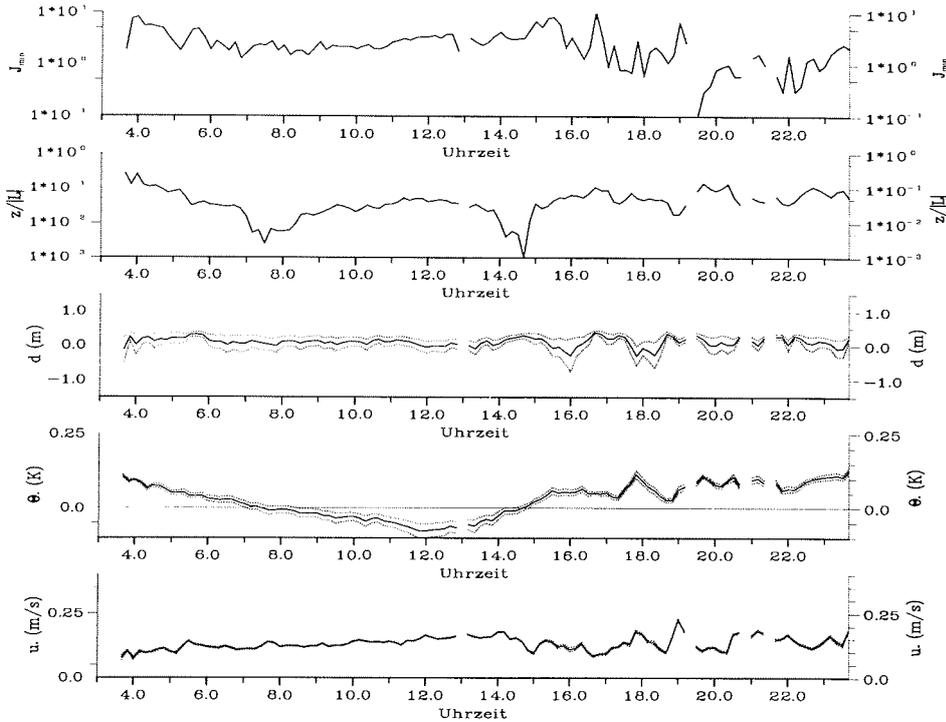


Abbildung 3.15: Zeitserien von u_{*3} , Θ_{*3} , d_3 (durchgezogene Linie) mit Standardabweichungen (punktierte Linie) sowie von $z/|L|$ ($z = 1\text{m}$) und J_{min} für den 29. Januar 1994.

higkeitslänge von 10^{-4}m (Heinemann, 1989) und mit den Werten von Bintanja und van den Broeke (1995) zwischen $\bar{z}_0 = 3 \cdot 10^{-5}\text{m}$ und $\bar{z}_0 = 7.5 \cdot 10^{-4}\text{m}$ für Schneeoberflächen im Königin-Maud-Land (Antarktis). Mit Ausnahme von Belitz (1989) werden alle aufgeführten Rauigkeitslängen aus neutralen Profilen bestimmt. Jackson und Carroll (1978) ermittelten ebenfalls für neutrale Schichtung Rauigkeitslängen an der Amundsen-Scott-Station (Südpol). Sie stellten eine Abhängigkeit der z_0 -Werte von der Windrichtung fest, die durch die unterschiedliche Anströmung der sich in Hauptwindrichtung ausbildenden Sastrugi verursacht ist. Die Zahl der ausgewerteten Profile ist bei Jackson und Carroll (1978) allerdings sehr gering und die großen Standardabweichungen der mittels Profilmethode bestimmten Rauigkeitslängen werden nicht berücksichtigt. Für die vorliegenden Daten ist ein Zusammenhang zwischen Rauigkeitslänge und Windrichtung nicht erkennbar. Auch Zusammenhänge zwischen der Windgeschwindigkeit in 10m Höhe bzw. der Schubspannungsgeschwindigkeit und der Rauigkeitslänge, wie sie bei Holmgren (1971), König (1985) oder Belitz (1989) angegeben werden, können durch unsere Untersuchungen nicht bestätigt werden (s. Abbn. 3.12 und 3.13).

3.2. Turbulente Flüsse und Oberflächenparameter in der Bodenschicht

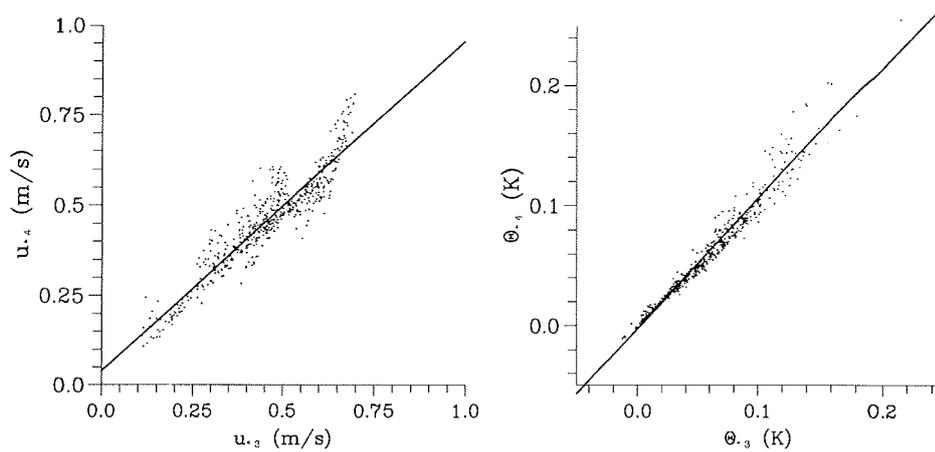


Abbildung 3.16: Vergleich der berechneten turbulenten Größen u_{*3} und u_{*4} bzw. Θ_{*3} und Θ_{*4} für Juli 1983. Für die Regressionsgeraden gelten: $u_{*4} = 0.917u_{*3} + 0.04\text{m/s}$, $r = 0.96$, $N = 526$ bzw. $\Theta_{*4} = 1.08\Theta_{*3} - 0.003\text{K}$, $r = 0.83$, $N = 526$.

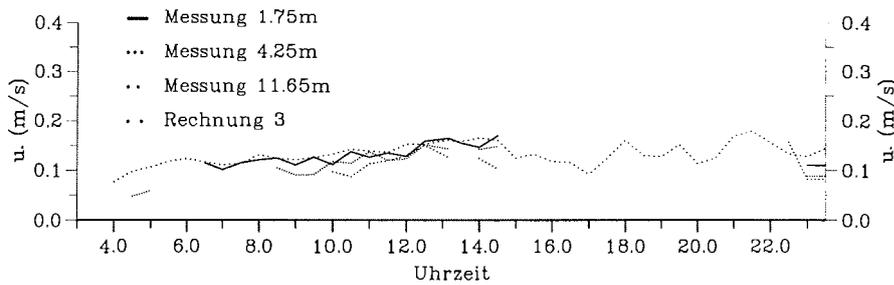


Abbildung 3.17: Zeitserien von berechneten (u_{*3}) und in 1.75, 4.25 und 11.65m Höhe gemessenen Schubspannungsgeschwindigkeiten für den 29. Januar 1994.

Mit der vorgegebenen mittleren Rauigkeitslänge von $5 \cdot 10^{-4}\text{m}$ werden die turbulenten Flüsse und die Verschiebungshöhen berechnet. Dazu wird der Parametervektors \vec{a}_3 bestimmt. Dieser reduzierte Parametervektor konnte in ca. 50 bis 60% aller Meßserien mit der geforderten Qualität bestimmt werden. Für zwei ausgewählte Tage zeigen die Abb. 3.14 und 3.15 Zeitserien der berechneten Größen u_* , Θ_* , d mit den entsprechenden Standardabweichungen. Zusätzlich sind die Zeitserien des Stabilitätsparameters $z/|L|$ für $z = 1\text{m}$ und des Minimums der Kostenfunktion abgebildet. Auffallend sind die sehr kleinen Standardabweichungen von u_* sowie die großen Standardabweichungen und Schwankungen von d . Ein Vergleich der Komponenten u_* und Θ_* der berechneten Parametervektoren \vec{a}_4 und \vec{a}_3 (Abb. 3.16) bestätigt den geringen Einfluß von z_0 auf die Berechnung der turbulenten Größen. Die Anstiege der Regressionsgeraden liegen mit 0.92 ± 0.02 und 1.08 ± 0.01 nahe 1. Die Korrelationskoeffizienten betragen 0.96 und 0.83 bei einem Stichprobenumfang

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

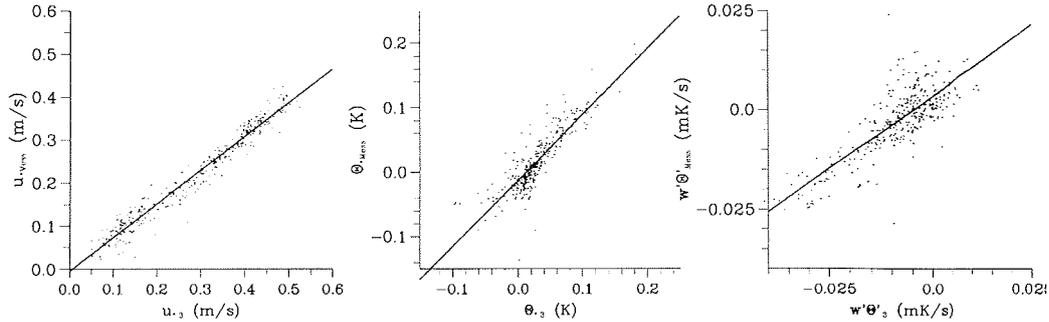


Abbildung 3.18: Vergleich der berechneten (u_{*3} , Θ_{*3} , $\overline{w'\Theta'_{*3}}$) und gemessenen ($u_{*Mess.}$, $\Theta_{*Mess.}$, $\overline{w'\Theta'_{*Mess.}}$) turbulenten Größen für FINTUREX, 335 Meßserien. Regressionsgeraden: $u_{*Mess.} = 0.78u_{*3} - 0.005\text{m/s}$, $r = 0.91$; $\Theta_{*Mess.} = 1.02\Theta_{*3} - 0.01\text{K}$, $r = 0.6$ und $\overline{w'\Theta'_{*Mess.}} = 0.73\overline{w'\Theta'_{*3}} + 0.003(\text{mK/s})$, $r = 0.67$.

von 526 und weisen bei einer statistischen Sicherheit größer 99.9% auf eine signifikante Korrelation hin. Die 99.9%-Konfidenzintervalle der Korrelationskoeffizienten betragen 0.01 und 0.04.

Die berechneten turbulenten Flüsse werden für das Experiment FINTUREX 1994 mit direkt gemessenen turbulenten Größen verglichen. Dafür werden die berechneten turbulenten Größen entsprechend des Mittelungszeitraumes der Turbulenzmessungen halbstündlich gemittelt. In der Abb. 3.17 sind für den gleichen Tag wie in Abb. 3.15 die berechneten und die gemessenen Schubspannungsgeschwindigkeiten in 1.7, 4.2 und 11.6m Höhe dargestellt. Die gute Übereinstimmung der gemessenen und berechneten Flüsse wird durch Abb. 3.18 bestätigt. In dieser Abbildung sind die 335 Meßserien des Experimentes FINTUREX 1994 miteinander verglichen, in denen die turbulenten Größen in der untersten Meßhöhe zuverlässig gemessen und berechnet werden konnten. Die Anstiege der Regressionsgeraden für den Vergleich der Schubspannungsgeschwindigkeiten und der kinematischen Wärmeflüsse sind kleiner eins, d.h. die mit der Profilmethode berechneten Werte sind 20% bis 30% größer. Die Korrelationskoeffizienten betragen 0.91 und 0.67. Dies weist für einen Stichprobenumfang von 335 mit einer statistischen Sicherheit größer 99.9% auf eine signifikante Korrelation hin. Die 99.9%-Konfidenzintervalle der Korrelationskoeffizienten betragen jeweils 0.03.

Die mit der Profilmethode berechneten turbulenten Flüsse stimmen also gut mit den Messungen überein. Ähnliche Ergebnisse erzielten Forrer und Rotach (1994) für Messungen in Grönland. Diese Untersuchung zeigt ebenfalls die Tendenz, daß die berechneten Flüsse etwas größer als die gemessenen Flüsse sind. Eine Ursache könnte darin liegen, daß der den Berechnungen zugrunde gelegte Wert des Koeffizienten $\alpha = 5$ der universellen Funktionen $\phi_m = \phi_h = 1 + \alpha z/L$ zu klein ist. Dies wird für die Daten von FINTUREX 1994 in Abschnitt 3.4 näher untersucht.

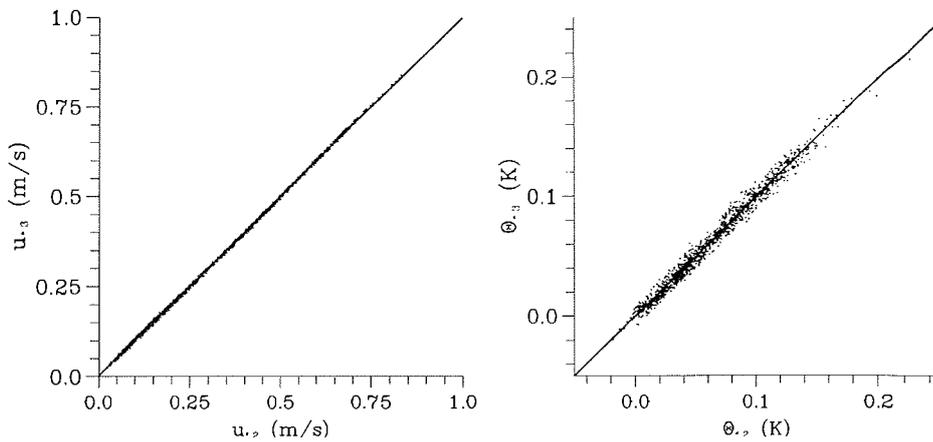


Abbildung 3.19: Vergleich der berechneten turbulenten Größen u_{*2} und u_{*3} bzw. Θ_{*2} und Θ_{*3} für Juli 1983. Regressionsgeraden: $u_{*3} = 0.996u_{*2} + 0.002$, $r = 0.84$, $N = 1308$ bzw. $\Theta_{*3} = 0.988\Theta_{*2} - 0.0002$, $r = 0.85$, $N = 1308$.

Die berechneten Verschiebungshöhen sind in den meisten Fällen betragsmäßig kleiner als $0.1m$. Der geringe Einfluß dieser kleinen Werte der Verschiebungshöhe d auf die Berechnung der turbulenten Flüsse wird durch Abb. 3.19 bestätigt, die den Zusammenhang zwischen u_{*2} und u_{*3} bzw. Θ_{*2} und Θ_{*3} für Juli 1983 zeigt. Der Anstieg der entsprechenden Regressionsgeraden beträgt 0.996 bzw. 0.988 . Bei einem Stichprobenumfang von 1308 liegen die Korrelationskoeffizienten bei 0.84 bzw. 0.85 und zeigen eine statistisch signifikante Korrelation an.

Mit dem Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren werden mittlere, stabilitätsabhängige turbulente Flüsse aus den Profilmessungen von Februar 1983 bis Januar 1984 bestimmt. Dazu werden die für jedes gemessene Profil berechneten Flüsse entsprechend der stabilitätsabhängigen Klasseneinteilung der Grenzschichtklimatologie aus Kapitel 2 gemittelt. Das Ergebnis ist in der Abb. 3.20 für die Zeit der Polarnacht dargestellt. Die Schubspannungsgeschwindigkeit und der Betrag des turbulenten Wärmeflusses weisen bei leicht stabiler Dichteschichtung (Klasse 2/3) Maxima von $0.45m/s$ und $45W/m^2$ auf. Beide Größen nehmen mit zunehmender Stabilität ab und erreichen bei stark stabiler Schichtung Minima von $0.08m/s$ bzw. $6.5W/m^2$. Für die Sommermonate beträgt das Maximum des Betrages des mittleren Wärmeflusses bei leicht stabiler Schichtung $18W/m^2$. Die sehr geringen Beträge des turbulenten Wärmeflusses bei stabiler Schichtung werden auch in anderen polaren Gebieten bestimmt. Naithani et al. (1995) ermitteln in der Schirmacheroase (Antarktis, $70^{\circ}42'S$, $11^{\circ}42'E$) für wolkenlose Nächte im Sommer turbulente Wärmeflüsse mit Beträgen kleiner $5W/m^2$. An der britischen Antarktistation Halley ($70^{\circ}36'S$, $26^{\circ}48'W$) werden von King und Anderson (1994) im Winter Wärmeflüsse bis zu $-40W/m^2$ bestimmt. Auch in der Arktis sind die Beträge der turbulenten Wärmeflüsse sehr klein. Forrer und Rotach (1994) haben in den Wintermonaten auf Grönland Werte bis maximal $80W/m^2$ gemessen.

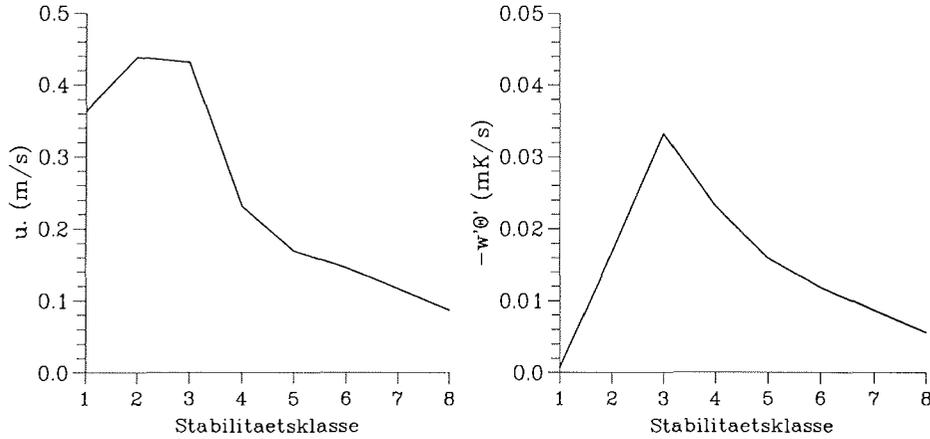


Abbildung 3.20: Klassengemittelte Flüsse für Polarnacht 1983. Klassen 1 bis 2: nahe-neutrale Schichtung, Klassen 3 bis 5: leicht bis mäßig stabile Schichtung, Klassen 6 bis 8: stark stabile Schichtung

Als zusammengefaßtes Ergebnis läßt sich festhalten, daß das Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren sich gut für die Bestimmung turbulenter Flüsse aus Profildaten eignet. Beim Vergleich mit experimentell bestimmten turbulenten Größen wird eine hohe Korrelation gefunden, allerdings sind die berechneten Größen 20% bis 30% größer als die gemessenen. Die Anwendung des Nieuwstadt-Marquardt-Verfahrens liefert mittlere turbulente Wärmeflüsse für die Zeit der Polarnacht 1983 zwischen $0W/m^2$ (neutrale Schichtung) und $-45W/m^2$ (leicht stabile Schichtung) und mittlere Schubspannungsgeschwindigkeiten zwischen $0.45m/s$ (leicht stabile Schichtung) und $0.08m/s$ (stark stabile Schichtung), während die mittleren turbulenten Wärmeflüsse in den anderen Jahreszeiten betragsmäßig kleiner sind.

3.3 Bestimmung und Parametrisierung der Grenzschichthöhe

Unter der Annahme, daß die Grenzschichthöhe durch das Überschreiten der kritischen Richardsonzahl gekennzeichnet ist, lassen sich empirische Ergebnisse zur Grenzschichthöhe mit den Beziehungen des Abschnittes 1.6 vergleichen. Die Profile der Gradient-Richardsonzahl Ri werden aus den Vertikalprofilen der Wind- und Temperaturgradienten mit Hilfe der Beziehung (1.20) berechnet. Der in die Gleichung (1.20) eingehende Gradient der potentiellen Temperatur berechnet sich aus:

$$\frac{\partial\Theta}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} + \Gamma \quad (3.14)$$

3.3. Bestimmung und Parametrisierung der Grenzschichthöhe

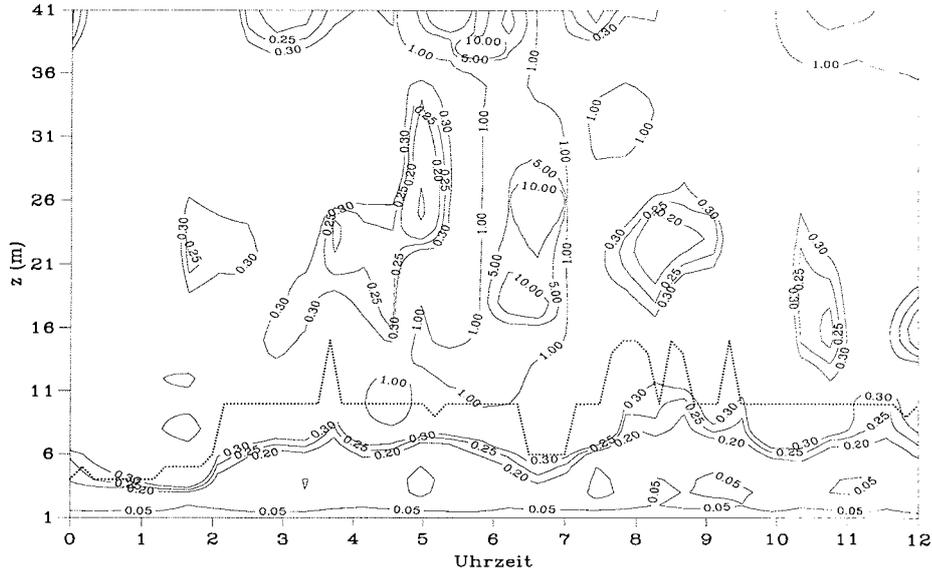


Abbildung 3.21: Höhen-Zeit-Schnitt der Richardsonzahl am 13.6.1983, 0.00 bis 12.00 Uhr. Die gepunktete Linie ist die Höhe des maximalen Temperaturgradienten zwischen 4m und 20m.

mit $\Gamma = 0.00975K/m$ als adiabatischen Temperaturgradienten. Aufgrund der Überlegungen des Abschnittes 3.1.2 ist die Gradientbestimmung aus gemessenen Profilen mit einem Fehler von 10% behaftet. Durch Fehlerfortpflanzung erhöht sich dieser bei der Berechnung der Richardson-Zahlen auf 22%.

Im Abschnitt 1.4 wurde der Gleichgewichtszustand der stabilen Grenzschicht und die Entwicklung zu diesem Zustand diskutiert. Typische Zeitskalen für die Ausbildung einer stabilen Grenzschicht mit einer Gleichgewichtshöhe liegen bei 2.5 bis 5h. Da während der Polarnacht keine Tagesgänge externer Größen auftreten, kann die Grenzschicht trotz der großen Zeitskalen den Gleichgewichtszustand erreichen, für den dann die Gleichgewichtshöhe h_e angenommen wird. Die Grenzschicht wird als Schicht mit gleichmäßiger Turbulenz bestimmt. Die Gradient-Richardsonzahl ist ein Parameter, der die Turbulenz charakterisiert, so daß die Grenzschichthöhe h_e als die niedrigste Höhe identifiziert werden kann, in der Ri den kritischen Wert von 0.25 übersteigt. Mit einem Fehler für Ri von 20% folgt der Fehler für h_e :

$$\Delta h_e = \max[|h_e - h_{Ri=0.2}|, |h_e - h_{Ri=0.3}|]. \quad (3.15)$$

In den Abb. 3.21 und 3.22 sind für zwei ausgewählte Tage des Winters 1983 die Isolinien der Richardsonzahlen dargestellt. Die Höhe der ausgebildeten Grenzschicht wird durch die niedrigste Isolinie $Ri = 0.25$ angegeben, die Fehlergrenzen für h_e sind durch $Ri = 0.2$ und $Ri = 0.3$ festgelegt. Bei den beiden vorgestellten Grenzschichtentwicklungen ist die Grenzschicht weniger als 10m hoch mit einem Fehler von $\pm 1m$.

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

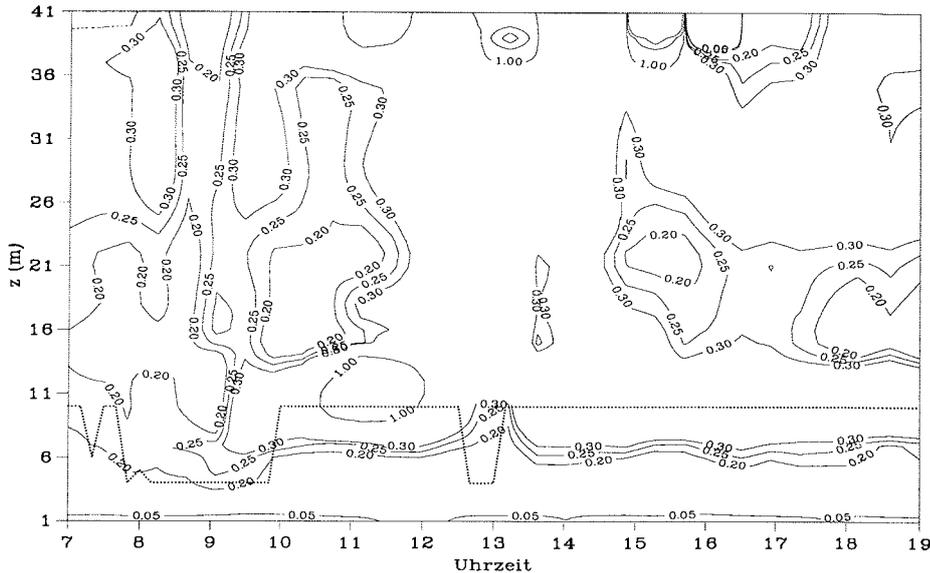


Abbildung 3.22: Höhen-Zeit-Schnitt der Richardsonzahl am 10.7.1983, 7.00 bis 19.00 Uhr. Die gepunktete Linie ist die Höhe des maximalen Temperaturgradienten zwischen 4m und 20m.

Am 13.6.83 ist die typische 3-Schicht-Struktur gegen 2.30 Uhr erreicht. Die Abkühlungsrate ist für den dargestellten Zeitraum annähernd konstant und beträgt $1K/h$. Die Schwankungen der Grenzschichthöhe zwischen 7 und 10 Uhr sind auf wellenförmige Temperaturschwankungen in 13m Höhe zurückzuführen. Bei der Entwicklung am 10.7.83 mit einer etwas größeren Abkühlungsrate von $1.3K/h$ hat die Grenzschicht gegen 10.30 Uhr die endgültige Struktur ausgebildet. Gegen 13 Uhr treten Schwankungen der Gleichgewichtshöhe auf. Die an beiden Tagen auftretenden wellenförmigen Schwankungen der Gleichgewichtshöhe können durch Schwerewellen verursacht sein. Die geringe zeitliche Auflösung der Profilmessungen erlaubt aber keine weiteren Untersuchungen über das Auftreten von Schwerewellen.

Aufgrund der Definition von Ri ist eine gute Korrelation zwischen der Höhe der kritischen Richardsonzahl und der Höhe des maximalen Temperaturgradienten zu erwarten. Die Tatsache, daß die kritische Richardson-Zahl schon unterhalb des Niveaus mit maximalen positiven Temperaturgradienten überschritten wird, beruht auf einer deutlichen Abschwächung des vertikalen Gradienten der Windgeschwindigkeit im unteren Bereich der Übergangsschicht zwischen der unmittelbar an die Oberflächen angrenzenden Schicht mit kontinuierlicher Turbulenz und der entkoppelten Schicht. Im Mittel liegt die Höhe des maximalen Temperaturgradienten 3m bis 4m über der Grenzschichthöhe. Markante Abweichungen davon sind mit den wellenförmigen Störungen verbunden. Einen deutlichen Zusammenhang zwischen den $h_{Ri_{krit}}$ und $h_{(\partial\theta/\partial z)_{max}}$ findet Kottmeier (1982) auch für die stabile Grenzschicht in Norddeutschland, den er zu $h_{(\partial\theta/\partial z)_{max}} = 1.1h_{Ri_{krit}}$ bestimmt. Für die dargestellten Fälle ist der Faktor mit 1.25 bis 1.6 größer.

3.3. Bestimmung und Parametrisierung der Grenzschichthöhe

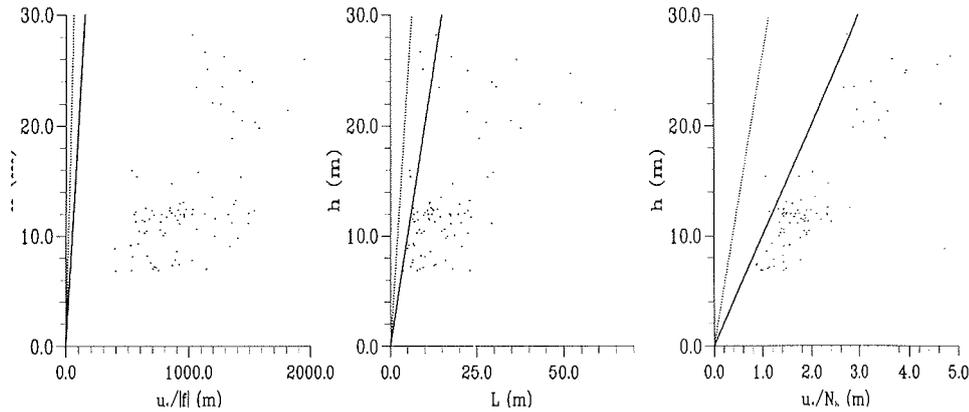


Abbildung 3.23: Vergleich der gemessenen Grenzschichthöhen mit den Längenskalen $u_*/|f|$, L , u_*/N_h . Die Geradengleichungen lauten (von links nach rechts): $h_e = c_n u_*/|f|$, $c_n = 0.2$ (durchgezogen) bzw. $c_n = 0.5$ (punktiert); $h_e = c_s \kappa L$, $c_s = 5$ (durchgezogen) bzw. $c_s = 12$ (punktiert); $h_e = c_i u_*/N_h$, $c_i = 10$ (durchgezogen) bzw. $c_i = 26$ (punktiert). Konstanten nach Tab. 1.1.

