

Fachbereich Maschinenbau

# BACHELORARBEIT

*Vergleich biologisch inspirierter und optimierter Balkenstrukturen*

*Comparison of biologically inspired and optimised beam structures*

von

*David Seseke aus Würzburg*

betreut von

- 1. Betreuer: Prof. Dr.-Ing. Alexander Sauer*
- 2. Betreuer: Dr. Christian Hamm*

*Bremerhaven, 25. August 2014*

# Zusammenfassung

In einer Zeit mit stark steigenden Stahlpreisen und gleichzeitig neuen Werkstoffen und Verfahren zur Schaffung von komplexen Geometrien, welche auf den Markt drängen, stellt sich die Frage, ob der I-Träger noch langfristig sinnvoll ist. Ziel dieser Arbeit ist es, neue Konzepte für Balkenträger zu erstellen und sie mit in der Industrie etablierten Trägern zu vergleichen. So werden drei neue Konzepte auf Basis der Prinzipien der Bionik erstellt und mit Finite Elemente Methode (FEM)-Analysen untersucht. Dabei werden Verschiebung und Auslastung bei gleicher Masse verglichen und in Bezug zur Referenz gesetzt. Zudem werden alle Träger untereinander verglichen und ihrer Vor- und Nachteile herausgestellt. Auch auf die Möglichkeiten der Produktion wird eingegangen.

Als Vorbild gelten die Schalen von Diatomeen und Radiolarien, die es durch ihre aufwendige Geometrie imstande sind, auch großen Belastungen zu widerstehen. Die drei Träger, von unterschiedlichen Diatomeen und Radiolarien inspiriert, fokussieren jeweils auf eine Art des Aufbaus. So ist Träger 1 für einen Aufbau aus Stahl, Träger 2 auf Faserverbundmaterialien sowie Träger 3 für die Produktion im Additive Manufacturing (AM)-Verfahren ausgelegt. Durch eingeschränkte Software können sämtliche Untersuchungen nur in Stahl durchgeführt werden und auch eine homogene Auslastung zu erzielen gestaltet sich als schwierig.

Generell ist festzuhalten, dass es in den untersuchten Biegebelastfällen schwierig ist, die Simulationsergebnisse eines normgerechten I-Trägers zu übertreffen, nicht jedoch sie zumindest zu approximieren. Einzig für einen Torsionslastfall können sich die neu entwickelten Träger klar durchsetzen. Träger 1 gilt dabei als abgelehnt, während Träger 2 und 3 weitgehend überzeugen können. Für eine Massenproduktion in Stahlbauweise setzt sich insofern der I-Träger ob seiner geringen Produktionskosten und guten Ergebnisse bei Biegebelastung klar ab. Bei einer Produktion aus Faserverbundmaterialien hingegen könnte sich eine Form wie in Träger 2 als den Eigenschaften des Werkstoffs entgegenkommend herausstellen. Träger 3 ist mit seiner hohen Variabilität und Anpassungsmöglichkeiten auf unterschiedliche Basisformen interessant für AM-Verfahren.

# Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	IV
1 Einleitung	1
2 Grundlagen	3
2.1 Diatomeen und Radiolarien . . . . .	3
2.2 Stand der Technik . . . . .	4
2.3 Theorie der Biegung . . . . .	5
3 Material und Methoden	8
3.1 Hypothese . . . . .	8
3.2 Verwendete Programme . . . . .	8
3.2.1 Grasshopper® . . . . .	8
3.2.2 karamba® . . . . .	9
3.3 Parameteroptimierung mittels Evolutionärer Algorithmen . . . . .	10
3.4 Fitnessfunktion . . . . .	11
3.5 Randbedingungen und Lastfälle . . . . .	12
3.6 Vernetzung und Lastanbringung des Modells . . . . .	13
3.7 Gitterstudie . . . . .	14
3.8 Träger 1 . . . . .	15
3.8.1 Bionischer Prozess . . . . .	15
3.8.2 Aufbau des Modells . . . . .	16
3.8.3 Parameterschranken . . . . .	18
3.8.4 Plausibilitätsrechnung . . . . .	20
3.9 Träger 2 . . . . .	21
3.9.1 Bionischer Prozess . . . . .	21
3.9.2 Aufbau des Modells . . . . .	21
3.9.3 Parameterschranken . . . . .	23
3.9.4 Plausibilitätsrechnung . . . . .	24
3.10 Träger 3 . . . . .	26
3.10.1 Bionischer Prozess . . . . .	26

3.10.2	Aufbau des Modells . . . . .	27
3.10.3	Parameterschranken . . . . .	28
3.10.4	Plausibilitätsrechnung . . . . .	30
3.11	Durchführung von Optimierung und Ergebnisauswertung . . . . .	31
4	Ergebnisse . . . . .	33
4.1	Optimierung . . . . .	33
4.2	Träger 1 . . . . .	34
4.3	Träger 2 . . . . .	36
4.4	Träger 3 . . . . .	37
4.5	Träger im Vergleich . . . . .	39
5	Diskussion . . . . .	41
5.1	Optimierung . . . . .	41
5.2	Träger 1 . . . . .	41
5.3	Träger 2 . . . . .	42
5.4	Träger 3 . . . . .	42
5.5	Gegenüberstellung der Ergebnisse . . . . .	43
5.6	Einschränkungen durch Grasshopper <sup>®</sup> und karamba <sup>®</sup> . . . . .	45
6	Fazit . . . . .	47
	Literaturverzeichnis . . . . .	49
	Normen . . . . .	50
	Danksagung . . . . .	51
	Anhang . . . . .	52

## Abkürzungsverzeichnis

AM	Additive Manufacturing
CAD	Computer Aided Design
ELiSE	Evolutionary Lightweight Structure Engineering
FEM	Finite Elemente Methode
LC	Loadcase (Lastfall)
LCB	Lastfalltyp
RBE	Rigid body elements
REM	Rasterelektronenmikroskop
T	Träger mit Folgennummer
$U_{max}$	maximale Auslastung eines Elements in Prozent der Streckgrenze innerhalb eines Modells
$\bar{U}_{25\%}$	Mittelwert der oberen 25 % der Auslastungen der einzelnen Elemente in Relation zu $U_{max}$ in Prozent

# 1 Einleitung

Im 19. Jahrhundert etablierte sich der I-Träger durch das die Massenproduktion ermöglichende Wälzverfahren in der Industrie und Technik (Abbildung 1) (Boake & Hui, 2012, S.64). Ursprünglich aus dem Eisenbahnbau kommend, zeichnet er sich vor allem durch eine hohe Biegesteifigkeit aus. Heute ist der I-Träger in allen Anwendungsbereichen zu finden, vorzugsweise in der Architektur, in der er erstmalig 1890 die Skelettbauweise ermöglichte (Boake & Hui, 2012, S.28). Ihn kennzeichnet einen einfachen Aufbau und unproblematische Produktion. Zudem kann er billig eingeschmolzen und neu gegossen werden. Mittlerweile gibt es ihn in vielerlei Varianten und Größen, die in den Normen DIN 1025:1-4 festgelegt sind (Deutsches Institut für Normung e.V., 1993, 1995a, 1994a, 1994b, 1994c).



**Abb. 1:** I-Träger unter einer Brücke (De Vries, David G., 2007)

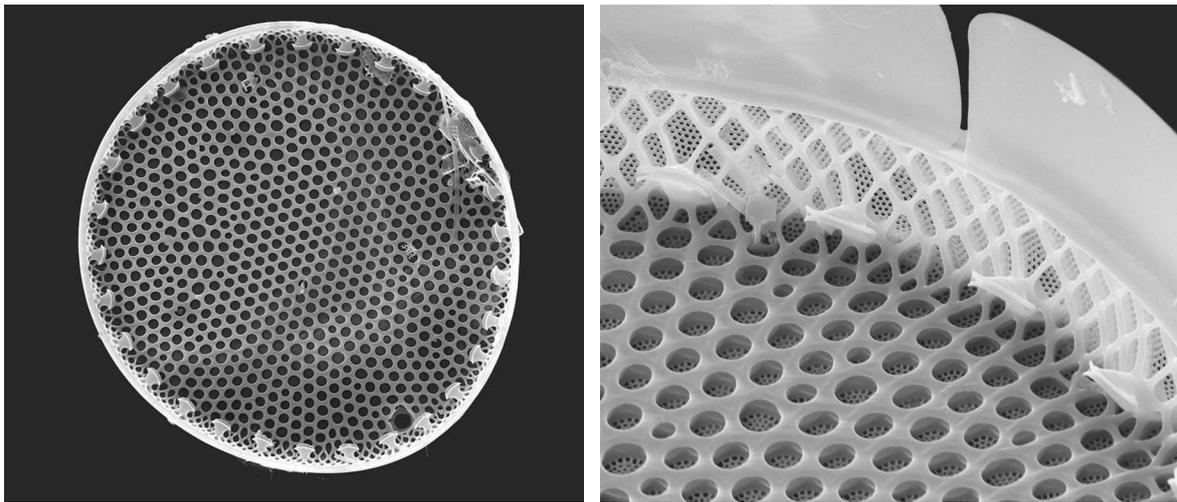
Doch mit seit der Jahrtausendwende stark steigenden Stahlpreisen und parallel einer rapiden Entwicklung im Bereich AM und Faserverbundmaterialien in den letzten Jahren stellt sich die Frage, ob der I-Träger noch zeitgemäß ist oder ob es Strukturen aus anderen Werkstoffen oder Formen gibt, die die Machtposition der etablierten Träger angreifen können (Deverell & Yu, 2011).

Vorbilder für mögliche Strukturen könnten die Erkenntnisse der Biologie und Biomechanik liefern. Hier finden sich vielerlei balkenartige Strukturen, die unterschiedlichsten Belastungen widerstehen müssen. Ein Feld ist dabei auch in den Schalen von Diatomeen und Radiolarien zu finden (Hamm, 2005b). Darin treten neben komplexen Flächen- und Kantenversteifungen häufig auch balkenähnliche

Strukturen auf (Round, Crawford & Mann, 1990). Sei es nun eine langegezogene Schale in ihrer Gesamtheit oder ein kleines Element innerhalb derselben, die Möglichkeiten und Inspirationsquellen scheinen unbegrenzt. Im Rahmen dieser Arbeit soll versucht werden, sich von eben diesen Schalen und deren Aufbauten inspirieren zu lassen und mit den Mitteln der Bionik neuartige Strukturen zu schaffen, die die Position von etablierten, einfachen Trägern angreifen können.

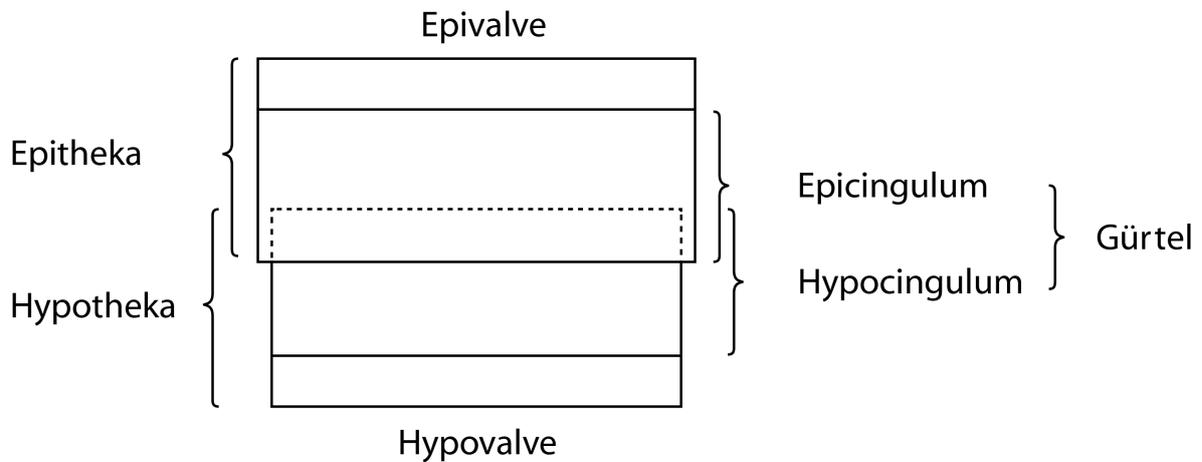
## 2 Grundlagen

### 2.1 Diatomeen und Radiolarien



**Abb. 2:** bearbeitete REM-Aufnahmen der Schale von *Roperia spec.*, die den Detailreichtum der Diatomeen zeigen; Größenordnung um 50  $\mu\text{m}$

Diatomeen sind eukaryotische Einzeller, welche bis auf wenige Ausnahmen Photosynthese betreiben. Die komplette Zelle ist von einer feingegliederten Schale umgeben, die 60 % ihres Trockengewichts ausmacht und sie vor Fressfeinden schützt (Round u. a., 1990, S.4f) (Abbildung 2). Diese Schale besteht aus durchsichtigem Silikat ( $\text{SiO}_2$ ) und setzt sich für gewöhnlich aus zwei ineinandergreifenden Schalen zusammen, den sogenannten Valven. Entsprechend ihrer Position differenziert man in Epi- und Hypotheka (siehe Abbildung 3). Die Epitheka überlappt rundherum die Hypotheka. Die oben und unten liegenden Flächen werden als Epi- und Hypovalve bezeichnet. Die Seitenwände heißen Cingula, welche zusammen als Gürtel referenziert werden. Dieser besteht in vielen Fällen aus mehreren Stücken, wodurch es der Diatomee möglich ist, durch Hinzufügen von Elementen im Hypocingulum in einer Dimension zu wachsen (Round u. a., 1990, S.4f). Da die Diatomee in Kontakt mit ihrer Umwelt —beispielsweise zum Stoffaustausch— treten muss, benötigt sie Öffnungen innerhalb der Schale (Hamm u. a., 2003; Hamm, 2005b). Diese Poren stellen Schwachstellen dar, welche soweit verstärkt werden müssen, dass die Schale trotz der auf sie wirkenden Belastungen, beispielsweise durch Fressfeinde widersteht (Michels, Vogt & Gorb, 2012; Hamm, 2005b). Dies geschieht mittels komplexer Strukturen wie lastadaptiven Waben, speziell angepasster Balkenstrukturen oder auch besonderer Krafteinlei-



**Abb. 3:** vereinfachte Darstellung einer Schale im mittleren Querschnitt, nach Round, Crawford und Mann (1990, S. 6)

tungsstellen, die in vielfältiger Kombination zu finden sind (Round u. a., 1990). Die Schale liefert damit einen herausragenden Fundus für Leichtbauverfahren (Hamm, 2005a).

Radiolarien sind ebenfalls einzellige Lebewesen, die zwei Besonderheiten gegenüber anderen Einzellern aufweisen: Einerseits die Unterteilung des Endoplasmas in eine zentrale Kapsel, die vom Ektoplasma umgeben wird, andererseits das Endoskelett, welches die Kapsel im Inneren beherbergt und ebenfalls aus Siliciumdioxid besteht (Kling & Boltovskoy, 2002). Den Namen verdanken sie ihrer radialen Symmetrie, die sich häufig in vom Zentrum ausgehend strahlenartigen Fortsätzen zeigt. Größenordnungen variieren zwischen mehreren Mikrometern großen bis zu mit dem bloßen Auge sichtbaren Arten. Dabei sind sie in den meisten Gewässern in großer Zahl zu finden, hauptsächlich in den Schichten oberhalb von hundert Meter unter der Wasseroberfläche (Anderson, 1983, S.1f). Sie ernähren sich sowohl von Phyto- als auch vom Zooplankton und zählen selbst zum Zooplankton (Kling & Boltovskoy, 2002).

## 2.2 Stand der Technik

Der derzeit prominenteste Balken, der I-Träger, ist in vielerlei Strukturen, vorzugsweise der Architektur, zu finden. Festgelegt in der Norm DIN 1025:1-4 (Deutsches Institut für Normung e.V., 1993, 1995a, 1994a, 1994b, 1994c) liefert er vielerlei Anwendungsmöglichkeiten. Hier sind vorwiegend reine Biege- und Schublastfälle zu nennen.

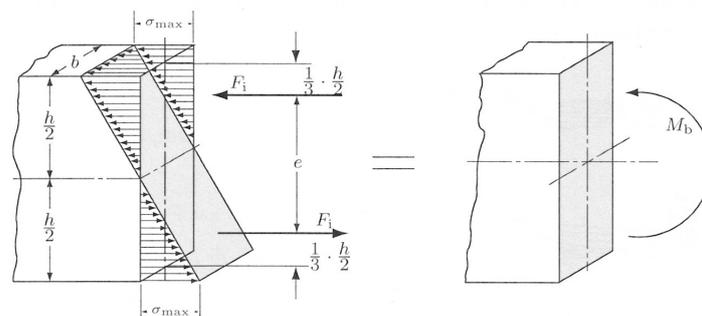
Alternativ existiert das Hohlrohr mit niedriger Wanddicke, sowohl in einem Kreisquerschnitt als auch mit einem ovalen Querschnitt zur Erhöhung des Flächenträgheitsmoment in eine bestimmte La-

strichtung. Es sichert zusätzlich durch eine höhere Torsionssteifigkeit und wird in diesem Fall dem I-Träger vorgezogen.

Weitere verwendete Balken sind T-Stahlträger nach Norm DIN EN 10055 (Deutsches Institut für Normung e.V., 1995b), U-Profilstähle nach DIN 1026:1-2 (Deutsches Institut für Normung e.V., 2009, 2002) oder auch Wulstflachstähle nach Norm DIN EN 10067 (Deutsches Institut für Normung e.V., 2004) mit unterschiedlichen, speziellen Einsatzgebieten.

Bei diesen Stahlwaren handelt es sich um Massenware, die wenig Nachbearbeitung erfordert und damit ein preisgünstiges Segment bedient.

## 2.3 Theorie der Biegung



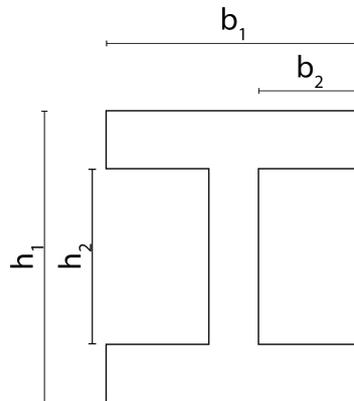
**Abb. 4:** Darstellung eines Balken im Querschnitt in der Seitenansicht, Abbildung aus Assmann und Selke (2009, S.67)

Die allgemeine Biegegleichung wird für einen rechteckigen Balken der Länge  $l$ , der Höhe  $h$  sowie der Breite  $b$  hergeleitet. Daraus ergibt sich folgende Gleichung für die innere Kraft  $F_i$ , also der im Inneren des Trägers wirkenden Kraft (Assmann & Selke, 2009, S.67):

$$F_i = \frac{1}{2} \sigma_{\max} \cdot \frac{h}{2} \cdot b \quad (1)$$

Sie entspricht einer dreieckförmigen Streckenlast. Über trigonometrische Bezüge mit der Höhe, den oben genannten Größen und der Maximalspannung  $\sigma_{\max}$  steht für das Moment unter Verwendung von  $M_b = F_i \cdot e$ :

$$M_b = \sigma_{\max} \frac{bh^2}{6} \quad (2)$$



**Abb. 5:** Benennung der Abmessungen eines I-Trägers

Der Faktor  $\frac{bh^2}{6}$  gibt die Größe des Widerstands des Balken gegen Biegung an und nennt sich Widerstandsmoment. Zugrunde liegt die Formel:

$$\sigma = \frac{M_b}{EI} \quad (3)$$

Der Faktor  $EI$  wird Biegesteifigkeit genannt. Aus dieser Formel lässt sich über eine zweifache Integration die Auslenkung an der Stirnseite des Trägers herleiten (nachzuvollziehen unter Assmann & Selke, 2009, S.134f):

$$w(x) = \frac{F \cdot l^3}{3EI} \cdot \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{x}{l} \right)^3 - \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{l} + 1 \right] \quad (4)$$

Mit  $x = 0$  für den Ort stärkster Auslenkung an der Stirnseite ergibt sich

$$w = \frac{F \cdot l^3}{3EI} \quad (5)$$

Zur Berechnung eines Flächenmoments 2. Ordnung (Flächenträgheitsmoment) muss die Querschnittsfläche des I-Trägers in Teile unterteilt und aufaddiert werden (Abbildung 5) (Assmann & Selke, 2009, S.114). Damit ergeben sich folgende Formeln für die Fläche  $A$  und das Flächenträgheitsmoment  $I$ :

$$A = h_1 \cdot b_1 - h_2 \cdot 2b_2 \quad (6)$$

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot (b_1 \cdot h_1^3 - 2b_2 \cdot h_2^3) \quad (7)$$

Bei komplexeren Querschnitten ist es zur Errechnung des Flächenträgheitsmoments teilweise vonnöten, den Steiner'schen Satz zu verwenden (Assmann & Selke, 2009, S. 112):

$$I_{yges} = I_y + z_s^2 \cdot A \quad (8)$$

Das Flächenträgheitsmoment wird mittels Tabellenwerten errechnet und daraufhin zu dem Produkt von Fläche  $A$  und dem Abstand des Schwerpunkts der Einzelfläche zum Gesamtschwerpunkt  $z_s$  addiert.

## 3 Material und Methoden

### 3.1 Hypothese

Im Rahmen dieser Arbeit sollen drei von biologischen Vorbildern inspirierte Träger konstruiert sowie auf unterschiedliche Lastfälle optimiert und getestet werden und ihr Nutzen für die Technik dargestellt werden. Es gilt einen Vergleich mit dem in der Technik etablierten I-Träger zu bestehen und dabei gewisse Vorteile, beispielsweise bei unterschiedlichen Lastfällen, herauszuarbeiten.

### 3.2 Verwendete Programme

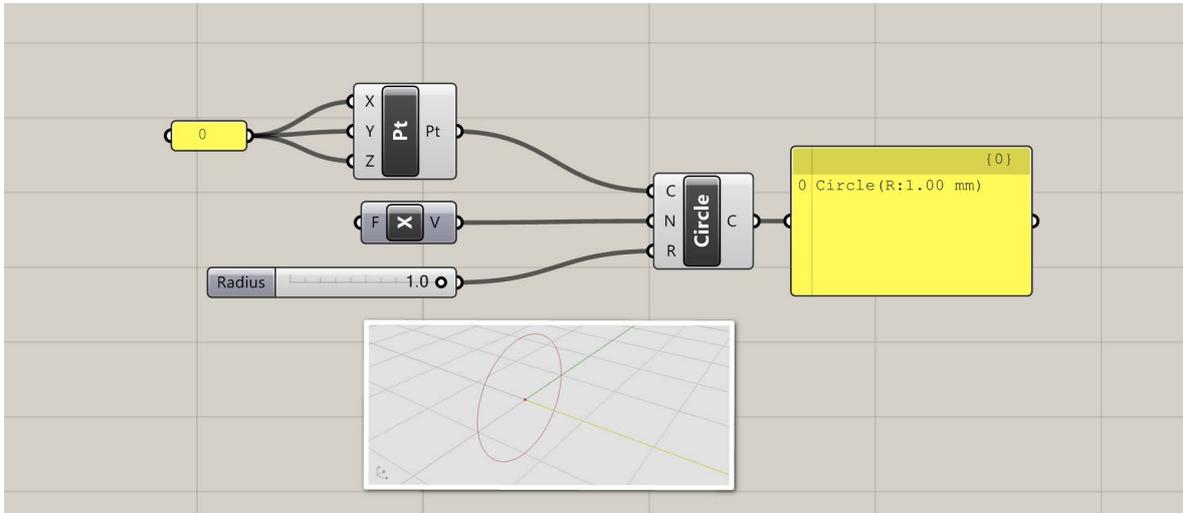
Da die verwendeten Programme vom bekannten Spektrum der Computer Aided Design (CAD)- und FEM-Programme abweichen, soll im Folgenden zum besseren Verständnis der Abläufe kurz darauf eingegangen werden.

#### 3.2.1 Grasshopper<sup>®</sup>

Bei dem Programm GRASSHOPPER<sup>®</sup> (Rutten, 2014) von David Rutten handelt es sich um ein kostenloses Plugin des CAD-Tools von Robert McNeel & Associates produzierten RHINOCEROS<sup>®</sup> („Rhinoceros“, 2014). RHINOCEROS<sup>®</sup> stellt ein Programm dar, welches sich aufgrund seiner einfachen Verarbeitung von Freiformflächen ohne aufwendige Definition vorwiegend an Designer und Architekten richtet und so ein schnelles und kreatives Arbeiten ermöglicht.

GRASSHOPPER<sup>®</sup> erstellt ein weiteres Fenster innerhalb von RHINOCEROS<sup>®</sup>, welches mittels einer grafischen Programmierung ermöglicht, parametrische Bauteile zu erstellen. Es beherrscht komplexe Formeln, einfache Programmierblöcke mit C# und die Arbeit und Variationen von Kurven, Flächen und Volumenkörpern. Die Daten zwischen den einzelnen Aktionsblöcken werden mittels Kabeln weitergegeben. Beispielsweise existieren hier die bekannten Formen wie `integer` oder `double`. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, Linien, Punkte, Vektoren oder Flächen durch die Kabel zu senden. Zusätzlich können Datenmengen nicht nur einzeln, sondern auch in baumähnlichen Listen durch Kabel geschickt werden.

Abbildung 6 zeigt ein einfaches Beispiel zur Erstellung eines Kreises von links nach rechts. Der linke Block mit der Aufschrift „Pt“ bekommt den Input „o“ an sämtlichen Eingängen „X“, „Y“, „Z“ und legt somit als Output einen Punkt (0; 0; 0) fest. Der nun folgende Block „Circle“ hat drei Inputs: „C“ steht



**Abb. 6:** Demonstration für die Erstellung eines einfachen Kreises in GRASSHOPPER<sup>®</sup>, von links nach rechts: Zuerst wird ein Punkt in allen Raumrichtungen auf 0 (im Koordinatenursprung) definiert. Diese Information wird an die „Circle“ Komponente weitergegeben. Sie erhält zusätzlich Information über die Raumrichtung (x-Vektor) und den Radius (1 Einheit). Damit gibt sie einen Kreis mit dem vorgegebenen Radius aus; weiß eingerahmt die Ansicht innerhalb des RHINOCEROS<sup>®</sup> Fensters

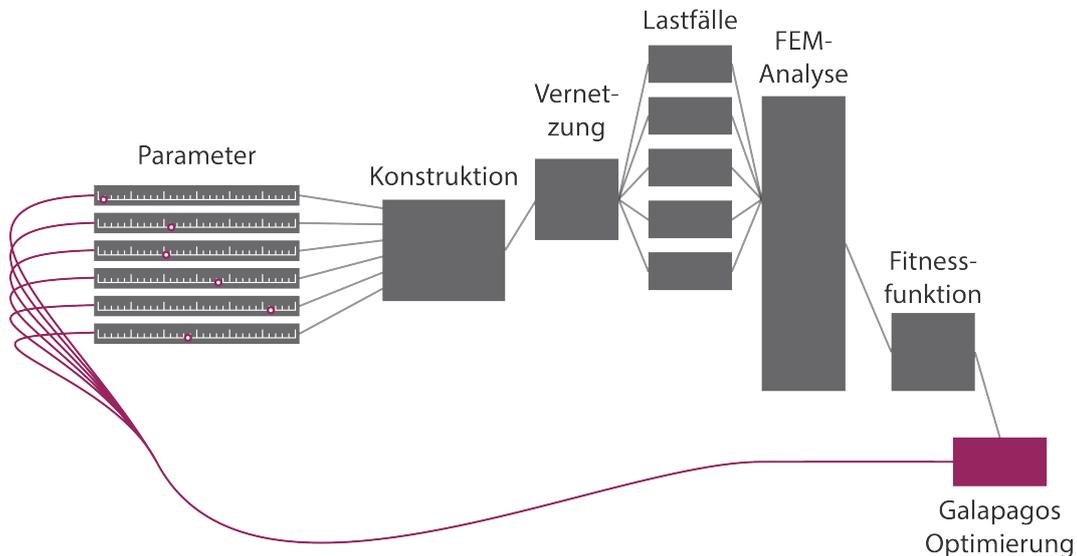
für Center und legt das Zentrum des Kreises fest (hier (0; 0; 0)), „N“ steht für den Normalenvektor und legt die Richtung des Kreises fest (hier in X-Richtung) und zuletzt bestimmt ein Regler den Radius „R“ des Kreises. Der gesamte Block gibt nun den Kreis als Geometrie mit einem Durchmesser von 1 Einheit (in diesem Fall mm) aus. Sämtliche Aktionen geschehen in Echtzeit. Dies bedeutet, dass, sobald der hier zu sehende Regler verschoben wird, entsprechend auch der Kreis im Vorschaufenster von RHINOCEROS<sup>®</sup> angepasst wird.

### 3.2.2 karamba<sup>®</sup>

KARAMBA<sup>®</sup> (Hofmann u. a., 2014) der BOLLINGER-GROHMANN-SCHNEIDER ZT GmbH ist ein kostenpflichtiges Plugin für GRASSHOPPER<sup>®</sup>, welches einfache FEM-Analysen ermöglicht. Nachteilig ist, dass es nur mit Schalen- und Balkenelementen umgehen kann, was seine Möglichkeiten einschränkt. Die Lastfälle und Blocks für Lasten, Meshs, Lagerungen usw. werden, wie in GRASSHOPPER<sup>®</sup>, per Kabel in einen Berechnungsblock eingespeist, der sämtliche Berechnungen in Echtzeit ausführt. KARAMBA<sup>®</sup> hat nach eigener Aussage nicht den Anspruch, als vollwertiges FEM-Tool zu dienen, sondern zielt auf eine schnelle Aussage zum Verständnis grundlegender Strukturen ab, ohne eine aufwändige Konstruktion zu erstellen (Preisinger, 2013).

### 3.3 Parameteroptimierung mittels Evolutionärer Algorithmen

Nahezu alle gängigen CAD-Programme ermöglichen eine parametrische Konstruktion. Sie geben damit die Möglichkeit, im Gegensatz zu Standardmodellen mit festgelegten Werten, jederzeit in den Aufbau eines Modells zurückzukehren und verschiedene Parameter innerhalb eines vorher festgelegten Wertebereichs zu variieren. Gleichzeitig benötigt dies dennoch eine ausführliche Planung während der Konstruktion. Hierfür sind vor allem die Wertebereiche und Lokalisationen der einzelnen Parameter wichtig. Es sollte bei jeglicher Wertkombination sichergestellt werden, dass ein Modell erfolgreich aufgebaut wird, was sich bei GRASSHOPPER<sup>®</sup> als übersichtlich und vergleichsweise einfach darstellt. GRASSHOPPER<sup>®</sup> offeriert einen Baustein mit Namen Galapagos (Abbildung 7), welcher eine Parameter-



**Abb. 7:** Schematische Skizze zur Visualisierung der Optimierung mit evolutionären Algorithmen in GRASSHOPPER<sup>®</sup>: jeder graue Block signalisiert einen Teil im Code von KARAMBA<sup>®</sup>. Die Parameter, signalisiert durch Regler, beeinflussen die Konstruktion. Die entstandene Konstruktion läuft durch eine Vernetzung, wird mit den Lastfällen belastet und dann in einer FEM analysiert. Dies gibt einen Massenwert aus, welcher wiederum durch die Fitnessfunktion läuft und im den Optimierungsbaustein (lila) endet. Dieser hat die Möglichkeit, die mit lila Kabeln verbundene Regler zu variieren, abhängig vom Output der Fitnessfunktion. Der Vorgang wiederholt sich.

optimierung nach evolutionären Algorithmen ermöglicht. Hierfür werden in den „Genome“ Input die jeweiligen zu variierenden Regler eingegeben, während in den „Fitness“ Input einen Fitnesswert eingelesen wird. Galapagos versucht, diesen Wert mit einer Kombination der angegebenen Regler zu minimieren.

Für jedes Modell existiert eine Fitnesslandschaft, welche aus Bergen und Tälern besteht. Modelle mit zwei Parametern sind einfach darzustellen, da sie in x- und y-Achse je einen Parameter wiederge-

ben, während die z-Achse die Fitness darstellt. Modelle mit mehr Parametern befinden sich schnell in mehrdimensionalen Räumen, welche so nicht mehr dargestellt werden können (Rutten, 2011).

Jeder Punkt auf der Ebene bestimmt folglich zwei Parameter (für Modelle mit zwei Parametern). Um nun die lokalen Maxima/Minima zu finden, sucht der Optimierer zufällige Werte der Parameter und berechnet ihre Fitness. Diese Werte sortiert er in auf-/absteigender Reihenfolge und verwertet die besten weiter, indem er nahe dieser Parameterstellungen mit guten Fitnesswerten feinere Variationen unternimmt. So tastet er sich Stück für Stück an die Maxima/Minima einer Fitnesslandschaft heran (Rutten, 2011).

Unter Umständen kann es zu „Feststecken“ des Optimierers in einem lokalen Maximum/Minimum kommen. Dies bedeutet, dass aufgrund eines hohen „Inzestwertes“ (nur Paarung mit Individuen sehr nahe des derzeitigen Wertes) ein Wert als optimale Lösung angesehen wird, obwohl es global gesehen nicht die optimale Lösung ist (globales Minimum/Maximum). Dieses Fehlverhalten kann durch eine korrekte Einstellung innerhalb des Optimierers weitgehend reduziert, jedoch niemals ausgeschlossen werden (Rutten, 2011).

### 3.4 Fitnessfunktion

Die Fitnessfunktion, welche als Input in den Galapagos-Optimierer läuft (vgl. Abbildung 7), muss für jeden Optimierungsvorgang geschrieben und ihre Rahmenbedingungen festgelegt werden. Für den Fitnesswert existiert eine Fitnessfunktion, welche ein einfacher C# Baustein ist, der normalerweise nur die Masse des Trägers ausgibt. Sie erhält zusätzlich Inputs, welche wiederum an Maximalwerte geknüpft sind. Sollte nun ein Wert das Maximum überschreiten, so gibt die Komponente einen absurden Massenwert aus, welcher zu einer Ablehnung des Modells in Galapagos führt. Diese Modelle werden im Folgenden fehlerhaft genannt. In diesem Beispiel aus dem Code von Träger 1 für eine Biegebelastung wird in  $y$  die Beanspruchung verrechnet, welche die maximale Auslastung eines Elements in Prozent der Streckgrenze ausgibt. Durch den Sicherheitsfaktor von 2 ergibt sich der Wert 0,5. Bei  $u$  handelt es sich um den Betrag der maximalen Verschiebung in Metern.  $v$  und  $z$  sind Abbruchbedingungen für ein nicht korrekt aufgebautes Modell. Die Fitnessfunktionen der anderen Träger verhalten sich analog.

```

1 private void RunScript(object x, double y, bool z, double u,
2   string v, ref object A)
3   {
4     if (y < 0.5 && !z && u < 0.05 && v != null){ //
5       Zwangsbedingungen der Optimierungen
6       A = x; //Wenn Zwangsbedingungen erfuehlt, A ausgeben
7       Print("Modell_erfolgreich");
8     }
9     else{
10      A = 10000000; //Wenn Zwangsbedingungen nicht erfuehlt,
11      absurden Wert ausgeben
12      Print("Modell_fehlgeschlagen");
13    }
14  }

```

### 3.5 Randbedingungen und Lastfälle

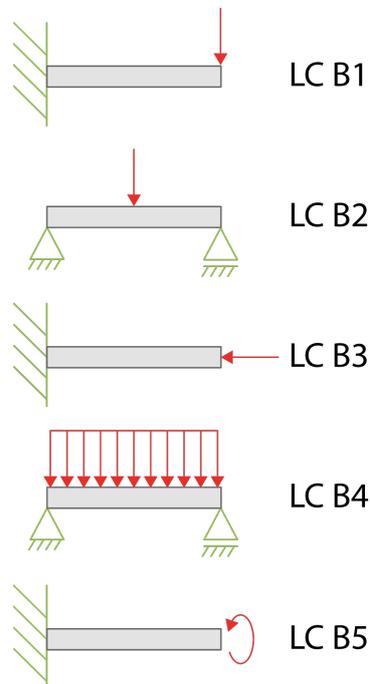
Für die Rahmenbedingungen gelten weitgehend dieselben Bestimmungen, die im internen Benutzerhandbuch der Evolutionary Lightweight Structure Engineering (ELiSE)-Leichtbaudatenbank der Arbeitsgruppe für ELiSE vorgegeben sind (Maier, 2010). Sämtliche Balken werden mit einer maximalen Grundfläche von  $0,1 \times 0,1$  Einheiten aufgebaut. Die Gesamtlänge beträgt 1 Einheit und wird in allen Modellen in der y-Achse des Koordinatensystems angegeben. Die Grundfläche wird in der xz-Ebene aufgetragen. Sämtliche Analysen werden für die Kennwerte von Stahl der Sorte S235 durchgeführt, welche in der Norm DIN EN 10025 (Deutsches Institut für Normung e.V., 2011a, 2011b) festgelegt sind. Daraus ergeben sich folgende Werte:

**Tab. 1:** relevante Materialkennwerte für S235

	Werte	Einheit
E-Modul	210000	MPa
G-Modul	80760	MPa
Streckgrenze	235	MPa

Die Analysen werden für fünf Standardlastfälle durchgeführt, die in der Folge als Lastfalltyp (LCB) 1-5 bezeichnet werden (siehe Abbildung 8). Diese Lastfälle ermöglichen eine grundlegende Aussage und einen Vergleich der erarbeiteten Strukturen untereinander und mit in der Technik etablierten und angewandten Balken und Trägern. Es wird sich ebenfalls den Vorgaben des Handbuches der ELiSE-Datenbank nach Maier (2010) orientiert. Das Handbuch schlägt einen weiteren Lastfall vor, welcher LCB<sub>3</sub> sehr ähnlich ist, dabei nur die Art des Knickversagens variiert, der damit für die Arbeit nicht von Relevanz ist. Die Lastfälle werden durch einen zusätzlichen Torsionsfall Loadcase (Lastfall) (LC)B<sub>5</sub>

ergänzt. Die Ergebnisse werden mit den Ergebnissen für einen I-Träger mit gleicher Masse und gleicher Last verglichen und die Verschiebung sowie Auslastung wird berechnet.



**Abb. 8:** Lastfälle LC für die zu untersuchenden Balken, Skizze nach Maier (2010)

### 3.6 Vernetzung und Lastanbringung des Modells

Die Lagerung erfolgt in LCB1 durch eine feste Zwangsbedingung an sämtlichen Punkten des Netzes am Fußende. Die Krafteinleitung geschieht an der Stirnseite des Trägers. Der Lastpunkt ist über Balkenelemente, welche ein sehr hohes E-Modul und keine Masse aufweisen, mit den Knoten im Zentrum der Stirnseite verknüpft. Hierbei handelt es sich um ein Hilfsverfahren für eine Rigid body elements (RBE)-Spinne, da KARAMBA<sup>®</sup> von Haus aus für dieses Vorgehen keine Option mitliefert.

LCB2 erhält am Fußende eine Lagerung mit einer Fixierung für alle Freiheitsgrade außer der Rotation um die x-Achse, um eine saubere Biegelinie zu gewährleisten. Am Kopfende wird eine Lagerung mit fixierter Translation in y-Richtung festgelegt. Beide Punkte werden über die RBE-Spinne mit ihren zugehörigen Meshpunkten verknüpft. Die Krafteinleitung erfolgt in der Mitte, ebenfalls über eine RBE-Spinne.

LCB<sub>3</sub> besitzt dieselbe Lagerung wie LCB<sub>1</sub>. Hier wird die Last über eine Meshload-Komponente<sup>1</sup> in negativer y-Richtung aufgebracht.

LCB<sub>4</sub> erhält die Lagerung aus LCB<sub>2</sub>. Die Last wird als Flächenlast aufgebracht, welche über die gesamte Länge verläuft.

LCB<sub>5</sub> wird mit einer komplett festen Lagerung, welche aus LCB<sub>1</sub> bekannt ist, einseitig eingespannt. Die Torsion geschieht mittels einer RBE-Spinne vom Zentrum ausgehend auf jeden Knoten der Stirnseite des Balkens.

Die Modelle sind mittels des in KARAMBA<sup>®</sup> vorhandenen Vernetzungskomponente in Dreieckselemente diskretisiert. Sie besitzen jeweils drei Knoten, die auf der Methode der natürlichen Dehnungsmoden basieren (Argyris, Tenek & Olofsson, 1997; Argyris, Papadrakakis, Apostolopoulou & Koutsourelakis, 2000; Preisinger, 2013). Die KARAMBA<sup>®</sup>-Elemente geben in jeder Schichtebene eine konstante Dehnung und Spannung aus und vernachlässigen dabei transversale Scherverformungen (Preisinger, 2013).

Für die Simulation werden die folgenden Annahmen gesetzt: Ein linear elastisches Material (S235) mit einer vorgegebenen Streckgrenze als Versagenskriterium unter Druck- und Zugbelastung wird für alle Modelle vorgegeben. Es wird sich auf lineare Belastungen mit kleinen Verformungen beschränkt, die die Steifigkeit des Systems im unverformten Zustand ermittelt und im selben Schritt die Last anwendet. Damit gilt die Balkentheorie erster Ordnung. Zum Vergleich der Spannungszustände in den Elementen mit der Streckgrenze des Materials wird die Mises-Vergleichsspannung angewandt.

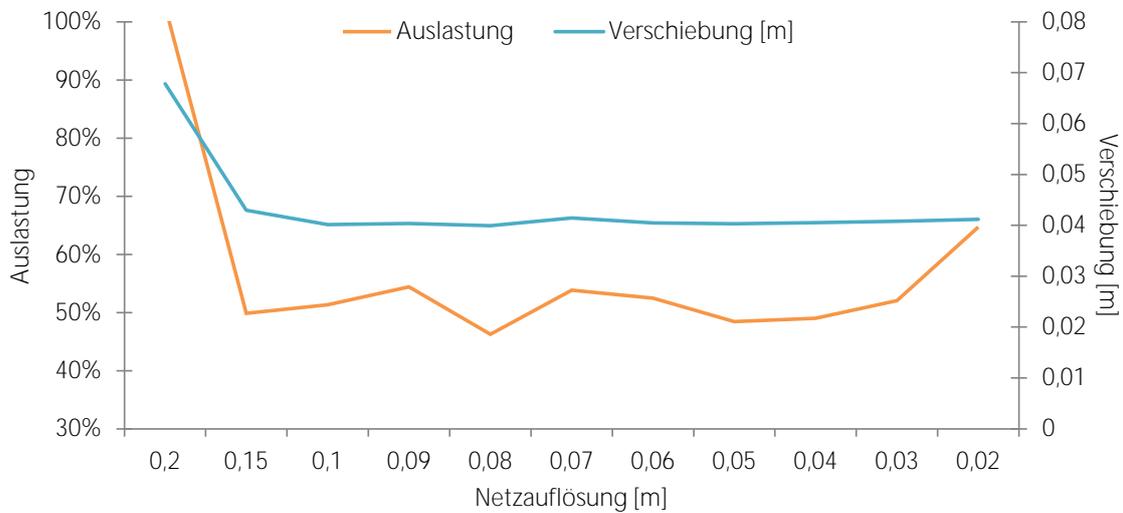
### 3.7 Gitterstudie

Zur Validierung der Berechnung wird exemplarisch das Netz eines Körpers (hier der auf LCB<sub>1</sub> optimierte Version von Träger mit Folgennummer (T)<sub>1</sub>), siehe Unterabschnitt 4.2) schrittweise verfeinert und dabei die Maximalspannung sowie die Verschiebung ausgelesen. Dies geschieht solange, bis eine Konvergenz auf einen Wert zu erkennen ist (Abbildung 9). Ab Ergebnissen von circa 0,15 m für die Netzauflösung bleibt die Verschiebung konstant bei circa 0,042 m. Bei ähnlichen Werten variiert die Auslastung<sup>2</sup> noch etwas und steigt gegen sehr feine Auflösungen an, da Kerbspannungen sichtbar werden.