Die Messungen des Grenzschichtmeßprogrammes an der Neumayer-Station erfaßten einige Grenzschichtentwicklungen, für die ein quasistationärer Zustand erreicht wurde. Für diese Zeitabschnitte sind Untersuchungen zur Parametrisierung von h_e möglich, wenn die turbulenten Größen u_* und Θ_* sowie die Brunt-Vaisala-Frequenz $N_h = (g/\Theta \partial\Theta/\partial z)^{1/2}$ der Schichtung oberhalb der Grenzschicht bekannt sind. Die turbulenten Größen werden mit dem Nieuwstadt-Marquardt-Verfahren bestimmt. Die Brunt-Vaisala-Frequenz wird aus dem vertikalen Profil der Temperaturgradienten in den Fällen bestimmt, in denen die Grenzschichthöhe unter 30m liegt und das Temperaturprofil eine 3-Schicht-Struktur aufweist. N_h wird dann mit dem Temperaturgradienten der Schicht oberhalb des maximalen Temperaturgradienten berechnet.

Wie in Abschnitt 1.6 dargelegt, ist die Parametrisierungsbeziehung (1.44) von Zilitinkevich und Mironov (1995) für die Höhe der stabilen Grenzschicht eine Interpolation zwischen den drei Grenzfällen einer neutralen Grenzschicht ($h_e \propto u_*/|f|$), einer stark stabilen Grenzschicht ($h_e \propto L$) und einer durch die Stabilität der freien Strömung begrenzten Grenzschicht ($h_e \propto u_*/N_h$). Die an der Neumayer-Station während der Polarnacht und den Übergangsjahreszeiten 1983 gemessenen Grenzschichthöhen werden in der Abb. 3.23 mit den entsprechenden Längenskalen dieser Grenzfälle verglichen. Die eingezeichneten Geraden folgen aus den Beziehungen (1.39), (1.40) bzw. (1.41) für jeweils zwei verschiedene, der Literatur entnommener Werte der auftretenden Proportionalitätskonstanten (vgl. Tab. 1.1). Die beobachteten Gleichgewichtshöhen werden durch die Oberflächenflüsse und die Stabilität oberhalb von h_e bestimmt, so daß die gemessenen Höhen um einen Faktor 20 bis 50 kleiner als die für eine neutrale Grenzschicht berechneten Höhen sind. Zusätzlich bieten die Daten die Möglichkeit, die auftretenden Konstanten c_i und

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

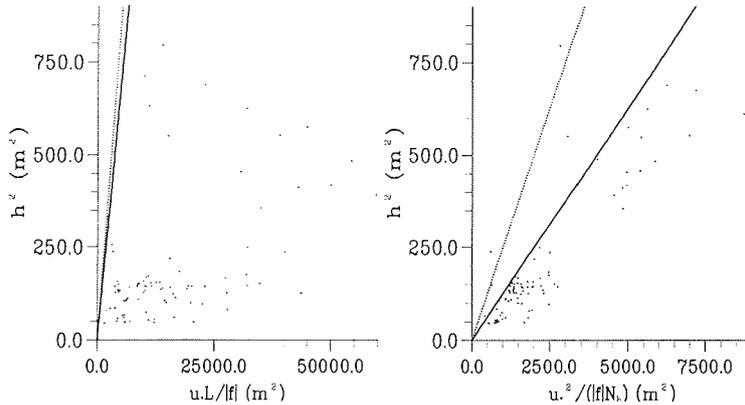


Abbildung 3.24: Vergleich der gemessenen Grenzschichthöhen mit den Längenskalen $(u_*L)/|f|$ und $u_*^2/(|f|N_h)$. Die Geradengleichungen lauten: $h_e^2 = (c_{sr}^2 u_*L)/|f|$, $c_{sr}^2 = 0.1386$ (durchgezogen) bzw. $c_{sr}^2 = 0.1732$ (gestrichelt); $h_e^2 = (c_{ir}^2 u_*^2)/(N_h|f|)$, $c_{ir}^2 = 0.125$ (durchgezogen) bzw. $c_{ir}^2 = 0.25$ (gestrichelt), von links nach rechts, Konstanten nach Tab. 1.1.

c_s abzuschätzen. Da die in die Abb. 3.23 eingezeichneten Geraden die Grenzfälle beschreiben, müssen wegen $h_e \leq c_s \kappa L$ und $h_e \leq c_i u_*/N_h$ alle Datenpunkte (bis auf „Ausreißer“) rechts dieser Geraden liegen. Dies ist für alle eingetragenen Geraden erfüllt, so daß die folgenden Betrachtungen mit $c_n = 0.5$, $c_s = 12$, $c_i = 10$ durchgeführt werden. Die Konstanten $c_n = 0.5$ und $c_s = 12$ entsprechen denen von Zilitinkevich und Mironov (1995), aber der nur grob abgeschätzte Wert von $c_i = 26$ wird durch $c_i = 10$ ersetzt.

Alternativ zu Gleichung (1.44) wird in Abschnitt 1.6 die Parametrisierungsbeziehung (1.52) für h_e abgeleitet, welche die durch die Skalierung der Bewegungsgleichungen auftretenden dimensionslosen Längen $(h_e|f|)/u_*$, $(h_e^2|f|)/(u_*L)$ und $(h_e^2 N_h|f|)/(u_*^2)$ enthält. Die Abb. 3.24 zeigt den Vergleich der gemessenen Gleichgewichtshöhen mit letzteren beiden Längenskalen. Die eingezeichneten Geraden entsprechen den Beziehungen (1.42) bzw. (1.43) für jeweils zwei verschiedene Werte der entsprechenden Konstanten. Aus der Abb. 3.24 wird der Koeffizient c_{ir}^2 zu 0.125 abgeschätzt, für c_{sr}^2 wird der in Abschnitt 4.2.2 abgeleitete Wert von $\sqrt{3}\kappa Rf_c$ mit $Rf_c = 0.2$ benutzt.

Mit den Werten $c_n = 0.5$, $c_s = 12$, $c_i = 10$, $c_{sr}^2 = 0.2\sqrt{3}\kappa$, $c_{ir}^2 = 0.125$ werden die Gleichgewichtshöhen nach den Gleichungen (1.44) bzw. (1.52) berechnet und in der Abb. 3.25 den gemessenen Höhen gegenübergestellt. Die gemessenen und berechneten Höhen zeigen eine gute Übereinstimmung. Die Anstiege der Regressionsgeraden betragen 0.86 ± 0.05 für Gleichung (1.52) und 0.89 ± 0.06 für Gleichung (1.44). Die Korrelationskoeffizienten $r = 0.924$ weisen bei einem Stichprobenumfang von 93 und einer statistischen Sicherheit größer 99.9% auf eine signifikante Korrelation hin. Die 99.9%-Konfidenzintervalle der Korrelationskoeffizienten betragen 0.06. Die durch

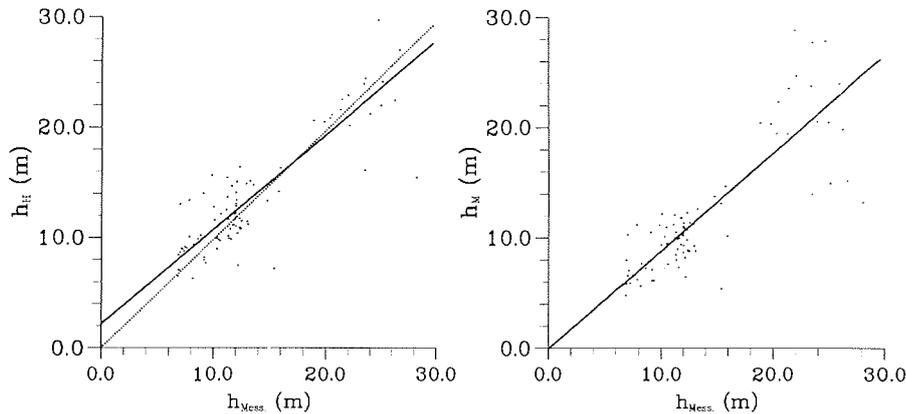


Abbildung 3.25: Vergleich der nach Gleichung (1.52) (h_H) und (1.44) (h_M) berechneten mit gemessenen Gleichgewichtshöhen der stabilen Grenzschicht, Daten für Polarnacht und Übergangsjahreszeiten 1983, Neumayer-Station. Durchgezogene Linien: $h_H = 0.86h_{Mess.} + 2.18$, $r = 0.92$ bzw. $h_M = 0.89h_{Mess.} - 0.05$, $r = 0.92$; punktierte Linie: $h_H = 0.99h_{Mess.}$; $N = 93$

den Nullpunkt verlaufende Regressionsgerade für den Vergleich der gemessenen und nach (1.52) berechneten Höhen hat einen Anstieg von 0.99 bei vergleichbaren statistischen Sicherheiten.

Als Ergebnis diese Abschnittes ist festzuhalten, daß sowohl die Beziehung (1.44) von Zilitinkevich und Mironov (1995) als auch die in dieser Arbeit abgeleitete Beziehung (1.52) für die Parametrisierung der Gleichgewichtshöhe der stabilen Grenzschicht geeignet sind, wobei durch Anpassung an die Meßdaten folgende Koeffizienten bestimmt werden: $c_n = 0.5$, $c_s = 12$, $c_i = 10$, $c_{sr}^2 = 0.2\sqrt{3}\kappa$, $c_{ir}^2 = 0.125$. Eine der Hauptursachen für die in der Antarktis gemessenen, im Vergleich zu mittleren Breiten geringen Grenzschichthöhen ist die stabile Schichtung der freien Atmosphäre oberhalb der Grenzschicht. Wenn der Einfluß der Stabilität N_h der Schichtung oberhalb der Grenzschicht entscheidend für die Gleichgewichtshöhe ist, müssen die Parametrisierungsbeziehungen für die Gleichgewichtshöhe in der erweiterten Form, d.h. Gleichung (1.44) oder (1.52), angewandt werden.

3.4 Ähnlichkeitsbeziehungen in der stabilen Grenzschicht

Für den Zeitraum Januar/Februar 1994 wurden während der Meßkampagne FIN-TUREX 1994 an der Neumayer-Station sowohl turbulente Größen als auch Profile von Windgeschwindigkeit und Temperatur gemessen, so daß die in den Ähn-

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

lichkeitstheorien eingeführten universellen Funktionen $\phi_m(z/L), \phi_h(z/L)$ (Monin-Obuchov-Theorie) oder $\phi_m(z/\Lambda), \phi_h(z/\Lambda)$ (lokale Skalierungstheorie) berechnet und mit den bekannten Funktionen verglichen werden. Die Bestimmung der Wind- und Temperaturgradienten in den Meßhöhen der turbulenten Größen erfolgt mittels der AKIMA-Interpolation (vgl. Abschnitt 3.1). Die Gradienten werden ebenso wie die Turbulenzmessungen über eine halbe Stunde gemittelt. Genutzt werden nur die qualitätsüberprüften Meßserien turbulenter Größen (vgl. Abschnitt 2.2.2).

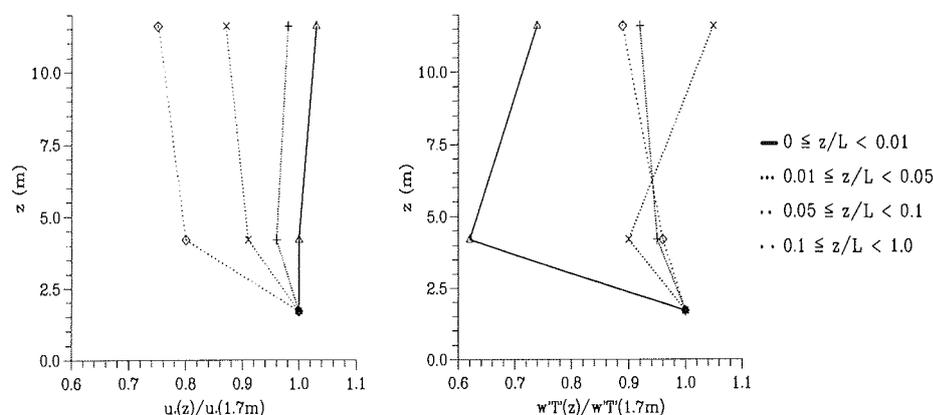


Abbildung 3.26: Mittlere Profile von u_* und $\overline{w'T'}$, skaliert mit den entsprechenden Werten in $1.7m$ Höhe, für verschiedene Stabilitätsklassen, z/L für $z = 1.7m$.

Die Abb. 3.26 zeigt die entsprechend der Stabilitätsklassifizierung gemittelten und mit den Werten in der unteren Meßhöhe ($1.7m$) normierten Schubspannungsgeschwindigkeiten und turbulenten Wärmeflüsse in $4.2m$ und $11.6m$ Höhe. Für $z/L \geq 0.05$ nimmt u_* mit der Höhe ab, und zwar um so stärker, je größer die Stabilität ist. Für den nahezu neutralen und leicht stabilen Bereich ist u_* bis in $11.6m$ annähernd höhenkonstant. Der Wärmefluß ist für $z/L \geq 0.01$ bis in $4.2m$ Höhe annähernd höhenkonstant. Weitergehende Aussagen zur Höhenabhängigkeit der turbulenten Wärmeflüsse können aufgrund der sehr großen Streuung der Werte, insbesondere im nahezu neutralen Bereich, nicht getroffen werden. Eine Höhenkonstanz der turbulenten Flüsse, wie sie aus den Voraussetzungen der Monin-Obuchov-Theorie folgt, läßt sich somit aus den vorliegenden Messungen für die Neumayer-Station nur für den Impulsfluß im Stabilitätsbereich bis $z/L \leq 0.05$ bis in $11.6m$ Höhe bestätigen. Für $z/L \geq 0.05$ nimmt der turbulente Fluß schon bis $4m$ ab.

Im folgenden wird die dimensionslose Höhe z/Λ auch mit ζ bezeichnet. Die in $1.7m$ Höhe gemessenen turbulenten Flüsse werden den Oberflächenflüssen gleichgesetzt, so daß $\zeta(1.7m) = z/L$. In größeren Höhen wird von den Oberflächenwerten der turbulenten Größen zu lokalen Größen übergegangen.

3.4. Ähnlichkeitsbeziehungen in der stabilen Grenzschicht

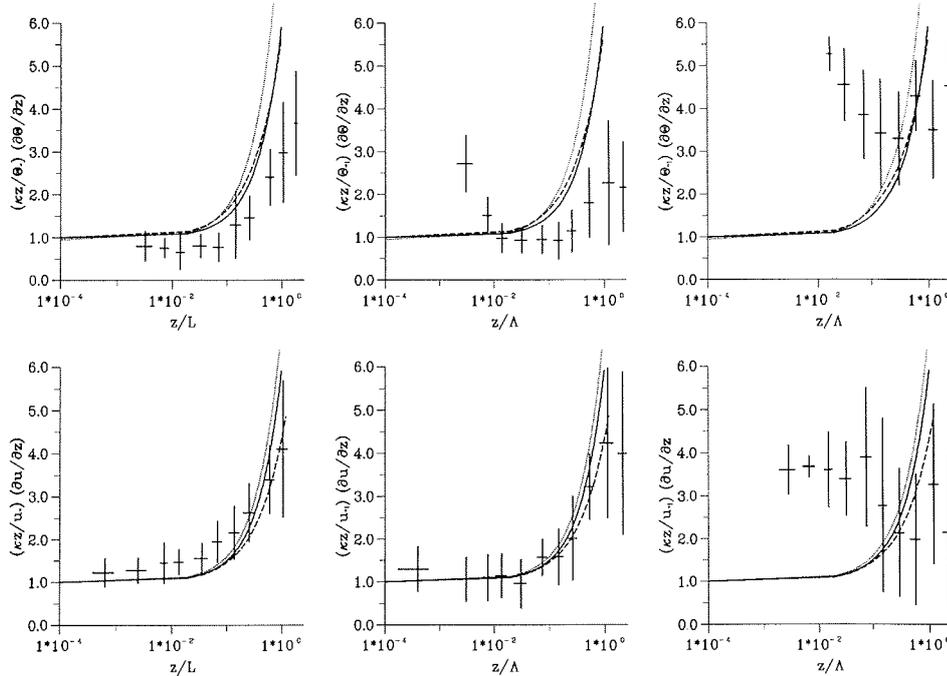


Abbildung 3.27: Klassengemittelte dimensionslose Wind- und Temperaturgradienten mit Standardabweichung für $z = 1.7m, 4.2m, 11.6m$ (von links nach rechts), FINTUREX 1994. Durchgezogene Linien: $\phi_m = \phi_h = 1 + 5\zeta$ (Dyer, 1974); gepunktete Linien: $\phi_m = 1 + 6\zeta$, $\phi_h = 0.95 + 7.8\zeta$ (Businger et al., 1971; korrigiert nach Högström, 1988); gestrichelte Linien: $\phi_m = 1 + 5\zeta(1 + 5\zeta/0.8)^{-0.2}$, $\phi_h = 1 + 7.5\zeta(1 + 7.5\zeta/0.8)^{-0.2}$ (Duynderke, 1991).

Die Abb. 3.27 zeigt die stabilitätsabhängig klassengemittelten Werte der dimensionslosen Gradienten mit den entsprechenden Standardabweichungen. Zum Vergleich sind die universellen Funktionen $\phi_m = \phi_h = 1 + 5\zeta$ (Dyer, 1974), $\phi_m = 1 + 6\zeta$, $\phi_h = 0.95 + 7.8\zeta$ (Businger et al., 1971; korrigiert nach Högström, 1988) und $\phi_m = 1 + 5\zeta(1 + 5\zeta/0.8)^{-0.2}$, $\phi_h = 1 + 7.5\zeta(1 + 7.5\zeta/0.8)^{-0.2}$ (Duynderke, 1991) eingetragen. Die Klasseneinteilung und die Zahl der Meßpunkte in den jeweiligen Klassen sind der Tab. 3.11 zu entnehmen. Die berechneten Werte von ϕ_m in der untersten Meßhöhe sind im nahezu neutralen bis leicht stabilen Bereich ($\zeta < 0.2$) größer als die Modellfunktionen. In der mittleren Meßhöhe stimmen die Modellfunktionen bis $\zeta \leq 0.8$ gut mit den Messungen überein. Für $\zeta > 0.8$ bleibt der Wert des dimensionslosen Windgradienten annähernd konstant, wobei die Streuung der Meßwerte in diesem Bereich sehr groß ist. In der obersten Meßhöhe ist die Streuung im gesamtem erfaßten Stabilitätsbereich sehr groß, und der dimensionslose Windgradient ist nicht von der Stabilität abhängig. Die dimensionslosen Temperaturgradienten in der unteren Meßhöhe sind entsprechend den Modellfunktionen von der Stabilität abhängig, aber die aus den Daten berechneten Werte sind 20% bis 50% kleiner als die Modellwerte. Das gleiche gilt für die mittlere Meßhöhe für $0.01 \leq \zeta \leq 0.8$. Für $\zeta < 0.01$ sind die mittleren Werte des dimensionslosen Tem-

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

Tabelle 3.11: Klasseneinteilung entsprechend des Stabilitätsparameters z/L bzw. z/Λ mit Anzahl der Meßpunkte für die dimensionslosen Gradienten in den drei Meßhöhen.

z/Λ bzw. z/L	$N_{u1.7}$	$N_{u4.2}$	$N_{u11.6}$	$N_{\Theta1.7}$	$N_{\Theta4.2}$	$N_{\Theta11.6}$
0.0001...0.001	7	5	1	0	0	0
0.001...0.005	34	17	12	19	13	0
0.005...0.01	19	21	10	27	29	1
0.01...0.02	21	24	20	35	36	16
0.02...0.05	42	24	32	47	49	54
0.05...0.1	36	25	16	37	30	45
0.1...0.2	22	29	10	25	29	29
0.2...0.4	11	20	22	12	19	34
0.4...0.8	11	21	14	13	25	23
0.8...1.6	4	6	9	9	6	16
1.6...3.2	1	3	12	6	10	20

peraturgradienten viel größer als die Modellwerte nahe 1, für $\zeta \geq 0.8$ zeigt sich eine Tendenz zu konstanten ϕ_h -Werten. In der obersten Meßhöhe ist die Streuung im gesamten Stabilitätsbereich sehr groß, und der dimensionslose Temperaturgradient ist wie der Windgradient nicht von der Stabilität abhängig.

Die festgestellten Abweichungen der gemessenen von den theoretisch erwarteten Werten der universellen Funktion können verschiedene Ursachen haben. Für Windgeschwindigkeiten größer $7 \dots 8m/s$ in $10m$ Höhe ist Schneefegen, ab $10m/s$ Schneetreiben mit einer Obergrenze größer $1.5m$ zu erwarten. Unter diesen Verhältnissen ist der Einfluß der driftenden Schneepartikel auf die Dichteschichtung nicht mehr vernachlässigbar, da die bodennahe Schicht signifikant stabilisiert wird. Wird diese Stabilisierung in den entsprechenden Parametrisierungsgleichungen für die turbulenten Parameter nicht berücksichtigt, wird die Bodenreibung, charakterisiert durch die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* , zu groß bestimmt (Wamser und Lykossov, 1995). Durch diesen Effekt lassen sich die Abweichungen zwischen gemessenen und Modellwerten der universellen Funktion für den Impuls- und Wärmeaustausch in der unteren Meßhöhe erklären, die mit zunehmender Stabilität, d.h. geringerer Windgeschwindigkeit und verminderter Schneedrift, kleiner werden. Des weiteren werden bei Schneedrift die Schalensternanemometer in den unteren Meßhöhen beeinflusst, die durch eine ungleichmäßige Ablagerung des Schnees eine zu geringe Windgeschwindigkeit anzeigen. Dieser Fehler tritt bei neutraler bis leicht stabiler Dichteschichtung (hohe Windgeschwindigkeiten) auf und nimmt mit zunehmender Höhe ab, so daß die abgeleiteten Gradienten der Windgeschwindigkeiten in den unteren Höhen zu groß sind. Dadurch können ebenfalls die im Vergleich zu den Modellwerten zu hohen dimensionslosen Windgradienten für $z = 1.7m$ bei nahezu neutraler bis leicht stabiler Schichtung ($\zeta < 0.1$) und die Verringerung dieser Unterschiede mit zunehmender Stabilität und Höhe erklärt werden.

Da die Messungen in der obersten Höhe sich nicht mit den Ähnlichkeitsfunktionen beschreiben lassen, liegen hier häufig Strömungsverhältnisse oberhalb der stabilen Grenzschicht mit kontinuierlicher Turbulenz vor.

Im vorigen Abschnitt wurde der entscheidende Einfluß der Stabilität oberhalb der Grenzschicht auf die Höhe und damit auch auf die Struktur der Grenzschicht während der Polarnacht und der Übergangsjahreszeiten nachgewiesen. Um diesen Einfluß zu berücksichtigen, werden in Abschnitt 1.5 die Ähnlichkeitstheorien erweitert. Eine Überprüfung der erweiterten Ähnlichkeitsbeziehungen ist für die Meßkampagne FINTUREX 1994 nicht möglich, da die Stabilität der Schichtung oberhalb der Grenzschicht aufgrund der geringen Höhe des Profilmastes nicht bestimmt werden kann.

Durch die Messungen wird die lineare Form $1 + \alpha\zeta$ der universellen Funktion mit $\alpha = 5$ für den Impulsaustausch in den unteren beiden Meßhöhen, also sowohl für die Bodenschicht als auch für die lokale Skalierung für $\zeta < 0.8 \dots 1$ bestätigt. Die vorliegende Untersuchung erweitert die zahlreichen mikrometeorologischen Arbeiten, die diesen linearen Zusammenhang nicht nur für kleine Werte von ζ , sondern für einen größeren Stabilitätsbereich meist bis $\zeta < 0.5$ experimentell bestätigen, insbesondere um Messungen für $0.8 < \zeta < 1$. Dieser Stabilitätsbereich wird nur bei Messungen in der Arktis (Forrer und Rotach, 1994) und Antarktis (vorliegende Untersuchung; King, 1990) bzw. bei Messungen in Mitteleuropa nur im Höhenbereich der lokalen Skalierung oberhalb 10m (Högström, 1988) erfaßt. Messungen für $\zeta \geq 2$ liegen an keinem Meßort vor, für $1 \leq \zeta \leq 2$ ist die Zahl der Meßserien stets sehr klein, wodurch die statistische Sicherheit der Ergebnisse erheblich eingeschränkt wird.

Für stark stabile Schichtung ($\zeta \rightarrow \infty$) hängt die Größe der turbulenten Wirbel nicht mehr vom Abstand z zur Erdoberfläche ab, sie wird vielmehr durch die statische Stabilität bestimmt (höhenunabhängige Skalierung). Für die universellen Funktionen ergibt sich dann $\phi_m = \phi_h = \alpha\zeta$, woraus lineare vertikale Wind- und Temperaturprofile folgen. Unseren Messungen stützen den Befund von Webb (1970), daß ϕ_m für $\zeta \geq 0.8 \dots 1$ sich einem konstanten Wert annähert. Dies ist auch in den Daten von King (1990) für $\zeta > 1 \dots 1.5$, von Forrer und Rotach (1994) für $\zeta > 0.75$ und von Högström (1988) für $\zeta > 1$ zu sehen. Dieser Befund steht im Widerspruch zu dem erwarteten Verhalten $\phi_m \propto \zeta$ für große Werte von ζ .

In Atmosphärenmodellen ohne detaillierte Beschreibung der Grenzschicht werden häufig einfache lineare Beziehungen zur Parametrisierung der turbulenten Oberflächenflüsse angesetzt. Diese folgen aus den integrierten Profildifferentialgleichungen in der Form

$$u_*^2 = C_D u(z)^2 \quad (3.16)$$

$$-\overline{w'\Theta'} = C_H u(z)(\Theta(z) - \Theta_0), \quad (3.17)$$

wobei C_D und C_H die Transferkoeffizienten für Impuls und Wärme und Θ_0 die Oberflächentemperatur sind. In der Meteorologie werden die Koeffizienten meist

3. Parametrisierung der stabilen Grenzschicht

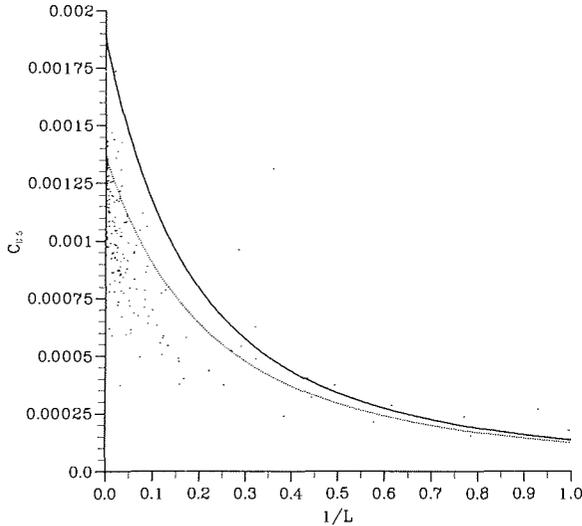


Abbildung 3.28: C_{D5} als Funktion des Stabilitätsparameters $1/L$. Durchgezogene Linie: Gleichung (3.18) mit $z_0 = 5 \cdot 10^{-4}m$, gepunktete Linie: Gleichung (3.18) mit $z_0 = 10^{-4}m$.

für die Höhe $z = 10m$ angegeben. Für die Daten von FINTUREX 1994 wird im folgenden allerdings der Transferkoeffizient $C_{D5} = C_D(5m)$ für den Impulsaustausch bestimmt, da die turbulenten Verhältnisse in $10m$ Höhe keine Anwendung einfacher linearer Beziehungen der Form (3.16) erlauben. Die Transferkoeffizienten für den Wärmeaustausch konnten nicht bestimmt werden, da keine verlässlichen Messungen der Oberflächentemperatur vorliegen.

Aus den Messungen ergeben sich die Transferkoeffizienten C_{D5} aus der Windgeschwindigkeit in $5m$ Höhe (interpoliert) und der Schubspannungsgeschwindigkeit in der untersten Höhe ($1.7m$). Die Abb. 3.28 zeigt neben den aus Messungen berechneten Werten die aus den Monin-Obuchov-Profilfunktionen folgende Kurve:

$$C_{D5} = \frac{\kappa^2}{(\ln z/z_0 + 5z/L)^2} = \frac{\kappa^2}{(\ln 5m/z_0 + 5 \cdot 5m/L)^2} \quad (3.18)$$

als Funktion der Stabilität für zwei verschiedenen Werte der Rauigkeitslänge. Für nahezu neutrale Schichtung mit $1/L < 10^{-3}m^{-1}$ beträgt der mittlere Wert $C_{Dn5} = 1.16 \cdot 10^{-3}$ und ist kleiner als der neutrale Wert nach Gleichung (3.18) von $1.89 \cdot 10^{-3}$ für $z_0 = 5 \cdot 10^{-4}m$ bzw. von $1.37 \cdot 10^{-3}$ für $z_0 = 10^{-4}m$. Für $1/L > 0.1$ fallen die Transferkoeffizienten stark ab und erreichen für zunehmende Stabilität nahezu konstante Werte zwischen $1.5 \cdot 10^{-4}$ und $3 \cdot 10^{-4}$. Wie oben dargelegt, ist die universelle Funktion $\phi_m = 1 + 5z/L$ in der untersten Meßhöhe bei nahezu neutraler bis leicht stabiler Dichteschichtung kleiner als die Messungen. Diese Tatsache spiegelt sich in der Abb. 3.28 auch in den Abweichungen der Datenpunkte von der Kurve nach Gleichung (3.18) wider. Die aus Messungen bestimmten Werte der Transferkoeffizienten

3.4. Ähnlichkeitsbeziehungen in der stabilen Grenzschicht

sind bei neutraler bis leicht stabiler Dichteschichtung kleiner als die nach Gleichung (3.18) berechneten Werte. Mit zunehmender Stabilität ($1/L > 0.3$) werden die Meßwerte durch die Modellkurve gut wiedergegeben.