---

<sup>1</sup>Komponente in GRASSHOPPER<sup>®</sup>, die eine vorgegebene Gesamtlast auf eine Netzfläche aufteilt und dabei den Abstand der Elemente bewertet, um die Kräfte pro Knoten lokal zu gewichten

<sup>2</sup>maximale Spannung innerhalb eines Elements in Abhängigkeit der Dehngrenze in Prozent



**Abb. 9:** Darstellung der Verschiebung sowie der Elementauslastung mit steigender Netzfeinheit

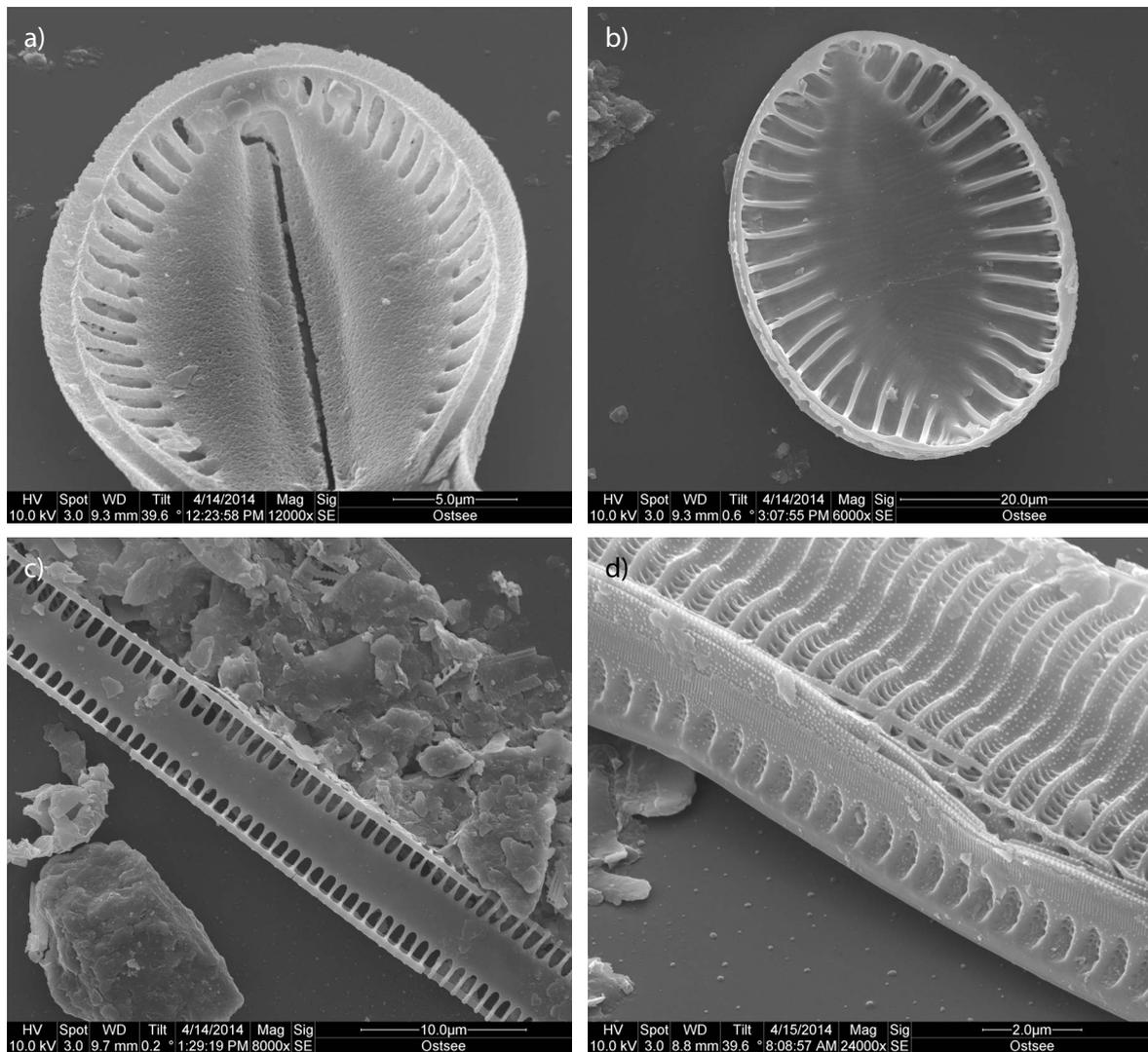
Demzufolge ist anzunehmen, dass bei Netzauflösungen von 0,09 m und feiner ein hinreichend genaues Ergebnis ausgegeben werden kann. Demzufolge sind alle folgenden Träger mit dieser Auflösung vernetzt. Die maximale Netzfeinheit erreicht seine Obergrenze bei circa 0,03 m, da durch Fehlen eines iterativen Solvers keine schnellen Berechnungszeiten während der Optimierung gewährleistet werden können (siehe für weitere Ausführungen Unterabschnitt 5.6).

## 3.8 Träger 1

### 3.8.1 Bionischer Prozess

T1 liegt eine Kombination von verschiedenen Versteifungen in Axialrichtungen zugrunde. Grundprinzip ist dabei die Erhöhung des axialen Flächenträgheitsmoments durch den Steiner-Anteil, ähnlich der Funktionsweise eines I-Trägers (Gleichung 8).

Die Kanten von *Surirella spec.*, *Diploneis spec.*, *Tryblionella spec.* und *Tabularia spec.* (Abbildung 10) bieten eine geeignete Vorlage. Sie spannen auf einer rechteckigen Grundfläche in den Ecken röhrenartige oder flache Strukturen auf. Es ist zu vermuten, dass somit das Flächenträgheitsmoment und damit die Biegesteifigkeit über die Hauptachse der Diatomee erhöht wird. Die Anbindung der außen befindlichen Strukturen erfolgt durch Speichen im 45°-Winkel, die sich über die gesamte Länge ziehen und diese mit dem Hauptkörper im Zentrum verbinden.

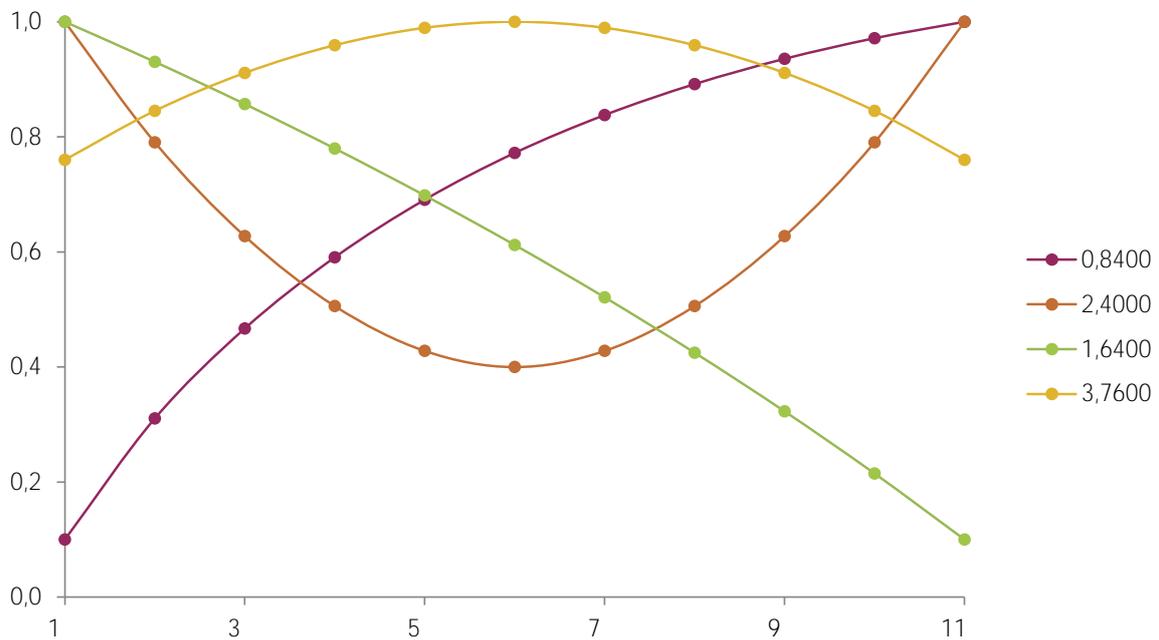


**Abb. 10:** REM-Aufnahmen von Diatomeenschalen; a) *Surirella spec.*; b) *Diploneis spec.*; c) *Tryblionella spec.*; d) *Tabularia spec.*; alle Maßstäbe sind den einzelnen Abbildungen zu entnehmen, eigene Aufnahmen

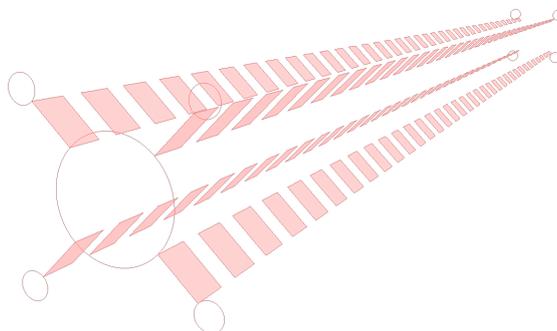
In der technischen Umsetzung wird der voluminöse Innenkorpus auf ein Rohr reduziert, während die Außenstrukturen ebenfalls durch Rohre realisiert werden. Die Speichen können durch einfache Platten umgesetzt werden, deren Breite später in der Optimierung festzulegen ist.

### 3.8.2 Aufbau des Modells

Das hier gezeigte Modell setzt sich aus fünf extrudierten Kreisen zusammen, die jeweils durch Speichen zur Weitergabe der unter Belastung entstehenden Schubkräfte verbunden sind (Abbildung 12). Da als



**Abb. 11:** Darstellung von 4 möglichen Gewichtungskurvenvarianten für 11 Ergebniswerte, auf y-Achse ist für die jeweiligen Positionen die Gewichtung in Prozent abzulesen



**Abb. 12:** Darstellung von T1 während des Aufbaus; Links sind die 5 Basiskreise sichtbar, die mit denen im Hintergrund befindlichen Kreisen zu Zylindern verbunden werden. Zudem sind die Speichen eingeblendet

Rahmenbedingung festgelegt wird, dass der Balken an seinem Beginn und Ende eine Speiche besitzt, welche bündig abschließt, erschwert dies die folgende Generierung der Flächen.

Grundsätzlich werden die Speichen mittels der Funktion in Abbildung 11 gewichtet. Der Graph spannt sich vom Ursprung ausgehend mit der Länge 1 auf und wird in die Anzahl der Speichen unterteilt. Der y-Wert jedes Punktes auf der Linie entspricht der prozentualen Gewichtung, abhängig von der maximalen möglichen Speichenbreite. Zusätzlich fließen die Parameter „invertiert“ und „quadratisch“

ein „quadratisch“ ist dabei ein bool'scher Operator, der festlegt, ob sich die Kurve von (0;0,1) zu (1;1) (im Folgenden linear genannt) oder von (0;1) zu (1;1) (im folgenden quadratisch genannt) aufspannt. Demzufolge führt linear zu einer ansteigenden Speichenbreite, während quadratisch seine symmetrischen Maxima an den Randbereichen und das Minimum im Zentrum besitzt. Der Parameter „invertiert“ invertiert im linearen Bereich die Werteliste, d.h. vorne dünn wird zu vorn breiter und vice versa. Im quadratischen Bereich befinden sich die maximalen Werte im Zentrum und die Minima an den Randbereichen und vice versa (Abbildung 11).

Die gesamte Steuerung der vier verschiedenen Varianten übernimmt ein C# Baustein mit dem hier angegebenen Code. Als Input erhält dieser einen Regler mit einem Wertebereich  $W = [0, 01; 4]$ . Untersuchungen haben ergeben, dass Galapagos wesentlich schneller mit einem einzigen Regler anstatt mit drei für diese Funktion optimiert. Die drei Outputs sind über folgende if-Bedingung festgelegt:

```

1 private void RunScript(double x, ref object inverted, ref object
2   squared, ref object output)
3   {
4     if (x <= 1){
5       output = x;
6       inverted = 0;
7       squared = 0;
8     }
9     else if(x > 1 && x <= 2){
10      output = x - 1;
11      inverted = 1;
12      squared = 0;
13    }
14    else if(x > 2 && x <= 3){
15      output = x - 2;
16      inverted = 0;
17      squared = 1;
18    }
19    else{
20      output = x - 3;
21      inverted = 1;
22      squared = 1;
23    }
  }

```

Daraus konstruieren sich die Speichen, die durch jeweils zwei Punkte aus einer Linie der Gruppe 1 sowie der ihr am nächsten liegenden Linie der Gruppe 2 definiert sind (Abbildung 12).

### 3.8.3 Parameterschranken

Für Träger 1 sind sieben Parameter zu optimieren, wobei der Skalierungsfaktor der Stirn des Trägers nur für LCB<sub>1</sub> aktiviert wird (Abbildung 13):



**Abb. 13:** Ausschnitt aus dem Code in GRASSHOPPER<sup>®</sup>, in dem die Regler zu sehen sind

- Der Regler „Gewichtungsfunktion“ erstreckt sich in einem Wertebereich von 0,01 bis 4,00 und variiert über die oben beschriebene Gewichtungsfunktion Unterunterabschnitt 3.8.2 die Speichenbreite.
- „Radialspeichen“ ist ein Regler mit diskreten Werten, welcher die Menge aller Speichen im Träger angibt. Er läuft von 1 bis 50.
- „Breite Radialspeichen“ gibt die maximale Breite der Speichen an. Da diese allerdings von der Gesamtzahl und damit von „Radialspeichen“ abhängig ist, muss es sich hier um einen variablen Regler handeln. Sein Wertebereich erstreckt sich von 0,05 bis 1, wobei 1 die maximal mögliche Breite in Abhängigkeit der Speichenanzahl angibt. Diese Speichenbreite wird zudem nochmals durch „Gewichtungsfunktion“ gewichtet.
- „Durchmesser innen“ gibt den Durchmesser des Rohres im Zentrum an. Auch hierbei handelt es sich um einen variablen Regler, der verhindert, dass das innere Rohr die äußeren schneidet.
- „Durchmesser außen“ besitzt einen Wertebereich von 0,3 bis 3 und gibt den Durchmesser der außen liegenden Rohre an.
- „Scale front“ läuft von 0,5 bis 1 und skaliert das Element an der Spitze. Werten < 1 führen zu einem spitz zulaufenden Träger.

- Hinter dem Regler „CrossSection“ verbirgt sich ein Wertebereich von 0,1 bis 1,0, welcher die Schalendicke innerhalb des FEM-Moduls den Shell-Elementen zuweist.

### 3.8.4 Plausibilitätsrechnung

Zur Überprüfung der Werte wird T1 mit einer beliebigen Reglerstellung (hier Ergebnis der Optimierung von LCB1) mittig des Trägers geschnitten. Da der Körper konisch zuläuft, geht man zur Vereinfachung von einem Träger mit konstanten Maßen aus dem Mittelquerschnitt über die Länge aus. Dieser Querschnitt unterteilt sich in drei Teile und summiert die Flächenträgheitsmomente (Abbildung 14). Die Teile 2 und 3 werden viermal eingerechnet. Die Plausibilitätsrechnung ergibt folgendes Ergebnis (Tabelle 2):

**Tab. 2:** Berechnung des Flächenträgheitsmoments I, D = Durchmesser, i=innen, a=außen, Abst=Abstand zum Schwerpunkt

	I[m <sup>4</sup> ]	Abst. [m]	D <sub>i</sub> [m]	D <sub>a</sub> [m]	Fläche [m <sup>2</sup> ]
Teilfläche 1	2,85 · 10 <sup>-4</sup>	0	0,313	0,31	
Teilfläche 2	1,48 · 10 <sup>-10</sup>	0,263			2,52 · 10 <sup>-4</sup>
Teilfläche 3	3,17 · 10 <sup>-6</sup>	0,357	0,071	0,068	1,31 · 10 <sup>-3</sup>
Gesamt	1,04 · 10 <sup>-3</sup>				

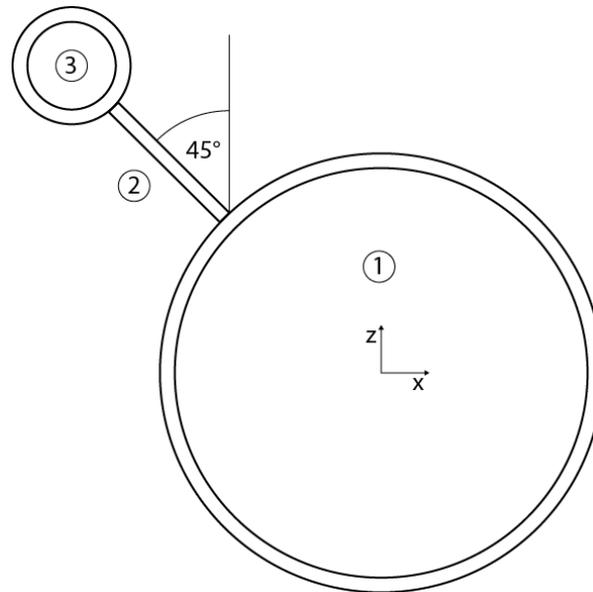
Daraus ergibt sich unter Verwendung von Formel 5 mit der Kraft F = 25 kN, Länge T = 10 m und dem E-Modul E = 210000 MPa eine Verschiebung w von

$$w_{ber} = 3,83 \cdot 10^{-2} \text{ m.} \quad (9)$$

Im Vergleich zur Verschiebung der Simulation

$$w_{sim} = 4,05 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad (10)$$

zeigt sich ein Fehler von 5,4 % des berechneten Wertes, mit dem diese Berechnung als gültig anzunehmen ist. Insofern ist davon auszugehen, dass alle folgenden Rechnungen innerhalb dieser Trägerberechnung als plausibel einzuschätzen sind.



**Abb. 14:** Vereinfachte Darstellung zur Berechnung des Flächenträgheitsmoments für  $T_1$ , nicht maßstabsgerecht

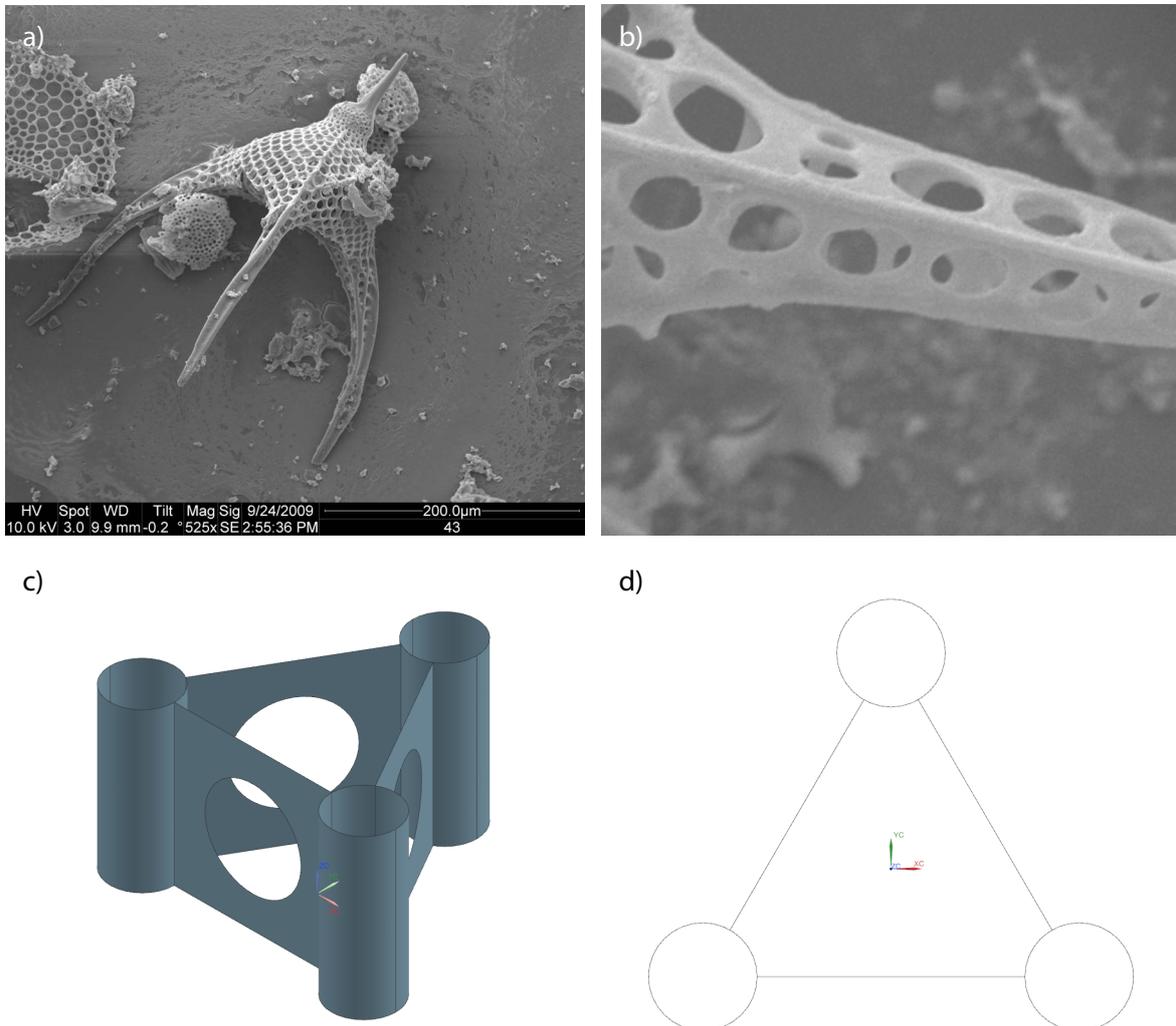
## 3.9 Träger 2

### 3.9.1 Bionischer Prozess

Träger 2 liegt eine Radiolarie zugrunde, *Lychnocanium grande* (Abbildung 15a und b) (Anderson, 1983, S.18). Sie besitzt drei vom Zentrum ausgehende, leicht abgebogene Stacheln, die in der Nähe ihres Ansatzpunktes die interessante Struktur aufweisen. Sie besteht aus drei Hauptelementen in dreieckiger Grundanordnung, verbunden durch Zwischenflächen. Zu diesem Modell existiert bereits eine vereinfachte technische Umsetzung in der Datenbank, die aus drei Rohren besteht, die über gleichmäßig gelöcherte Bleche verbunden wird (Abbildung 15c und d). Hierbei ignoriert wird die konisch zulaufende Natur des Stachels als auch die gegeneinander verschobenen Löcher, die sich über die Länge verkleinern. Auf Basis dieser Erkenntnisse wird der Träger neu konzipiert. Die dreieckige Grundstruktur bleibt erhalten, während die Röhren in Bögen umgewandelt werden. Zudem sollen auch die gebogenen Flächen des Dreiecks berücksichtigt werden.

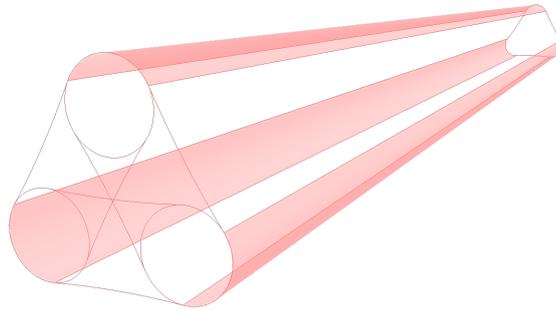
### 3.9.2 Aufbau des Modells

Das Modell baut sich aus drei Kreisen auf, die auf den Eckpunkten eines fiktiven Dreiecks angesiedelt sind (Abbildung 16). Verbunden werden diese über eine Komponente, die tangential zwischen zwei Kreisen eine weitere Bogenkurve errichtet. Es wird für die Form dabei nur die zum Zentrum konvexe



**Abb. 15:** a) Darstellung von *Lychnocanium grande*; b) Detail von *Lychnocanium grande*; c) und d) Vormodell eines nach *Lychnocanium grande* gefertigten Hohlträgers, alle aus der internen Datenbank entnommen, Maßstab für a) ist in der Abbildung

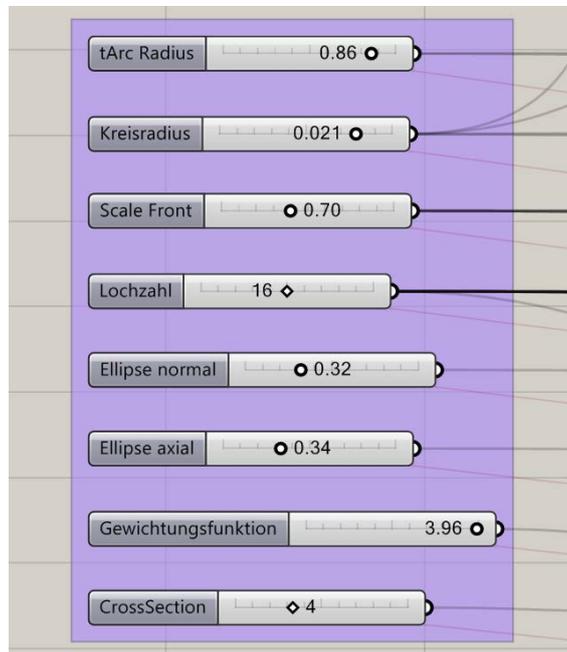
Lösung verwendet. Die Kreise werden am Tangentialpunkt aufgeschnitten und mit den Bogenkurven verknüpft, sodass eine geschlossene Linie verbleibt, die einem Dreieck mit abgerundeten Ecken ähnelt. Diese wird nun in y-Richtung extrudiert und kann sich im Bedarfsfall verjüngen. Die Flächen, welche aus den ursprünglichen Bogenkurven extrudiert werden, werden mit der Projektion von Ellipsen geschnitten. Deren Größe kann über den Verlauf des Trägers mit der bekannten Gewichtungsfunktion (siehe Unterabschnitt 3.8) variiert werden und passt sich zusätzlich an die Verjüngung an.



**Abb. 16:** Darstellung von T2 während des Aufbaus; Links sind die 3 Basiskreise sichtbar, verbunden durch tangentiale Bogenkurven (in diesem Beispiel kaum gekrümmt). Im Hintergrund ist die Projektion der Konstruktion von vorne erkennbar. Zusätzlich sind bereits die Flächen, die aus den Kreisbögen entstehen, eingeblendet

### 3.9.3 Parameterschranken

Für Träger 2 werden acht Parameter optimiert und auch hier wird, wie bei Träger 1, eine konische Konstruktion für LCB2 deaktiviert (Abbildung 17):



**Abb. 17:** Ausschnitt aus dem Code in GRASSHOPPER®, in dem die Regler zu sehen sind

- „tArc Radius“ reguliert die Stärke des Tangentialbogens. Es handelt sich um einen variablen Regler mit Wertebereich  $]0;1,00]$ , der ein Verschwinden der Kreisbögen in Extremfällen verhindert.

- „Kreisradius“ variiert die Größe der Rundungen in den Ecken der Grundfläche. Gleichzeitig wird die Seitenlänge des zugrundeliegenden Dreiecks so verändert, sodass die Höhe von 0,1 Einheiten durchgehend gegeben ist.
- „Scale front“ verläuft von 0,50 bis 1 und skaliert das Element an der Spitze. Dies erzeugt nach der Verbindung der zwei Kurven mit Flächen einen konisch zulaufenden Träger.
- „Lochzahl“ gibt die Menge der Löcher pro Seite im Träger an.
- „Ellipse normal“ gibt den Radius in normaler Achsrichtung an (variabler Regler mit Wertebereich [0,00;1]).
- „Ellipse axial“ gibt den Radius in axialer Richtung an. Hierbei handelt es sich um einen variablen Regler mit Wertebereich [0,00;1].
- „Gewichtungsfunktion“ variiert die Größe der Ellipsen über die Länge des Trägers.
- „CrossSection“ besitzt einen Wertebereich von 0,1-1, welcher die Schalendicke innerhalb des FEM-Moduls den Shell-Elementen zuweist.

### 3.9.4 Plausibilitätsrechnung

Auch hier werden die Parameterstellungen der Optimierung von LCB<sub>1</sub> verwendet. Es wird, erzwungen durch die konische Konstruktion, wiederum ein Schnitt in der Hälfte durchgeführt und der Flächeninhalt des äußeren Dreiecks bestimmt (Abbildung 18). Basierend darauf wird über

$$A_a = \frac{1}{2} a \cdot h \text{ mit } h = 3 \frac{a}{2} \quad (11)$$

$$= \frac{1}{4} 3a^2 \quad (12)$$

und umgestellt nach  $a$

$$a_a = \frac{4A}{3} \quad (13)$$

die Seitenlänge des Vergleichsdreiecks errechnet, mit der über die Höhe

$$h = 3 \frac{a}{2} \quad (14)$$

sich das Flächenträgheitsmoment bestimmen lässt (Assmann & Selke, 2009, S.401):

$$I_z = \frac{ah^3}{36} \quad (15)$$

Daraus ergibt sich unter Verwendung von Formel 5 mit der Kraft  $F = 25 \text{ kN}$ , Länge  $T = 10 \text{ m}$  und

**Tab. 3:** Plausibilitätsberechnung unter o.g. Formel, A=Fläche

	A [m <sup>2</sup> ]	a [m]	h [m]	I [m <sup>4</sup> ]
außen	0,527	1,103	0,955	0,02672
innen	0,519	1,095	0,947	0,02587
gesamt				0,00085

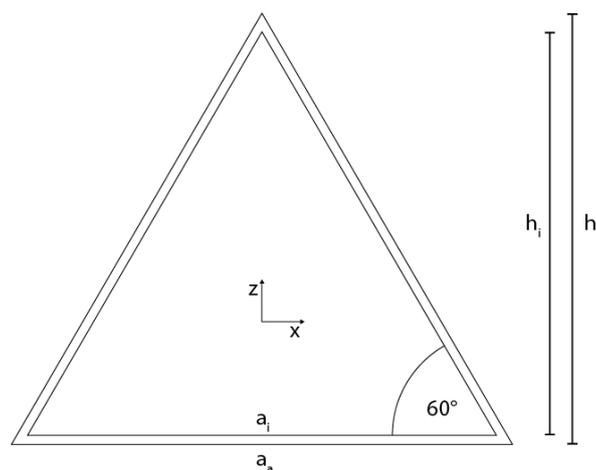
dem E-Modul  $E = 210000 \text{ MPa}$  eine Verschiebung  $w$  von

$$w_{ber} = 0,0464 \text{ m} \quad (16)$$

Im Vergleich zur simulierten Lösung

$$w_{sim} = 0,0324 \text{ m} \quad (17)$$

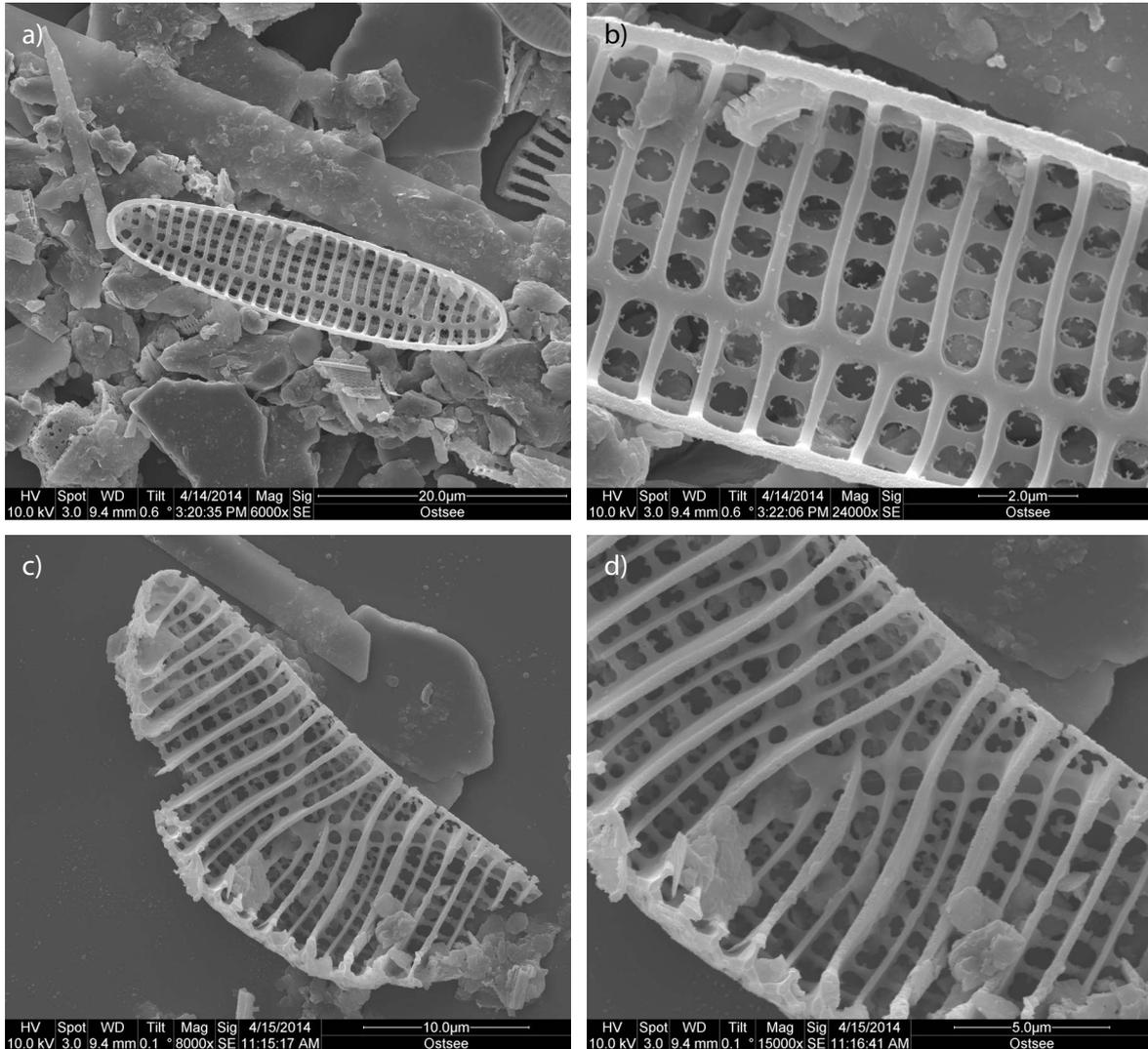
entsteht somit ein Fehler von 43,20 %, der aufgrund der großen Approximationen im akzeptablen Bereich liegt. Ergo kann von einer plausiblen Simulation ausgegangen werden.



**Abb. 18:** Vereinfachte Darstellung zur Berechnung der Flächenträgheitsmomente für T2, inneres und äußeres Dreieck werden voneinander subtrahiert, a=Seitenlänge, h=Höhe, i=innen, a=außen; nicht maßstabsgerecht

### 3.10 Träger 3

#### 3.10.1 Bionischer Prozess



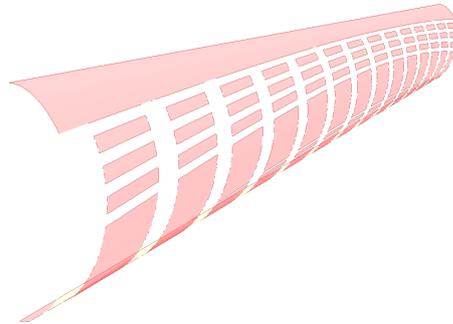
**Abb. 19:** a) Darstellung einer nicht näher bestimmten Art mit rechtwinklig zueinander verlaufenden Speichen Mit einer Stabilisierungspeiche im Zentrum b) Detail derselben Schale aus a) c) und d) Darstellung von *Epithemia spec.*, hier ist die verbreiterte Axialspeiche mittig zu erkennen; alle Maßstäbe sind den einzelnen Abbildungen zu entnehmen, eigene Aufnahmen

Träger 3 verfolgt ein Konzept aus zueinander rechtwinkligen Axial- und Normalspeichen. Häufig ist bei langgestreckten Pennaten eine Verspeichung zu erkennen, die mit Bögen in axialer Richtung die bekannten Waben ergeben (Abbildung 19). Vor allem diese besitzen weitere Anpassungen, meist indem sie sich in Spannungslinien bei seitlicher Belastung ansammeln. *Epithemia spec.* verstärkt diese

Struktur durch eine mittig angesiedelt, gebogene Speiche, die zusätzliche Belastungen aufnehmen kann. Die Grundform, ähnlich einer Mandel, kann nicht übernommen werden, soll jedoch so variabel wie möglich gestaltet werden.

Ziel dieses Modells ist es, ein Konzept zu erschaffen, das auf unterschiedliche Grundformen angepasst werden kann und dabei so variabel ist, dass es sich auch an unterschiedliche Lastfälle adaptieren kann. Dabei sollen die Speichen, sowohl in axialer als auch in normaler Richtung, so geschaffen sein, dass sie sich innerhalb des Spannungsverlaufs vermehrt ansiedeln können.

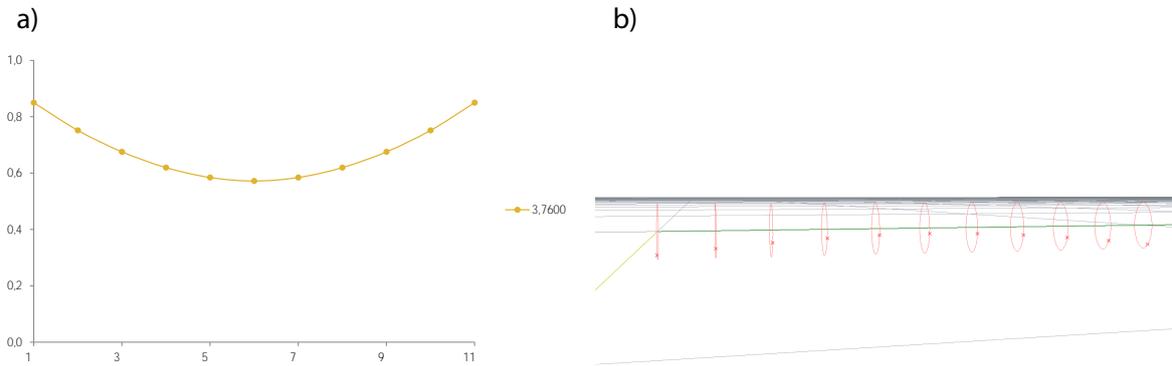
### 3.10.2 Aufbau des Modells



**Abb. 20:** Darstellung von  $T_3$  während des Aufbaus; Man erkennt gut den Aufbau des Trägers aus seinen Einzelteilen, die Normalspeichen fehlen in dieser Ansicht. Vor der Simulation wird der Träger gespiegelt und sein Netz verknüpft

Zugrunde dieses Trägers liegt ein Körper, auf dessen Oberfläche alle anderen Speichen aufgelegt werden, um die Schale zu erschaffen. Prinzipiell kann dieser Körper beliebig variiert werden, was im Rahmen dieser folgenden Optimierung eingeschränkt und eine variable zylinderförmige Grundform gewählt wird. Diese wird aus elf aufeinanderfolgenden geschlossenen Kurven erstellt, die wiederum pro Kurve aus vier Punkten bestehen.

Ab hier wird das bisherige Konstrukt in der  $yz$ -Achse geschnitten und erst gegen Ende gespiegelt und zusammengefügt, da es sich hier um ein symmetrisches Teil handelt. Den ursprünglichen zehn Konstruktionsspeichen kommt eine weitere Bedeutung zu: Sie dienen zur Erstellung der Unterteilung in Ober- und Unterteil des Trägers. Hierzu fungiert die bereits bekannte (Unterabschnitt 3.8) Gewichtungsfunktion als Trenner. Ausgehend von der Oberseite der Konstruktionsspeichen werden diese prozentual aufgeteilt. Folglich würde ein Wert von 0,1 eine Trennung der Hilfsspeiche weit oben erzielen,



**Abb. 21:** Projektion der Kurve (a), generiert aus der Gewichtungsfunktion, auf die Hilfspeichen in b), Projektion startet von oben

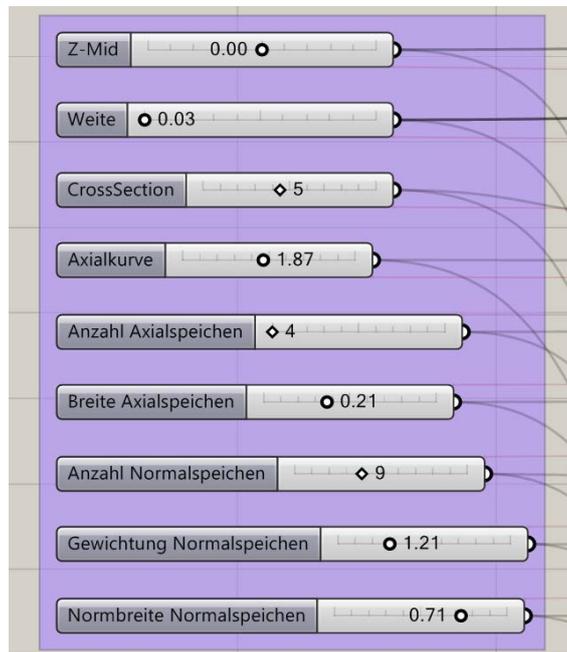
eine 0,5 genau auf der Hälfte, d.h. auf der Schnittlinie mit der xy-Ebene. Die Gewichtungsfunktion gibt für diesen Fall elf Werte aus, von denen je einer auf je eine Konstruktionsspeiche angewendet wird. Dies erzeugt eine Projektion der Kurve auf die gebogene Oberfläche des Grundkörpers .

Dieser Grundkörper, mittlerweile aus zwei Flächen (Ober- und Unterfläche) bestehend, wird durch Kurven auf seiner Oberfläche soweit aufgeteilt, sodass schlussendlich ein Gitter übrig bleibt, das beliebig angepasst werden kann. Es werden nun Schritt für Schritt die Deckflächen, die Normalspeichen, die breite Axialspeiche und schließlich die Axialspeichen herausgeschnitten (Abbildung 20). Nach einer Operation wird die übrig gebliebene Fläche an den nächsten Programmteil weitergegeben. Dadurch wird ein sauberere Passung der einzelnen Flächen sichergestellt, die ansonsten in der Simulation zu Problemen führen können. Alle Schnitte erfolgen durch Kurve auf der Oberfläche und bleiben damit im zweidimensionalen Bereich, da dies die schnellste Methode der Konstruktion darstellt.