Tabelle 3.12: Übersicht der Transferkoeffizienten über Schneeoberflächen bei neutraler Schichtung für $z = 10m$ (C_{Dn10}) und $z = 5m$ (C_{Dn5}).

C_{Dn10}	C_{Dn5}	Autoren
$1.52 \cdot 10^{-3}$	$1.75 \cdot 10^{-3}$	Joffre (1982)
$1.4 \cdot 10^{-3}$	$1.6 \cdot 10^{-3}$	Kondo and Yamazawa (1986)
$1.3 \cdot 10^{-3}$	$1.48 \cdot 10^{-3}$	Inoue (1989)
$1.15 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-3}$	King und Anderson (1994)
$1.0 \cdot 10^{-3}$	$1.11 \cdot 10^{-3}$	Bintanja/van den Broeke (1995) (glatter Schnee)
$1.4 - 1.8 \cdot 10^{-3}$	$1.6 - 2.1 \cdot 10^{-3}$	Bintanja/van den Broeke (1995) (Sastrugi)
	$1.16 \cdot 10^{-3}$	diese Arbeit

Werte für die Transferkoeffizienten werden in der Literatur in der Regel für $z = 10m$ und neutrale Schichtung (C_{Dn10}) angegeben. Um einige Angaben für Schneeoberflächen mit dem Wert an der Neumayer-Station vergleichen zu können, werden die Transferkoeffizienten C_{Dn10} umgerechnet:

$$C_{Dn5} = \frac{\kappa^2}{\left(\ln 0.5 + \frac{\kappa}{\sqrt{C_{Dn10}}}\right)^2}. \quad (3.19)$$

Die Werte der Transferkoeffizienten für Impuls über Schneeoberflächen aus der Literatur (Tab. 3.12) stimmen gut mit dem an der Neumayer-Station ermittelten Wert überein. Der Wert für die Neumayer-Station ist allerdings etwas kleiner als die Angaben in der Literatur, mit Ausnahme der Untersuchung von Bintanja und van den Broeke (1995) über glatten Schneeoberflächen.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die vorliegende Untersuchung unterhalb von $10m$ die lineare Form der universellen Funktionen $\phi_m = \phi_h = 1 + \alpha\zeta$ mit $\alpha = 5$ bis $\zeta < 1$ für die Monin-Obuchov-Theorie und die lokale Skalierung bestätigt. Aufgrund der kleinen absoluten Werte der turbulenten Wärmeflüsse und der großen Streuung ist die Übereinstimmung zwischen gemessenen Werten und der Modellfunktion für den Impulsaustausch besser als für dem Wärmehaustausch. Für $\zeta > 1$ nähern sich die universellen Funktionen konstanten Werten an. Wegen $Ri = \phi_h/\phi_m^2\zeta$ entspricht dieser Übergang einer Richardsonzahl von $Ri = (1 + \alpha)^{-1}$ und ist damit kleiner als der kritische Wert $Ri_c = \alpha^{-1}$. Oberhalb von $10m$ sind für unsere Messungen Strömungen anzutreffen, die nicht mit Ähnlichkeitstheorien beschrieben werden können.

Kapitel 4

Modelle der stabilen Grenzschicht bei horizontaler Homogenität

In diesem Kapitel wird die zeitliche Entwicklung der stabilen Grenzschicht über einer horizontal homogenen Oberfläche mit einem numerischen Grenzschichtmodell simuliert und die Sensitivität der Modellergebnisse gegenüber Modellparametern (Turbulenzschließung) und externen Einflüssen (variabler großskaliger Antrieb, Hangneigung) untersucht. Die Ergebnisse im stationären Zustand werden mit Ergebnissen analytischer Modelle verglichen.

4.1 Modellbeschreibung

Die Simulationen der zeitlichen Entwicklung einer stabilen Grenzschicht über homogenem Gelände werden mit der eindimensionalen Version eines Grenzschichtmodells nach Raasch (1988) durchgeführt. Für die nachfolgenden Untersuchungen wird dieses Modell durch die Einführung verschiedener Parametrisierungen der turbulenten Flüsse (Abschnitt 4.1) und durch die Berücksichtigung von geneigtem Gelände (Abschnitt 4.3.1) und instationärem großskaligen Antrieb (Abschnitt 4.3.2) erweitert.

Die Modellgleichungen sind die vereinfachten prognostischen Grenzschichtgleichungen (1.11) bis (1.12). Die Turbulenzschließung erfolgt in der untersten Modellschicht durch die Anwendung der Monin-Obuchov-Theorie, wobei in Übereinstimmung mit den Untersuchungen des Abschnittes 3.4 bei stabiler Dichteschichtung der Koeffizient in den universellen Funktionen $\alpha = 5$ gesetzt wird. In den darüberliegenden Modellschichten erfolgt die Schließung der Modellgleichungen mit dem Gradientenansatz (1.15). Die turbulenten Diffusionskoeffizienten werden über die Beziehung (1.17) nach Prandtl (1945) und Kolmogorov (1942) berechnet. Bei Anwendung dieser Schließung der Ordnung 1.5 muß das Gleichungssystem um die prognostische

Gleichung (1.18) für die turbulente kinetische Energie erweitert werden. Zur Lösung dieser Gleichung werden die folgenden, in der Grenzschichtmeteorologie üblichen Parametrisierungen benutzt (z.B. Mellor und Yamada, 1974):

$$\overline{w'e} = -K_e \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial z} \quad \epsilon = c_\epsilon \frac{\bar{\epsilon}^{3/2}}{l_\epsilon}, \quad (4.1)$$

während die Umverteilung von turbulenter kinetischer Energie durch Druckstörungen ($1/\bar{\rho} \partial \overline{w'p'}/\partial z$) vernachlässigt wird. Für die vertikalen Diffusionskoeffizienten K_m und K_e sowie den Dissipationsmischungsweg l_ϵ gilt:

$$K_m = K_e = c_m l \bar{\epsilon}^{0.5} \quad (4.2)$$

$$l_\epsilon = c_1 l \quad (4.3)$$

mit $c_m = 0.4$, $c_\epsilon = c_m^3 = 0.064$ nach Detering (1985) und $c_1 = 1$. Zur Berechnung des turbulenten Diffusionskoeffizienten K_h wird die in der Bodenschicht gültige Beziehung

$$\frac{K_h}{K_m} = \frac{\phi_m}{\phi_h} \quad (4.4)$$

oberhalb der Bodenschicht fortgesetzt. Raasch (1988) verwendet anstelle der ϕ -Funktionen (1.28) und (1.29) die Funktionen $\hat{\phi}_m$ und $\hat{\phi}_h$, die in folgender Weise von der Richardsonzahl abhängen:

$$\hat{\phi}_m = 1 + 5 Ri, \quad Ri \geq 0; \quad \hat{\phi}_h = \hat{\phi}_m \quad Ri \geq 0 \quad (4.5)$$

$$\hat{\phi}_m = 1, \quad Ri < 0; \quad \hat{\phi}_h = (1 - 16 Ri)^{-0.5} \quad Ri < 0. \quad (4.6)$$

Zur Lösung der Grenzschichtgleichungen muß nach Einführung des K -Ansatzes (1.17) die charakteristische Längenskala der Turbulenz, die Mischungsweglänge l bestimmt werden. Diese ist in der Nähe der Erdoberfläche proportional zur Höhe z und erreicht für große Abstände von der Erdoberfläche einen konstanten Wert l_∞ . In den meisten Grenzschichtmodellen wird die Beziehung für den Mischungsweg l_n bei neutraler Schichtung durch Interpolation zwischen $l_n \propto z$ und l_∞ gewonnen:

$$\frac{1}{l_n} = \frac{1}{\kappa z} + \frac{1}{l_\infty}. \quad (4.7)$$

Die am häufigsten angewendeten Gleichungen für l_∞ lauten:

$$l_\infty = \gamma_1 \frac{u_*}{|f|} \quad \gamma_1 = 7.0 \cdot 10^{-3} \quad (4.8)$$

$$l_\infty = \gamma_2 \frac{\int_0^h z \sqrt{\bar{\epsilon}(z)} dz}{\int_0^h z \sqrt{\bar{\epsilon}(z)} dz} \quad \gamma_2 = 0.1 \quad (4.9)$$

$$l_\infty = \gamma_3 h_e \quad \gamma_3 = 1.4 \cdot 10^{-2} \quad (4.10)$$

Der Ansatz (4.8) wird von Blackadar (1962) eingeführt, wobei der Wert der Konstanten γ_1 der Arbeit von Detering (1985) entnommen wird. Durch den ebenfalls von Blackadar (1962) vorgeschlagenen Ansatz $l_\infty = 2.7 \cdot 10^{-4} |W_G|/|f|$, der in der Originalversion des Grenzschichtmodells nach Raasch (1988) verwendet wird, bleibt der Mischungsweg l_∞ durch veränderte Oberflächenrauigkeiten unbeeinflusst, so daß die bei kleinen Rauigkeitslängen verminderte Turbulenz nicht richtig wiedergegeben wird. Die modellierten Diffusionskoeffizienten und Windgeschwindigkeiten sind dann im Vergleich zu Messungen zu groß (Detering, 1985). Mellor und Yamada (1974) (Gleichung (4.9)) bestimmten l_∞ proportional zur Schwerpunkthöhe der turbulenten Geschwindigkeitsskala. In dieser Arbeit werden ebenfalls Modellrechnungen mit dem Ansatz (4.10) durchgeführt, wodurch l_∞ der Gleichgewichtshöhe h_e proportional gesetzt wird. Anstelle von in der Literatur genutzter Ansätze zur Berechnung von h_e wird im folgenden die Parametrisierungsbeziehung (1.52) angewendet. Die Konstante γ_3 wird so bestimmt, daß bei neutraler Schichtung die Mischungsweg l_∞ nach den Gleichungen (4.8) und (4.10) identisch sind.

Der Einfluß der Dichteschichtung auf den Mischungsweg kann auf drei verschiedene Weisen berücksichtigt werden:

- (1) Der Mischungsweg l_n für neutrale Schichtung wird mit einer Stabilitätsfunktion S_{m1} korrigiert (z.B. Mellor und Yamada, 1982):

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{S_{m1}} \frac{1}{l_n} \quad (4.11)$$

- (2) Der in der Nähe der Erdoberfläche gültige Mischungsweg $l_n = \kappa z$ wird mit der Funktion S_{m2} stabilitätskorrigiert und anschließend wird zwischen diesem Wert und l_∞ interpoliert (z.B. Delage, 1974):

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{S_{m2}} \frac{1}{\kappa z} + \frac{1}{l_\infty} \quad (4.12)$$

- (3) Der Einfluß der Stabilität wird nur durch eine Stabilitätsfunktion berücksichtigt, da kein Grenzwert für l_∞ festgelegt wird (z.B. Brost und Wyngaard, 1978).

Die Stabilitätsfunktionen S_{m1} und S_{m2} sind Funktionen lokaler Stabilitätsparameter (Richardsonzahl Ri oder lokale Obuchovlänge z/Λ). Bei geeigneter Wahl der Stabilitätsfunktionen sind die für $z \rightarrow 0$ resultierenden Ansätze für die turbulenten Diffusionskoeffizienten mit den Ansätzen in der Bodenschicht konsistent, die aus der Monin-Obuchov-Theorie folgen. Der Stabilitätseinfluß wird in den Gleichungen (4.11) und (4.12) nicht nur durch die Funktionen S_{m1} bzw. S_{m2} , sondern implizit auch bei Anwendung einer der Beziehungen (4.8) bis (4.10) für l_∞ berücksichtigt. In der Originalversion des Grenzschichtmodells nach Raasch (1988) wird der Mischungsweg über die Gleichung (4.11) mit den Stabilitätsfunktionen $S_{m1} = \hat{\phi}_m^{-1}$ nach Gleichung (4.5) und (4.6) und dem Blackadar'schen Ansatz $l_\infty \propto |W_G|/|f|$

parametrisiert. Anstelle dieser Parametrisierung werden im folgenden die in der Tab. 4.1 zusammengestellten Parametrisierungen des Mischungsweges verwendet. Die Stabilitätsfunktionen sind die Ähnlichkeitsfunktionen der lokalen Skalierung (vgl. Abschnitt 1.5). Im folgenden Abschnitt wird die Sensitivität der modellierten Grenzschichtstruktur gegenüber diesen verschiedenen Mischungswegansätzen untersucht.

Nr.	l	l_∞	Stabilitätsfunktion
1a	Gl. (4.11)	Gl. (4.8)	$S_{m1} = (1 + 5Ri)^{-1}$
1b	Gl. (4.11)	Gl. (4.9)	$S_{m1} = (1 + 5Ri)^{-1}$
1c	Gl. (4.11)	Gl. (4.10)	$S_{m1} = (1 + 5Ri)^{-1}$
2a	Gl. (4.11)	Gl. (4.8)	$S_{m1} = (1 + 5z/\Lambda)^{-1}$
2b	Gl. (4.11)	Gl. (4.9)	$S_{m1} = (1 + 5z/\Lambda)^{-1}$
2c	Gl. (4.11)	Gl. (4.10)	$S_{m1} = (1 + 5z/\Lambda)^{-1}$
3a	Gl. (4.12)	Gl. (4.8)	$S_{m2} = (1 + 5z/\Lambda)^{-1}$
3b	Gl. (4.12)	Gl. (4.9)	$S_{m2} = (1 + 5z/\Lambda)^{-1}$
3c	Gl. (4.12)	Gl. (4.10)	$S_{m2} = (1 + 5z/\Lambda)^{-1}$
4a	Gl. (4.12)	Gl. (4.8)	$S_{m2} = (1 + 5z/\Lambda + 13zN_h/ \tau ^{1/2})^{-1}$
4b	Gl. (4.12)	Gl. (4.9)	$S_{m2} = (1 + 5z/\Lambda + 13zN_h/ \tau ^{1/2})^{-1}$
4c	Gl. (4.12)	Gl. (4.10)	$S_{m2} = (1 + 5z/\Lambda + 13zN_h/ \tau ^{1/2})^{-1}$

Tabelle 4.1: Turbulenzschließungen für das Grenzschichtmodell.

Die zeitliche Integration der prognostischen Gleichungen erfolgt mittels zentraler zeitlicher Differenzen („Leap-frog“-Verfahren). Die vertikalen Diffusionsterme werden implizit mit dem Crank-Nicholson-Verfahren berechnet. Das vertikale Gitter umfaßt 70 Schichten mit einer nach oben zunehmenden Gitterweite. Wegen der geringen Grenzschichthöhen bei stabiler Schichtung wird eine sehr feine vertikale Auflösung gewählt, die Höhe der ersten Modellschicht liegt in $2m$ Höhe. Die Modellobergrenze z_{OG} liegt in $1800m$ Höhe. Als Randbedingungen werden vorgegeben:

$$\text{für } z = z_0: \quad u = 0 \quad v = 0 \quad \Theta = \Theta_0(t) \quad (4.13)$$

$$\text{für } z = z_{OG}: \quad u = u_G \quad v = v_G \quad \Theta = \Theta(t = 0) \quad (4.14)$$

4.1.1 Vergleich verschiedener Mischungswegansätze

In diesem Abschnitt werden die Auswirkungen verschiedener, in der Tab. 4.1 aufgeführter Parametrisierungen des Mischungsweges auf die modellierte Struktur und auf die Höhe der stabilen Grenzschicht untersucht. Die Entwicklung der stabilen Grenzschicht wird durch Abkühlung der Erdoberfläche angetrieben, wobei die untere Randbedingung für die potentielle Temperatur durch eine konstante Abkühlungsrate von $1K/h$ vorgeschrieben wird. Die Abkühlung beginnt nach einer Einschwingzeit des Modells von $48h$. Während der Einschwingzeit ist die Dichteschichtung im gesamten Modellgebiet neutral mit $\Theta(z, t) = const. = 249K$. Der

4. Modelle der stabilen Grenzschicht bei horizontaler Homogenität

Vektor des geostrophischen Windes wird an der Modelloberggrenze mit $(u_G, v_G) = (-10\text{m/s}, 0\text{m/s})$ vorgegeben. Die Werte der externen Parameter $z_0 = 5 \cdot 10^{-4}\text{m}$ und $f = -1.37 \cdot 10^{-4}\text{s}^{-1}$ entsprechen denen an der Neumayer-Station.

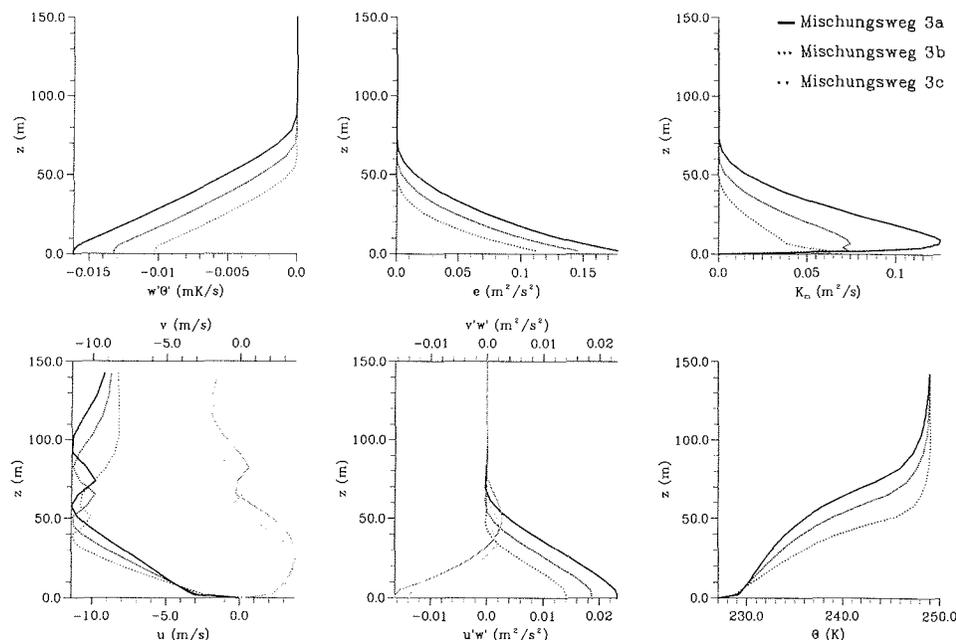


Abbildung 4.1: Modellierter Vertikalprofile der Wind- und Schubspannungskomponenten (schwarze Linien: u -Komponente, graue Linien: v -Komponente), der potentiellen Temperatur, des Wärmeflusses, der turbulenten kinetischen Energie und des Diffusionskoeffizienten K_m nach 24h Abkühlung der Erdoberfläche mit 1K/h , $|W_G| = 10\text{m/s}$, Mischungswegansätze 3a bis 3c (s. Tab. 4.1.)

Die Abbn. 4.1, 4.3 und 4.4 zeigen die modellierten Vertikalprofile der potentiellen Temperatur, des Wärmeflusses und der turbulenten kinetischen Energie 24h nach Beginn der Abkühlung für verschiedene Mischungswegansätze. In der Abb. 4.1 sind zusätzlich die Profile der Windkomponenten, der Schubspannungskomponenten und des Diffusionskoeffizienten K_m dargestellt.

Die Struktur der modellierten stabilen Grenzschicht ist von der Wahl des Mischungswegansatzes weitgehend unabhängig. Die Höhe der sich entwickelnden Grenzschicht unterscheidet sich jedoch erheblich, wobei höhere stabile Grenzschichten größere Oberflächenwerte des Impulsflusses, des Wärmeflusses und der turbulenten kinetischen Energie sowie größere Maxima des turbulenten Diffusionskoeffizienten aufweisen. Das Absinken der Höhe der turbulenten Schicht bis zu einer Quasi-Gleichgewichtshöhe dauert zwischen 10 und 16h an. Ab diesem Zeitpunkt sind die Profile des turbulenten Wärmeflusses nahezu linear, so daß sich ein nahezu

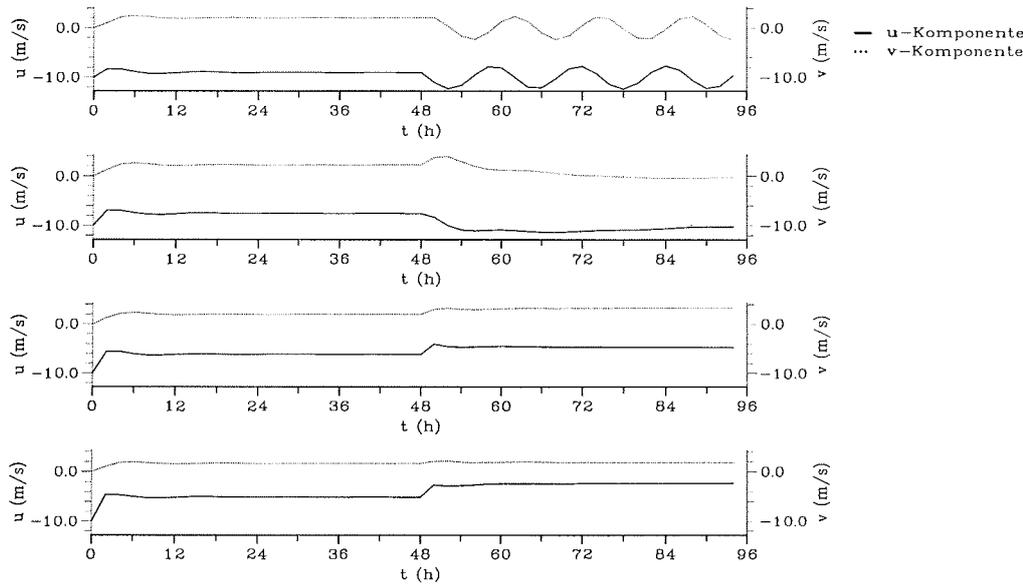


Abbildung 4.2: Zeitserien der Windkomponenten in 2, 10, 40 und 100m Höhe. Nach 48h Einschwingen Abkühlung der Oberfläche mit $1K/h$, $|W_G| = 10m/s$, Mischungswegansatz 3c.

stationärer Zustand im Sinne der Definition des Abschnittes 1.4 eingestellt hat. Anschließend bildet sich durch die fortdauernde Abkühlung eine Übergangsschicht zwischen der turbulenten Schicht und der darüberliegenden neutralen Schicht heraus, die durch sehr große Temperaturgradienten gekennzeichnet ist. Diese Entwicklung stimmt gut mit der beobachteten Entwicklung stabiler Grenzschichten überein (vgl. Abb. 1.2, Mahrt et al. (1979), Kottmeier (1982)). Nach Erreichen des stationären Zustandes wird das Windprofil in der Grenzschicht ebenfalls stationär (vgl. Abb. 4.2) und im oberen Bereich der Grenzschicht tritt ein Windmaximum auf. Oberhalb der Grenzschicht kommt es zur Ausbildung von Trägheitsschwingungen (vgl. Zeitserie der Windkomponenten in 100m Höhe in der Abb. 4.2, zur Erklärung s. Abschnitt 4.3.2), so daß die Windprofile zu einigen Zeitpunkten zwei Maxima (innerhalb und oberhalb der Grenzschicht) aufweisen.

Zunächst wird der Einfluß der Parametrisierung von l_∞ untersucht. Dazu sind in der Abb. 4.1 die Ergebnisse der Modellläufe mit den Mischungswegansätzen 3a bis 3c (vgl. Tab. 4.1) dargestellt. Die Grenzschicht ist am höchsten für die Parametrisierung von l_∞ nach Gleichung (4.8), die für neutrale Dichteschichtung entwickelt und überprüft wurde. Die niedrigste Grenzschicht wird für $l_\infty \propto h_e$ modelliert.

In der Abb. 4.3 werden Modellläufe verglichen, in denen l_∞ in gleicher Weise parametrisiert ist, jedoch die Stabilität durch verschiedene Funktionen S_{m1} und S_{m2} berücksichtigt wird. Bei Verwendung der Stabilitätsfunktion nach Raasch (1988)

4. Modelle der stabilen Grenzschicht bei horizontaler Homogenität

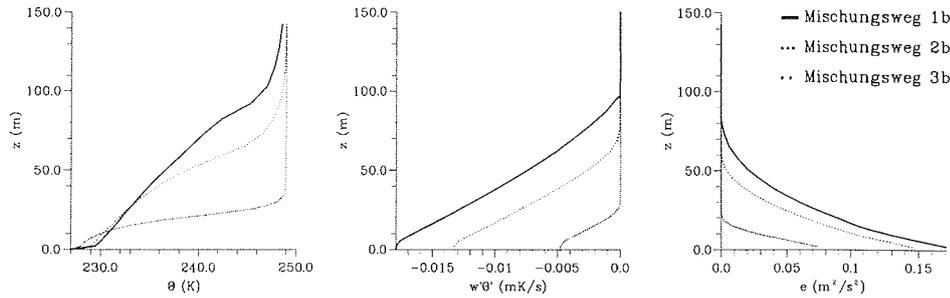


Abbildung 4.3: Modellerte Vertikalprofile der potentiellen Temperatur, des Wärmeflusses und der turbulenten kinetischen Energie nach 24h Abkühlung der Erdoberfläche mit $1\text{K}/\text{h}$, $|W_G| = 10\text{m}/\text{s}$, Mischungswegansätze 1b, 2b, 3b.

(Mischungswegansatz 1b) wird die Grenzschicht am höchsten. Bei den Mischungswegansätzen 2b und 3b wird die gleiche Funktion verwendet, wobei im ersten Fall der neutrale Mischungsweg (4.7), im zweiten Fall nur der neutrale Mischungsweg in der Nähe der Erdoberfläche stabilitätskorrigiert wird. Im Fall 2b erreicht die Grenzschicht nur noch eine Höhe von 20m . Verursacht wird dies dadurch, daß l_∞ nicht nur implizit (über die Abhängigkeit von der turbulenten kinetischen Energie) sondern auch explizit von der Stabilität abhängt.

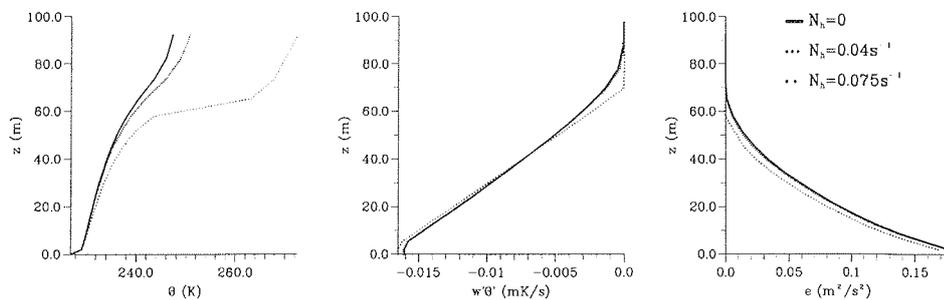


Abbildung 4.4: Modellerte Vertikalprofile der potentiellen Temperatur, des Wärmeflusses und der turbulenten kinetischen Energie nach 24h Abkühlung der Erdoberfläche mit $1\text{K}/\text{h}$, $|W_G| = 10\text{m}/\text{s}$, Mischungswegansatz 3a, $N_h = 0, 0.04, 0.075\text{s}^{-1}$.

Die durchgeführten Modellrechnungen zeigen die starke Abhängigkeit der Höhe der stabilen Grenzschicht und der Oberflächenwerte der turbulenten Flüsse von der Parametrisierung des Mischungsweges, so daß nur durch einen Vergleich mit Messungen geeignete Mischungswegansätze bei stabiler Schichtung vorgeschlagen werden können. Dieser Vergleich erfolgt im Abschnitt 4.4 mit den an der Neumayer-Station durchgeführten Grenzschichtmessungen. Die stabile Grenzschicht an diesem Ort

wird stark von der Stabilität oberhalb der Grenzschicht¹ beeinflusst, so daß diese Abhängigkeit über die Parametrisierung des Mischungsweges berücksichtigt werden muß. Wie sich dann die Hintergrundstabilität (gekennzeichnet durch N_h) auf die Höhe und Struktur der modellierten stabilen Grenzschicht auswirkt, wird im folgenden untersucht.

Die oben beschriebenen Randbedingungen bleiben unverändert. Während der Einschwingzeit wird ein lineares Temperaturprofil mit $\partial\Theta/\partial z = 0K/m$, $\partial\Theta/\partial z = 0.04K/m$ bzw. $\partial\Theta/\partial z = 0.25K/m$ mit $\Theta(z_0, t) = 249K$ vorgegeben, d.h. die Brunt-Vaisala-Frequenzen betragen $N_h = 0s^{-1}$, $N_h = 0.04s^{-1}$ bzw. $N_h = 0.075s^{-1}$. Es werden Modellläufe mit Mischungswegansätzen verglichen, welche die Hintergrundstabilität explizit (Ansatz 4a, 3c) sowie implizit (Ansatz 3a) berücksichtigen. Nach 24-stündiger Abkühlung hat sich für alle Modellläufe ein dreischichtiges Temperaturprofil mit einem Windmaximum im oberen Teil der Grenzschicht herausgebildet, wobei die Temperaturgradienten in der Übergangsschicht um so größer sind, je größer N_h ist.