### 3.10.3 Parameterschranken

Im Gegensatz zu den bisherigen Trägern erhält T<sub>3</sub> keine Skalierung der Front. Insgesamt stehen neun Parameter für die Optimierung zur Verfügung (Abbildung 22):

- „Z-Mid“ dient der Verzerrung des Grundkörpers, der den Zylinder auf halber Länge partiell gewichten kann. Er kann zwischen -0,02 und 0,02 laufen.
- „Weite“ variiert die zugrundeliegende Ellipse des Zylinders und kann zwischen 0,03 und 0,05 (Kreis) Werte annehmen.
- „CrossSection“ besitzt einen Wertebereich von 0,1 bis 1,0, welcher die Schalendicke innerhalb des FEM-Moduls den Shell-Elementen zuweist.



**Abb. 22:** Ausschnitt aus dem Code in GRASSHOPPER<sup>®</sup>, in dem die Regler zu sehen sind

- „Axialkurve“ reguliert den Verlauf der aller in Achsrichtung verlaufenden Speichen (Wertebereich 0,00-4,00). Es stellt eine dreidimensionale Projektion der Kurve auf die Seitenfläche dar und kann ähnliche Werte wie die aus Unterabschnitt 3.8 bekannte Funktion annehmen.
- „Anzahl Axialspeichen“ gibt die Menge der Speichen in Achsrichtung an. Der Wertebereich erstreckt sich von 4 bis 12.
- „Breite Axialspeichen“ variiert die Breite der Speichen in Prozent der gesamt zur Verfügung stehenden Strecke. Eine Speiche kann demzufolge maximal 0,5 breit sein. Um immer einen kleinen Abstand sicherzustellen, liegt der Wertebereich für diesen Regler zwischen 0,1 und 0,4.
- „Anzahl Normalspeichen“ reguliert die Menge aller Speichen in normaler Richtung. Er erstreckt sich von 2 bis 20.
- „Gewichtung Normalspeichen“ steuert die Breite der Normalspeichen auf Basis der Gewichtungsfunktion (Wertebereich 0,00-4,00).
- „Normbreite Normalspeichen“ ist ein prozentualer Regler, der die Maximalbreite der Speichen angibt. Er läuft dementsprechend von 0,05 bis 0,95

### 3.10.4 Plausibilitätsrechnung

Für die Plausibilitätsrechnung von T<sub>3</sub> wird von einem ovalen Hohlträger als Approximation ausgegangen (Werte aus Optimierung auf LCB<sub>1</sub>). Damit ergibt sich folgender Flächeninhalt nach (Schaeffler KG, 2002, S.120) (Abbildung 23):

$$I_z = \frac{\pi}{4} \cdot ((h_2 + s) \cdot (h_1 + s)^3 - h_2 \cdot h_1^3) \quad (18)$$

Damit ergibt sich mit  $h_1 = 0,4975 \text{ m}$   $h_2 = 0,2975 \text{ m}$   $s = 0,005 \text{ m}$  (Abbildung 23)

$$I_z = 0,00137 \text{ m}^4 \quad (19)$$

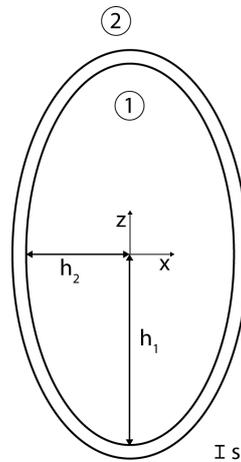
Mit Formel 5 und dem soeben berechneten Flächenträgheitsmoment mit der Kraft  $F = 25 \text{ kN}$ , Länge  $T = 10 \text{ m}$  und dem E-Modul  $E = 210000 \text{ MPa}$  eine Verschiebung  $w$  von

$$w_{\text{ber}} = 0,0289 \text{ m} \quad (20)$$

Im Vergleich zur Verschiebung aus der Simulation

$$w_{\text{sim}} = 0,0326 \text{ m} \quad (21)$$

ist davon auszugehen, das aufgrund des geringen Fehlers von 11,3 % eine plausible Simulation für T<sub>3</sub> durchgeführt wird.



**Abb. 23:** Vereinfachte Darstellung zur Berechnung der Flächenträgheitsmomente für  $T_3$ ,  $h$  = Radius, nicht maßstabsgerecht

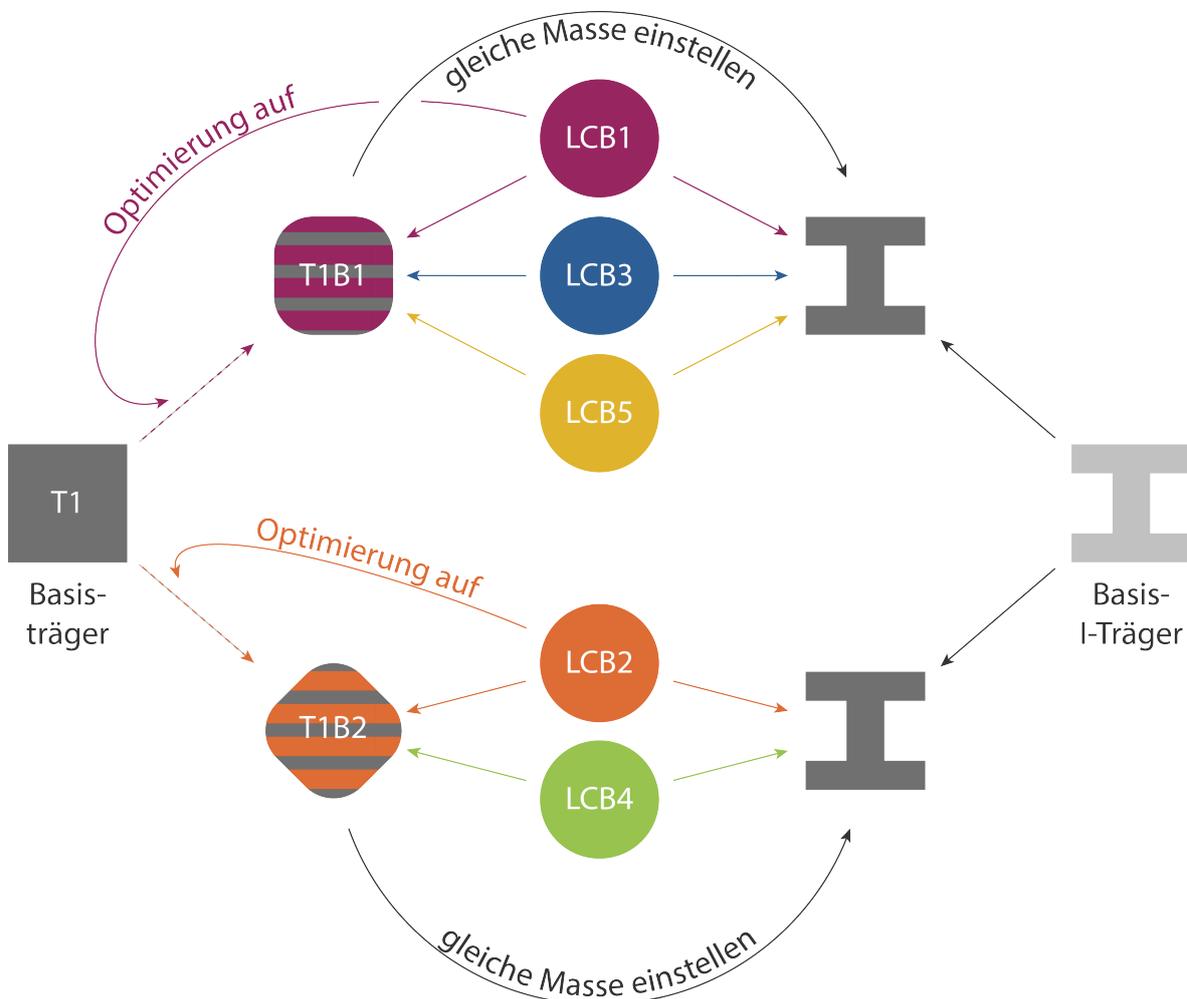
### 3.11 Durchführung von Optimierung und Ergebnisauswertung

Jeder der drei Träger wird nach seinem Aufbau auf zwei Lastfälle hin optimiert (Abbildung 24). Hierfür werden die LCB<sub>1</sub> und LCB<sub>2</sub> herangezogen, da sie zwei unterschiedliche Lagerungen besitzen. Er wird entsprechend seines Ursprungs als T<sub>1</sub> und seines Optimierungslastfalles LCB<sub>1</sub> danach T<sub>1B1</sub> genannt. Nach dieser Optimierung werden die optimierten Träger auf die Lastfälle belastet, die zu der bestehenden Lagerung passen. Das bedeutet, dass LCB<sub>1</sub>, LCB<sub>3</sub> und LCB<sub>5</sub> eine Gruppe und LCB<sub>2</sub> und LCB<sub>4</sub> die andere bilden. Als Referenz dient dabei ein I-Träger I<sub>100</sub> nach Norm DIN 1025-3 (Deutsches Institut für Normung e.V., 1994a). Um unabhängig von Maßen agieren zu können, wird das Verhältnis der Stegbreiten zur Ober- und Unterfläche beibehalten und solange variiert, bis sich ein ähnliches Gewicht einstellt, welche für die Optimierung auf LCB<sub>1</sub> und 2 unterschiedlich ist. Dementsprechend ergeben sich je Träger jeweils zwei Referenzen für die unterschiedlichen Lagerungen. Die Referenzträger werden nun mit den gleichen Belastungen wie die optimierten Träger belastet und Verschiebung  $w$ , Auslastung  $U_{\max}$  sowie die obere Auslastung  $\bar{U}_{25\%}$ , die dem Mittelwert der oberen 25 % der Auslastungen der einzelnen Elemente in Relation zu  $U_{\max}$  als 100 % entspricht. Alle Werte werden auf den Referenzwert bezogen in Prozent dargestellt, um einen einfachen Vergleich zu ermöglichen.

Während des Optimiervorgangs versucht der Optimierungsbaustein, den Fitnesswert (Masse) zu minimieren und stoppt bei einer Stagnierung des Fitnesswertes über 20 Generationen. Ab der zweiten Generation bestehen alle folgenden aus 32 Individuen, während die erste aus 64 besteht (dem sogenannten „inital boost“). Aus den vorhergehenden Generationen werden jeweils die Werte der zwei besten Individuen erhalten und in die neue Generation übertragen. Der sogenannte „Inbreeding“ Wert (Inze-

strate), welcher die Steuerung einzelner Regler aus einem erfolgreichen Modell bestimmt, wird auf +30 % festgelegt. Dieser Wert bedeutet bei +100 % eine Beschränkung auf Individuen mit ähnlichem Genom, bei -100 % werden Fortpflanzungspartner mit stark unterschiedlichem Genom gewählt. Der verwendete Wert wird als Kompromiss festgelegt. Sämtliche dieser Werte basieren auf Voruntersuchungen und stellten sich als effizient heraus (siehe auch Unterabschnitt 3.3).

Ein kompletter Optimierungsvorgang mit diesen Einstellungen benötigt abhängig von der Leistung des verwendeten Rechners, der Anzahl der Parameter und der Komplexität des Modells zwischen 2 und 10 Stunden.

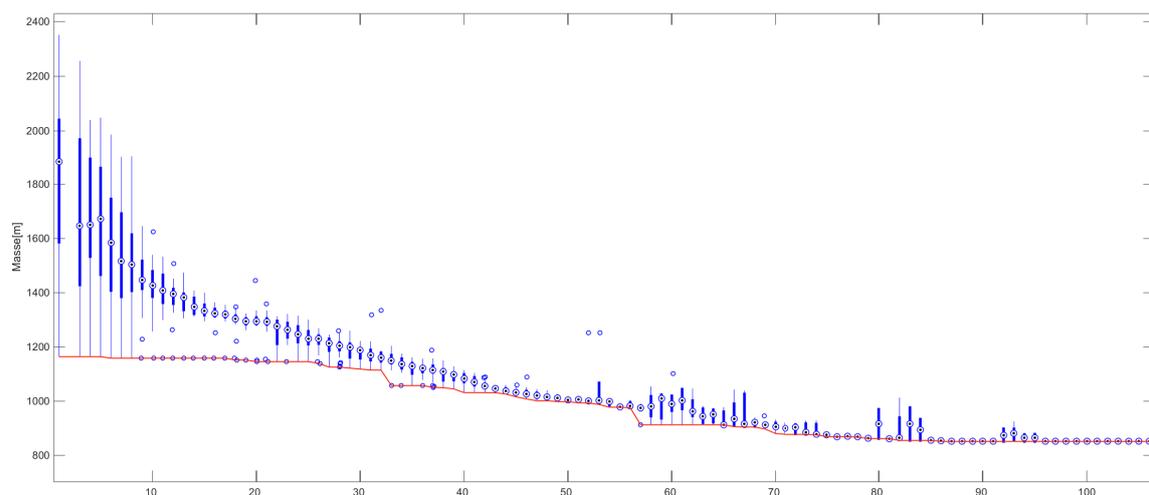


**Abb. 24:** Darstellung der Vorgehensweise bei Optimierung, links der zu optimierende Träger (T1), rechts der Referenz-I-Träger, mittig die Lastfälle; Abkürzungen können dem Abkürzungsverzeichnis auf S.IV entnommen werden: Im ersten Schritt wird T1 auf LCB1 und LCB2 optimiert und ergibt T1B1 respektive T1B2. Für beide Träger wird ein Referenzträger mit I-Profil und gleicher Masse erstellt. Alle vier Träger werden nun mit den angezeigten Lastfällen belastet, in Zusammenhang gesetzt und ausgewertet

## 4 Ergebnisse

### 4.1 Optimierung

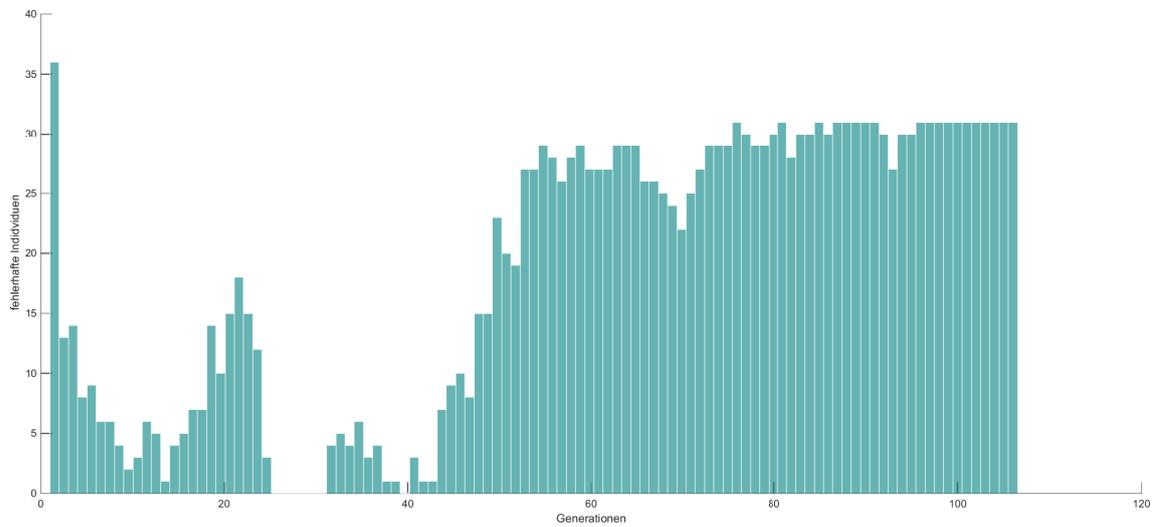
Die Optimierung für T1 mit Lastfall LCB<sub>1</sub> erfolgt über 104 Generationen und dauert in etwa 8 Stunden. Das Minimum tritt erstmals in Generation 84 auf, zu erkennen an der ab hier horizontal verlaufenden Kurve (Abbildung 25). Dabei ist anzumerken, dass im Gegensatz zu den übrigen Optimierungen für T2 und 3 ein Abbruch nach 20 Generationen erfolgt. Zu sehen ist in Abbildung 25 eine absteigende Masse welche weitgehend kontinuierlich reduziert wird, unterbrochen von zwei größeren Sprüngen in Generation 30 sowie in 54. Ebenfalls nimmt die Streuung der Masse innerhalb einer Generation mit weiterer Reduktion ab, welche nach einem Sprung stärker streut als die vorhergehende. Ab dem in Generation 84 gefundenem Minimum variieren die Werte nur noch marginal. Die größte Streuung



**Abb. 25:** Die Verteilung des Fitnesswertes (Masse) mit ihren Whiskern, welche die oberen und unteren Quartile repräsentieren, über den Verlauf der Optimierung, rot eingezeichnet ist das jeweilige Minimum der Optimierung; exemplarisch für die Optimierung von T1 unter LCB<sub>1</sub>

zeigt der Boxplot von Generation 1, welche ab hier kontinuierlich abnimmt. Analog verhalten sich die Mittelwerte. Auch hier sind die angesprochenen verstärkten Streuungen nach größeren Sprüngen in den Minima zu erkennen.

Abbildung 26 stellt die Menge der fehlerhaften Individuen an, d. h. derer Individuen, deren die Fitnessfunktion einen bewusst schlechten Wert ausgibt und damit die tatsächliche Masse überschreibt. Die meisten fehlerhaften Individuen treten in Generation 1 auf, welche auch gleichzeitig eine doppelte



**Abb. 26:** Anzahl der fehlerhaften Individuen innerhalb einer Generation, exemplarisch für die Optimierung von T1 unter LCB1

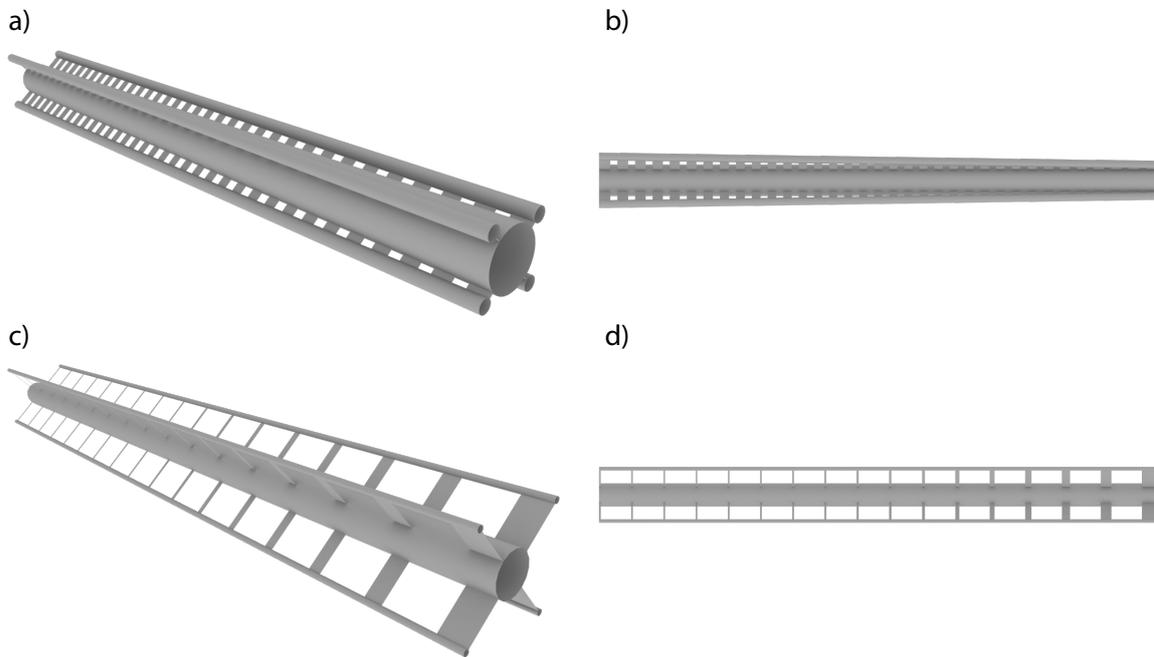
Anzahl an Individuen beinhaltet. Diese sinkt in den Folgegenerationen stark ab, um in erneut Generation 21 ein lokales Maximum zu erreichen. Nach einigen Generationen ohne oder mit nur wenigen fehlerhaften<sup>3</sup> Individuen steigt die Anzahl wiederum an, um dann für alle Folgegenerationen hohe Werte zu erzielen.

Aufgrund der weitgehend redundanten Graphen sind alle folgenden Graphen für die Optimierungen von T1, 2 und 3 im Anhang unter Abschnitt 6 zu finden. Zu erkennen sind jeweils die Generation, in der die optimierte Struktur erstmal simuliert wurde, an dem ab diesen Punkt verlaufende horizontale Linie. Einzig T2B2 (Abbildung 40 und 41 auf S. 54f.) zeigt ein ungewöhnliches Optimierungsschema, bei dem der niedrigste Fitnesswert in Generation 50 einen Sprung vollzieht.