Bei Vorgabe nichtneutraler Schichtung liegt die Höhe h_{ein} der turbulenten Schicht am Ende der Einschwingzeit deutlich niedriger als bei neutraler Schichtung, z.B. nimmt h_{ein} für den Mischungswegansatz 3c Werte von $600m$ für $N_h = 0$, $47m$ für $N_h = 0.04s^{-1}$ und $30m$ für $N_h = 0.075s^{-1}$ an. Durch die Abkühlung wird die turbulente Schicht weiter stabilisiert und die turbulente kinetische Energie durch Umwandlung in potentielle Energie verringert, so daß die Höhe der sich entwickelnden stabilen Grenzschicht unterhalb von h_{ein} liegt.

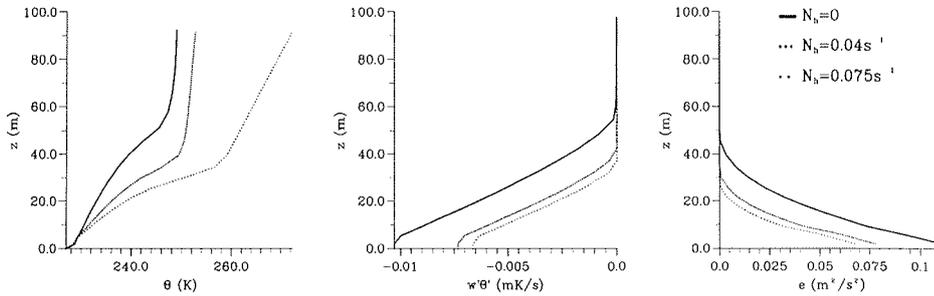


Abbildung 4.5: Modellerte Vertikalprofile der potentiellen Temperatur, des Wärmeflusses und der turbulenten kinetischen Energie nach $24h$ Abkühlung der Erdoberfläche mit $1K/h$, $|W_G| = 10m/s$, Mischungswegansatz 3c, $N_h = 0, 0.04, 0.075s^{-1}$.

Die bei Anwendung des Mischungswegansatzes 3a modellierten Vertikalprofile der potentiellen Temperatur, des Wärmeflusses und der turbulenten kinetischen Energie, dargestellt in der Abb. 4.4, weisen nach $24h$ Abkühlung für $N_h = 0s^{-1}$ und $N_h = 0.039s^{-1}$ keine Unterschiede auf. Unabhängig vom Wert von h_{ein} stellt sich in

¹Die Stabilität der Schichtung oberhalb der Grenzschicht wird im folgenden auch als Hintergrundstabilität bezeichnet.

4. Modelle der stabilen Grenzschicht bei horizontaler Homogenität

diesen beiden Fällen eine Gleichgewichtshöhe h_e von $70m$ ein, die wesentlich niedriger als h_{ein} ist. Erst für eine stark stabile Dichteschichtung von $N_h = 0.075s^{-1}$ sind kleine Unterschiede zu erkennen. In diesem Fall wird die Grenzschicht schon während des Einschwingvorganges sehr niedrig, so daß die Abkühlung der Erdoberfläche nur ein geringes Absinken bewirkt. Im Gegensatz dazu zeigt die explizite Berücksichtigung der Hintergrundstabilität im Parametrisierungsansatz für l_∞ (Mischungswegansatz 3c, s. Abb. 4.5) größere Auswirkungen. Die Grenzschichten werden flacher, verbunden mit geringeren Werten der Bodenwärmeflüsse und der turbulenten kinetischen Energie. Für alle drei Werte von N_h erfolgt ein, wenn auch unterschiedliches Absinken der Grenzschichtshöhe von $h_{ein} = 600, 45, 30m$ auf $h_e = 45, 30, 26m$ für $N_h = 0., 0.04, 0.075s^{-1}$.

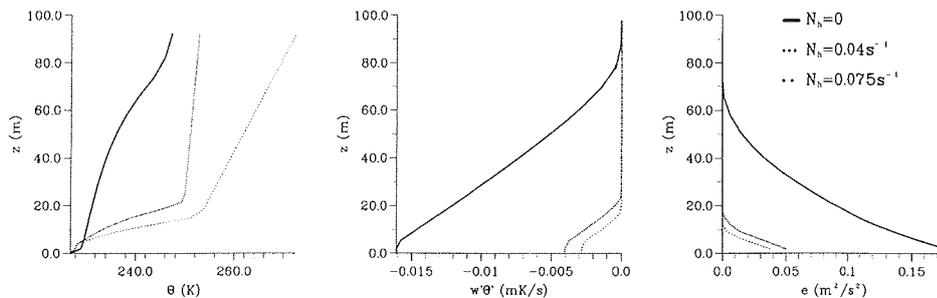


Abbildung 4.6: Modellierte Vertikalprofile der potentiellen Temperatur, des Wärmeflusses und der turbulenten kinetischen Energie nach $24h$ Abkühlung der Erdoberfläche mit $1K/h$, $|W_G| = 10m/s$, Mischungswegansatz 4a, $N_h = 0., 0.04, 0.075s^{-1}$.

Die explizite Berücksichtigung der Hintergrundstabilität in der Stabilitätsfunktion S_{m2} (4a-c für $N_h \neq 0$) beeinflusst die modellierte Grenzschichtstruktur so stark, daß die Vertikalprofile unabhängig von der Parametrisierung für l_∞ keine Unterschiede aufweisen. In der Abb. 4.6 sind einige mit dem Mischungswegansatz 4a erzielte Ergebnisse dargestellt. Bei diesen Modellläufen bewirkt die Abkühlung nur ein sehr geringes Absinken der turbulenten Schicht, so daß $h_{ein} \approx h_e$ gilt. Die turbulente kinetische Energie und die Wärme- und Impulsflüsse sind für die Parametrisierungen 4a-c am kleinsten, die Werte der Bodenwärmeflüsse liegen unter $5W/m^2$.

In allen Modellläufen, in denen aufgrund der Hintergrundstabilität die Gleichgewichtshöhe h_e nur wenig unterhalb der Höhe h_{ein} liegt, können sich keine Trägheitsschwingungen oberhalb der Grenzschicht herausbilden, da zu Beginn der Abkühlung für $z > h_e$ nur sehr kleine ageostrophische Windabweichungen vorliegen.

Anhand der Messungen an der Neumayer-Station wurde im Abschnitt 3.4 gezeigt, daß durch stabile Dichteschichtung oberhalb der Grenzschicht die Höhe der stabilen Grenzschicht in entscheidendem Maße begrenzt wird. Dies wird von unserem Grenzschichtmodell nur dann wiedergegeben, wenn in Erweiterung bisher verwendeter Ansätze die Brunt-Vaisala-Frequenz N_h explizit in die Parametrisierung des Mischungsweges eingeht.

4.2 Modellierung der stationären stabilen Grenzschicht

Für die (im Sinne der Definition im Abschnitt 1.4) stationäre stabile Grenzschicht werden die Modellgleichungen in Erweiterung bisher in der Literatur angegebener Schließungen (z.B. Nieuwstadt, 1985, Derbyshire, 1990) mit den Ähnlichkeitsbeziehungen (1.37) und (1.38) bei lokaler Skalierung geschlossen. Dadurch wird der Einfluß der Stabilität der freien Strömung auf die Grenzschichtstruktur berücksichtigt. Neben der von Nieuwstadt (1985) angegebenen analytischen Lösung für den Grenzfall stark stabiler Dichteschichtung wird eine weitere analytische Lösung bestimmt für den Fall, daß die Grenzschichtströmung entscheidend von der Stabilität der freien Strömung beeinflusst wird. Stationäre Lösungen für andere Stabilitätsbereiche müssen mit dem oben beschriebenen Grenzschichtmodell berechnet werden. Es wird im folgenden untersucht, wie die Struktur der stationären Grenzschicht von verschiedenen Stabilitätsparametern abhängt.

4.2.1 Dimensionslose Modellgleichungen bei Schließung mit lokaler Skalierung

Zur Berechnung analytischer Lösungen wird das Gleichungssystem (1.11), (1.12) nach z differenziert. Wegen der Stationarität der vertikalen Temperatur- und Windgradienten (vgl. Abschnitt 1.4) wird nach Einführung der dimensionslosen Variablen $\sigma = \tau/u_*^2$, $H = \overline{w'\Theta'}/\overline{w'\Theta'_0}$, $\eta = z/h_e$, $s = (L/u_*)\partial W/\partial z$ und $\gamma_\Theta = (L/\Theta_*)\partial\Theta/\partial z$ folgende dimensionslose Darstellung des Gleichungssystems gewonnen:

$$0 = \frac{d^2\sigma}{d\eta^2} - i \frac{h_e |f| h_e}{u_* L} s \quad (4.15)$$

$$0 = -\frac{d^2 H}{d\eta^2} \quad (4.16)$$

Durch diese Darstellung können Lösungen unabhängig von Oberflächenwerten turbulenter Flüsse und des geostrophischen Windes angegeben werden. Diese Lösungen müssen die Randbedingungen

$$\text{für } \eta = 0: \quad \sigma_x = 1 \quad \sigma_y = 0 \quad H = 1 \quad (4.17)$$

$$\text{für } \eta = 1: \quad \sigma_x = 0 \quad \sigma_y = 0 \quad H = 0 \quad (4.18)$$

erfüllen. Dies bedeutet, daß am Oberrand der Grenzschicht die turbulenten Flüsse verschwinden.

Aus den Ähnlichkeitsbeziehungen (1.37) und (1.38) folgen die dimensionslosen Darstellungen der Wind- und Temperaturgradienten

$$s = \frac{\sigma(1 + \alpha \frac{z}{\lambda} + \beta_u \frac{z N_h}{|\tau|^{1/2}})}{\kappa \frac{z}{L} |\sigma|^{1/2}} = \frac{\sigma}{\kappa \eta \frac{h_e}{L} |\sigma|^{1/2}} + \frac{\alpha \sigma H}{\kappa |\sigma|^2} + \frac{\beta_u L N_h}{\kappa u_*} \frac{\sigma}{|\sigma|} \quad (4.19)$$

$$\gamma_{\Theta} = \frac{(1 + \alpha \frac{z}{\Lambda} + \beta_u \frac{z N_h}{|\tau|^{1/2}})}{\kappa \frac{z}{L} |\sigma|^{1/2}} = \frac{1}{\kappa \eta \frac{h_e}{L} |\sigma|^{1/2}} + \frac{\alpha}{\kappa} \frac{H}{|\sigma|^2} + \frac{\beta_u}{\kappa} \frac{L N_h}{u_*} \frac{1}{|\sigma|}, \quad (4.20)$$

und mit dem Gradientansatz (1.15) die turbulenten Diffusionskoeffizienten K_m und K_h zu:

$$K_m = K_h = \frac{\kappa z |\tau|^{1/2}}{1 + \alpha \frac{z}{\Lambda} + \beta_u \frac{z N_h}{|\tau|^{1/2}}} = h_e u_* \frac{\kappa \eta |\sigma|^{1/2}}{1 + \alpha \eta \frac{h_e}{L} \frac{H}{|\sigma|^{3/2}} + \beta_u \eta \frac{h_e N_h}{u_*} \frac{1}{|\sigma|^{1/2}}}. \quad (4.21)$$

Wird die Beziehung (4.19) in die Gleichung (4.15) eingeführt, so folgt

$$0 = \frac{d^2 \sigma}{d\eta^2} - i a_1 \frac{\sigma}{\eta |\sigma|^{1/2}} - i a_2 \frac{H \sigma}{|\sigma|^2} - i a_3 \frac{\sigma}{|\sigma|}. \quad (4.22)$$

Die Parameterkombinationen $a_1 = (h_e |f|)/(\kappa u_*)$, $a_2 = (\alpha h_e^2 |f|)/(\kappa u_* L)$ und $a_3 = (\beta_u h_e^2 |f| N_h)/(\kappa u_*^2)$ sind wegen der Parametrisierungsbeziehung (1.52) der Gleichgewichtshöhe der stabilen Grenzschicht voneinander abhängig.

4.2.2 Stationäre Lösungen der Modellgleichungen

Zunächst werden analytische Lösungen des Gleichungssystems (4.16), (4.22) mit den Randbedingungen (4.17) und (4.18) berechnet. Die Lösung der Gleichung (4.16) für den dimensionslosen Wärmefluß ergibt sich zu

$$H = 1 - \eta. \quad (4.23)$$

Mit dieser Lösung folgt aus den Gleichungen (4.22) ein Differentialgleichungssystem für die turbulente Schubspannung als

$$0 = \frac{d^2 \sigma}{d\eta^2} - i a_1 \frac{\sigma}{\eta |\sigma|^{1/2}} - i a_2 \frac{(1 - \eta) \sigma}{|\sigma|^2} - i a_3 \frac{\sigma}{|\sigma|}. \quad (4.24)$$

In den Modellgleichungen (4.24) sind die Gleichungen für die drei Grenzfälle der neutralen stationären Grenzschicht

$$0 = \frac{d^2 \sigma}{d\eta^2} - i a_1 \frac{\sigma}{\eta |\sigma|^{1/2}}, \quad (4.25)$$

der stationären stark stabilen Grenzschicht

$$0 = \frac{d^2\sigma}{d\eta^2} - ia_2 \frac{(1-\eta)\sigma}{|\sigma|^2} \quad (4.26)$$

und der stationären, durch die Stabilität der freien Strömung beeinflussten Grenzschicht

$$0 = \frac{d^2\sigma}{d\eta^2} - ia_3 \frac{\sigma}{|\sigma|} \quad (4.27)$$

enthalten. Nieuwstadt (1985) beschränkte sich in seiner Untersuchung der stationären stabilen Grenzschicht auf den durch die Gleichung (4.26) gegebenen Grenzfall der stark stabilen Grenzschicht mit $z/\Lambda > 1$, d.h. auf den Bereich der höhenunabhängigen Skalierung. Als Lösung bestimmt Nieuwstadt (1985)

$$\sigma = (1-\eta)^{(3/2+i\sqrt{3}/2)} \quad (4.28)$$

für $a_2 = \sqrt{3}$. Daraus folgt für die in Gleichung (1.42) eingeführte Konstante c_{sr}^2 wegen $c_{sr}^2 = a_2\kappa/\alpha$ ein Wert von 0.138. Dieser Wert stimmt recht gut mit dem von Garratt (1982) aus Modellrechnungen bestimmten Wert von 0.16 und den Beobachtungen (s. Tab. 1.1) überein.

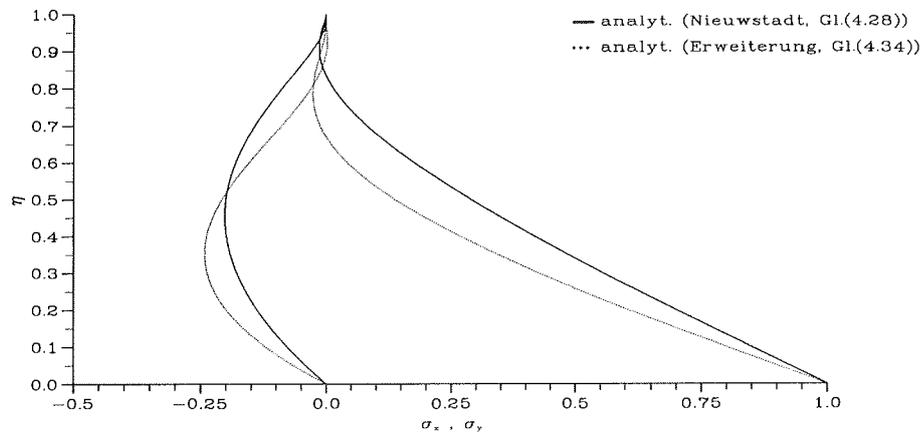


Abbildung 4.7: Profile der dimensionslosen Schubspannungskomponenten. Analytische Lösung (Gleichung (4.28)) für die stationäre, stark stabile Grenzschicht nach Nieuwstadt (1985) und analytische Lösung (Gleichung (4.34)) für die stationäre, durch die Stabilität der freien Strömung beeinflussten Grenzschicht.

4. Modelle der stabilen Grenzschicht bei horizontaler Homogenität

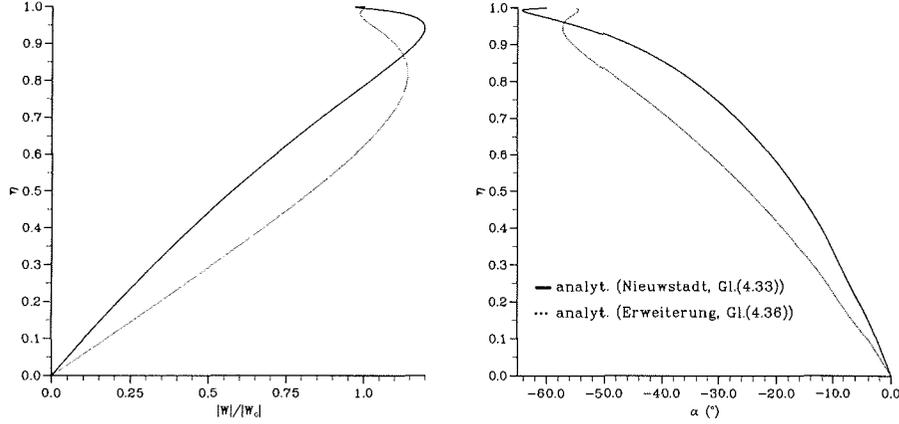


Abbildung 4.8: Profile von Windgeschwindigkeit (normiert mit der geostrophischen Windgeschwindigkeit) und Windrichtung. Analytische Lösung (Gleichung (4.33)) für die stationäre, stark stabile Grenzschicht nach Nieuwstadt (1985) und analytische Lösung (Gleichung (4.36)) für die stationäre, durch die Stabilität der freien Strömung beeinflussten Grenzschicht.

Mit den Vertikalprofilen der dimensionslosen Schubspannung (4.28) und des dimensionslosen Wärmeflusses (4.23) folgen bei stark stabiler Schichtung aus den Gleichungen (4.19), (4.20) die dimensionslosen Gradienten des Windvektors s und der Temperatur γ_Θ zu

$$s = \frac{\alpha \sigma H}{\kappa |\sigma|^2} = \frac{\alpha}{\kappa} (1 - \eta)^{(-1/2 + i\sqrt{3}/2)} \quad (4.29)$$

$$\gamma_\Theta = \frac{\alpha \sigma H}{\kappa |\sigma|^2} = \frac{\alpha}{\kappa} (1 - \eta)^{-1} \quad (4.30)$$

und aus Gleichung (4.21) die Profile der Austauschkoefizienten für Impuls K_m und Wärme K_h zu:

$$K_m = K_h = \frac{\kappa u_* L}{\alpha} (1 - \eta)^2. \quad (4.31)$$

Durch Integration der Gleichungen (4.29) und (4.30) folgen die Temperatur- und Windprofile:

$$\frac{\Theta - \Theta_0}{\Theta_*} = \frac{\alpha h}{\kappa L} \ln(1 - \eta) \quad (4.32)$$

$$\frac{W_G - W}{|W_G|} = e^{-i\frac{\pi}{3}} (1 - \eta)^{(1/2 + i\sqrt{3}/2)}. \quad (4.33)$$

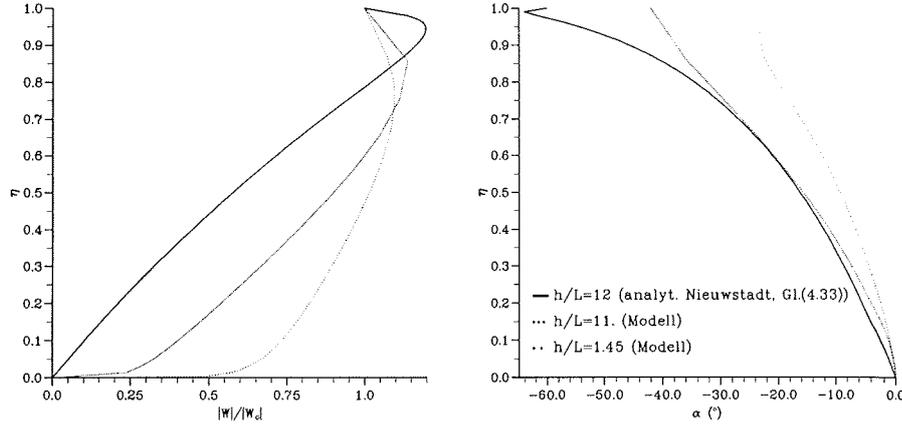


Abbildung 4.9: Profile von Windgeschwindigkeit (normiert mit der geostrophischen Windgeschwindigkeit) und Windrichtung für verschiedene Werte des Stabilitätsparameters h/L und für $N_h = 0 \text{ s}^{-1}$. Analytische Lösung (Gleichung (4.33)) für die stationäre, stark stabile Grenzschicht nach Nieuwstadt (1985).

Durch die Schließung der Modellgleichungen mit den erweiterten Ähnlichkeitsfunktionen (1.37) und (1.38) tritt der zusätzliche Grenzfall einer durch die Stabilität der freien Strömung kontrollierten stationären Grenzschicht auf, der durch die Gleichung (4.24) beschrieben wird. Für diese Gleichung wird unter Benutzung der Randbedingungen (4.17) und (4.18) eine neue analytische Lösung bestimmt. Diese lautet:

$$\sigma = (1 - \eta)^{(2+i\sqrt{2})} \quad (4.34)$$

mit $a_3 = 3\sqrt{2}$. Im Abschnitt 3.3 wurde aus Messungen an der Neumayer-Station die in Gleichung (1.43) auftretende Konstante $c_{ir}^2 = 0.125$ ermittelt. Wegen $c_{ir}^2 = a_3 \kappa / \beta_u$ folgt damit ein Wert für den bislang noch nicht bestimmten Parameter $\beta_u = 13.58$.

Die Gleichungen für die Temperatur- und Windprofile und die Profile der Austauschkoefizienten für Impuls K_m und Wärme K_h lauten dann:

$$\frac{\Theta - \Theta_0}{\Theta_*} = \frac{\beta_u h_e N_h}{\kappa u_*} \ln(1 - \eta) \quad (4.35)$$

$$\frac{W_G - W}{|W_G|} = (-1/\sqrt{3} + i\sqrt{2}/\sqrt{3})(1 - \eta)^{(1+i\sqrt{2})} \quad (4.36)$$

$$K_m = K_h = \frac{\kappa u_*^2}{\beta_u N_h} (1 - \eta)^2. \quad (4.37)$$

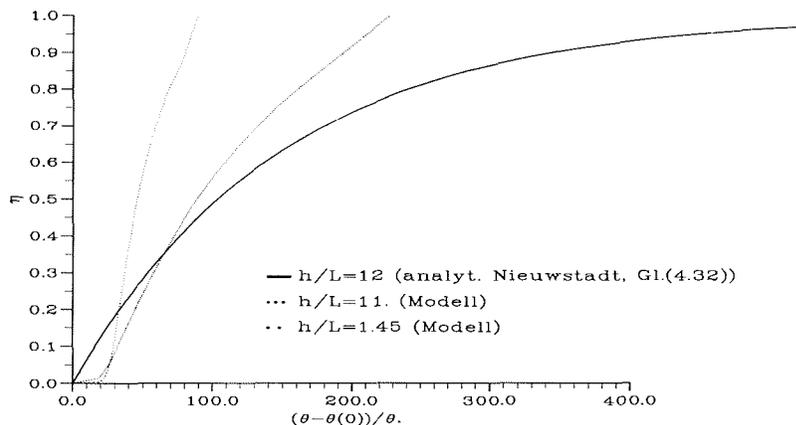


Abbildung 4.10: Dimensionslose Profile der Temperatur für verschiedene Werte des Stabilitätsparameters h/L und für $N_h = 0$. Analytische Lösung (Gleichung (4.32)) für die stationäre, stark stabile Grenzschicht nach Nieuwstadt (1985).

Die vertikalen Profile der Schubspannungskomponenten, der Windrichtung und der mit dem Betrag des geostrophischen Windes normierten Windgeschwindigkeit für die stark stabile Grenzschicht und für die von der Stabilität der freien Strömung kontrollierten Grenzschicht sind in den Abbn. 4.7 und 4.8 dargestellt. Für die analytischen Lösungen (4.28) und (4.34) wird wegen $d\sigma/d\eta = 0$ für $\eta = 1$ der Wind stationär ($\partial W/\partial t = 0$). Des weiteren folgt ein höhenkonstanter Winkel zwischen der horizontalen Schubspannung und der Abweichung des aktuellen vom geostrophischen Wind ($W - W_G$), so daß beide Lösungen zur Klasse der „äquiangularen Lösungen“ (Lettau und Dabberdt, 1970) der Ekmangleichungen gehören.

Die aus den analytischen Lösungen für den normierten Wärmestrom und den normierten Schubspannungsvektor folgenden Temperaturprofile sind logarithmisch (Gleichungen (4.32) und (4.35)). Eine logarithmische Höhenabhängigkeit ist nach André und Mahrt (1982) oberhalb der Bodenschicht und bei vernachlässigbaren Strahlungseffekten eine gute Approximation gemessener Temperaturprofile. Beide Temperaturprofile weisen für $z = h_e$ eine Singularität auf. Da die Temperatur oberhalb der Grenzschicht zeitlich konstant ist, würde für $t \rightarrow \infty$ eine unendlich große Temperaturdifferenz am Oberrand der Abkühlungsschicht entstehen, die in der Realität jedoch nicht auftritt. Das Modell ist deshalb nur bis zu einer Höhe $z = h_e - \Delta$ mit $\Delta \propto L$ im Fall der stark stabilen Grenzschicht (Nieuwstadt, 1985) bzw. $\Delta \propto u_* / N_h$ bei großer Hintergrundstabilität anwendbar.

Zur Beurteilung der analytischen Lösungen werden die Höhe und der Betrag des Windmaximums und der Ablenkungswinkel α zwischen der Bodenschubspannung und dem Windvektor in der Höhe $z = h_e$ bestimmt. Für stark stabile Schichtung beträgt dieser Winkel 60° und ein ausgeprägtes Windmaximum tritt bei $z/h_e \approx 0.94$ mit $|W_{max}|/|W_G| \approx 1.2$ auf (Abb. 4.8). Für eine durch die Stabilität der freien Strömung kontrollierte Grenzschicht beträgt der Ablenkungswinkel 54.7° und das

4.2. Modellierung der stationären stabilen Grenzschicht

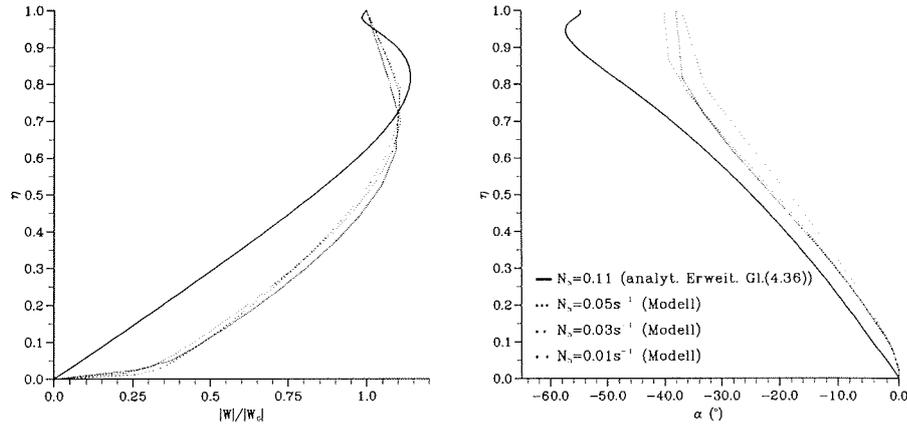


Abbildung 4.11: Profile von Windgeschwindigkeit (normiert mit der geostrophischen Windgeschwindigkeit) und Windrichtung für verschiedene Werte von N_h . Analytische Lösung (Gleichung (4.36)) für die stationäre, durch die Stabilität der freien Strömung beeinflusste Grenzschicht.

Windmaximum liegt in $z/h_e \approx 0.82$ mit $|W_{max}|/|W_G| \approx 1.14$. Die hohen Werte der Ablenkungswinkel werden in der Natur nicht beobachtet.

Aus den Gleichungen (4.30) und (4.34) folgt, daß die Austauschkoefizienten ihr Maximum für $z = 0$ erreichen, was im Widerspruch zur erwarteten Proportionalität zwischen K und z in der Nähe der Oberfläche steht. Das liegt daran, daß die hier benutzten höhenunabhängigen Skalierungen in der Nähe der Erdoberfläche für Abstände kleiner als die Größe der turbulenten Wirbel nicht zulässig sind.

Für den Grenzfall der neutralen Grenzschicht ebenso wie für das vollständige Differentialgleichungssystem (4.21) können keine analytischen Lösungen bestimmt werden. Zur Einschätzung des Gültigkeitsbereiches der analytischen Lösungen und zur Untersuchung der Abhängigkeit der berechneten Wind- und Temperaturprofile von Stabilitätsparametern werden im folgenden Lösungen des beschriebenen eindimensionalen Modells betrachtet. Die stationären Lösungen des Grenzschichtmodells werden mit dem K -Ansatz (4.21) berechnet. Als Randbedingungen wird ein konstanter geostrophischer Wind am oberen Rand sowie eine konstante Abkühlungsrate am unteren Rand vorgegeben. In allen Modellläufen hat sich nach $10h$ (für große Abkühlungsraten) bis $16h$ (für kleine Abkühlungsraten) der stationäre Zustand eingestellt.

Die berechneten dimensionslosen Wind- und Temperaturprofile sind für $N_h = 0$ zusammen mit den Lösungen (4.32) und (4.33) für verschiedene Werte des Stabilitätsparameters h/L in den Abbn. 4.9 und 4.10 dargestellt. Die Abbn. 4.11 und 4.12 zeigen dagegen die modellierten Profile als Funktion von N_h zusammen mit den Lösungen (4.35) und (4.36).

4. Modelle der stabilen Grenzschicht bei horizontaler Homogenität

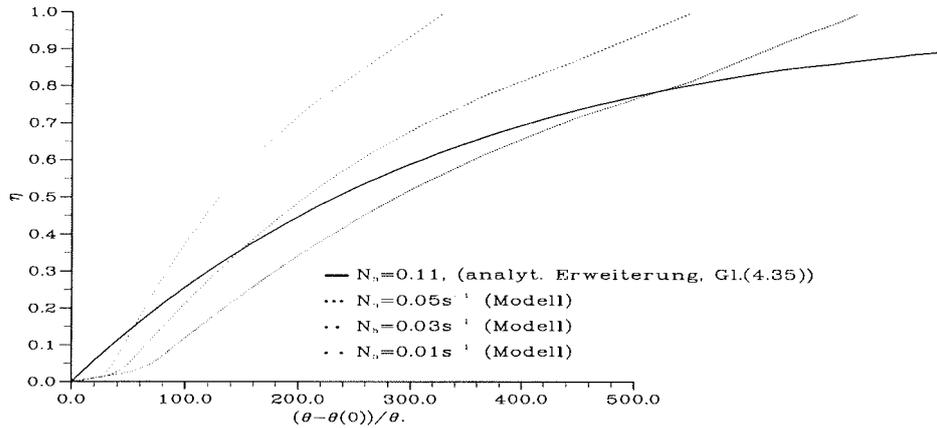


Abbildung 4.12: Dimensionslose Profile der Temperatur für verschiedene Werte von N_h . Analytische Lösung (Gleichung (4.35)) für die stationäre, durch die Stabilität der freien Strömung beeinflusste Grenzschicht.

Die in der Abb. 4.9 gezeigten numerisch berechneten Windprofile haben innerhalb der Grenzschicht schwächer ausgeprägte Maxima der Windgeschwindigkeit und signifikant kleinere Ablenkungswinkel als die der analytischen Lösung von Nieuwstadt (1985) (vgl. auch Tab. 4.2, oberer Teil). Sie liegen damit näher an den Meßwerten. Mit zunehmenden Werten des Stabilitätsparameters h_e/L wird der Ablenkungswinkel α größer, und das Maximum der Windgeschwindigkeit verlagert sich in größere Höhen mit größeren Werten von $|W_{max}|/|W_G|$. Die berechneten Temperaturprofile nähern sich mit zunehmendem h_e/L im oberen Teil der Grenzschicht dem analytisch bestimmten logarithmischen Profil an. Die analytisch und numerisch bestimmten Profile unterscheiden sich im bodennahen Bereich, wie bereits erwähnt, aufgrund der dort nicht zulässigen Annahme einer höhenunabhängigen Skalierung.

In der Abb. 4.11 sind die numerisch berechneten Windprofile für verschiedene Werte von N_h dargestellt. Die Höhe und der Betrag der Windmaxima unterscheiden sich nur wenig von der analytischen Lösung (4.33), es treten allerdings kleinere Ablenkungswinkel auf. Die numerisch berechneten dimensionslosen Windprofile unterscheiden sich für verschiedene Werte von N_h nur wenig. Die Temperaturprofile zeigen im oberen Teil der Grenzschicht eine logarithmische Form ähnlich wie das analytisch bestimmte Profil. Die Abweichungen zwischen den analytisch und numerisch bestimmten Profilen sind in der Nähe der Oberfläche aus oben angeführten Gründen am größten.

Einige Grenzschichtparameter (α_g , u_* , $\overline{w'\theta'_0}$, L , h_e) sind für $|f| = 1.37 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ und $|W_G| = 10 m/s$ in Abhängigkeit von verschiedenen Stabilitätsparametern in der Tab. 4.2 dargestellt. Für $N_h = 0$ erreicht der Betrag des Oberflächenwärmeflusses für stark stabile Schichtung seinen Maximalwert $-\overline{w'\theta'_0}_{max}$. Derbyshire (1990) schätzte ausgehend von der Betrachtung des Verhältnisses von Auftriebs- zu Scherproduktionsterm in der Bilanzgleichung der turbulenten kinetischen Energie als

obere Grenze für den Betrag des Wärmestroms ab:

$$-\frac{g}{\Theta} \overline{w'\Theta'}_0 \leq 4Rf_c |W_G|^2 |f|. \quad (4.38)$$

Aus der Lösung des Nieuwstadt-Modells folgt der maximale Wärmestrom zu:

$$-\frac{g}{\Theta} \overline{w'\Theta'}_{0max} = \frac{Rf_c}{\sqrt{3}} |W_G|^2 |f| < 4Rf_c |W_G|^2 |f|. \quad (4.39)$$

Bei neutraler Dichteschichtung der freien Atmosphäre werden mit abnehmender Stabilität der Ablenkungswinkel kleiner und die Beträge der Oberflächenimpulsflüsse und die Grenzschichthöhen größer.

$\frac{h_e f }{u_*}$	$\frac{h_e}{L}$	$\frac{h_e N_h}{u_*}$	α_G (°)	u_* (m/s)	$\overline{w'\Theta'}_0$ (mK/s)	L (m)	h_e (m)	N_h (s ⁻¹)	$(\partial\Theta/\partial t)_0$ (K/h)
0.0	12.0	0.0	-60.0	0.07	-0.042	0.47	5.6	0.0	27.0
0.055	4.1	0.0	-35.5	0.16	-0.018	15.8	64.8	0.0	1.0
0.1	2.2	0.0	-26.1	0.23	-0.010	83.2	180.0	0.0	0.2
0.25	0.5	0.0	-12.8	0.29	-0.0015	1060.	540.0	0.0	0.01
0.5	0.0	0.0	-7.1	0.30	0.0	∞	1200.0	0.0	0.0
0.0	0.0	10.0	-54.7	0.029	0.0	∞	2.7	0.11	0.0
0.047	0.83	3.45	-36.5	0.125	-0.0024	52.0	43.0	0.01	0.2
0.037	2.9	2.67	-38.0	0.109	-0.008	10.2	29.0	0.01	1.0
0.032	0.64	7.1	-35.5	0.076	-0.001	28.2	18.0	0.03	0.2
0.029	2.76	6.2	-35.2	0.070	-0.004	5.4	15.0	0.03	1.0

Tabelle 4.2: Berechnete Parameter der stationären Grenzschicht für verschiedene Parameterkombinationen von $(h_e |f|)/u_*$, h_e/L und $(h_e N_h)/u_*$, $|W_G| = 10m/s$, $|f| = 1.37 \cdot 10^{-4}s^{-1}$.

Der Einfluß der Stabilität der freien Atmosphäre spiegelt sich auch in den berechneten Grenzschichtparametern wider. Die Gleichgewichtshöhe h_e und die Beträge der turbulenten Oberflächenflüsse werden bei zunehmenden Werten des Parameters N_h erwartungsgemäß kleiner (vgl. Tab. 4.2, unterer Teil). Während der Entwicklung einer stabilen Grenzschicht durch Abkühlung der Erdoberfläche ist in einer anfangs neutral geschichteten Atmosphäre die mit der Höhe abnehmende Umwandlung von mittlerer in turbulente kinetische Energie in größeren Höhen als in einer anfangs stabil geschichteten Atmosphäre ausreichend, die Vernichtung von turbulenter kinetischer Energie durch die anderen Prozesse zu kompensieren. Bei gleichen Werten der Wärmeflüsse sind die Ablenkungswinkel für $N_h \neq 0$ größer und die Schubspannungsgeschwindigkeiten kleiner als für $N_h = 0$.

Die Einbeziehung der Stabilität der Schichtung der freien Strömung in die Parametrisierung des turbulenten Diffusionskoeffizienten hat bereits bei geringen Werten von $N_h = 0.01 s^{-1}$ große Auswirkungen auf das Wind- und Temperaturprofil sowie auf die Grenzschichthöhe. Die Höhe und der Wert des Windmaximums werden für $N_h \neq 0$ durch die entsprechende analytische Lösung gut wiedergegeben, im Gegensatz zur Nieuwstadt-Lösung für $N_h = 0$. Aus den analytischen Lösungen des Differentialgleichungssystems (4.26) bzw. (4.27) folgt eine vollständige analytische Beschreibung der Grenzschichtstruktur für stark stabile Dichteschichtung bzw. für den Fall, daß die Grenzschichtströmung entscheidend von der Stabilität der freien Strömung beeinflusst wird. Darüberhinaus liefern sie Zusammenhänge zwischen den empirischen Konstanten α und β_u der Ähnlichkeitsfunktionen und den Konstanten c_{sr}^2 und c_{ir}^2 , die in den Parametrisierungsbeziehungen der Grenzschichthöhe auftreten. Zukünftig bleibt durch die Analyse geeigneter Datensätze und durch Modellstudien zu klären, in welcher Weise die Stabilität der freien Strömung in den Parametrisierungsbeziehungen für die turbulenten Größen in einer stabilen Grenzschicht berücksichtigt werden muß.

4.3 Modellerweiterungen

Die an der Neumayer-Station durchgeführten Grenzschichtmessungen sollen im Abschnitt 4.4 mit modellierten Grenzschichtentwicklungen verglichen werden. Für einen sinnvollen Vergleich müssen externe Faktoren, die die Entwicklung der stabilen Grenzschicht an der Neumayer-Station beeinflussen, in den Modellrechnungen berücksichtigt werden. Die Grenzschicht entwickelt sich dort über der geneigten Oberfläche des Ekström-Schelfeises, deren topographischer Gradient nach NNW gerichtet ist. Die Neigung dieses Schelfeises beträgt 1:1000. Während der im Winter auftretenden Abkühlungsperioden, die z.T. länger als 24h andauern, ist der geostrophische Wind oft instationär. Zur Berücksichtigung der Neigung der Oberfläche und des instationären großskaligen Antriebes werden die Modellgleichungen erweitert.

4.3.1 Hangneigung

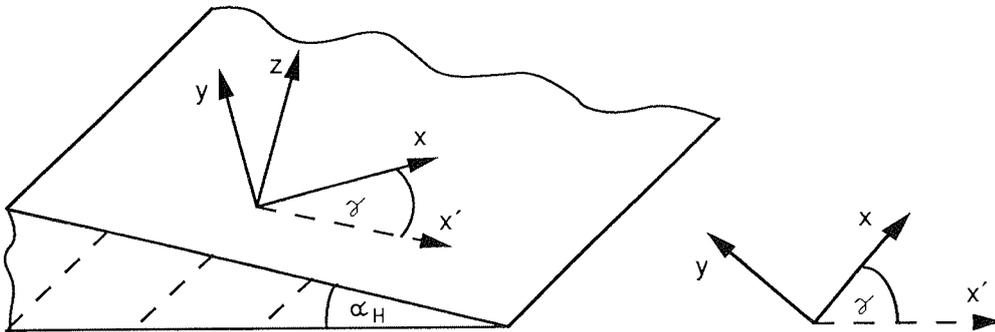


Abbildung 4.13: Darstellung des Koordinatensystems für ein geneigtes Gelände. x' gibt die Richtung des Falllinienvektors an.

Für die Modellierung von Abflußströmungen, die sich über einer geneigten Oberfläche durch die hangabwärts gerichtete Beschleunigung kalter Luft aufgrund der Schwerkraft entwickeln, wird das in der Abb. 4.13 dargestellte Koordinatensystem betrachtet. Es werden weiterhin Strömungen über einer in der x - y -Ebene homogenen Oberfläche untersucht, wobei die Grenzschichthöhe über dieser Ebene konstant sei. Die Temperaturgleichung (1.12) bleibt auch unter diesen Voraussetzungen unverändert, die Bewegungsgleichungen (1.11) schreiben sich zu (Mahrt, 1982; Brost und Wyngaard, 1978):

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = f(\bar{v} - v_g) - \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial z} - g \frac{\Delta \bar{\Theta}}{\bar{\Theta}} \sin \alpha_H \cos \gamma \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -f(\bar{u} - u_g) - \frac{\partial \bar{v}'w'}{\partial z} + g \frac{\Delta \bar{\Theta}}{\bar{\Theta}} \sin \alpha_H \sin \gamma. \quad (4.41)$$

$\Delta \bar{\Theta}$ ist die Differenz zwischen der potentiellen Temperatur der Abflußströmung und der potentiellen Temperatur der ungestörten Strömung. Der Neigungswinkel der Oberfläche wird mit α_H bezeichnet, der Winkel zwischen der x -Achse und der Azimuthrichtung des Hanges, gemessen entgegengesetzt des Uhrzeigersinns, mit γ . Bei einer Abkühlung der Luft über einer geneigten Oberfläche ($\Delta \bar{\Theta} < 0$) wird eine zusätzliche hangabwärts gerichtete Beschleunigung erzeugt, die wegen $\Delta \bar{\Theta} = \Delta \bar{\Theta}(z)$ höhenabhängig ist. Wird dieser Beschleunigungsterm mit dem Druckgradientterm in den Gleichungen (4.40) und (4.41) zusammengefaßt, resultiert ein effektiver, von der Höhe abhängiger Druckgradient, ähnlich wie in einer baroklinen Strömung über einer horizontalen Oberfläche mit horizontalen Temperaturgradienten (thermischer Wind).

4. Modelle der stabilen Grenzschicht bei horizontaler Homogenität

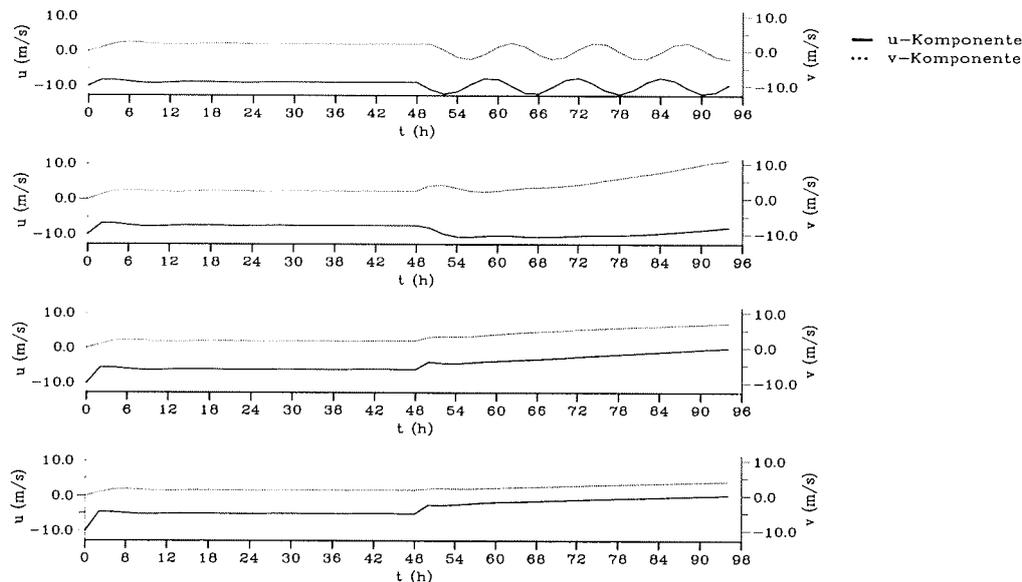


Abbildung 4.14: Zeitserien der Windkomponenten in 2, 10, 40 und 100m Höhe. Nach 48h Einschwingen Abkühlung der Oberfläche mit $1K/h$, $|W_G| = 10m/s$, Mischungswegansatz 3c mit Hangneigung.

Für die folgenden Modellrechnungen zur Untersuchung des Einflusses der Hangneigung auf die Grenzschichtstruktur werden wiederum die Bedingungen $(u, v) = (u_G, v_G) = (-10m/s, 0m/s)$ am oberen und eine konstante Abkühlungsrate von $1K/h$ nach dem Einschwingen des Modells am unteren Rand vorgegeben. Die Hangneigung wird entsprechend derjenigen des Ekström-Schelfeises mit $\sin \alpha_H = 0.001$ vorgegeben, der Winkel γ sei zunächst Null. Mit zunehmender Abkühlung werden die Beträge der Beschleunigungsterme in den Gleichungen (4.40) und (4.41) größer. Dadurch vergrößert sich die Windscherung, so daß mehr kinetische Energie der mittleren Strömung in turbulente kinetische Energie umgewandelt wird. Wie bei allen Abkühlungsvorgängen sinkt die Höhe der turbulenten Schicht in den ersten Stunden nach Abkühlungsbeginn ab, wächst dann jedoch aufgrund der zunehmenden Beschleunigung wieder an, so daß kein stationärer Zustand erreicht wird (s. Abb. 4.14).

Das in den ersten Stunden stattfindende Absinken der turbulenten Schicht führt dazu, daß sich die Grenzschicht Höhen und die Vertikalprofile des horizontalen Windvektors, der potentiellen Temperatur und des Wärmeflusses über einer horizontalen und einer geneigten Oberfläche nach 12h kaum unterscheiden (s. Abb. 4.15). Nach 48-stündiger Abkühlung zeigen sich deutliche Unterschiede (vgl. dazu Abb. 4.16). Die Grenzschicht über der geneigten Oberfläche ist nahezu doppelt so hoch, verbunden mit größeren turbulenten Flüssen. Nach 48h ist der Betrag des Windmaximums $3m/s$ größer als bei der Strömung über der ungeneigten Oberfläche und

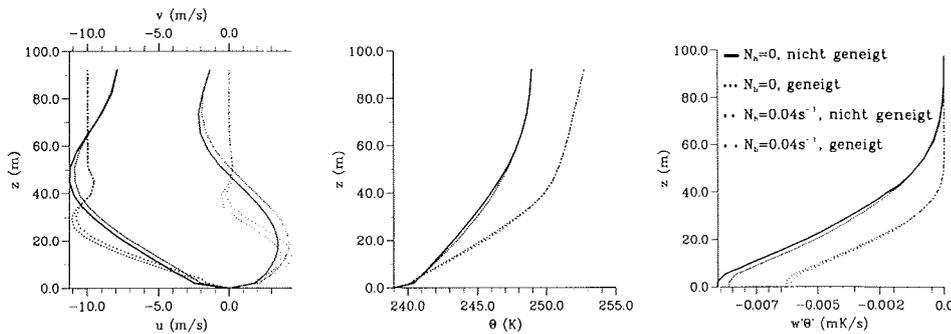


Abbildung 4.15: Modellerte Vertikalprofile der Windkomponenten, der potentiellen Temperatur und des Wärmeflusses nach 12h Abkühlung mit $1K/h$, $|W_G| = 10m/s$, $N_h = 0.$ und $N_h = 0.04s^{-1}$, Mischungswegansatz 3c ohne und mit Hangneigung.

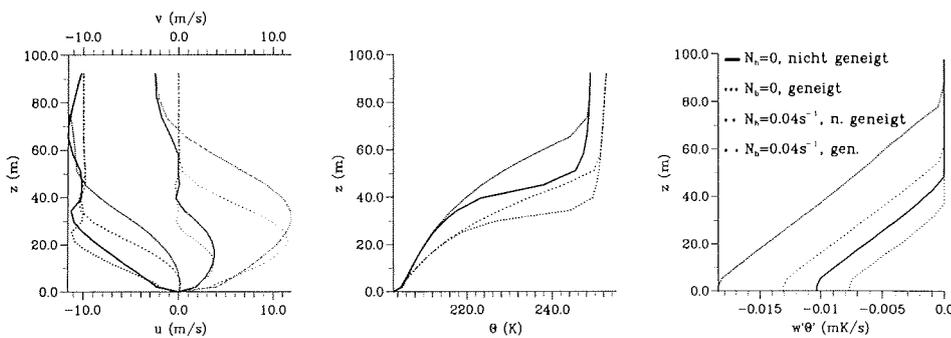


Abbildung 4.16: Modellerte Vertikalprofile der Windkomponenten, der potentiellen Temperatur und des Wärmeflusses nach 48h Abkühlung mit $1K/h$, $|W_G| = 10m/s$, $N_h = 0.$ und $N_h = 0.04$, Mischungswegansatz 3c ohne und mit Hangneigung.

verlagert sich mit zunehmender Grenzschichthöhe größere Höhen. Die hangabwärts gerichtete Beschleunigung führt dazu, daß die Drehung des horizontalen Windvektors mit der Höhe 50° größer ist als bei einer Strömung über der nicht geneigten Oberfläche. Diese Aussagen gelten sowohl bei neutraler ($N_h = 0$) als auch bei stabiler Schichtung ($N_h = 0.04s^{-1}$) oberhalb der Grenzschicht. Oberhalb der Grenzschicht bilden sich Trägheitsschwingungen aus, die über der geneigten Oberfläche dann verschwinden, wenn die Grenzschicht bis in die entsprechende Höhe angewachsen ist (s. Abb. 4.14). Die bereits bei relativ kleinen Hangneigungen auftretenden Beschleunigungen erklären Grenzschichtstrahlströme, die sich im oberen Bereich einer stabilen Grenzschicht über einer geneigten Oberfläche entwickeln und mit fortschreitender Abkühlung verstärken.

4.3.2 Instationärer geostrophischer Wind

Zeitliche Änderungen des großskaligen Antriebs während länger anhaltender Abkühlungsperioden können in Grenzschichtmodellen durch eine zeitliche Änderung des geostrophischen Windes, d.h. durch eine zeitliche Änderung der oberen Randbedingung berücksichtigt werden. Dadurch werden allerdings oberhalb der Grenzschicht starke Trägheitsschwingungen induziert. Diese werden, im Gegensatz zu den Trägheitsschwingungen bei stationärem geostrophischen Wind, in der Atmosphäre nicht beobachtet. Zur Eliminierung dieser unrealistischen Schwingungen wird eine Methode von Egger und Schmid (1988) angewendet.

Oberhalb der Grenzschicht werden die turbulenten Flüsse zu Null und die Bewegungsgleichungen (1.12) reduzieren sich auf:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} &= -if(W - W_g) \quad \text{mit der Lösung} \\ W(t) &= e^{-ift} \left[\int_0^t ife^{-ift'} W_G(t') dt' + W(0) \right] \end{aligned} \quad (4.42)$$

Für die zeitliche Änderung des Windes bei stationärem geostrophischen Wind folgt

$$W(t) = (W(0) - W_G)e^{-ift} + W_G. \quad (4.43)$$

Gleichung (4.43) beschreibt die erwähnten und vom Grenzschichtmodell wiedergegebenen Trägheitsschwingungen bei zeitlich konstantem geostrophischen Wind, wenn zum Zeitpunkt $t = 0$ eine ageostrophische Windabweichung vorliegt (Blackadar, 1957). Diese Trägheitsschwingung ist die Ursache von niedertroposphärischen Windmaxima mit übergeostrophischen Windgeschwindigkeiten, die oberhalb einer Abkühlungsschicht auftreten können.

Es werde nun ein instationärer geostrophischer Wind vorgegeben. Für eine lineare zeitliche Änderung $W_G(t) = W_G(0) + at$, $a \in \mathbb{C}$ lautet die Lösung (4.43)

$$W(t) = W(0)e^{-ift} + W_G(0) + at + \frac{ia}{f} - (W_G(0) + \frac{ia}{f})e^{-ift}. \quad (4.44)$$

Für eine zeitliche Änderung der Richtung des geostrophischen Windes der Form $W_G(t) = W_G^*e^{-i\omega t}$, $W_G^* = \text{const.}$ folgt

$$W(t) = W(0)e^{-ift} + W_G^* \frac{f}{f - \omega} e^{-i\omega t} - W_G^* \frac{f}{f - \omega} e^{-ift}. \quad (4.45)$$

Die Lösungen (4.44) und (4.45) beschreiben auch dann Trägheitsschwingungen, wenn zum Zeitpunkt $t = 0$ keine ageostrophische Windabweichung vorliegt.

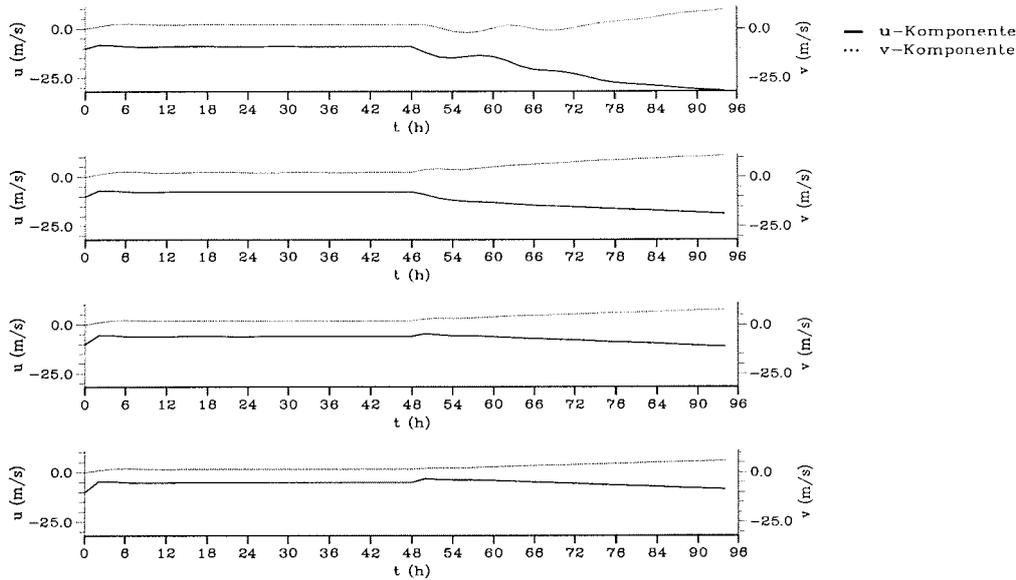


Abbildung 4.17: Zeitserien der Windkomponenten in 2, 10, 40 und 100m Höhe. Nach 48h Einschwingen Abkühlung der Oberfläche mit $1K/h$, $|W_G| = 10m/s + 0.5m/s/h \cdot t$, Mischungswegansatz 3c ohne Hangneigung.

Da die vorhergesagten Trägheitsschwingungen bei instationärem geostrophischen Wind in der freien Atmosphäre nicht beobachtet werden, müssen diese durch ageostrophische Bewegungen verhindert werden. Diese Bewegungen werden in Grenzschichtmodellen nicht aufgelöst. Zur Eliminierung der unrealistischen Trägheitsschwingungen schlagen Egger und Schmid (1988) die Verwendung eines modifizierten Gleichungssystems anstelle von (4.42) vor:

$$\frac{\partial(W - W_G)}{\partial t} = -if(W - W_g) \quad \text{mit der Lösung} \\ W(t) = W_G(t) + (W(0) - W_G(0))e^{-ift} \quad (4.46)$$

Damit treten nur dann Trägheitsschwingungen auf, wenn zum Zeitpunkt $t = 0$ ageostrophische Windabweichungen vorhanden sind. Für alle Rechnungen mit instationärem geostrophischen Wind werden deshalb die Bewegungsgleichungen durch Hinzufügen von $\partial W_G / \partial t$ modifiziert.

In den Abbn. 4.17 und 4.18 sind die Ergebnisse von Modellläufen dargestellt, für die der Betrag des geostrophischen Windes nach Ende der Einschwingzeit linear mit der Zeit zunimmt, und zwar um $0.5m/s$ pro Stunde bei gleichzeitiger Abkühlung der Erdoberfläche mit $1K/h$. Dementsprechend stellt sich kein stationärer Zustand ein. Die Grenzschicht wächst durch die Zunahme des geostrophischen Windes an, so daß die in 100m anfangs ausgebildeten Trägheitsschwingungen nach ungefähr 20h verschwinden (Abb. 4.17). Durch die relativ große Zunahme des geostrophischen

4. Modelle der stabilen Grenzschicht bei horizontaler Homogenität

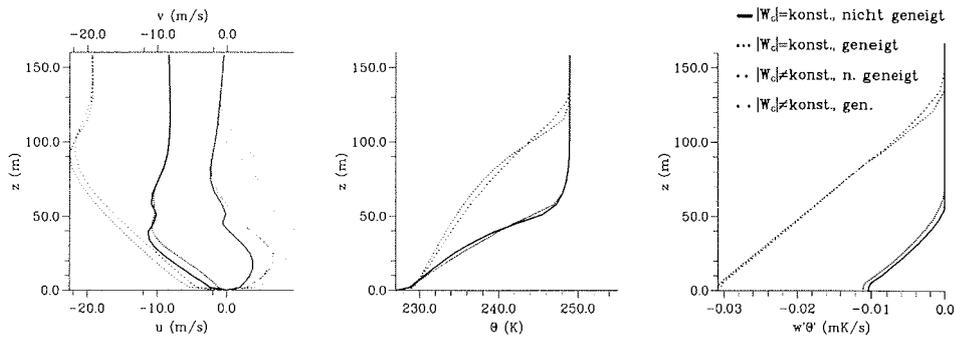


Abbildung 4.18: Modellerte Vertikalprofile der Windkomponenten, der potentiellen Temperatur und des Wärmeflusses nach 24h Abkühlung mit $1K/h$, $N_h = 0.0$, Mischungswegansatz 3c ($|W_G| = 10m/s$, ohne und mit Hangneigung; $|W_G| = 10m/s + 0.5m/s/h \cdot t$, ohne und mit Hangneigung).

Windes ist die Grenzschicht nach 24h doppelt so hoch und weist größere turbulente Flüsse auf. In diesem Fall ist der Einfluß der Hangneigung auf die Windprofile kleiner als bei konstantem geostrophischen Wind. Die Windmaxima weisen kaum Unterschiede auf und die Winddrehung in der Grenzschicht ist über der geneigten Oberfläche nur 10° größer, während sie bei konstantem geostrophischen Wind 25° größer ist als über der ungeneigten Oberfläche.