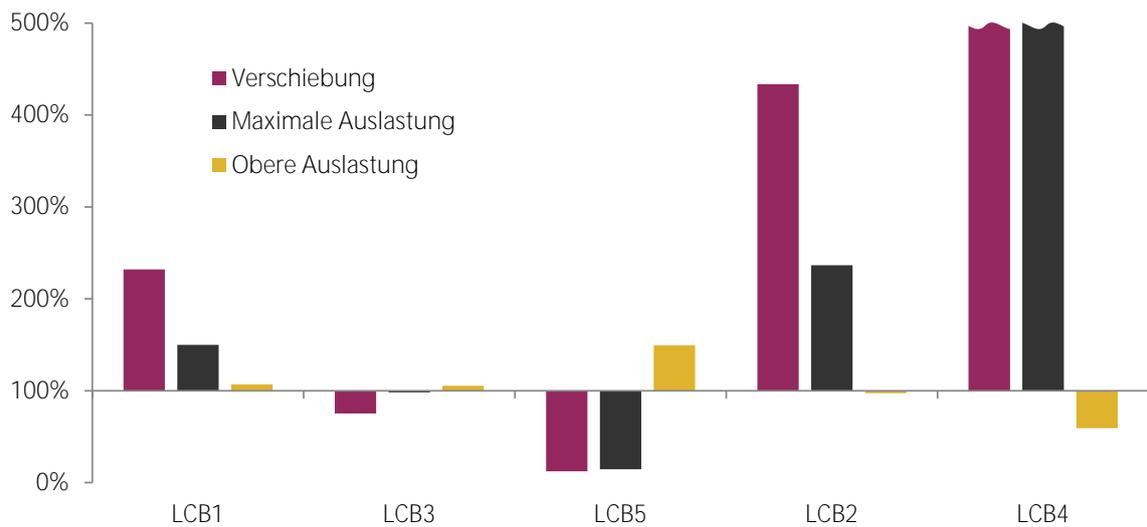
## 4.2 Träger 1

Die Masse des optimierten Trägers für den Referenz-I-Träger kann mit bis zu einem Prozent Genauigkeit erreicht werden (Tabelle 4). Als Resultate der Optimierungen (Abbildung 27) ergibt sich folgendes (Abbildung 28): Die Verschiebung  $w$  unter LCB1 bedeutet eine Verschlechterung um mehr als das Doppelte, die Lastfälle LCB2 und LCB3 sogar eine Verschlechterung um das mehr als das 4- und 7-fache

<sup>3</sup>Modell, welches aufgrund von konstruktiven Fehlern, beispielsweise fehlenden Flächen oder Überschneidungen, nicht berechnet wird und als Masse einen absurden Wert ausgibt; nicht zu verwechseln mit verworfenen Modellen, welche innerhalb einer Generation einen niedrigeren Fitnesswert erzielen und demzufolge abgelehnt werden



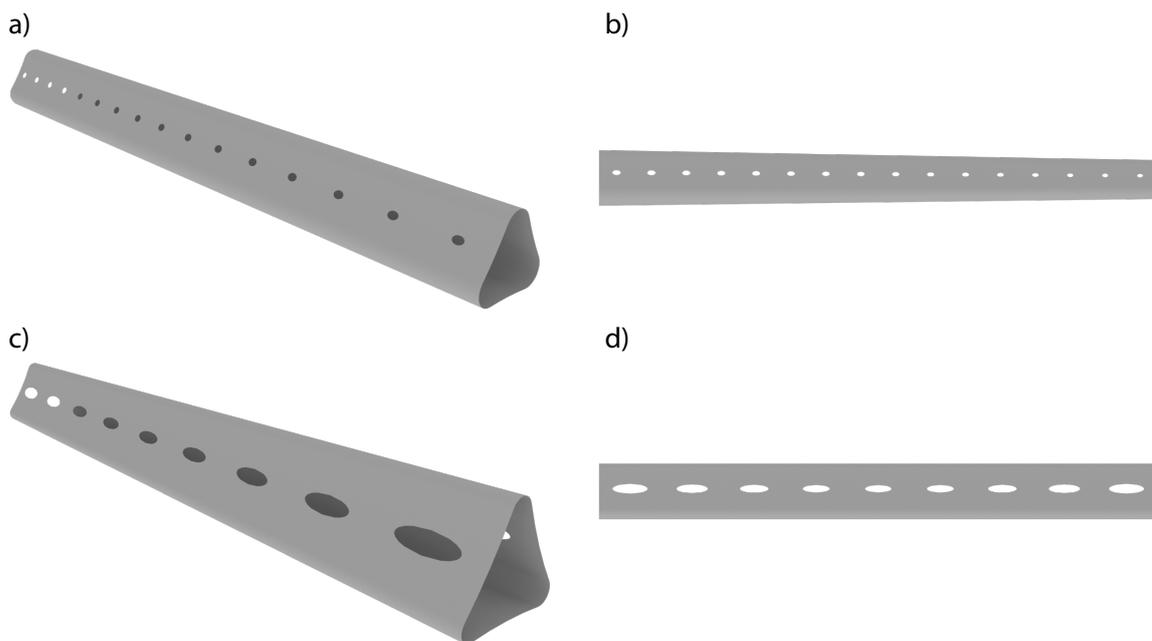
**Abb. 27:** Render der optimierten Versionen von T1, a) und b) zeigen T1B1, während c) und d) T1B2 präsentieren, links liegt die Fußseite, rechts die Stirn



**Abb. 28:** Diagramm für Verschiebung, maximale Auslastung und obere Auslastung von T1 im Verhältnis zur Referenz, die 100% entspricht. Zahlenwerte sind dem Anhang, Tabelle 4 zu entnehmen

zum Referenzträger. Allerdings erreicht die Verschiebung bei reiner axialer Druckbelastung (LCB1) nur 75 % der Referenz, während T1 bei LCB5 um das Zehnfache verwindungssteifer ist. Die Maximalspannungen im Bauteil verhalten sich ähnlich wie die Verschiebung. So sind in den Lastfällen LCB1, LCB2 und LCB4 Verschlechterungen zur Referenz teilweise deutlich zu erkennen, während LCB3 sich weitgehend ähnlich verhält. LCB5 sticht auch hier heraus, indem nur 15 % der Referenzspannungen erreicht werden. Höhere Werte innerhalb der  $\bar{U}_{25\%}$  Anteil Spalte bedeuteten eine höhere Materialauslastung und damit eine effektivere Materialnutzung. Hier wird ersichtlich, dass die Auslastung des Trägers in LCB1, LCB2 und LCB3 minimal variiert. LCB5 zeigt eine erhöhte obere Auslastung, während LCB4 nur 60 % der Referenz auslastet.

### 4.3 Träger 2

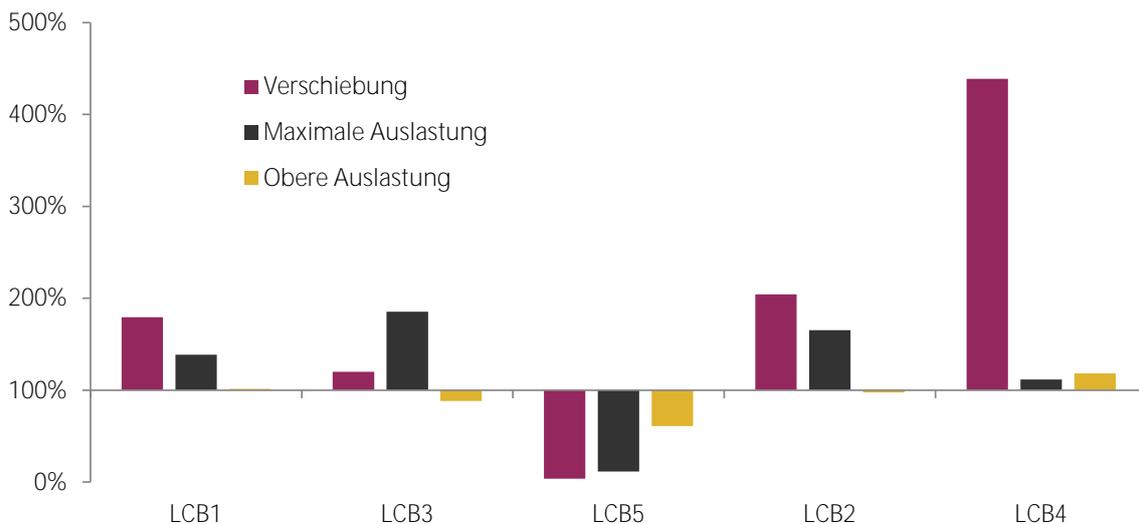


**Abb. 29:** Render der optimierten Versionen von T2, a) und b) zeigen T2B1, während c) und d) T2B2 präsentieren, links liegt die Fußseite, rechts die Stirn

Die Ergebnisse für T2 (Abbildung 29) lassen sich in Abbildung 30 erkennen: Die Verschiebung ist bis auf LCB5 in allen LCs stärker ausgeprägt als die des Referenzträgers. LCB5 besitzt dagegen eine Verschiebung von 3 % der Referenzverschiebung. Auch die Verschiebung von LCB3 ist mit 120 % nur geringfügig höher als die des Referenzträgers. LCB2 und 4 zeigen die doppelte und vierfache Verschiebung an. Für die maximale Spannung zeigt sich eine Verschlechterung um 40 % bei LCB1, um 85 %

bei LCB2 und um 65 % bei LCB2. LCB3 zeigt eine Reduktion auf ein Zehntel des Referenzwertes. Dem gegenüber steht eine Erhöhung der Auslastung um 12 % bei LCB5.

Die obere Auslastung betreffend verhält sich der Träger für LCB1 und LCB2 weitgehend analog zum Referenzträger und kann für LCB3 und LCB5 einen niedrigeren Wert aufzeigen. Einzig LCB4 bietet eine geringfügige Verschlechterung.



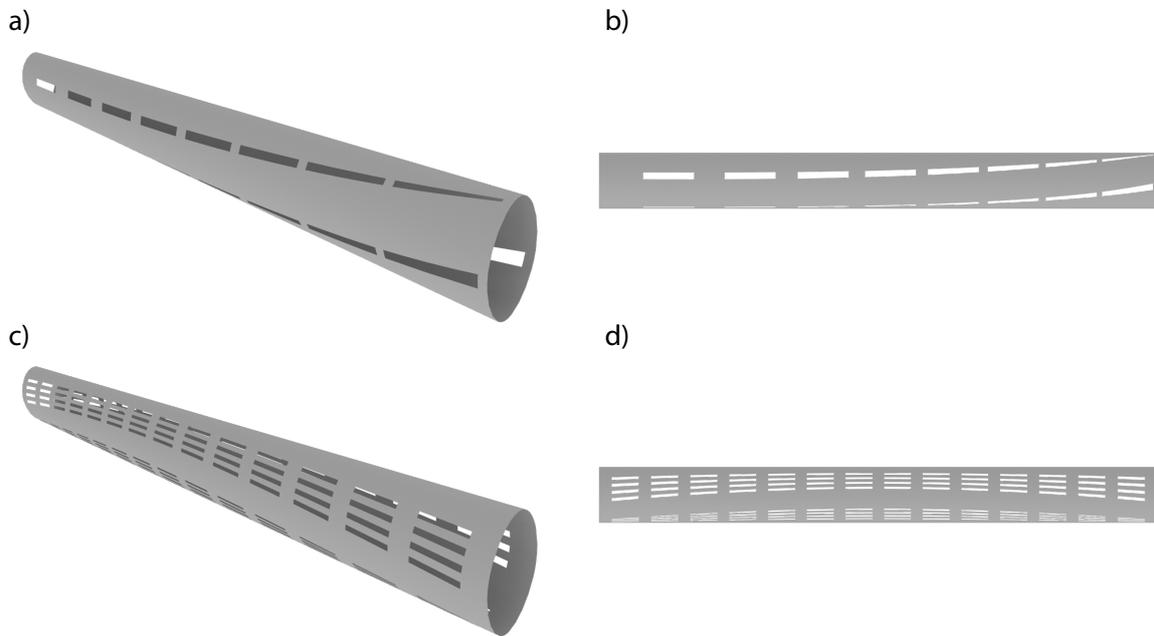
**Abb. 30:** Diagramm für Verschiebung, maximale Auslastung und obere Auslastung von T2 im Verhältnis zur Referenz, die 100% entspricht. Zahlenwerte sind dem Anhang, Tabelle 5 zu entnehmen

#### 4.4 Träger 3

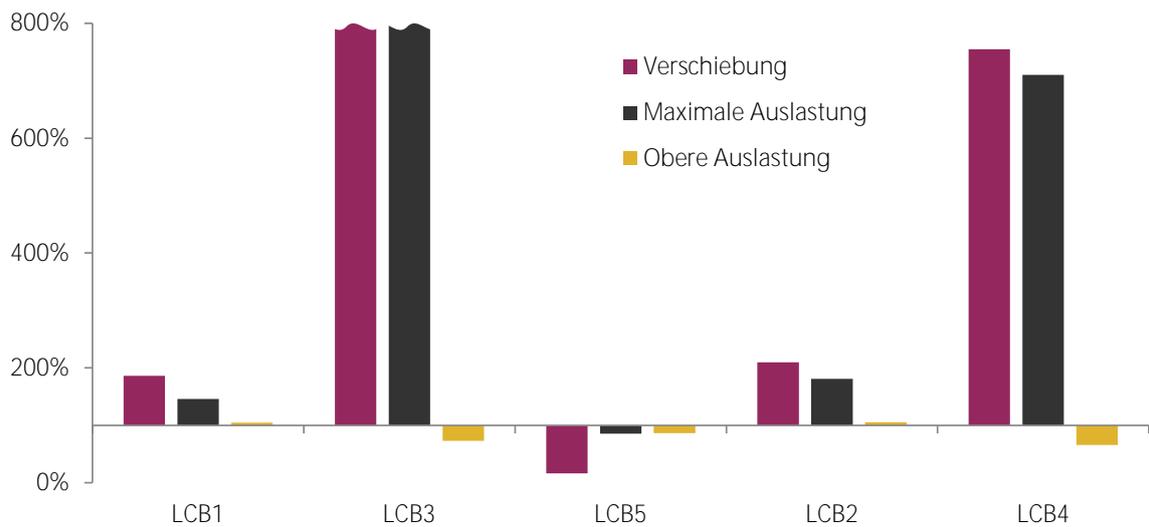
Für T3 (Abbildung 31) zeigt sich eine nahezu doppelte Verschiebung unter LCB1 und 2 im Vergleich zur Referenz (Abbildung 32). Wesentlich schlechter verhält es sich bei LCB4, welcher das achtfache der Referenzverschiebung aufweist. LCB3 liefert das schlechteste Ergebnis mit der stärksten Verformung vom über 25-fachen der Referenz. Einzig bei LCB5 kommt es zu einer Verbesserung mit 16% der Ausgangsverschiebung.

Für die maximale Auslastung  $U_{max}$  präsentiert sich ein ähnliches Bild. Das circa 1,5-fache der Referenzauslastung wird bei LCB1 erreicht, bei LCB2 das 1,8-fache. LCB3 und 4 zeigen starke Verschlechterungen mit 7-fachen der Auslastung bei LCB4 und dem 8,2-fachen bei LCB3.

Die obere Auslastung verhält sich für LCB1 und LCB2 geringfügig oberhalb der Referenz, während alle weiteren Lastfälle bis zu 35 % unterhalb der Referenz liegen.

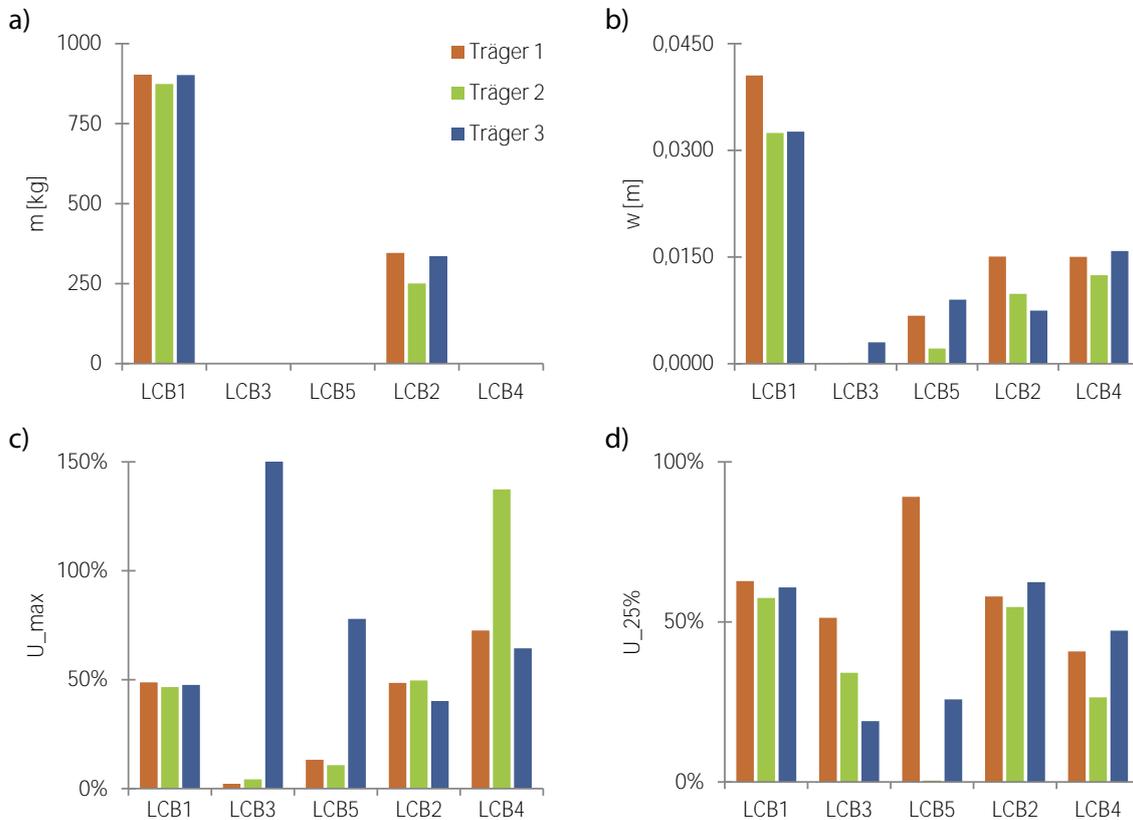


**Abb. 31:** Render der optimierten Versionen von T<sub>3</sub>, a) und b) zeigen T<sub>3</sub>B<sub>1</sub>, während c) und d) T<sub>3</sub>B<sub>2</sub> präsentieren, links liegt die Fußseite, rechts die Stirn



**Abb. 32:** Diagramm für Verschiebung, maximale Auslastung und obere Auslastung von T<sub>3</sub> im Verhältnis zur Referenz, die 100% entspricht. Zahlenwerte sind dem Anhang, Tabelle 6 zu entnehmen

## 4.5 Träger im Vergleich



**Abb. 33:** Auswertung der Untersuchungen für die drei Träger im direkten Vergleich; a) zeigt die Masse für die jeweils zwei optimierten Träger; b) die maximale Verschiebung; c) die maximale Auslastung  $U_{max}$ ; d) die obere Auslastung  $\bar{U}_{25\%}$  (Mittelwert der oberen 25% der Auslastungen pro Element in Relation zur maximalen Auslastung); Werte aus Tabelle 7

Im direkten Vergleich liefert den leichtesten Träger für beide Optimierungslastfälle T2 mit 874,09 kg und 250,58 kg, welche 903,24 kg und 346,06 kg des T1 und 901,28 kg und 336,08 kg gegenüberstehen.

Für die Verschiebung ist weiter zu differenzieren: So liegen T2 und T3 bei LCB1 gleichauf, während T1 leicht schlechtere Werte besitzt. Unter LCB2 zeigen T1 und 2 minimale Verschiebungen. Nur T3 verschiebt sich hier stärker um 3 mm. Bei LCB4 und 5 ergibt die Simulation des T2 die besten Werte, gefolgt von den schlechteren T1 und 3. Einzig unter LCB2 kann T3 überzeugen, was die Verschiebung angeht.

Für die maximale Auslastung  $U_{max}$  zeigen sich mit LCB1 für alle drei Träger Werte knapp unterhalb von 50 %, bedingt durch die Rahmenbedingungen der Optimierungen. Für LCB3 und 5 sind wesentlich schlechtere Werte von T3 im Vergleich zu T1 und 2 zu erkennen. T3 liefert mit LCB2 und

LCB4 bessere Auslastungen als die anderen Träger. Für diese Lastfälle ist T2 durchweg die schlechteste Lösung für die maximale Auslastung.

Für die obere Auslastung Mittelwert der oberen 25 % der Auslastungen der einzelnen Elemente in Relation zu  $U_{max}$  in Prozent ( $\bar{U}_{25\%}$ ) gelten unter den drei Trägern ähnliche Werte (um 60 %) bei LCB1. Auch für LCB2 ist eine ähnliche Verteilung wie für die maximale Auslastung. T2 besitzt für LCB5 eine mit 0,46 % der maximalen Auslastung einen sehr geringen Wert für die obere Auslastung, während sich die anderen analog zu  $U_{max}$  verhalten. LCB2 und 4 bieten beide ähnliche Werte wie die der maximalen Spannung. Einzig T2 bei LCB4 besitzt eine wesentlich niedrigere Auslastung im Vergleich zum Maximum.

## 5 Diskussion

### 5.1 Optimierung

Die Optimierung ist unter den gegebenen Randbedingungen als erfolgreich zu betrachten. Einzig für T2B2 ist ein auffälliges Verhalten festzustellen. Anscheinend wird der vorhergehende Wert nicht übernommen und führt zu einer komplett neuen Optimierung mit neuer Ausgangssituation. Es kann nicht geklärt werden, woher dieses Verhalten herrührt. Nach Abschluss der Optimierung ist jedoch festzustellen, dass die Einstellungen des besten Ergebnis aus Generation 49 übernommen werden und dementsprechend trotzdem als aussagekräftig zu bewerten sind.

Bei sämtlichen hier durchgeführten Untersuchungen sollte davon ausgegangen werden, dass es sich bei der präsentierten Lösung nicht um ein globales Minimum handeln muss, sondern auch nur ein lokales Minimum darstellen kann. Allerdings kann selbst bei mehrmaliger Durchführung ein globales Minimum nicht zuverlässig abgesichert werden.

### 5.2 Träger 1

Die Ergebnisse im Vergleich zum I-Träger für T1 sind, vor allem in Anbetracht seiner komplexen Konstruktion, ernüchternd. Einzig eine geringere Verschiebung bei axialer Druckbelastung (LCB3)<sup>4</sup> und ein wesentlich verbessertes Gesamtverhalten für LCB5 würde für T1B1 sprechen. T1B2 hingegen ist nicht überzeugend. Er weist stark erhöhte Verschiebungswerte und Auslastungen aus, besonders unter LCB4. Ebenfalls ist für diesen Lastfall festzuhalten, dass die  $\bar{U}_{25\%}$  weit oberhalb der Referenz liegt, was auf eine homogene Auslastung hindeutet.

Schlussendlich sollten für eine einseitige Einspannung die möglichen Lastfälle gegeneinander abgewogen werden, wobei auch hier die Produktionskosten ob seiner komplexen Konstruktion mit konisch zulaufendem Profil nicht zu vernachlässigen sind. Es ist bei einer zweiseitigen Einspannung davon auszugehen, dass, vor allem in Anbetracht der möglichen Produktionskosten, immer ein I-Träger vorgezogen wird.

---

<sup>4</sup>Zur Auffrischung des Gedächtnis können die Lastfälle unter Unterabschnitt 3.5 auf S.12 eingesehen werden.

### 5.3 Träger 2

Für LCB<sub>1</sub> und LCB<sub>2</sub> sind die Ergebnisse teilweise nur marginal schlechter als die Referenz. T<sub>2</sub>B<sub>2</sub> liefert für die zweiseitig gelagerten LCs schlechtere Ergebnisse als die Referenz. Sollte die Verschiebung nicht im Vordergrund stehen, wäre der T<sub>2</sub>B<sub>2</sub> eine Alternative. In LCB<sub>2</sub> ist eine Verschlechterung für Verschiebung und maximale Auslastung eines Elements in Prozent der Streckgrenze innerhalb eines Modells ( $U_{max}$ ) festzustellen. LCB<sub>4</sub> bietet recht auffällige Werte, vor allem für die Verschiebung. Es lässt sich nicht sagen, wieso dieses hohe Maß an Verschiebung auftritt.

Für T<sub>1</sub>B<sub>1</sub> variiert die Verschiebung stark. Auch hier ist besonders LCB<sub>5</sub> eine Verbesserung gegenüber dem I-Träger, genauso wie  $U_{max}$  und  $\bar{U}_{25\%}$ . Selbst für LCB<sub>1</sub> und LCB<sub>2</sub> sind die Ergebnisse noch unterhalb der 200 %-Marke. Dementsprechend ist eher ein Einsatz für tordierende Lastfälle angebracht.

Diese Erkenntnisse sind jedoch unter dem Vermerk zu betrachten, dass dieser Träger sich eher eine Faser-Matrix-Bauweise denn an eine Stahlkonstruktion richtet. Aufgrund der eingeschränkten Bordtools seitens KARAMBA<sup>®</sup> ist eine Simulation mit Fasern derzeit nicht möglich. Spannungstechnisch betrachtet sind die Ergebnisse allerdings vielversprechend. So ist die Zugspannung im oberen Bereich des Trägers wesentlich größer als die unten befindliche Druckspannung. Dies könnte ihn für einen Einsatz mit Faserverbundwerkstoffen, beispielsweise kohlefaserverstärkte Kunststoffe, durch eine höhere Zugbelastung als Druckbelastung in Faserrichtung prädestinieren. Eine Produktionsmöglichkeit wäre hierbei das Extrusionsverfahren, zu dem Folgeuntersuchungen durchgeführt werden sollten.

### 5.4 Träger 3

T<sub>3</sub> hat aussichtsreiche Ergebnisse. Die einseitig eingespannten Lastfälle sind zwar alle oberhalb der Referenz, bewegen sich aber unterhalb der 200 %-Grenze. Auch bei diesem Träger ist LCB<sub>5</sub> der beste Lastfall. Die obere Auslastung für LCB<sub>1</sub> und LCB<sub>2</sub> deutet auf eine ähnliche Auslastungsverteilung wie beim Referenzträger hin und stellt damit den Optimierungserfolg, besonders hinsichtlich einer homogenen Spannungsverteilung, in Frage. Für LCB<sub>3</sub> und LCB<sub>4</sub> ist von lokal begrenzten, hochbelasteten Bereichen auszugehen, die die hohen Auslastungen mit einer wesentlich geringeren Werten für  $\bar{U}_{25\%}$  signalisieren. Die zweiseitig eingespannten Träger sind wesentlich schwächer als die Referenz. Maximale und obere Auslastung sind, was LCB<sub>4</sub> betrifft, noch im akzeptablen Bereich.

Es ist für beide Lösungen der Optimierungen für diesen Träger in Frage zu stellen, ob sie eine hinreichende Lösungen darstellen. Gebunden durch die punktuell wirkenden Eingabeparameter kann die Lösung der Optimierung ausreichend sein, kann jedoch oft sinnvolle durch einzelne limitierende Faktoren verwerfen. Optimal für diesen Träger wäre eine Betrachtung unter der Prämisse der homogenen Spannungsverteilung zu betrachten (Mattheck, 1998, S.53). Dies könnte aufgrund der variablen Innenstruktur zu befriedigenderen Ergebnissen führen. Das Tool für eine Optimierung auf homogene Spannungsverteilung befindet sich derzeit in der Entwicklung innerhalb der Arbeitsgruppe. Auch ist die Generalisierung dieses hochspezifischen Trägers nicht so ohne weiteres zu übernehmen. Da in dieser Optimierung praktisch die gesamte Struktur angepasst wird, ist es durchaus möglich, dass es ihn diesbezüglich auch umso anfälliger für andere Lastfälle macht. Dies ist vor allem in LCB3 und LCB4 zu beobachten. Damit ist er nur für hochspezifische Lastfälle geeignet oder verlangt nach einer Mischoptimierung auf verschiedene Lastfälle.

## 5.5 Gegenüberstellung der Ergebnisse

Aus den Ergebnissen der drei untersuchten Träger kristallisiert sich T2 als beste Generallösung für alle LCs heraus, wenn man Gewicht und Verschiebung betrachtet. Allerdings zeigt er für LCB4 überdimensionale maximale Auslastungen, die offensichtlich lokal begrenzt sind, was die obere Auslastung indiziert. Diese Spannungsspitzen könnten schnell durch eine Nachbearbeitung reduziert und damit der Träger weiter verbessert werden.

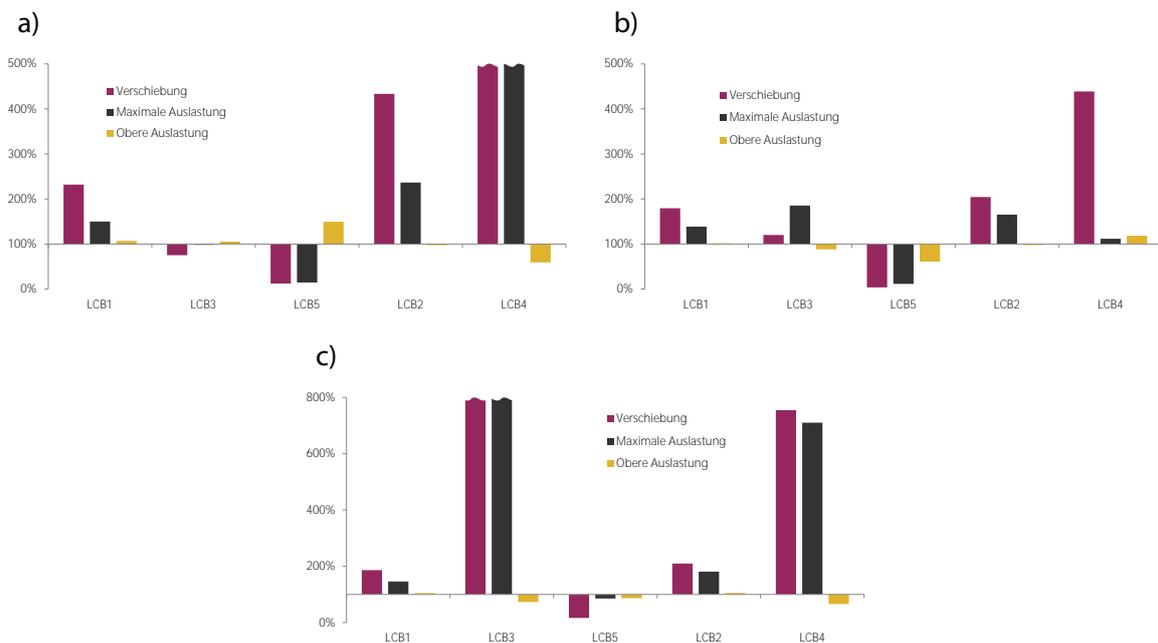
Für die einseitig eingespannten Träger ist T2 den anderen Varianten gegenüber vorzuziehen. Mit seiner niedrigen Masse, geringen Verschiebungen und kleiner  $U_{max}$  kann er T1 ausstechen, wobei seine obere Auslastung sehr niedrig ist. Eventuell ließe sich dieses noch mit einer Korrektur von Kerbspannungen innerhalb des Modells korrigieren, da die Zahl an hochbelasteten Elementen klein ist.

Für die zweiseitig eingespannten Lastfälle ist T3 als gute Lösung einzuschätzen. Er kann mit guten Verschiebungen für LCB2 und noch akzeptablen Verschiebungen für LCB4 aufwarten, während er gleichzeitig die niedrigsten aller Maximalauslastungen besitzt. Zudem deuten die Werte für die obere Auslastung auf eine homogenere Spannungsverteilung hin. Die Masse liegt über der von T2, leicht unterhalb von T1. Damit ist rein von der Funktionalität betrachtet T2 vor T3 zu einzuordnen, während sich T1 als unzureichend herausstellt.

Die Produktion eines solchen Trägers sollte nicht außer Acht gelassen werden: T1 ist für eine Produktion, besonders für eine in Masse aus Stahl, als aufwendig zu beurteilen, da er durch seine komplexe

Geometrie nicht, wie beispielsweise der I-Träger, im Wälzverfahren werden kann. Auch ein Gussverfahren ist nicht möglich. Einzig bliebe eine Produktion im AM-Verfahren. Für T2 stünde das Extrusionsverfahren von Faserverbundmaterialien zur Verfügung, wobei dabei die Funktion und Umsetzbarkeit der ovalen Löcher in den Seitenflächen neu zu untersuchen und bewerten wäre. T3 ist weder in Stahlbauweise und nur eingeschränkt in Faserverbundmaterialien ohne hohe Kosten umsetzbar. Hier sollte eher eine Umsetzung im AM-Verfahren angestrebt werden.

Insofern ist diese Arbeit weniger als unmittelbare Generierung von Problemlösungen, sondern vielmehr als Konzeptstudie zu verstehen. Vor allem T2 und T3 könnten Ansätze liefern, die einer Folgeuntersuchung würdig sind. Der I-Träger ist und bleibt für Stahl der stärkste und gleichzeitig einfach zu produzierendste Träger, der alle in dieser Arbeit befindlichen Träger für eine Simulation mit Stahl ausschlägt. Allerdings etablieren sich die bereits angesprochenen Produktionsmöglichkeiten mit Faserverbundmaterialien und AM-Verfahren in der Industrie mehr und mehr und verlangen nach neuen Lösungsansätzen und Herausforderungen.



**Abb. 34:** Übersicht über sämtliche Lastfälle für alle Träger im Bezug zu ihrer jeweiligen Referenz; a) Träger 1; b) Träger 2; c) Träger 3

Zudem ist zu beachten, dass sämtlich hier untersuchten Träger Hohlstrukturen bzw. Hohlrohre sind. Diese mit einem I-Träger zu vergleichen, reduziert die Aussagekraft der Studie nicht, allerdings wäre auch ein Vergleich mit einem Hohlrohr möglich gewesen.

Fraglich ist auch, ob es sinnvoll ist, einen Träger auf einen spezifischen Lastfall zu optimieren und ihn mit anderen LCs zu belasten (Abbildung 34). T<sub>1</sub> und T<sub>2</sub> verhalten sich weitgehend neutral gegenüber anderen Lastfällen und bringen für LCB<sub>5</sub> bessere Werte. LCB<sub>4</sub> ist dabei ein Lastfall, der eine gesonderte Optimierung benötigt. Er führt bei allen drei Trägern zu hohen Verschiebungen. Dabei ist vor allem für T<sub>3</sub> zu erkennen, dass die Lastfälle, auf die nicht optimiert wurde (LCB<sub>3</sub> und LCB<sub>4</sub>, LCB<sub>5</sub> ist aufgrund der Torsion ein Sonderfall) vergleichsweise schlechte Werte für Verschiebung und  $U_{max}$  liefern. Dies verdeutlicht einmal mehr seine hohe Spezialisierung.

## 5.6 Einschränkungen durch Grasshopper<sup>®</sup> und karamba<sup>®</sup>

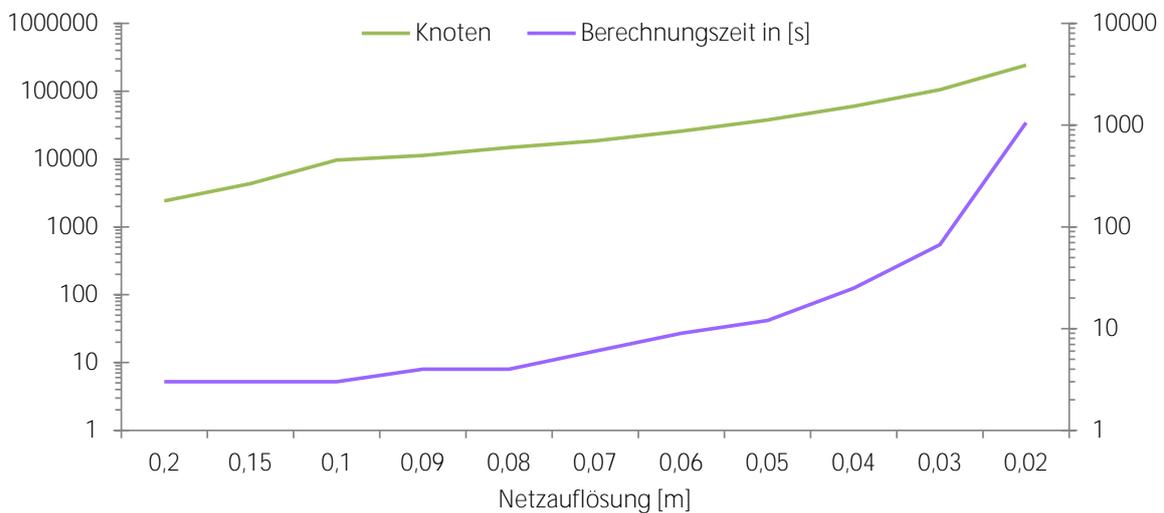
Nach Abschluss aller Untersuchungen stellen sich GRASSHOPPER<sup>®</sup> und KARAMBA<sup>®</sup> als zwiegespalten dar. Auf der einen Seite liefern sie eine sehr hilfreiche Toolbox, um auch die anspruchsvollen parametrischen Modelle mit bionischem Aspekt erfolgreich umzusetzen, hat aber auf der anderen Seite auch nicht ausreichende Ressourcen, um ein vollwertiges CAD- und FEM-Programm zu ersetzen. So steht des Öfteren die Echtzeitberechnung im Wege, da komplexere Modelle oft einige Minuten in ihrer Berechnung benötigen. Die Rechenzeit pro Modellaufbau lässt sich stark reduzieren, wenn auf komplexe dreidimensionale bool'sche Operatoren verzichtet wird und nur mit Flächen und Kurven gearbeitet wird. So kann im T<sub>3</sub> die Rechenzeit pro Modell von bis zu zwei Minuten auf wenige Sekunden reduziert werden. Es stellt damit als das fortgeschrittenste Modell dar und benötigt zudem die wenigsten Sperrmechanismen und Abbruchbedingungen aller vorhandenen Modelle. Der Galapagos-Optimierer ist ein sehr positiver Aspekt. Er funktioniert weitgehend zuverlässig und erleichterte die Optimierung durch einfach verständliche Übersichtsfenster. Zusätzlich kann mittels der Log-Datei eine nachfolgende Auswertung mit Programmen wie MICROSOFT EXCEL<sup>®</sup> oder MATLAB<sup>®</sup> erfolgen.

Die Beschränkung auf Schalen und Balkenelemente kann im Nachhinein als positiv bewertet werden, da sie die Berechnungszeit reduzieren und über die Schalendicke eine hinreichende Aussage über ein dreidimensionales Bauteil gewährleisten, auch wenn dabei die Scherspannungen vernachlässigt werden.

Andererseits ist die GRASSHOPPER/KARAMBA Kombination durchaus einschränkend. Dies äußert sich unter anderem in der Konstruktion vor allem in den bereits angesprochenen bool'schen Operatoren, die einerseits sehr langsam sind und gleichzeitig bei komplexeren Objekten unzuverlässig funktionieren. So werden Subtraktionen oder Additionen nur teilweise oder gar nicht ausgeführt. Dies kann im Endeffekt zur Ablehnung eines prinzipiell funktionsfähigen Modells führen. Auch die Flächen-

erstellung gestaltet sich als unzuverlässig und muss über alternative Lösungswege umgesetzt werden. Oder es werden Korrekturprogramme eingebaut, die jede Fläche kontrollieren und bei Unvollständigkeit einen Abbruch erzwingen.

In der Simulation, für die hauptsächlich die Erweiterung KARAMBA<sup>®</sup> verantwortlich zeichnet, bestehen mehrere Problematiken, die im Gegensatz zu gängigen FEM-Programmen aufwändige Alternativlösungen erfordern. Hierbei sollte die bereits genannte RBE-Spinne (Unterabschnitt 3.5) erwähnt werden, die durch Balkenelemente mit hohem E-Modul und einer genullten Dichte realisiert wird. Dies führt letztlich zu einem, wenn auch nicht außerordentlich großen, Fehler in den Berechnungen. Auch führt das Vernetzungstool in der Optimierung bei zu hohen Toleranzen zwischen zwei Flächen zu einem Crash von RHINOCEROS<sup>®</sup>. Dieser Bug ist derzeit noch nicht behoben und führt des Öfteren zu problematischen Abbrüchen, zumal die Optimierung ob ihrer Dauer nicht permanent überwacht werden können. Auch der Zwischenstand zum Abbruchzeitpunkt wird nicht gespeichert. Als wichtigster Aspekt sollte das Fehlen eines iterativen Solvers aufgezeigt werden. Der verwendete reguläre Solver steigt in seiner Berechnungszeit mit zunehmender Elementzahl exponentiell an (Abbildung 35). Ein iterativer Solver würde eine starke Beschleunigung bei großen Elementzahlen mit sich bringen und damit genauere Berechnungen ermöglichen (Gatzhammer, 2010).



**Abb. 35:** Darstellung der Menge aller Knoten in Kombination mit der Berechnungszeit über der Netzauflösung, logarithmische y-Achsen

## 6 Fazit

Nach Abschluss aller Untersuchungen bietet sich ein gemischtes Bild. Zuerst kann resümiert werden, dass die Optimierungen soweit erfolgreich verlaufen und ein sinnvolles Konzept ergeben, was zudem die Funktion der Modelle bestätigt. Diese verhalten sich in der Optimierung gut, einzig T1 kann durch einen etwas komplizierteren Modellaufbau eine höhere Quote an fehlerhaften Modellen vorweisen. Zwar variiert die Menge der Generationen und damit die Gesamtdauer trotz gleicher Einstellungen innerhalb der Optimierungen sehr stark, jedoch kann ein rein vom technischen Grundverständnis und nach den Prinzipien der Balkentheorie das optimierte Modell hinsichtlich seines Aufbaus bestätigt werden. Sämtliche Validierungsrechnungen und die Netzanalyse ergeben ein sinnvolles Ergebnis und konsolidieren die Aussage der Untersuchungen.

Die Analyse und Ergebnisse betreffend ist nicht anzunehmen, dass T1 hinreichende Vorteile gegenüber dem I-Träger innehat und entsprechend der Hypothese (Unterabschnitt 3.1) verworfen werden sollte. Zwar sind seine Werte für die einseitige eingespannten LCBs noch akzeptabel, allerdings fällt er in den zweiseitigen LCBs soweit ab, dass er, unter dem zusätzlichen Gesichtspunkt der komplexen Konstruktion, abgelehnt werden sollte.

T2 ist ein interessantes Konzept, was in seinen Verschiebungswerten weitgehend mit dem I-Träger mithalten kann und ihn im LCB3 aussticht. Die Möglichkeiten der Produktion in Faserverbundmaterialien sind in einer ersten Bewertung als plausibel einzuordnen. Dieser Träger kann die Hypothese soweit bestätigen und kann einen Fundament für Träger oder Hohlstrukturen in Faserverbundweise liefern.