4.4 Modellierung der Entwicklung stabiler Grenzschichten

Mit dem Grenzschichtmodell wird für zwei Meßperioden während der Polarnacht 1983 die Entwicklung der stabilen Grenzschicht an der Neumayer-Station simuliert und die Sensitivität der Modellergebnisse gegenüber der Parametrisierung des Mischungsweges untersucht. Zunächst wird dargelegt, wie die zeitabhängigen oberen und unteren Randbedingungen (Vektor des geostrophischen Windes und Oberflächentemperatur) bestimmt werden. Anschließend werden für die ausgewählten Fallstudien die Simulationsergebnisse dargestellt und mit Messungen verglichen. Bei diesem Vergleich müssen die Modellvereinfachungen, insbesondere durch die eindimensionale Betrachtung, und die Unsicherheiten bei der Bestimmung der Randbedingungen berücksichtigt werden.

4.4.1 Bestimmung zeitabhängiger Randbedingungen

Für die Modellierung der zeitlichen Entwicklung der Grenzschicht müssen am oberen Modellrand der Vektor des geostrophischen Windes W_G und am unteren Rand der Oberflächenwert der potentiellen Temperatur Θ_0 vorgegeben werden. Beide Größen sind für Zeiträume von mehreren Stunden bis Tagen instationär, so daß für einen sinnvollen Vergleich von Messungen und Modellergebnissen zeitabhängige Randbedingungen vorgegeben werden müssen.

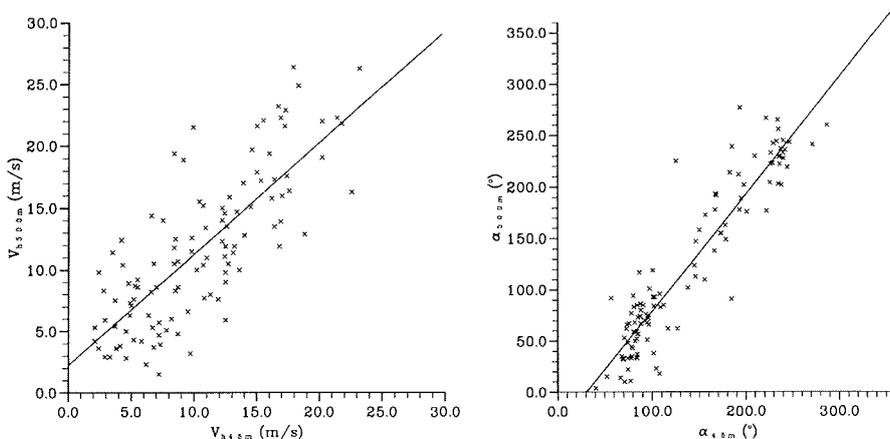


Abbildung 4.19: Vergleich von Windgeschwindigkeit und Windrichtung in 45m Höhe (Messung am Mast) und 500m Höhe (Radiosondenmessung), Daten von Februar bis Dezember 1983. Durchgezogene Linien: $V_{h500m} = 0.9V_{h45m} + 2.24m/s$, $r = 0.89$, $N = 112$ bzw. $\alpha_{500m} = 1.14\alpha_{45m} - 35.1^\circ$, $r = 0.90$, $N = 112$.

Der Vektor des geostrophischen Windes muß an der Neumayer-Station für das Jahr 1983 aus Radiosondenmessungen bestimmt werden, da in der Antarktis aufgrund der geringen Stationsdichte das Druckfeld nur ungenau darstellbar ist und verlässliche ECMWF-Druckfeldanalysen erst ab 1985 vorliegen. Tägliche Radiosondaufstiege wurden an der Neumayerstation ab Februar 1983 durchgeführt. Häufige Störungen der Windmessung der Radiosonden führen dazu, daß im Zeitraum von Februar 1983 bis Dezember 1983 im Mittel nur alle zwei Tage ein Radiosondenwindprofil bestimmt wurde. Diese zeitliche Auflösung ist für Modellrechnungen mit instationärem großskaligen Antrieb zu grob. Deshalb werden aus den Messungen von Februar 1983 bis Dezember 1983 folgende lineare Zusammenhänge zwischen der Windgeschwindigkeit V_{h500m} und der Windrichtung α_{500m} in der freien Atmosphäre (Radiosondenmessung in 500m Höhe) und der Windgeschwindigkeit V_{h45m} und der Windrichtung α_{45m} in 45m Höhe (oberstes Meßniveau am Mast) ermittelt (s. Abb. 4.19):

$$V_{h500m} = 0.9V_{h45m} + 2.24m/s \quad (4.47)$$

$$\alpha_{500m} = 1.14\alpha_{45m} - 35.1^\circ. \quad (4.48)$$

Die Korrelationskoeffizienten von $r = 0.89$ bzw. $r = 0.9$ weisen bei einem Stichprobenumfang von 112 und einer statistischen Sicherheit größer 99.9% auf eine signifikante Korrelation hin. Durch die Beziehungen (4.47) und (4.48) wird zu jedem Zeitpunkt, an dem die Windgeschwindigkeit und -richtung in 45m Höhe gemessen wurde, ein Näherungswert für die geostrophische Windgeschwindigkeit und -richtung berechnet.

Die potentielle Temperatur an der Erdoberfläche Θ_0 wird wegen der geringen Höhe über NN der Neumayer-Station der Oberflächentemperatur T_0 gleichgesetzt. T_0 wird aus der aufwärts gerichteten langwelligen Ausstrahlung $L \uparrow$ über das Stefan-Boltzmann-Gesetz berechnet:

$$T_0 = \epsilon_S(L \uparrow / \sigma_S)^{0.25}. \quad (4.49)$$

$L \uparrow$ wird als Residuum aus der mit einem Schulze-Lange-Pyrradiometer gemessenen Gesamtausstrahlung berechnet. In diese Berechnung gehen deshalb die Meßfehler der kurzwelligen und der langwelligen Ausstrahlung ein. Für unsere Untersuchungen ist der Meßfehler der kurzwelligen Ausstrahlung aufgrund der im Winter und nachts sehr geringen absoluten Werte der kurzwelligen Ausstrahlung nur von untergeordneter Bedeutung. Die Stefan-Boltzmann-Konstante beträgt $\sigma_S = 5.67 \cdot 10^{-8} W/(m^2 K^4)$. Die Emissivität ϵ_S wird zu Eins gesetzt. Im Jahr 1983 liegen die Strahlungsmessungen und damit die Oberflächentemperaturen wie die Profilmessungen als 10-Minuten-Mittelwerte vor.

Die mit den Gleichungen (4.47) bis (4.49) berechneten Zeitserien der Randbedingungen werden mit der AKIMA-Methode (Abschnitt 3.1.2) interpoliert und geglättet, so daß die Werte der entsprechenden Randbedingungen zu jedem Modellzeitschritt vorliegen. Die Zeitserien der Randbedingungen sind in der Abb. 4.20 für den

4.4. Modellierung der Entwicklung stabiler Grenzschichten

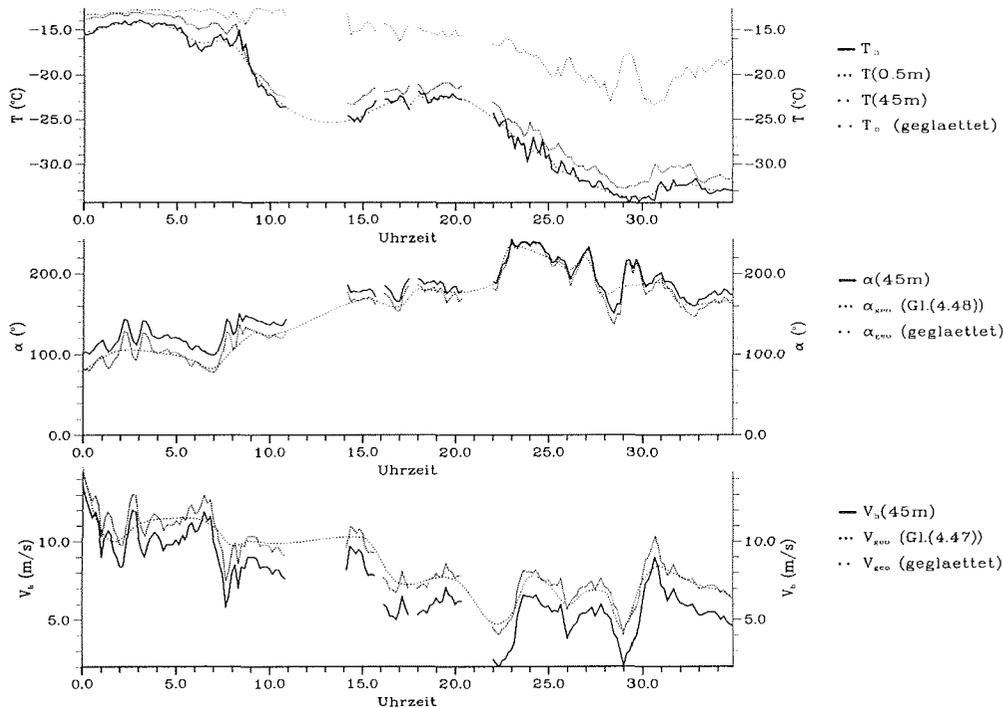


Abbildung 4.20: Zeiterien der Randdaten für das Modell, Messungen vom 29.6.1983, 0.00 Uhr bis 30.6.1983., 11.00 Uhr

29./30. Juni 1983 und in der Abb. 4.27 für den 11./12. August 1983 dargestellt. Die Grenzschichtentwicklung während dieser beiden Zeiträume wird im folgenden simuliert und mit Messungen verglichen.

4.4.2 Die Entwicklung vom 29./30.6.1983

Zu Beginn des 29.6.1983 liegt an der Neumayer-Station eine östliche Strömung mit Windgeschwindigkeiten von mehr als 10 m/s in 45 m Höhe vor (s. Abb. 4.20), die bis 7.00 Uhr andauert. Anschließend stellt sich die Strömung über SE und S auf SSW-SW um. Am 30.6.1983 herrscht den ganzen Tag eine südliche bis südwestliche Strömung vor, mit Windgeschwindigkeiten zwischen 4 und 7 m/s in 45 m Höhe. Diese einheitliche Bild wird nur durch kurzzeitige Störungen, z.B. in den Morgenstunden des 30.6., unterbrochen. Mit der Strömungsumstellung von Ost auf Süd ist am 29.6. zwischen 8 und 11 Uhr eine starke Abkühlung der Erdoberfläche mit 2 K/h verbunden. Nach einer langsameren Abkühlung (0.25 K/h) und einer leichten Erwärmung beginnt am 29.6. gegen 20 Uhr eine 10-stündige Abkühlung mit 1 K/h . Anschließend bleibt die Oberflächentemperatur für 5 h annähernd konstant bei -33°C . Oberhalb der Grenzschicht wird eine mittlere Brunt-Vaisala-Frequenz von 0.03 s^{-1} bestimmt.

4.4. Modellierung der Entwicklung stabiler Grenzschichten

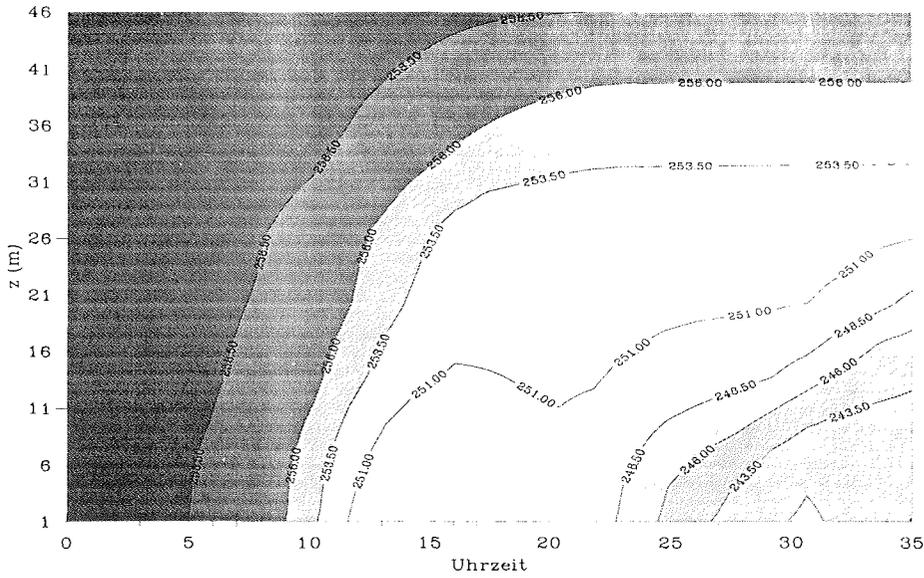


Abbildung 4.23: Höhen-Zeit-Schnitt der modellierten Temperatur (in K) vom 29.6.1983, 0.00 Uhr bis 30.6.1983., 11.00 Uhr. Turbulenzschließung 3c, $N_h = 0.03s^{-1}$

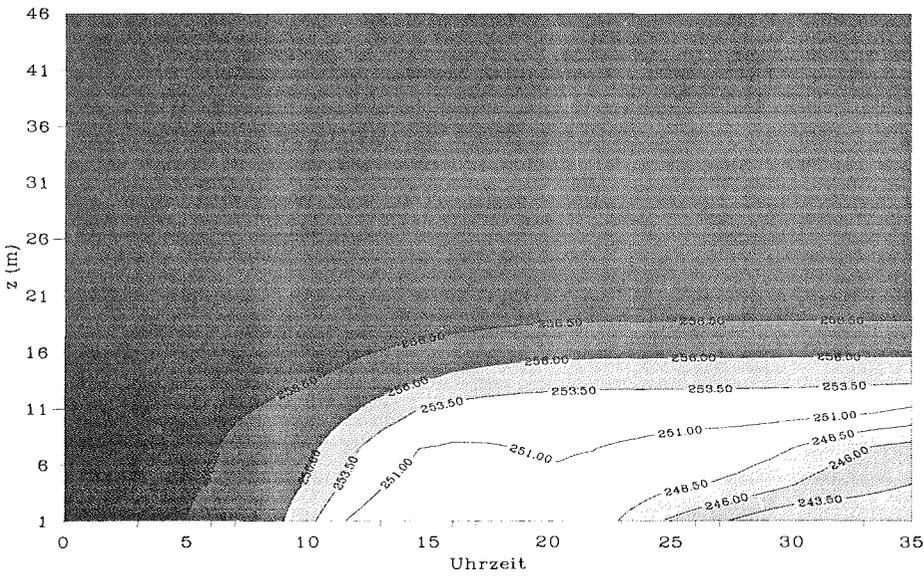


Abbildung 4.24: Höhen-Zeit-Schnitt der modellierten Temperatur (in K) vom 29.6.1983, 0.00 Uhr bis 30.6.1983., 11.00 Uhr. Turbulenzschließung 4a, $N_h = 0.03s^{-1}$

4. Modelle der stabilen Grenzschicht bei horizontaler Homogenität

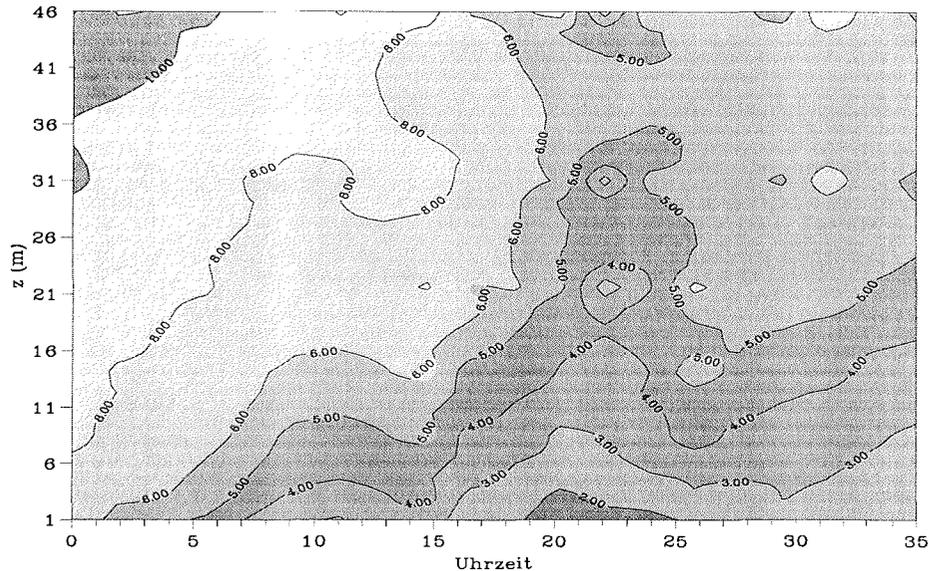


Abbildung 4.25: Höhen-Zeit-Schnitt der gemessenen Windgeschwindigkeit (in m/s) vom 29.6.1983, 0.00 Uhr bis 30.6.1983., 11.00 Uhr.

Die Modellierung dieser Grenzschichtentwicklung wird mit dem eindimensionalen Grenzschichtmodell unter Verwendung der Turbulenzschließungen 3a, 3c und 4a (vgl. Tab. 4.1) durchgeführt. Die Abbn. 4.22 bis 4.24 zeigen die Höhen-Zeit-Schnitte der simulierten potentiellen Temperatur. Die höchsten Grenzschichten werden mit der Turbulenzschließung 3a berechnet, während die explizite Einbeziehung der Stabilität der freien Atmosphäre in die Turbulenzparametrisierung (Schließungen 3c und 4a) zu niedrigeren Grenzschichthöhen führt. Am Ende der ersten Abkühlungsphase am 29.6. gegen 11.00 Uhr liegen die Grenzschichthöhen bei 70m (Schließung 3a), 25m (3c) bzw. 15m (4a). Während der sich anschließenden Erwärmung wachsen die Grenzschichthöhen auf 100m, 45m bzw. 25m an. In der zweiten Abkühlungsphase (29.6., ab 20.00 Uhr) stellen sich Quasi-Gleichgewichtshöhen von 40m, 20m bzw. 10m ein.

Der prinzipielle Verlauf der gemessenen vertikalen Temperaturprofile (Abb. 4.21) mit der Entwicklung eines dreischichtigen Temperaturprofils wird während der Abkühlungsphasen vom Modell für alle Turbulenzschließungen wiedergegeben. Unterschiede zwischen Modell- und Meßergebnissen sind durch das Auftreten wellenförmiger Temperaturschwankungen in den Höhen der stärksten Temperaturgradienten und die zeitliche Änderung der Temperatur oberhalb der Grenzschicht durch Advektionsvorgänge verursacht. Beide Prozesse werden nicht simuliert. Die Advektion kalter Luft oberhalb der Grenzschicht (vgl. gemessene Temperatur in 45m Höhe in der Abb. 4.20) führt dazu, daß sich die modellierte und die gemessene Struktur des Temperaturprofils bis in 50m Höhe in der Erwärmungsphase grundlegend unterscheiden. In den Modellrechnungen bewirkt die relativ geringe Erwärmung der Erdoberfläche zwar ein Anwachsen der Höhe der turbulenten Schicht, der dreischich-

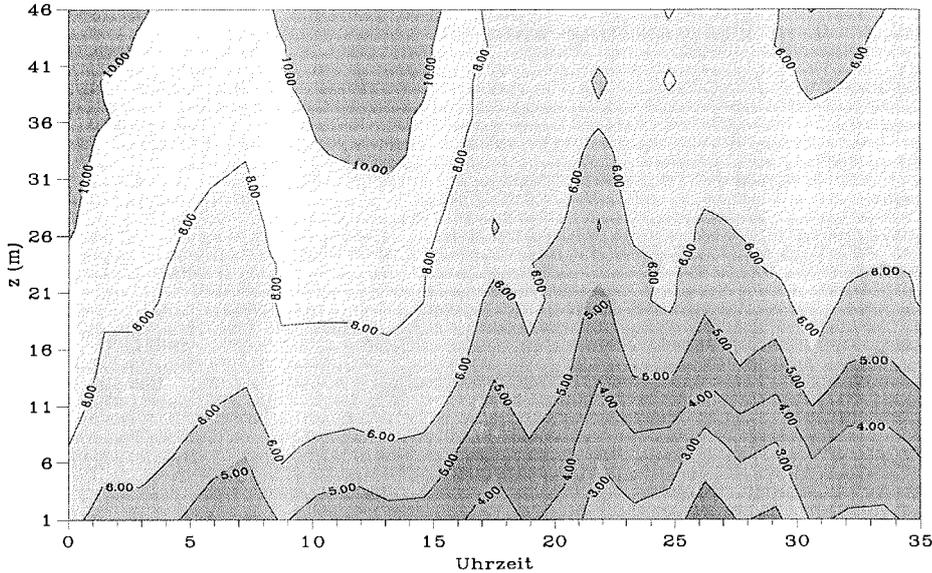


Abbildung 4.26: Höhen-Zeit-Schnitt der modellierten Windgeschwindigkeit (in m/s) vom 29.6.1983, 0.00 Uhr bis 30.6.1983., 11.00 Uhr. Turbulenzschließung 3c, $N_h = 0.03s^{-1}$

tige Temperaturentwicklung bleibt jedoch bestehen. In der Realität wird in dieser Zeit oberhalb der Grenzschicht kältere Luft advehiert. Die Erwärmung in den unteren Höhen bei gleichzeitiger Abkühlung in den oberen Höhen führt zu einer Auflösung der starken Temperaturinversion, die das Modell nicht simuliert.

Die gemessenen Grenzschichthöhen liegen am Ende der ersten Abkühlungsphase zwischen $20m$ und $25m$ und am Ende der zweiten Abkühlungsphase zwischen $17m$ und $20m$. Die beste Übereinstimmung zwischen gemessenen und modellierten Temperaturprofilen wird dementsprechend mit der Turbulenzschließung 3c erzielt, wobei die simulierten Grenzschichten bis zu $5m$ zu hoch sind.

In der Abb. 4.25 ist der Höhen-Zeit-Schnitt der gemessenen Profile der Windgeschwindigkeit dargestellt. Diese Messungen werden mit den simulierten Vertikalprofilen der Windgeschwindigkeit unter Verwendung der Schließung 3c verglichen (Abb. 4.26). Während der ersten Abkühlungsphase, die mit einer markanten Abnahme der geostrophischen Windgeschwindigkeit verbunden ist, wird die gemessene Struktur gut vom Modell wiedergegeben (vgl. den Verlauf der $8m/s$ -Isotachen). In der zweiten Hälfte des Simulationszeitraumes ist der gemessene Wind in $45m$ Höhe mit Werten von $\leq 6m/s$ sehr klein. Die simulierten Werte sind 1 bis $2m/s$ größer. Aufgrund der geringen Grenzschichthöhe wird in $45m$ Höhe bereits die vorgegebene geostrophische Windgeschwindigkeit erreicht, die durch die Beziehung (4.47) um 1.5 bis $2m/s$ höher als die in $45m$ gemessene Geschwindigkeit ist. Damit verbunden ist eine mit der Höhe schnellere Zunahme der Windgeschwindigkeit als in den Messungen. Gegen Ende des dargestellten Zeitraumes werden oberhalb der Grenzschicht Trägheitsschwingungen simuliert, die in den Messungen nicht zu sehen sind.

4.4.3 Die Entwicklung vom 11./12.8.1983

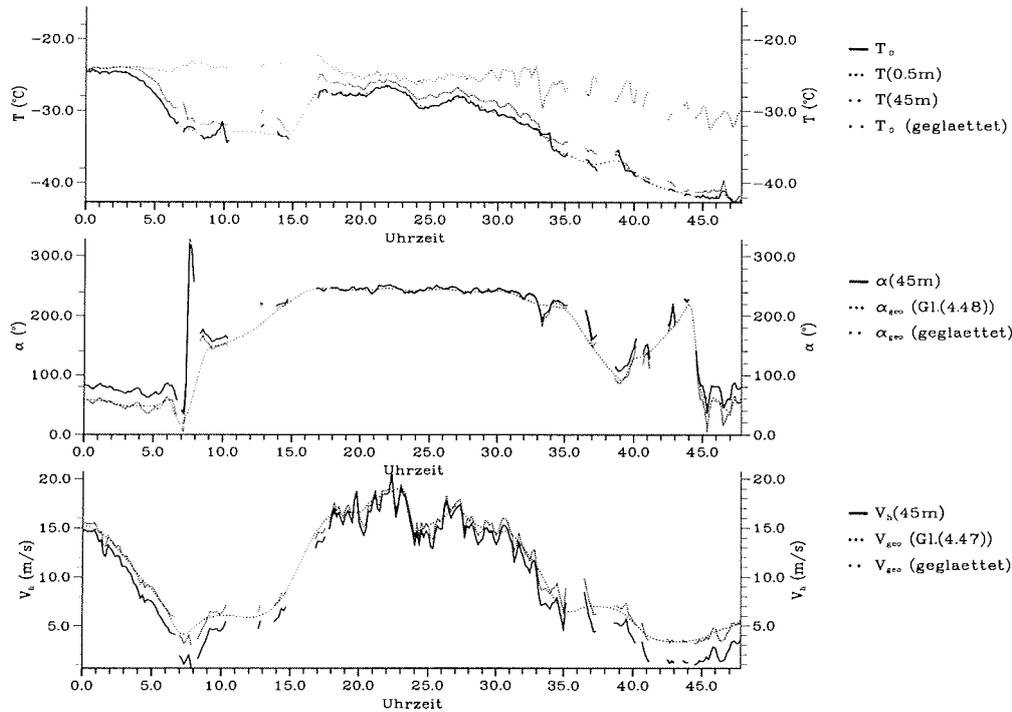


Abbildung 4.27: Zeitserien der Randdaten für das Modell, Messungen vom 11.8.1983, 0.00 Uhr bis 12.8.1983., 24.00 Uhr

In den Morgenstunden des 11.8.1983 werden an der Neumayer-Station östliche Winde mit Windgeschwindigkeiten von mehr als 15 m/s in 45 m Höhe gemessen (s. Abb. 4.27), die bereits seit mehr als 12 Stunden andauern. Bereits ab 2.00 Uhr beginnt eine starke Abnahme der Windgeschwindigkeit auf Werte kleiner 5 m/s , die sich bis 7.00 Uhr fortsetzt. In dieser Zeit setzt eine starke Abkühlung der Erdoberfläche mit 2 K/h ein, während die Drehung des Windes auf südwestliche Richtung erst nach 7.00 Uhr erfolgt. Bei nahezu konstanter Windrichtung erwärmt sich zwischen 14.00 und 17.00 Uhr die Erdoberfläche um 7 K . Damit verbunden ist eine Zunahme der Windgeschwindigkeit auf 15 m/s . Bis in die frühen Morgenstunden des 12.8.1983 herrschen die für südliche Strömungen eher untypischen hohen Windgeschwindigkeiten vor. Während dieser Zeit treten keine markanten Änderungen der Temperatur der Erdoberfläche auf. Am 12.8. 1983, 3.00 Uhr beginnt eine bis 24.00 Uhr andauernde Abkühlung der Erdoberfläche mit einer nahezu konstanten Abkühlungsrate von 0.8 K/h . Die Windgeschwindigkeit in 45 m Höhe nimmt auf Werte kleiner 5 m/s ab. Gegen Ende des betrachteten Zeitraumes treten Schwankungen der Windrichtung zwischen SW und SE auf, bevor der Wind auf östliche Richtungen dreht. Der mittlere Wert der Brunt-Väisälä-Frequenz oberhalb der Grenzschicht beträgt 0.02 s^{-1} .

4.4. Modellierung der Entwicklung stabiler Grenzschichten

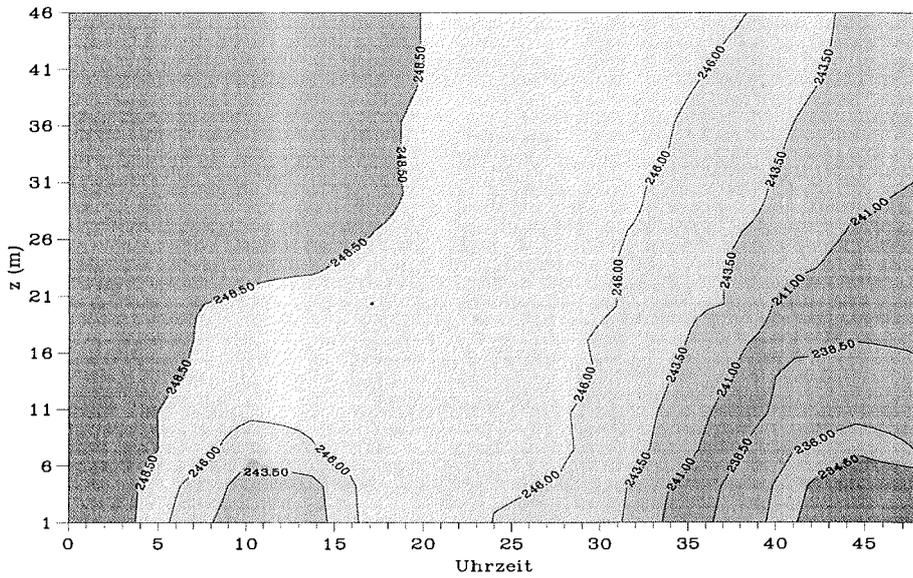


Abbildung 4.28: Höhen-Zeit-Schnitt der gemessenen Temperatur (in K) am 11. und 12. 8. 1983.

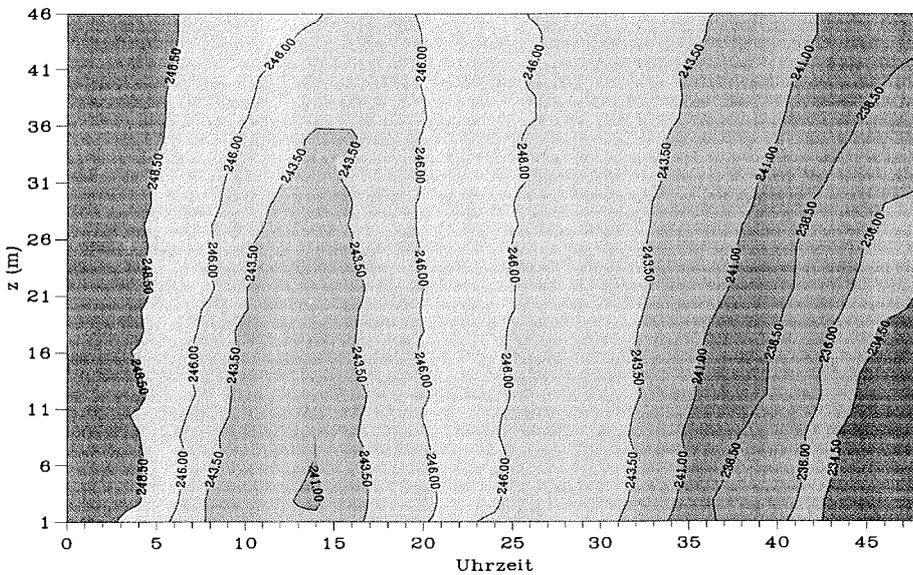


Abbildung 4.29: Höhen-Zeit-Schnitt der modellierten Temperatur (in K) am 11. und 12. 8. 1983. TurbulenzschlieÙung 3a, $N_h = 0.02s^{-1}$

4. Modelle der stabilen Grenzschicht bei horizontaler Homogenität

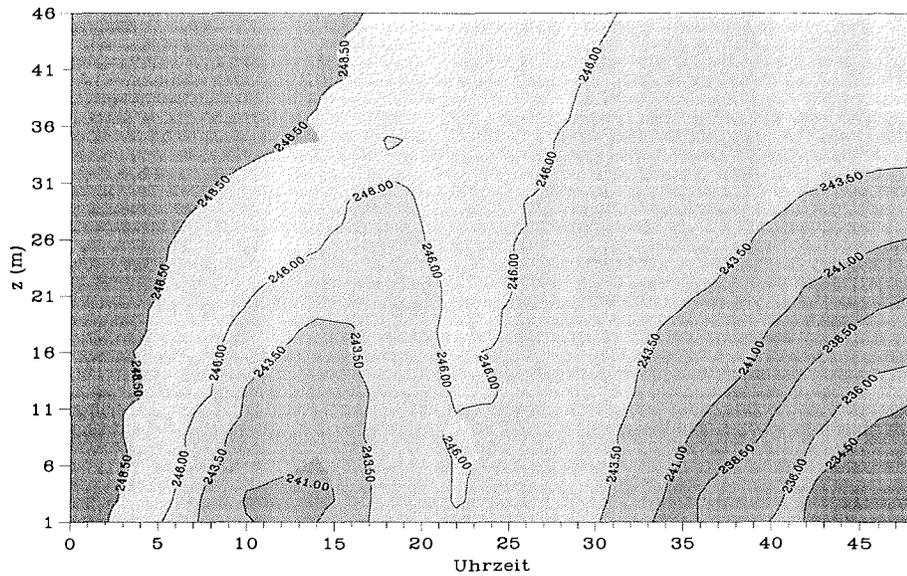


Abbildung 4.30: Höhen-Zeit-Schnitt der modellierten Temperatur (in K) am 11. und 12.8.1983. Turbulenzschließung 3c, $N_h = 0.02s^{-1}$

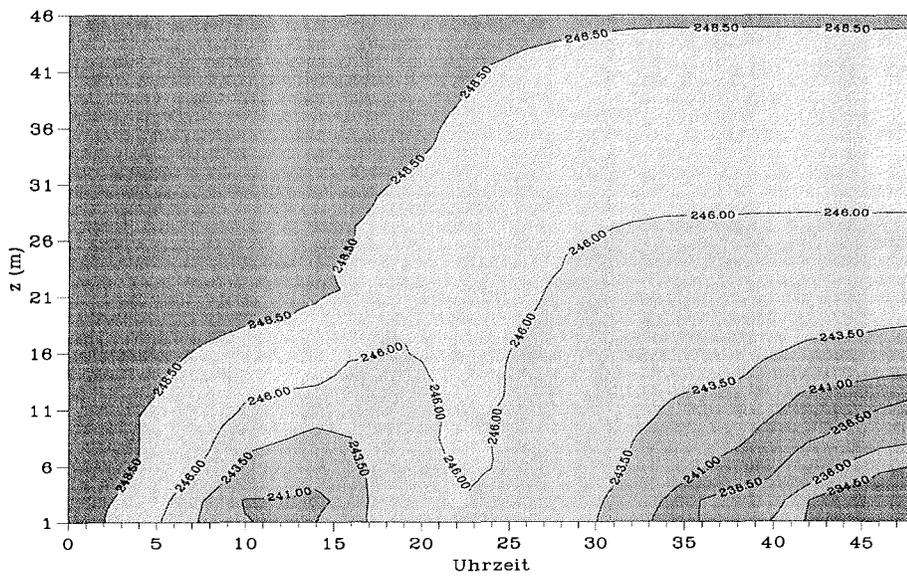


Abbildung 4.31: Höhen-Zeit-Schnitt der modellierten Temperatur (in K) am 11. und 12.8.1983. Turbulenzschließung 4a, $N_h = 0.02s^{-1}$

4.4. Modellierung der Entwicklung stabiler Grenzschichten

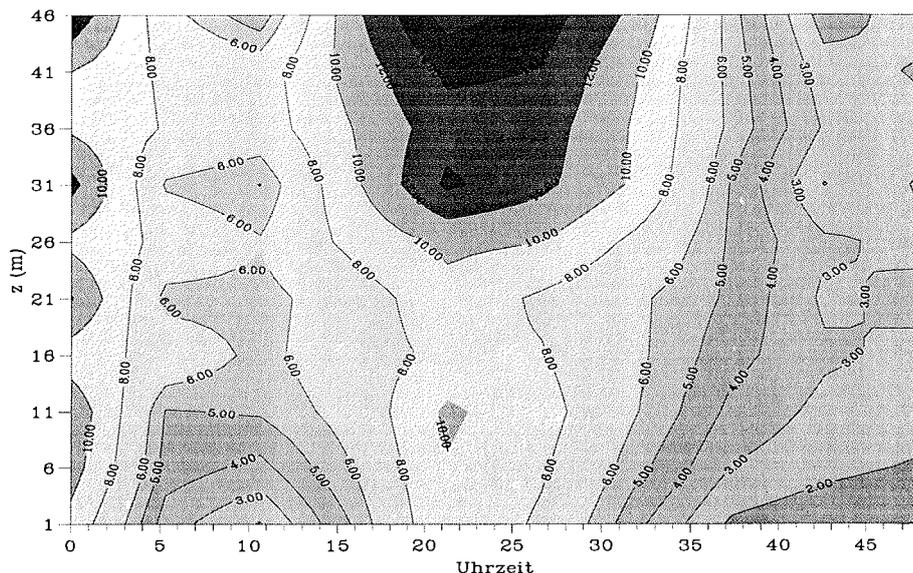


Abbildung 4.32: Höhen-Zeit-Schnitt der gemessenen Windgeschwindigkeit (in m/s) am 11. und 12. 8. 1983.

Diese Grenzschichtentwicklung wird ebenfalls mit den Turbulenzschließungen 3a, 3c und 4a (vgl. Tab. 4.1) simuliert. Der Vergleich von Messungen und Modellergebnissen am 11./12.8.1983 liefert ähnliche Ergebnisse wie für den Meßfall vom 29./30.6.1983. Die Abbn. 4.29 bis 4.31 zeigen die Höhen-Zeit-Schnitte der simulierten potentiellen Temperatur. Die höchsten Grenzschichten werden wiederum mit der Turbulenzschließung 3a berechnet, während die explizite Einbeziehung der Stabilität der freien Atmosphäre in die Turbulenzparametrisierung (Schließungen 3c und 4a) zu niedrigeren Grenzschichthöhen führt. Am Ende der ersten Abkühlungsphase am 11.8.1983 gegen 8.00 Uhr liegen die Grenzschichthöhen bei 50m (Schließung 3a), 30m (3c) bzw. 18m (4a). Während der sich anschließenden Erwärmung wachsen die Grenzschichthöhen auf 190m, 70m bzw. 40m an. In der zweiten Abkühlungsphase (12.8., ab 3.00 Uhr) stellen sich Quasi-Gleichgewichtshöhen von 45m, 25m bzw. 15m ein.

Der prinzipielle Verlauf der gemessenen vertikalen Temperaturprofile (Abb. 4.28) mit der Entwicklung eines dreischichtigen Temperaturprofils während der Abkühlungsphasen und dem Anwachsen der Grenzschicht während der Erwärmung des Erdbodens wird vom Modell für alle untersuchten Turbulenzschließungen wiedergegeben. Am Ende der ersten Abkühlungsphase liegen die gemessenen Grenzschichthöhen zwischen 15m und 20m. Der modellierte Temperaturverlauf in diesem Zeitraum stimmt mit den Messungen am besten bei Anwendung der Turbulenzparametrisierung 4a überein, wobei der Temperaturgradient zwischen der turbulenten Schicht unmittelbar über der Erdoberfläche und der freien Atmosphäre größer als in der Natur ist. Dementsprechend wächst in diesem Fall die Grenzschicht während der Erwärmung weniger an, als es die Messungen zeigen. Mit den Turbulenzsch-

4. Modelle der stabilen Grenzschicht bei horizontaler Homogenität

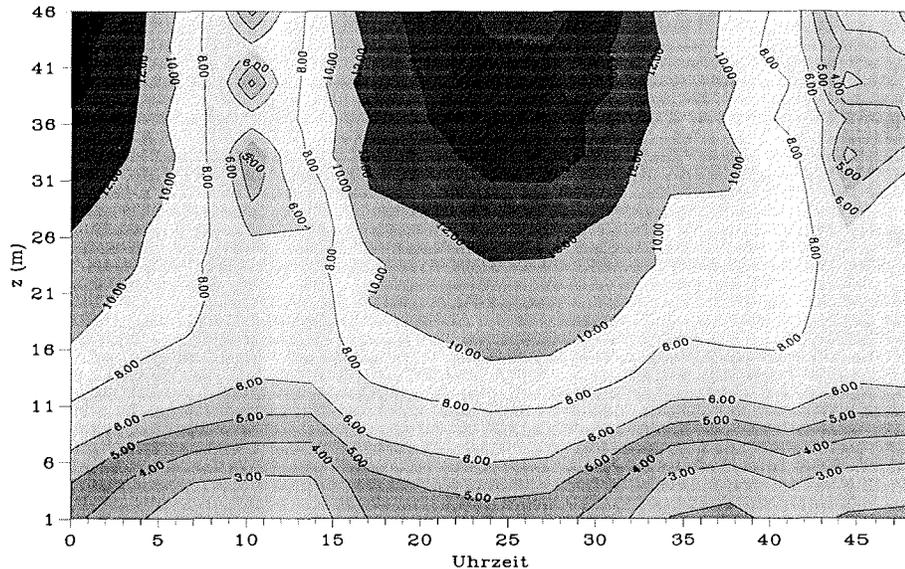


Abbildung 4.33: Höhen-Zeit-Schnitt der modellierten Windgeschwindigkeit (in m/s) am 11. und 12. 8. 1983. Turbulenzschließung 3c, $N_h = 0.02s^{-1}$

ließungen 3a und 3c entwickelt sich die Grenzschicht während der Erwärmung bis in Höhen größer als $50m$ an. Im Gegensatz zur vorhergehenden Fallstudie erfolgt in dieser Zeit keine markante Kaltluftadvektion, so daß keine Unterschiede zwischen der gemessenen und modellierten vertikalen Struktur der Temperaturprofile auftreten. Am Ende der zweiten Abkühlungsphase liegen die gemessenen Grenzschichthöhen zwischen $10m$ und $15m$ und der Temperaturverlauf wird am besten für die Turbulenzschließung 3c wiedergegeben. Während dieser Abkühlungsphase müssen beim Vergleich von Modell- und Meßergebnissen insbesondere die gemessenen wellenförmigen Temperaturschwankungen in allen Meßhöhen oberhalb von $8m$ Höhe berücksichtigt werden. Für den gesamten Simulationszeitraum wird auch für diese Fallstudie die beste Übereinstimmung zwischen gemessenen und modellierten Temperaturprofilen mit der Turbulenzschließung 3c erzielt.

In der Abb. 4.32 ist der Höhen-Zeit-Schnitt der gemessenen Profile der Windgeschwindigkeit dargestellt. Diese Messungen werden mit den simulierten Vertikalprofilen der Windgeschwindigkeit unter Verwendung der Schließung 3c verglichen (Abb. 4.33). Wesentliche Merkmale der Struktur der gemessenen vertikalen Profile der Windgeschwindigkeit, insbesondere die Höhe und der Zeitpunkt des Auftretens von Windmaxima, werden vom Modell gut wiedergegeben. Bis gegen 18.00 Uhr des ersten Simulationstages stimmen die aus den Modell- und Meßergebnissen bestimmten Isotachenverläufe nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ gut überein. In der Nacht vom 11. zum 12.8.1983 treten sehr hohe Windgeschwindigkeiten auf. Die Messungen zeigen bereits in $1m$ Höhe Windgeschwindigkeiten von mehr als $8m/s$, die Modellergebnisse erst in $10m$ Höhe. In größeren Höhen stimmen die Modell- und Meßergebnisse wieder gut überein. In der zweiten Abkühlungsphase nimmt der

gemessene Wind in 45m Höhe stark ab auf Werte $\leq 4m/s$. Aufgrund der geringen Grenzschichthöhe wird in Höhen zwischen 20m und 25m bereits die vorgegebene geostrophische Windgeschwindigkeit erreicht, die durch die Beziehung (4.47) um 1.5 bis 2m/s höher als die in 45m gemessene Geschwindigkeit ist. Damit verbunden ist im unteren Höhenbereich eine schnellere Zunahme der Windgeschwindigkeit mit der Höhe als in den Messungen. Gegen Ende des dargestellten Zeitraumes werden oberhalb der Grenzschicht Trägheitsschwingungen simuliert.

Bei der Simulation der Entwicklung einer stabilen Grenzschicht an der Neumayer-Station wird die beste Übereinstimmung zwischen Modell- und Meßergebnissen mit einer Turbulenzparametrisierung erzielt, für die der Mischungsweg in der Nähe der Erdoberfläche bei stabiler Schichtung mit der Funktion $(1 + 5z/\Lambda)$ stabilitätskorrigiert wird und der Mischungsweg für große Abstände von der Erdoberfläche proportional zur Grenzschichthöhe gesetzt wird (Parametrisierung 3c in der Tab. 4.1). Die Grenzschichthöhe wird über die Beziehung (1.52) parametrisiert, die im Abschnitt 1.6 theoretisch abgeleitet und im Abschnitt 3.4 mit Messungen bestätigt wird. Durch die Beziehung (1.52) geht sowohl die Stabilität der Dichteschichtung in der Grenzschicht als auch die Stabilität der freien Atmosphäre in die Parametrisierung des Mischungsweges l_∞ ein. Dies ist eine Erweiterung gegenüber den üblicherweise angewandten Parametrisierungen von l_∞ . Bei Berücksichtigung der Stabilität der freien Atmosphäre in der Stabilitätsfunktion werden die modellierten Grenzschichten zu niedrig.

Die Unterschiede zwischen Modell- und Meßergebnissen werden weitgehend durch Prozesse verursacht, die mit einem eindimensionalen Modell nicht simuliert werden können. Dies ist die Advektion von Luftmassen sowie die Ausbildung wellenförmiger Bewegungen, die in Schichten mit großen positiven vertikalen Temperaturgradienten auftreten und mit turbulenten Bewegungen wechselwirken. Die ungenaue Bestimmung der Randbedingungen, insbesondere des geostrophischen Windes, kann ebenfalls Abweichungen der simulierten und gemessenen Profile des horizontalen Windvektors und der Temperatur bewirken. Es ist zu erwarten, daß mit einer genaueren Kenntnis der Randbedingungen eine noch bessere Übereinstimmung erreicht würde.

Schlußbemerkungen

In der vorliegenden Arbeit wird auf der Grundlage zweier umfangreicher Grenzschichtmeßprogramme an der deutschen antarktischen Forschungsstation „Neumayer“ die stabile atmosphärische Grenzschicht untersucht. Die dort anzutreffenden Bedingungen erlauben die Überprüfung und Erweiterung bekannter hydrodynamischer Theorien und empirischer Gesetze über einer horizontal homogenen Unterlage, auf denen fast alle Turbulenzparametrisierungen in atmosphärischen Modellen vom Grenzschicht- bis zum globalen Klimamodell basieren.

Bereits bei der Analyse der mittleren vertikalen Struktur der Grenzschicht an der Neumayer-Station ist die im Vergleich zu mitteleuropäischen Verhältnissen geringe Höhe der stabilen Grenzschicht zwischen 10m und 50m auffällig. Neben der sehr geringen Oberflächenrauigkeit des Schelfeises wird die Stabilität der freien Atmosphäre oberhalb der Grenzschicht als entscheidende Ursache für die geringen Grenzschichthöhen ermittelt. Ausgehend von den Bewegungsgleichungen wird eine erweiterte Parametrisierungsbeziehung für die Höhe der stabilen Grenzschicht unter Einbeziehung der Stabilität der freien Atmosphäre abgeleitet und mit Messungen verifiziert. Bei Berücksichtigung dieser Parametrisierungsbeziehung im Turbulenzschließungsschema eines eindimensionalen Grenzschichtmodells wird die beste Übereinstimmung zwischen simulierten und gemessenen Grenzschichtentwicklungen erzielt.

Die Berechnung der vertikalen turbulenten Flüsse aus Modellvariablen beruht auf Ähnlichkeitstheorien unter Vorgabe spezieller, empirisch zu bestimmender universeller Funktionen. Durch die Analyse der vorliegenden Messungen werden die universellen Funktionen der Monin-Obuchov-Theorie sowohl für den Impuls- als auch den Wärmeaustausch zu $\phi_m = \phi_h = 1 + 5z/L$ für $z/L < 0.8 \dots 1$ bestimmt. Für die universellen Funktionen der lokalen Skalierungstheorie besteht die gleiche funktionale Abhängigkeit vom entsprechenden lokalen Stabilitätsparameter z/Λ mit $\phi_m = \phi_h = 1 + 5z/\Lambda$ für $z/\Lambda < 0.8 \dots 1$. Für $z/L > 1$ bzw. $z/\Lambda > 1$ nähern sich die universellen Funktionen konstanten Werten an.

Obwohl nur bei Einbeziehung der Stabilität der freien Atmosphäre eine richtige Parametrisierung der Grenzschichthöhe gelingt, kann dies für die Parametrisierung der turbulenten Flüsse mit den vorliegenden Daten nicht nachgewiesen werden. Bereits ohne Erweiterung der universellen Funktionen um einen Term, der die Stabilität

der freien Atmosphäre enthält, stimmen die aus Profilmessungen berechneten turbulenten Flüsse gut mit gemessenen Flüssen überein. Bei Anwendung erweiterter universeller Funktionen in der Parametrisierung der turbulenten Flüsse im eindimensionalen Grenzschichtmodell sind die modellierten Grenzschichten im Vergleich zu Messungen zu niedrig. Für eine abschließende Beurteilung ist es jedoch zu früh, da bis jetzt kein Grenzschichtmeßprogramm durchgeführt wurde, bei dem sowohl turbulente und mittlere Größen als auch die Stabilität der freien Atmosphäre erfaßt wurde.

Bisherige Untersuchungen der stabilen atmosphärischen Grenzschicht zeigen unter quasistationären Bedingungen eine gute Übereinstimmung zwischen Beobachtungen, Grenzschichtmodellen mit Turbulenzschließungen höherer als erster Ordnung, direkten numerischen Simulationen und Simulationen mit wirbelaufösenden Modellen (Derbyshire, 1995a). Für die Messungen bei Stationarität und horizontaler Homogenität über einem antarktischen Schelfeis wird dies durch diese Arbeit auch in dem bisher noch nicht gut untersuchten Stabilitätsbereich $0.2 \dots 0.5 < z/L < 1$ bestätigt. Messungen, für die diese Bedingungen nicht erfüllt sind, unterscheiden sich z.T. erheblich von Modellergebnissen, da dann die stabile Grenzschicht eine beträchtliche Variabilität aufweist. Zukünftige Grenzschichtmeßprogramme, bei denen sowohl mittlere als auch turbulente Größen gemessen werden sollten, müssen diese Variabilität der stabilen Grenzschicht erfassen. Ausgehend von den Messungen stellt sich die Aufgabe, geeignete Parametrisierungen, z.B. für die Berechnung turbulenter Flüsse über heterogenen Oberflächen, die Beschreibung der Wechselwirkung von Wellen und Turbulenz und die Beschreibung intermittierender Turbulenz zu entwickeln. Erste Ergebnisse hinsichtlich der Anforderungen an die Analyse von Messungen bei nichtidealen Bedingungen, z.B. bezüglich der Mittelung über heterogenem Gelände, liegen von Derbyshire (1995b) vor. Für einen Vergleich dieser Messungen mit Modellergebnissen müssen variable Oberflächenrandbedingungen vorgegeben werden, wie es in dieser Arbeit für die Simulation instationärer Grenzschichtentwicklungen mit einem eindimensionalen Modell erfolgte.

Anhang A

Turbulente kinetische Energie und Temperaturvarianz bei horizontal homogener, stabiler Grenzschichtströmung

Die Bilanzgleichung (1.18) für die turbulente kinetische Energie (TKE) lautet bei horizontal homogener Strömung:

$$\frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial t} = \frac{g}{\Theta} \overline{w'\Theta'} - \left(\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) - \frac{\partial \overline{w'e}}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{w'p'}}{\partial z} - \epsilon \quad (\text{A.1})$$

Die Bilanzgleichung für die Varianz der potentiellen Temperatur $\overline{\Theta'^2}$ wird aus der Gleichung für die Temperaturfluktuationen Θ' abgeleitet. Für eine horizontal homogene Strömung ergibt sich:

$$\frac{\partial \overline{\Theta'^2}}{\partial t} = -2\overline{w'\Theta'} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w'\Theta'^2}}{\partial z} - 2\epsilon_{\Theta}. \quad (\text{A.2})$$

Die Terme auf der rechten Seite beschreiben in dieser Reihenfolge die Produktion, den turbulenten Transport und die molekulare Dissipation der Temperaturvarianz.

Im folgenden wird Stationarität der turbulenten Größen vorausgesetzt, so daß die turbulenten Flüsse, die turbulente kinetische Energie, die Temperaturvarianz und die Dissipationsterme zeitlich konstant sind. Durch zeitliche Differentiation der Bilanzgleichungen (A.1) und (A.2) folgt:

$$0 = \overline{u'w'} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \quad (\text{A.3})$$

$$0 = \overline{w'\Theta'} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z}, \quad (\text{A.4})$$

d.h. die vertikalen Gradienten der Windgeschwindigkeit und der potentiellen Temperatur sind zeitunabhängig. Wegen

$$Rf = \frac{\frac{g}{\Theta} \overline{w'\Theta'}}{\overline{u'w' \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}} + \overline{v'w' \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}}} \quad (\text{A.5})$$

$$Ri = \frac{\frac{g}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial z}}{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)^2} \quad (\text{A.6})$$

sind unter den genannten Voraussetzungen die Richardsonzahlen ebenfalls zeitlich konstant.

Häufig werden in den Bilanzgleichungen (A.1) und (A.2) die turbulenten Transportterme vernachlässigt. Diese Annahme wird für den turbulenten Transport von Turbulenzenergie und von Temperaturvarianz durch experimentelle und Modellstudien für die stabile Grenzschicht bestätigt (Wyngaard und Cotè, 1971; Lenschow et al., 1988; Högström, 1990; André et al., 1978), während entsprechende Untersuchungen für den Druckkorrelationsterm bislang noch nicht vorliegen. Bei Stationarität der turbulenten Größen und vernachlässigbaren Transporttermen werden die Produktionsterme in den Gleichungen (A.1) und (A.2) durch die Dissipationsterme balanciert. Werden die Dissipationsterme dann auf der Grundlage der Kolmogorov'schen Hypothese der Isotropie der kleinskaligen Turbulenz (Kolmogorov, 1942) modelliert, folgen für die Richardsonzahlen nicht nur zeitlich, sondern auch vertikal konstante Werte (Nieuwstadt, 1984).

Anhang B

Grundlagen der Theorie der Modellanpassung

Nachdem im Abschnitt 3.2.1 die prinzipielle Vorgehensweise bei einer Parameterbestimmung durch Anpassung eines Modells an Daten beschrieben wurde, sollen nun einige theoretische Grundlagen dargestellt werden. Eine umfassende Einführung wird z.B. durch Bard (1974) gegeben.

Gegeben sei ein Modell, dessen unbekannte Parameter durch Anpassung an vorliegende Messungen bestimmt werden sollen. Das anzupassende Modell, bestehend aus einem System von algebraischen oder Differentialgleichungen, wird durch

$$\vec{E} = \vec{E}(\vec{x}, \vec{y}, \vec{a}) = 0 \quad (\text{B.1})$$

beschrieben. Es seien \vec{E} der Vektor der Modellgleichungen, \vec{y} der Vektor der abhängigen Modellvariablen, die mit unserem Modell bestimmt werden sollen (z.B. der Vektor der Windmessungen), \vec{x} der Vektor der unabhängigen Modellvariablen, auf deren Basis die Bestimmung von \vec{y} erfolgt (z.B. der Vektor der Meßhöhen) und \vec{a} der Vektor der Parameter (z.B. mit den Komponenten u_* und z_0). Die Dimension von \vec{y} entspricht der Zahl der Modellgleichungen N , die Dimension von \vec{a} sei M .

Es liegen jetzt Messungen \vec{s}_m von abgeleiteten Modellvariablen $\vec{s}(\vec{x}, \vec{y}, \vec{a})$ vor. Im Spezialfall werden die abhängigen Modellvariablen direkt gemessen, so daß $\vec{s} = \vec{y}(\vec{x}, \vec{a})$. Der Parametervektor \vec{a} soll so bestimmt werden, daß die Unterschiede zwischen gemessenen Werten \vec{s}_m der abgeleiteten Modellvariablen und den aus dem Modell berechneten Werten \vec{s} minimal werden. Die zu minimierende Kostenfunktion sei folgendermaßen definiert:

$$J = \frac{1}{2}(\vec{s}_m(\vec{x}, \vec{y}) - \vec{s}(\vec{x}, \vec{y}, \vec{a}))\mathbf{A}(\vec{s}_m(\vec{x}, \vec{y}) - \vec{s}(\vec{x}, \vec{y}, \vec{a})). \quad (\text{B.2})$$

Die in (B.1) eingeführte Matrix hat die Form

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & \frac{1}{\sigma_1\sigma_2} & \cdots & \frac{1}{\sigma_1\sigma_n} \\ \frac{1}{\sigma_2\sigma_1} & \frac{1}{\sigma_2^2} & \cdots & \frac{1}{\sigma_2\sigma_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{\sigma_n\sigma_1} & \frac{1}{\sigma_n\sigma_2} & \cdots & \frac{1}{\sigma_n^2} \end{pmatrix}, \quad (\text{B.3})$$

wobei σ_i , $i = 1, \dots, N$ die Standardabweichung der i -ten Messung ist.

Die Wahl einer quadratischen Kostenfunktion hat den Vorteil, daß deren Minimum für lineare Modelle durch ein System von linearen Gleichungen gegeben ist. Methoden, die auf der Minimierung einer quadratischen Kostenfunktion beruhen, werden auch als Methode der kleinsten Quadrate bezeichnet.

Die Forderung nach Minimierung der Kostenfunktion führt auf das Gleichungssystem

$$\frac{\partial J}{\partial a_i} = 0, \quad i = 1, \dots, M. \quad (\text{B.4})$$

Wenn die Modellgleichungen (B.1) nichtlinear sind, so ist (B.4) zwar notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für die beste Modellanpassung, da die Kostenfunktion mehrere relative Minima oder Sattelpunkte haben kann. Eine Konvergenz des zur Lösung von (B.4) angewandten Iterationsverfahrens gegen das absolute Minimum ist in diesem Fall sichergestellt, wenn der Startwert im Konvergenzbereich des absoluten Minimums liegt.

Durch die Lösung des Gleichungssystems (B.4) wird der Parametervektor \vec{a}_* bestimmt, für den die Minimierungsbedingung erfüllt ist. Die vollständige Modellanpassung erfordert außerdem die Bestimmung der Standardabweichungen der Elemente a_{i*} des Parametervektors sowie eines statistischen Maßes für die Güte der Anpassung.

Bei der Berechnung der Vertrauensbereiche spielt die Hessematrix \mathbf{H} der Kostenfunktion, das ist die Matrix der zweiten Ableitungen, eine fundamentale Rolle. Die Inverse von \mathbf{H} ist die Fehlerkovarianzmatrix der Modellanpassung (Thacker, 1988). Für den allgemeinen Fall nichtlinearer Modelle berechnet sich die Hessematrix nach:

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \vec{s}}{\partial \vec{a}} \mathbf{A} \frac{\partial \vec{s}}{\partial \vec{a}} + \frac{\partial^2 \vec{s}}{\partial \vec{a}^2} \mathbf{A} (\vec{s}_m - \vec{s}). \quad (\text{B.5})$$

Da zufällige, normalverteilte Fehler vorausgesetzt sind, muß sich bei der Summation im zweiten Term der rechten Seite von (B.5) ein Wert nahe Null ergeben, so daß, wie für lineare Modelle, der zweite Term auf der rechten Seite von (B.5) entfällt. Die Hesse-Matrix ist dann unabhängig von aktuellen Meßwerten.

Eine Möglichkeit zur Bestimmung der Inversen der Hessematrix ist die Durchführung einer Hauptachsentransformation, d.h. es werden die Eigenwerte λ_j und Eigenvektoren \vec{e}_j , $j = 1, \dots, M$, der Hessematrix berechnet. Die Hesse-Matrix und ihre Inverse schreiben sich dann zu:

$$\mathbf{H} = \sum_{j=1}^M \lambda_j \vec{e}_j \vec{e}_j^T \quad \mathbf{H}^{-1} = \sum_{j=1}^M \frac{1}{\lambda_j} \vec{e}_j \vec{e}_j^T. \quad (\text{B.6})$$

Die Berechnung der Standardabweichungen der angepaßten Parameter erfolgt also durch die Berechnung der Fehlerkovarianzmatrix. Dies erfordert in der Regel mehr Rechenaufwand als die Anpassung an aktuelle Daten. Da die Hesse-Matrix in guter Näherung unabhängig von gemessenen Daten ist, können deren Berechnungen bereits vor der Durchführung eines Experimentes geschehen. Dadurch bietet sich die Möglichkeit, den geplanten experimentellen Aufbau (z.B. räumliche oder zeitliche Verteilung der Meßgeber) zu optimieren.

In der Nähe ihres Minimums läßt sich die Kostenfunktion in eine Taylorreihe entwickeln und die Hessematrix entsprechend (B.6) darstellen, so daß

$$\begin{aligned} J(\vec{a}) &= J(\vec{a}_*) + \frac{\partial J}{\partial \vec{a}}(\vec{a} - \vec{a}_*) + \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{a}_*)\mathbf{H}(\vec{a} - \vec{a}_*) \\ J(\vec{a}) - J(\vec{a}_*) &= \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{a}_*)\mathbf{H}(\vec{a} - \vec{a}_*) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \lambda_j (\vec{e}_j(\vec{a} - \vec{a}_*))^2. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

J ist in der Nähe des Minimums eine quadratische Funktion und graphisch als parabolische Hyperfläche 2. Ordnung darstellbar. Die Isoflächen konstanter Werte der Kostenfunktion sind Oberflächen M -dimensionaler Ellipsoide, deren Hauptachsen durch die Eigenvektoren von \mathbf{H} bestimmt sind. Die Radien des Ellipsoids entlang der Hauptachsen sind proportional zu $\sqrt{1/\lambda_j}$ (s. Abb. B.1).

Die Eigenwerte und Eigenvektoren der Hessematrix erlauben eine Einschätzung der Anwendungsgrenzen der durchgeführten Modellanpassung. Das Verhältnis des größten zum kleinsten Eigenwert von \mathbf{H} wird als Konditionierungszahl bezeichnet. Sie spiegelt die Exzentrizität des Ellipsoids wider. Für λ_{min} ist die Achse des Ellipsoids in Richtung \vec{e}_{min} am größten und die lineare Funktion $\vec{e}_{min} \cdot \vec{a}$ die am schlechtesten bestimmte Linearkombination der Parameter. Umgekehrt sind die Kostenfunktion, und damit auch die abhängigen Modellvariablen am wenigsten sensitiv gegenüber Änderungen dieser Linearkombination der Parameter. Allgemein gilt, daß für große Eigenwerte λ_j die zugehörige Linearkombination $\vec{e}_j \cdot \vec{a}$ gut durch die Daten bestimmt ist. Bei einer großen Konditionierungszahl sind die Isoflächen

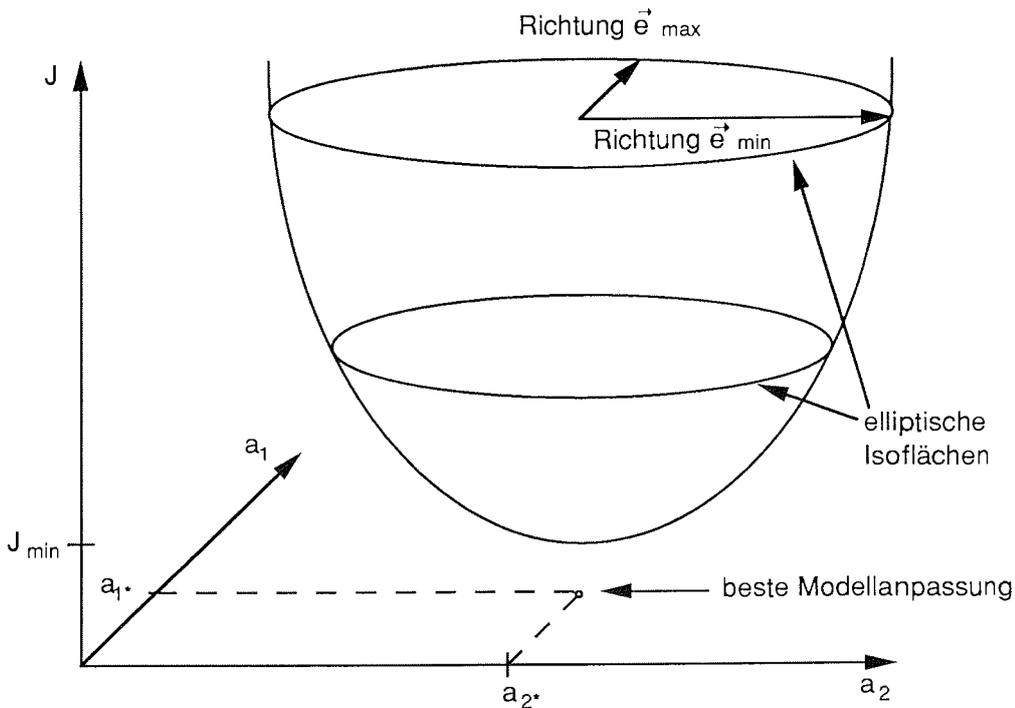


Abbildung B.1: Graphische Darstellung der Kostenfunktion für ein lineares Modell mit $M = 2$. Die Kostenfunktion hat die Form eines elliptischen Paraboloids. Die Exzentrizität der elliptischen Isolinien spiegelt die Konditionierung der Hessematrix wider.

stark elliptisch und zumindest die Linearkombination $\vec{e}_{\min}^* \cdot \vec{a}$ ist sehr schlecht bestimmt. In diesem Fall enthalten die Daten fast keine Information über mindestens einen Parameter oder mindestens ein Parameter hat nur geringen Einfluß auf die abhängigen Modellvariablen.

Ein wichtiger Schritt bei jeder Modellanpassung ist die Einschätzung der Güte. Es muß untersucht werden, ob die minimierten Differenzen zwischen Modellvariablen und Messungen normalverteilt sind und somit das gewählte Modell tatsächlich zur Beschreibung der gemessenen Daten geeignet ist. Ist dies erfüllt, so ist die Kostenfunktion die Summe von N Quadraten einer normalverteilten, mit der Varianz normierten Größe dar. Diese ist χ^2 -verteilt mit $N - M$ Freiheitsgraden, so daß bei Vorgabe einer statistischen Sicherheit die Güte der Anpassung bestimmbar ist. Für große N läßt sich die χ^2 -Verteilung durch eine Normalverteilung annähern, so daß für eine gute Modellanpassung als erste Näherung:

$$J < \frac{N - M}{2} \quad (\text{B.8})$$

erfüllt sein muß. Für die Untersuchungen der vorliegenden Arbeit liegt die Zahl

der Freiheitsgrade zwischen 5 und 7. Dafür folgt aus der χ^2 -Verteilung eine 58%-ige Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Wert der Kostenfunktion eines korrekten Modells kleiner als der durch Gleichung (B.8) gegebene Grenzwert ist. Wenn die Bedingung (B.8) erfüllt ist, so ist das gewählte Modell zur Beschreibung der vorliegenden Daten mit mindestens 42%-iger Wahrscheinlichkeit geeignet.

Literatur

- Akima, H. (1970):** A new method of interpolation and smooth curve fitting based on local procedures. *J. Assc. Comp. Mach.*, 17, 589-602
- Andreas, E. L. (1987):** A theory for the scalar roughness and the scalar transfer coefficient over snow and sea ice. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 38, 159-184
- André, J. C.; De Moor, G.; Lacarré, P.; Therry, G.; Du Vachat, R. (1978):** Modeling the 24-hour evolution of the mean and turbulent structures of the planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 35, 1861-1883
- André, J. C. and Mahrt, L. (1982):** The nocturnal surface inversion and influence of clear-air radiative cooling. *J. Atmos. Sci.*, 39, 864-878
- Andrén, A. (1995):** The structure of stably stratified atmospheric boundary layers. A large-eddy-simulation study. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 48, 1690-1698
- Arya, S. P. (1991):** Finite-difference errors in estimation of gradients in the atmospheric surface layer. *J. Appl. Meteorol.*, 30, 251-253
- Bard, Y. (1974):** Nonlinear parameter estimation. Academic Press; New York, San Francisco, London, 341 pp.
- Belitz, H.-J. (1989):** Impuls- und Energietransporte über einem antarktischen Schelfeis. *Berichte des Instituts f. Meteorol. und Klimatol., Universität Hannover*, 37, 147 S.
- Beyer, R. and Roth, R. (1976):** GREIV I 1974-Meßdaten. *Berichte d. Inst. f. Meteorol. und Klimatol., Universität Hannover*, 16, 532 S.
- Bintanja, R. and van den Broeke, M. R. (1995):** Momentum and scalar transfer coefficients over aerodynamically smooth antarctic surfaces. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 74, 89-111
- Blackadar, A. K. (1957):** Boundary layer wind maxima and their significance for the growth of nocturnal inversions. *Bull. Americ. Meteorol. Soc.*, 38, 283-290
- Blackadar, A. K. (1962):** The vertical distribution of wind and turbulent exchanges in a neutral atmosphere. *J. Geophys. Research*, 67, 3095-3102
- Brost, A. R. and Wyngaard, J. C. (1978):** A model study of the stably stratified planetary boundary layer. *J. Atmos. Science*, 35, 1427-1440

- Businger, J. A. (1982):** Equations and concepts. In: Atmospheric turbulence and air pollution modelling. ed. Nieuwstadt, F. T. M. and Van Dop, H.; D. Reidel Publ. Comp.; Dordrecht, Boston, London; 1-36
- Businger, J. A.; Wyngaard, J. C.; Izumi, Y.; Bradley, E. F. (1971):** Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer. *J. Atmos. Science*, 28, 181-189
- Clarke, R. H.; Dyer, A. J.; Brook, R. R.; Reid, D. G.; Troup, A. J. (1971):** The Wangara Experiment : Boundary Layer Data. CSIRO, Division of Meteorol. Physics, Aspendale, Australia; Techn. Pap., 19
- Delage, Y. (1974):** A numerical study of the nocturnal atmospheric boundary layer. *Quart. J. R. Meteorol. Soc.*, 100, 351-364
- Derbyshire, S. H. (1990):** Nieuwstadt's stable boundary layer revisited. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 116, 127-158
- Derbyshire, S. H. (1995a):** Stable boundary layers: Observations, models and variability. Part I: Modelling and measurements. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 74, 19-54
- Derbyshire, S. H. (1995b):** Stable boundary layers: Observations, models and variability. Part II: Data analysis and averaging effects. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 75, 1-24
- Detering, H. W. (1985):** Mischungsweg und turbulenter Diffusionskoeffizient in atmosphärischen Simulationsmodellen. *Berichte des Instituts f. Meteorol. und Klimatol.*, Universität Hannover, 25, 211 S.
- Dutton, J. A. and Fichtl, G. H. (1969):** Approximate equations for gases and liquids. *J. Atmos. Science*, 26, 241-254
- Duynkerke, P. G. (1991):** Radiation fog: A comparison of model simulation with detailed observations. *Mon. Weather Rev.*, 119, 324-341
- Dyer, A. J. (1974):** A review of flux-profile relationships. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 7, 363-372
- Egger, J. and Schmid, S. (1988):** Elimination of spurious inertial oscillations in boundary-layer models with time-dependent geostrophic winds. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 43, 393-402
- Ekman, V. W. (1905):** On the influence of the Earth's rotation on ocean currents. *Arkiv. Mat. Astron. Fysik.*, 2(11), 1-53
- Foken, Th. (1990):** Turbulenter Energieaustausch zwischen Atmosphäre und Unterlage-Meßmethoden, meßtechnische Realisierung sowie ihre Grenzen und Anwendungsmöglichkeiten. *Berichte des Deutschen Wetterdienstes*. 180, 287 S.
- Foken, Th. and Baum, W. (1994):** FINTUREX, Neumayer-Station Antarktis, 11. 01. bis 03. 03. 1994. Technische Dokumentation. DWD, Meteorol. Observatorium Potsdam, Dezernat Turbulenz und Grenzschicht, 45 S.
- Foken, Th. and Wichura, B. (1995):** Tools for quality assessment of surface-based flux measurements. Accepted for publication in *Agric. Forest Meteorol.*

- Forrer, J. and Rotach, M. W. (1994):** Turbulent fluxes in the surface layer under stable conditions. Bericht für EGS, Grenoble, April 1994
- Garratt, J. R. (1992):** The atmospheric boundary layer. University Press; Cambridge, 316 pp.
- Garratt, J. R. and Brost, A. R. (1981):** Radiative cooling effects within and above the nocturnal boundary layer. *J. Atmos. Science*, 38, 2730-2746
- Gube-Lenhardt, M. (1987):** The meteorological data of the Georg-von-Neumayer-station for 1983 and 1984. Berichte zur Polarforschung. Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, 38, 110 S.
- Gurjanov, A. E.; Zubkovskij, S. L. and Fedorov, M. M. (1984):** Mnogokanalnaja avtomatizirovannaja sistema obrabotki signalov na baze EVM. Geod. Geophys. Veröff., R. II, 26, 17-20
- Hänel, H.-D. (1993):** Surface-layer profile evaluation using a generalization of Robinson's method for the determination of d and z_0 . *Bound.-Layer-Meteorol.*, 65, 55-67
- Heinemann, G. (1989):** Über die Rauheitslänge z_0 der Schneeoberfläche des Filchner-Ronne-Schelfeises. *Polarforschung*, 59, 17-24
- Helmes, L. (1989):** The meteorological data of the Georg-von-Neumayer-station (Antarctica) for 1985, 1986 and 1987. Berichte zur Polarforschung. Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, 64, 90 S.
- Hilberg, D. (1989):** Akima-Interpolation-Noch besser als das Spline-Verfahren. *Computertechnik*, 206-214
- Högström, U. (1988):** Non-dimensional wind- and temperature profiles in the atmospheric surface layer: a re-evaluation. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 42, 55-78
- Högström, U. (1990):** Analysis of turbulence structure in the surface layer with a modified similarity formulation for near neutral conditions. *J. Atmos. Science*, 47, 1949-1972
- Holmgren, B. (1971):** Climate and energy exchange on a subpolar ice cap in summer. Part B: Wind- and temperature-field in the low layer on the top plateau of the ice cap. Arctic institute of North America, Devon Island Expedition 1961-63. Meteorologiska Institutionen Uppsala Univ., Meddelande 111
- Holtslag, A. A. M. and Nieuwstadt, F. T.M. (1986):** Scaling the atmospheric boundary layer. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 36, 201-209
- Inoue, J. (1989):** Surface drag over the snow surface of the Antarctic Plateau. 2: Seasonal Change of the surface drag in the katabatic wind region. *J. Geophys. Res.*, 94, 2219-2224
- Joffre, S. M. (1982):** Momentum and heat transfers in the surface layer over a frozen sea. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 24, 211-229
- Jackson, B. S. and Carroll, J. J. (1978):** Aerodynamic roughness as a function of wind direction over asymmetric surface elements. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 14, 323-330

- King, J. C. (1990):** Some measurements of turbulence over an antarctic ice shelf. Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 116, 379-400
- King, J. C. and Anderson, P. S. (1994):** Heat and water vapor fluxes and scalar roughness lengths over an antarctic ice shelf. Bound.-Layer-Meteorol., 69, 101-121
- Kitaigorodskii, S. A. (1960):** On the computation of the thickness of the wind-mixing layer in the ocean. Izv. AN SSSR. Ser. geofiz., 3, 425-431
- Kitaigorodskii, S. A. (1988):** A note on similarity theory for atmospheric boundary layers in the presence of background stable stratification. Tellus, 40A, 434-438
- Kitaigorodskii, S. A. and Joffre, S. M. (1988):** In search of simple scaling for the heights of the stratified atmospheric boundary layer. Tellus, 40A, 419-433
- Kolmogorov, A. N. (1941):** Local structure of turbulence in an incompressible fluid at very high Reynolds numbers. Dokl. AN SSSR. Ser. fiz., 30, 299-303
- Kolmogorov, A. N. (1942):** Equations of turbulent motion of an incompressible fluid. Izv. AN SSSR. Ser. fiz., 6, 56-58
- Kondo, J. and Yamazawa, H. (1986):** Bulk transfer Coefficient over a snow surface. Bound.-Layer-Meteorol., 34, 123-135
- König, G. (1985):** Roughness length of an antarctic ice shelf. Polarforschung, 55, 27-32
- König-Langlo, G. (1992):** The meteorological data of the Georg-von-Neumayer-station (Antarctica) for 1988, 1989, 1990 and 1991. Berichte zur Polarforschung. Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, 116, 70 S.
- Kottmeier, C. (1982):** Die Vertikalstruktur nächtlicher Grenzschichtstrahlströme. Berichte des Instituts f. Meteorol. und Klimatol., Universität Hannover, 21, 129 S.
- Kottmeier, C. (1988):** Atmosphärische Strömungsvorgänge am Rande der Antarktis. Berichte des Instituts f. Meteorol. und Klimatol., Universität Hannover, 33, 155 S.
- Kottmeier, C. and Belitz, H.-J. (1987):** Meteorological research using a high mast on the Antarctic ice shelf. Marine technology, 1, 5-10
- Kramm, G. (1989):** The estimation of the surface-layer parameters from wind velocity, temperature and humidity profiles by least-squares methods. Bound.-Layer-Meteorol., 48, 315-327
- Kraus, H. (1970):** Die Energieumsätze in der bodennahen Atmosphäre. Berichte des Deutschen Wetterdienstes. 16, 117, 45 S.
- Lenschow, D. H.; Xing Sheng Li; Cui Juan Zhu; Stankov, B. B. (1988):** The stably stratified boundary layer over the Great Plains. Part I: Mean and turbulence structure. Bound.-Layer-Meteorol., 42, 95-121
- Lettau, H.; Riordan, A. and Kuhn, M. (1977):** Air temperature and two-dimensional wind profiles in the lowest 32 meters as a function of bulk stability. Antarctic Research Series, 25, 77-79

- Lettau, H. and Dabberdt, W. (1970):** Variangular wind spirals. Bound.-Layer-Meteorol., 1, 64-79.
- Ling, C. (1976):** On the calculation of surface shear stress using the profile method. J. Geophys. Res., 81, 2581-2582.
- Mahrt, L. (1982):** Momentum balance of gravity flows. J. Atmos. Science, 39, 2701-2711
- Mahrt, L.; Heald, R. C.; Lenschow, D. H.; Stankov, B. B. and Troen, I. B. (1979):** An observational study of the structure of the nocturnal boundary layer. Bound.-Layer-Meteorol., 17, 247-264
- Marquardt, D. (1963):** An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. J. Soc. Indust. Appl. Math., 11, 431-441.
- Mason, P. J. and Derbyshire, S. H. (1990):** Large-eddy simulation of the stably stratified atmospheric boundary layer. Bound.-Layer-Meteorol., 53, 117-162
- Mason, P. J. and Thomson, D. J. (1987):** Large-eddy simulation of the neutral-static-stability planetary boundary layer. Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 113, 413-433
- Mellor, G. L. and Yamada, T. (1974):** A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers. J. Atmos. Sci., 31, 1791-1806.
- Mellor, G. L. and Yamada, T. (1982):** Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. Rev. Geophys. and Space Phys., 20, 851-875
- Monin, A. S. and Obuchov, A. M. (1954):** Basic laws of turbulent mixing in the atmospheric surface layer. Trudy Geofiz. Inst. Akad. Nauk SSSR, 24 (151), 163-187
- Naithani, J.; Dutta, H. N.; Pasricha, P. K.; Reddy, B. M. and Aggarwal, K. (1995):** Evaluation of turbulent fluxes over Maitri, Antarctica. Bound.-Layer-Meteorol., 74, 195-208
- Nieuwstadt, F. T. M. (1978):** The computation of the friction velocity u_* and the temperature scale T_* from temperature and wind velocity profiles by least-square methods. Bound.-Layer-Meteorol., 14, 235-246
- Nieuwstadt, F. T. M. (1984):** The turbulent structure of the stable, nocturnal boundary layer J. Atmos. Science, 41, 2202-2216
- Nieuwstadt, F. T. M. (1985):** A model for the stationary, stable boundary layer. In: Turbulence and Diffusion in Stable Environment. ed. Hunt, J. C. R.; Clarendon Press; Oxford; 149-179
- Nieuwstadt, F. T. M. and Tennekes, H. (1981):** A rate equation for the nocturnal boundary-layer-height. J. Atmos. Science, 38, 1418-1428.
- Obuchov, A. M. (1946):** Turbulence in an atmosphere with a non-uniform temperature. Trudy Inst. Teoret. Geofiz. Akad. Nauk SSSR, 1. Übersetzung in: Bound.-Layer-Meteorol., 2, 7-29, 1971.

- Pollard, R. T.; Rhines, R. B. and Thompson, R. O. R. Y. (1973):** The deepening of the wind-mixed layer. A rate equation for the nocturnal boundary-layer-height. *Geophys. Fluid Dyn.*, 3, 381-404
- Prandtl, L. (1925):** Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz. *Zeitschr. f. Angew. Math. u. Mech.*, 5, 136-139
- Prandtl, L. (1945):** Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz. *Nachr. Akad. Wiss., Göttingen, Math.-Phys. Klasse*, 6-19
- Press, W. H.; Flannery, B. P.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T. (1987):** Numerical recipes. University Press; Cambridge, 818 pp.
- Raasch, S. (1988):** Numerische Simulationen zur Entwicklung von Wirbelrollen und konvektiver Grenzschicht bei Kaltluftausbrüchen über dem Meer. *Berichte des Instituts f. Meteorol. und Klimatol., Universität Hannover*, 32, 155 S.
- Reinwarth, O. (1982):** Arbeiten der Gruppe Glaziologie/Meteorologie der Filchner-Schelfeis-Expedition 1980/81. *Berichte zur Polarforschung. Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung*, 1, 22-25
- Reynolds, O. (1895):** On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A186, 123-164
- Robinson (1962):** Computing wind profile parameters. *J. Atmos. Sci.*, 19, 189-190.
- Rossby, C. G. and Montgomery, R. B. (1935):** The layer of frictional influence in wind and ocean currents. *Pap. Phys. Oceanogr. Meteorol.*, 3, No. 3, 1-101
- Schmidt, W. (1925):** Der Massenaustausch in freier Lift und verwandte Erscheinungen. *Henri Grand Verlag; Hamburg*. 118 S.
- Stigebrandt, A. (1985):** A model of the seasonal pycnocline in rotating systems with application to the Baltic Proper. *J. Phys. Oceanogr.*, 15, 1392-1404
- Stull, R. B. (1988):** An introduction to boundary layer meteorology. Kluwer Academic Publishers; Dordrecht, Boston, London, 666 pp.
- Sorbjan, Z. (1986):** On similarity in the atmospheric boundary layer. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 34, 377-397
- Sorbjan, Z. (1989):** Structure of the atmospheric boundary layer. Prentice Hall; New Jersey, 317 pp.
- Thacker, W. C. (1988):** Three lectures on fitting numerical models to observations. *Manuskript GKSS 87/E/65, Geesthacht*, 64 S.
- Wamser, C. and Lykossov, V. N. (1995):** On the friction velocity during blowing snow. *Contribut. Atmos. Phys.*, 68, 85-94
- Webb, E. K. (1970):** Profile relationships: the log-linear range, and extension to strong stability. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 96, 67-90
- Wyngaard, J. C. and Coté, O. R. (1971):** The budgets of turbulent kinetic energy and temperature variance in the atmospheric surface layer. *J. Atmos. Science*, 28, 190-201

- Zilitinkevich, S. S. (1972):** On the determination of the height of the Ekman boundary layer. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 3, 141-145
- Zilitinkevich, S. S. (1989):** Velocity profiles, resistance law and dissipation rate of mean flow kinetic energy in a neutrally and stably stratified planetary boundary layer. *Bound.-Layer-Meteorol.*, 46, 367-387
- Zilitinkevich, S. S. and Mironov, D. V. (1995):** On the equilibrium depth of a stably stratified boundary layer. Submitted to *Bound.-Layer-Meteorol.*

Symbolverzeichnis

Es werden nur die am häufigsten verwendeten Symbole aufgeführt, alle anderen Symbole sind an der Stelle ihres Auftretens erläutert.

Lateinische Buchstaben

a_1, a_2, a_3	dimensionslose Grenzschichthöhen
$c_n, c_s, c_i, c_{sr}^2, c_{ir}^2$	Konstanten in Parametrisierungsbeziehungen der Grenzschichthöhe, vgl. Tab. 1.1
C_D	Transferkoeffizient für Impuls
C_{Dn}	Transferkoeffizient für Impuls bei neutraler Schichtung
C_H	Transferkoeffizient für Wärme
c_p	spezifische Wärme bei konstantem Druck
d	Verschiebungshöhe
e	turbulente kinetische Energie
f, f^*	Coriolisparameter
g	Schwerebeschleunigung
h	Höhe der stabilen Grenzschicht
h_e	Gleichgewichtshöhe der stabilen Grenzschicht
h_{ein}	Höhe der modellierten stabilen Grenzschicht am Ende des Einschwingens
H	turbulenter Wärmefluß, normiert mit Oberflächenwert
J	Kostenfunktion
K_X	turbulenter Diffusionskoeffizient einer Größe X
K_h	turbulenter Diffusionskoeffizient für Wärme
K_m	turbulenter Diffusionskoeffizient für Impuls
l	Mischungsweglänge
l_n	Mischungsweglänge bei neutraler Schichtung
l_∞	Mischungsweglänge für große Abstände von der Erdoberfläche
L	Obuchov-Länge
$L \uparrow$	aufwärts gerichtete langwellige Ausstrahlung
N_h	Brunt-Vaisala-Frequenz der freien Strömung
p	Druck

P_{ik}	Navier-Stokes'scher Reibungstensor
R	Gaskonstante für Luft
Re	Reynoldszahl
Ri	Gradient-Richardsonzahl
Ri_B	Schichtrichardsonzahl
Rf	Richardsonflußzahl
s	dimensionsloser vertikaler Windgradient
t	Zeit
T	Temperatur
$u_1 = u, u_2 = v, u_3 = w$	Komponenten des Vektors der Windgeschwindigkeit
	in kartesischen Koordinaten
u_*	Schubspannungsgeschwindigkeit
W	Vektor der horizontalen Windgeschwindigkeit, komplexe Darstellung
$x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$	kartesische Koordinaten
z_0	aerodynamische Rauigkeitslänge
$z_{0\Theta}$	Rauigkeitslänge für die Temperatur

Griechische Buchstaben

α	Konstante in den universellen Funktionen mit $4 \leq \alpha \leq 8$
α_H	Neigungswinkel der Oberfläche
β_u, β_Θ	Konstanten in den universellen Funktionen
$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$	Konstanten in den Parametrisierungsbeziehungen für l_∞
γ	Winkel zwischen x -Achse und Azimuthrichtung des Hanges
γ_Θ	dimensionsloser vertikaler Temperaturgradient
Γ	trockenadiabatischer Temperaturgradient, $\Gamma = 0.0875 K/m$
δ_{ij}	Kroneckersymbol, $\delta_{ij} = 1$ für $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ für $i \neq j$
ϵ	Dissipation von turbulenter kinetischer Energie
ϵ_{ijk}	alternierender Einheitstensor
ϵ_S	Emissivität
ϵ_Θ	Dissipation von Temperaturvarianz
ζ	dimensionslose Höhe z/L bzw. z/Λ

Symbolverzeichnis

η	dimensionslose Höhe z/h
Θ	potentielle Temperatur
Θ_*	turbulente Temperaturskala
κ	von-Kármán-Konstante, $\kappa = 0.4$
Λ	lokale Obuchovlänge
μ	dynamische Zähigkeit
ν	kinematische Zähigkeit
ρ	Dichte
σ	Vektor der dimensionslosen horizontalen Schubspannung τ ,
σ_x, σ_y	x - und y -Komponente des Vektors σ
σ_S	Stefan-Boltzmann-Konstante $\sigma_S = 5.67 \cdot 10^{-8} W/(m^2 K^4)$
σ_X	Standardabweichung der physikalischen Größe X
ϕ'	geographische Breite
ϕ_m	dimensionsloser vertikaler Windgradient
ϕ_h	dimensionsloser vertikaler Temperaturgradient
$\vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit der Erde
τ	mit der Dichte normierte horizontale Schubspannung, komplexe Darstellung

Spezielle Symbole und Operatoren

$\overline{(\)}$	Mittelungsoperator
$(\)'$	Abweichung vom Mittelwert
∂	partielle Ableitung
d	vollständige Ableitung
Δ	Differenz

Indizes

o	Oberflächenwerte
G	geostrophischer Wert
c	kritischer Wert