T3 stellt sich als schwierig zu bewerten heraus. Seine Ergebnisse können weitgehend mit dem des I-Trägers mithalten, einzig die Verschiebung für LCB4 erscheint sehr hoch, kann aber durch den un-spezifischen Lastfall erklärt werden. Aufgrund seiner Programmierung ist es möglich, das Konzept auf beliebige variable Grundformen anzuwenden, was ihm einen Vorteil gegenüber den übrigen Modellen sichert. Demzufolge kann auch er die Hypothese unterstützen und liefert für seine optimierten Lastfälle (LCB1 und LCB2) akzeptable Ergebnisse.

In Anbetracht aller Träger ist zudem zu überlegen, ob ein Vergleich mit einem Hohlrohr nicht sinnvoller gewesen wäre, da es sich bei sämtlichen Ts um Hohlstrukturen handelt. Auch die Optimierung auf einen bestimmten Lastfall und die Folgeuntersuchungen mit anderen Lastfällen unterstützen einerseits die Aussage über die Variabilität der Träger, andererseits wäre eine Optimierung auf mehrere Lastfälle als sinnvoller einzuordnen, welche allerdings aufgrund mangelnder Zeit nicht möglich ist.

Die Möglichkeiten von KARAMBA<sup>®</sup> und GRASSHOPPER<sup>®</sup> können in den Versuchen ausgereizt werden. Es wäre zu begrüßen gewesen, wenn etwas mehr Optionen, vor allem innerhalb des FEM-Tools zur Verfügung stehen würden.

Abschließend betrachtet können die untersuchten Träger in Stahlbauweise sich bis auf den Torsionslastfall nicht überzeugend gegen den I-Träger durchsetzen. Dennoch sollte sie weniger als Generierung von kurzfristigen Problemlösungen für die Industrie gesehen werden, denn als Studie, die die derzeitige Stahlbauweise in Frage stellt, neue Konzepte präsentiert und sich mit ihnen auseinandersetzt.

## Literaturverzeichnis

- Anderson, O. R., 1983. *Radiolaria*. New York, NY: Springer New York. Zugriff unter <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4612-5536-9>
- Argyris, J. H., Papadrakakis, M., Apostolopoulou, C. & Koutsourelakis, S., 2000. The TRIC shell element: theoretical and numerical investigation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 182, 217–245. doi:10.1016/S0045-7825(99)00094-8
- Argyris, J., Tenek, L. & Olofsson, L., 1997. TRIC: a simple but sophisticated 3-node triangular element based on 6 rigid-body and 12 straining modes for fast computational simulations of arbitrary isotropic and laminated composite shells. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 145, 11–85. doi:10.1016/S0045-7825(96)01233-9
- Assmann, B. & Selke, P., 2009. *Festigkeitslehre* (17., überarb. Aufl). Technische Mechanik. München: Oldenbourg.
- Boake, T. M. & Hui, V., 2012. *Stahl verstehen: Entwerfen und Konstruieren mit Stahl*. Basel: Birkhäuser.
- De Vries, David G., 2007. Detail of a double set of I-beam girders on the underside of the bridge: Burlington Northern Santa Fe Railroad, Cajon Subdivision, Structure No. 59.6X, Between Cajon Summit and Keenbrook, Devore, San Bernardino County, CA. Zugriff unter <http://www.loc.gov/pictures/item/ca3522.photos.365508p/>
- Deverell, R. & Yu, M., 2011. Long Run Commodity Prices: Where Do We Stand? [Commodities Research]. Zugriff 17. August 2014, unter [https://doc.research-and-analytics.csfb.com/docView?language=ENG%5C&format=PDF%5C&document\\_id=901543261%5C&source\\_id=em%5C&serialid=tKkO3pFei2IPAD9fPG/6mrmsM6dNLQlvDdbE5qGTHck=](https://doc.research-and-analytics.csfb.com/docView?language=ENG%5C&format=PDF%5C&document_id=901543261%5C&source_id=em%5C&serialid=tKkO3pFei2IPAD9fPG/6mrmsM6dNLQlvDdbE5qGTHck=)
- Gatzhammer, B., 2010. Iterative Solvers for Linear Systems: 9th SimLab Course on Parallel Numerical Simulation, 4.10 –8.10.2010. Zugriff 8. August 2014, unter [http://www5.in.tum.de/forschung/simlab/course2010\\_files/course\\_mat/2010-10-04-gatzhammer-SimLabIterative.pdf](http://www5.in.tum.de/forschung/simlab/course2010_files/course_mat/2010-10-04-gatzhammer-SimLabIterative.pdf)
- Hamm, C., 2005a. Kieselalgen als Muster für Technische Konstruktionen. *Biospektrum*, 05, 41–43.
- Hamm, C. E., 2005b. The Evolution of Advanced Mechanical Defenses and Potential Technological Applications of Diatom Shells. *Journal of Nanoscience and Nanotechnology*, 5, 108–119. doi:10.1166/jnn.2005.023
- Hamm, C. E., Merkel, R., Springer, O., Jurkojc, P., Maier, C., Prechtel, K. & Smetacek, V., 2003. Architecture and material properties of diatom shells provide effective mechanical protection. *Nature*, 421, 841–843. doi:10.1038/nature01416

- Hofmann, A., Preisinger, C., Zimmer, C., Heimrath, M., Vierlinger, R. & Tam, M., 2014. karamba: parametric engineering. Version 1.0.5. Bollinger-Grohmann-Schneider ZT) GmbH. Vienna. Zugriff 21. August 2014, unter <http://www.karamba3d.com/>
- Kling, S. A. & Boltovskoy, D., 2002. What are Radiolarians? Zugriff 30. Juli 2014, unter [http://radiolaria.org/what\\_are\\_radiolarians.htm](http://radiolaria.org/what_are_radiolarians.htm)
- Maier, M., 2010. *Leichtbaudatenbank ELiSE: Benutzerhandbuch*. Server. Bremerhaven.
- Mattheck, C., 1998. *Design in nature: Learning from trees*. Berlin u.a: Springer.
- Michels, J., Vogt, J. & Gorb, S. N., 2012. Tools for crushing diatoms – opal teeth in copepods feature a rubber-like bearing composed of resilin. *Scientific Reports*, 2. doi:10.1038/srep00465
- Rhinoceros, 2014. Version 5. McNeel Europe. Barcelona. Zugriff 21. August 2014, unter <http://www.rhino3d.com/de/>
- Preisinger, C., 2013. Karamba: User Manual for Version 1.0.4, 1–115. Zugriff 31. Juli 2014, unter <http://www.karamba3d.com/wp-content/plugins/download-monitor/download.php?id=83>
- Round, F. E., Crawford, R. M. & Mann, D. G., 1990. *The diatoms*. Cambridge University Press.
- Rutten, D., 2011. Evolutionary Principles applied to Problem Solving. Zugriff 21. August 2014, unter <http://ieatbugsforbreakfast.wordpress.com/2011/03/04/epatpso1/>
- Rutten, D., 2014. Grasshopper: Algorithmic modeling for Rhino. Version 0.9.0075. Zugriff 21. August 2014, unter <http://www.grasshopper3d.com/page/download-1>
- Schaeffler KG (Hrsg.), 2002. *Technisches Taschenbuch*. Würzburg: Stürtz GmbH.

## Normen

- Gleichschenklige und ungleichschenklige Winkel aus Stahl Teil 2: Grenzabmaße und Formtoleranzen (DIN EN 10056-2), 1993. Beuth.
- Warmgewalzte I-Träger – Teil 3: Breite I-Träger, leichte Ausführung, IPBl-Reihe Maße, Masse, statische Werte (DIN 1025-3), 1994a. Norm. Beuth.
- Warmgewalzte I-Träger – Teil 4: Breite I-Träger, verstärkte Ausführung, IPBv-Reihe Maße, Masse, statische Werte (DIN 1025-4), 1994b. Norm. Beuth.
- Warmgewalzte I-Träger – Teil 5: Mittelbreite I-Träger, IPE-Reihe Maße, Masse, statische Werte (DIN 1025-5), 1994c. Norm. Beuth.

Warmgewalzte I-Träger – Teil 2: I-Träger, IPB-Reihe Maße, Masse, statische Werte (DIN 1025-2:1995-11), 1995a. Norm. Beuth.

Warmgewalzter gleichschenkliger T-Stahl mit gerundeten Kanten und Übergängen Maße, Grenzabmaße und Formtoleranzen (DIN EN 10055), 1995b. Norm. Beuth.

Warmgewalzter U-Profilstahl – Teil 2: U-Profilstahl mit parallelen Flanschflächen Maße, Masse und statische Werte (DIN 1026-2), 2002. Norm. Beuth.

Stabstahl Warmgewalzter rundkantiger Z-Stahl Maße, Masse, Toleranzen, statische Werte (DIN 1027), 2004. Norm. Beuth.

Warmgewalzter U-Profilstahl – Teil 1: U-Profilstahl mit geneigten Flanschflächen – Maße, Masse und statische Werte (DIN 1026-1), 2009. Norm. Beuth.

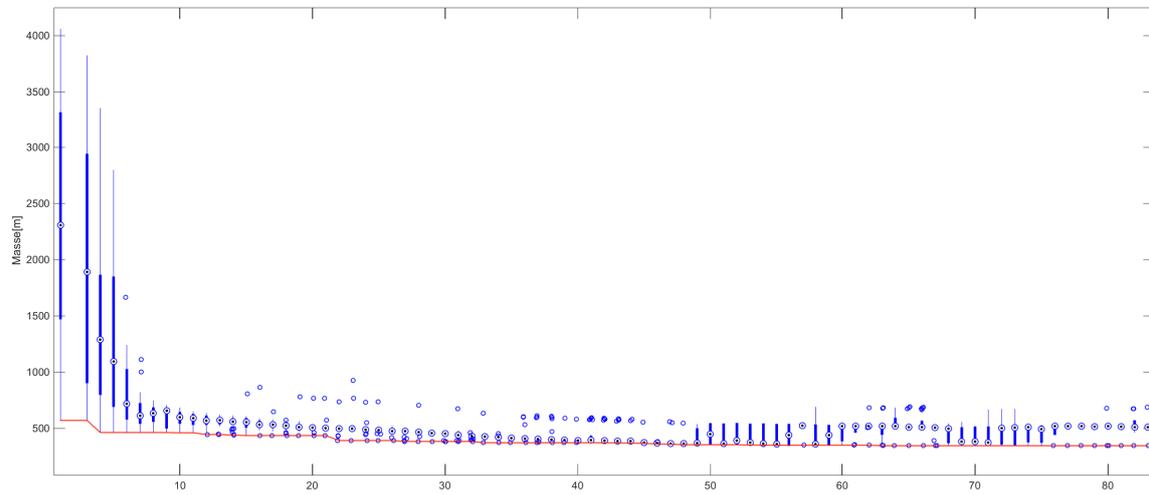
Warmgewalzte Erzeugnisse aus Baustählen – Teil 1: Allgemeine technische Lieferbedingungen (DIN EN 10025-1), 2011a. Norm. Beuth.

Warmgewalzte Erzeugnisse aus Baustählen – Teil 2: Technische Lieferbedingungen für unlegierte Baustähle (DIN EN 10025-2), 2011b. Norm. Beuth.

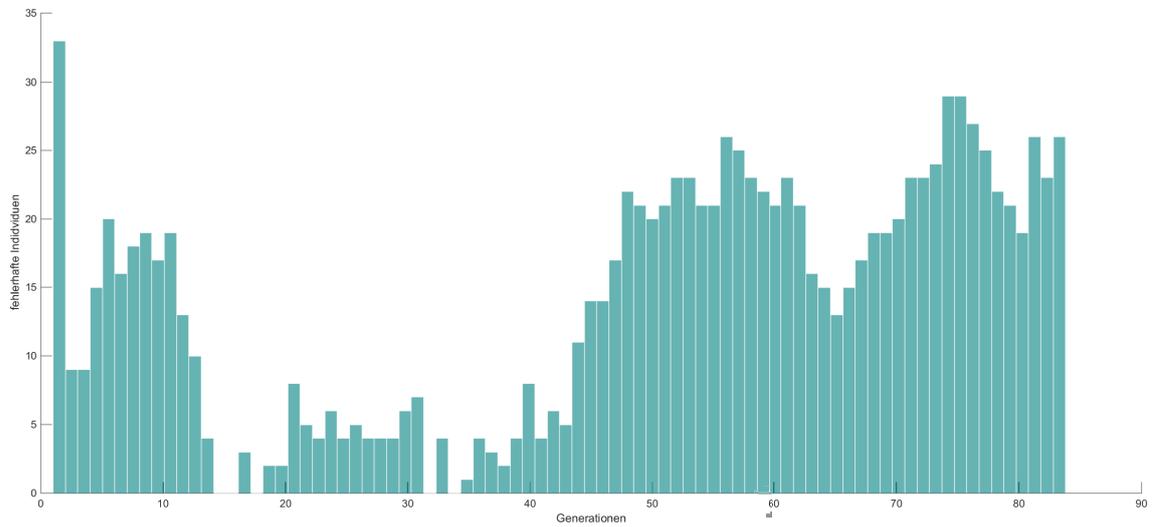
## Danksagung

Ein besonderer Dank geht an die gesamte Arbeitsgruppe „Bionischer Leichtbau“, welche alle jederzeit für Kritik und Unterstützung zur Verfügung standen. Namentlich sind hier mein Betreuer Robert Naguschewski und sein Stellvertreter Paul Bomke zu erwähnen, die immer zu unterstützen wussten. Auch sollen Paul Sommer und Etienne Babnik als Diskussionspartner bei unterschiedlichen Problematiken positiv erwähnt werden. Ebenso richte ich meinen Dank an die Prüfer und Betreuer Prof. Dr. Alexander Sauer und Dr. Christian Hamm.

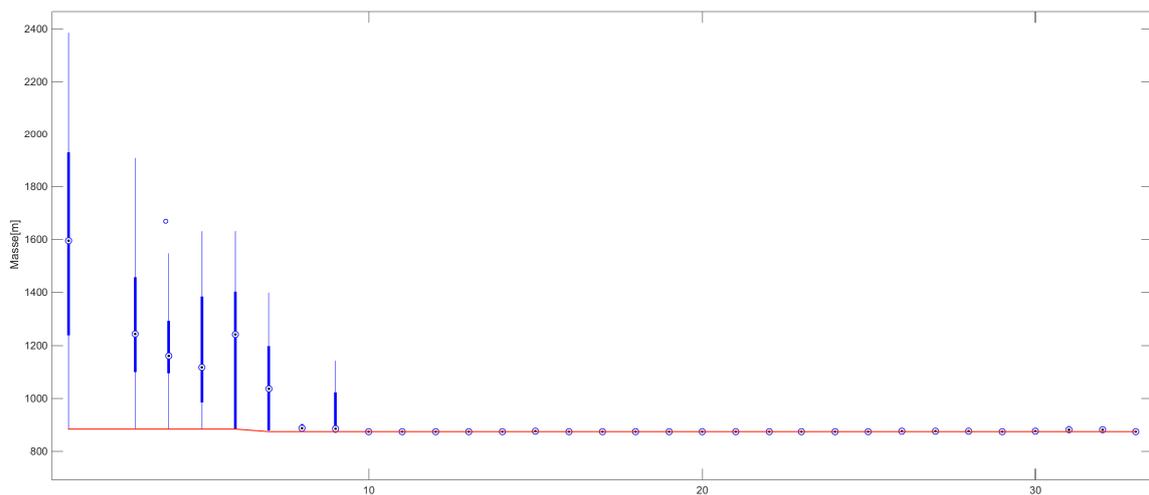
## Anhang



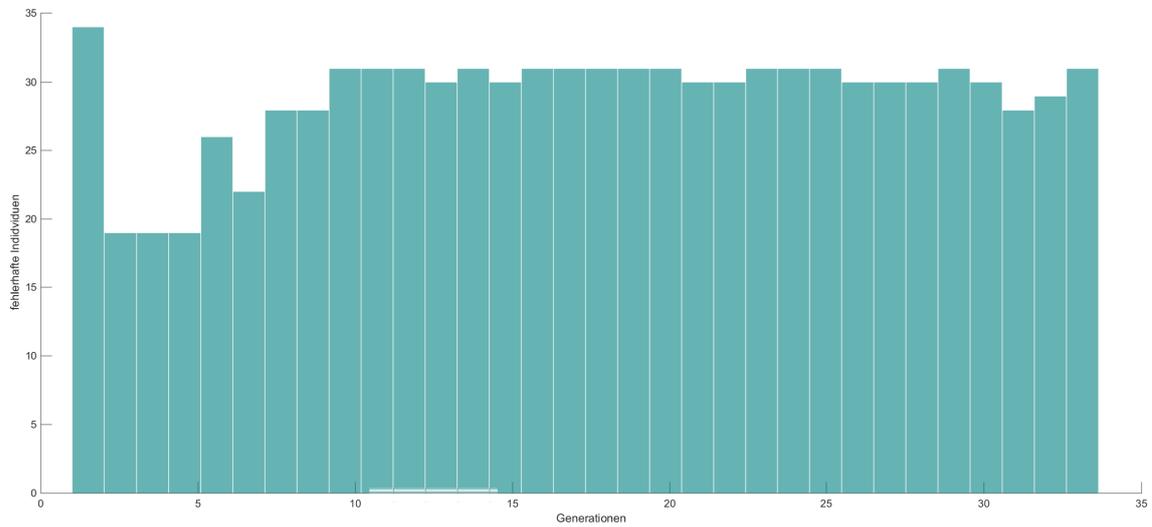
**Abb. 36:** Die Verteilung der Fitness mit ihren Whiskern, welche die oberen und unteren Quartile repräsentieren, über den Verlauf der Optimierung, rot eingezeichnet ist das jeweilige Minimum der Optimierung; T1 unter LCB2



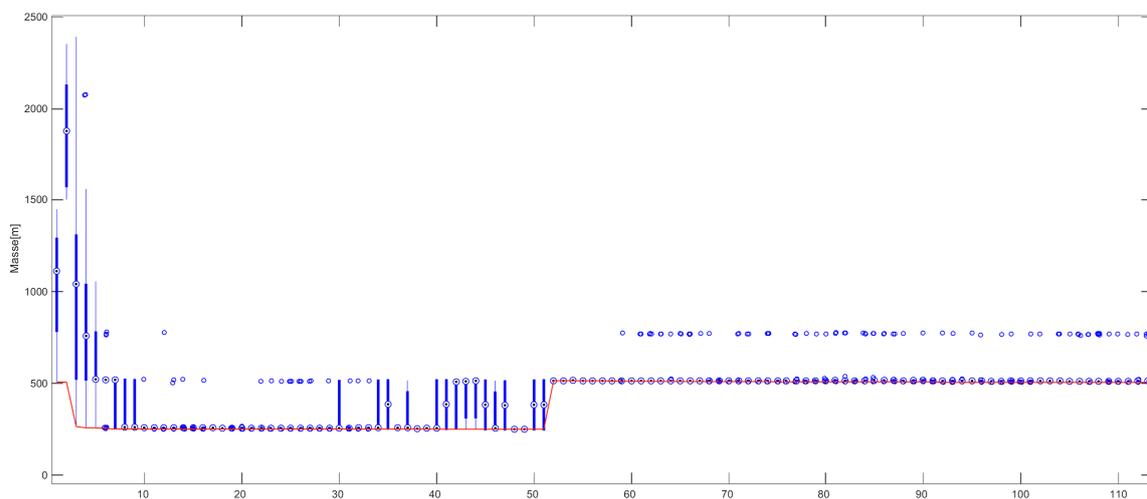
**Abb. 37:** Anzahl der fehlerhaften Individuen innerhalb einer Generation, exemplarisch für die Optimierung von T1 unter LCB2



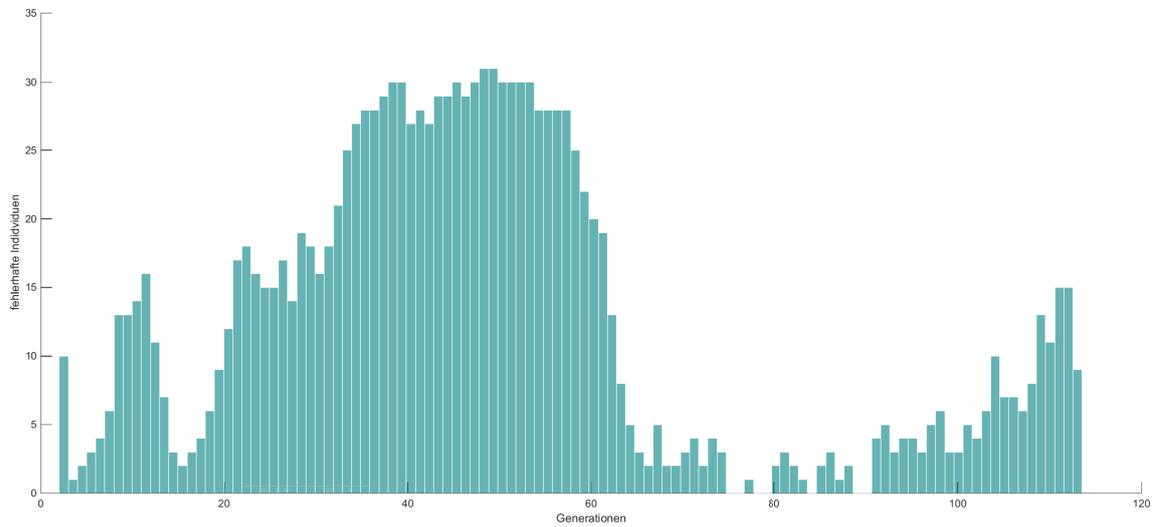
**Abb. 38:** Die Verteilung der Fitness mit ihren Whiskern, welche die oberen und unteren Quartile repräsentieren, über den Verlauf der Optimierung, rot eingezeichnet ist das jeweilige Minimum der Optimierung; T2 unter LCB1



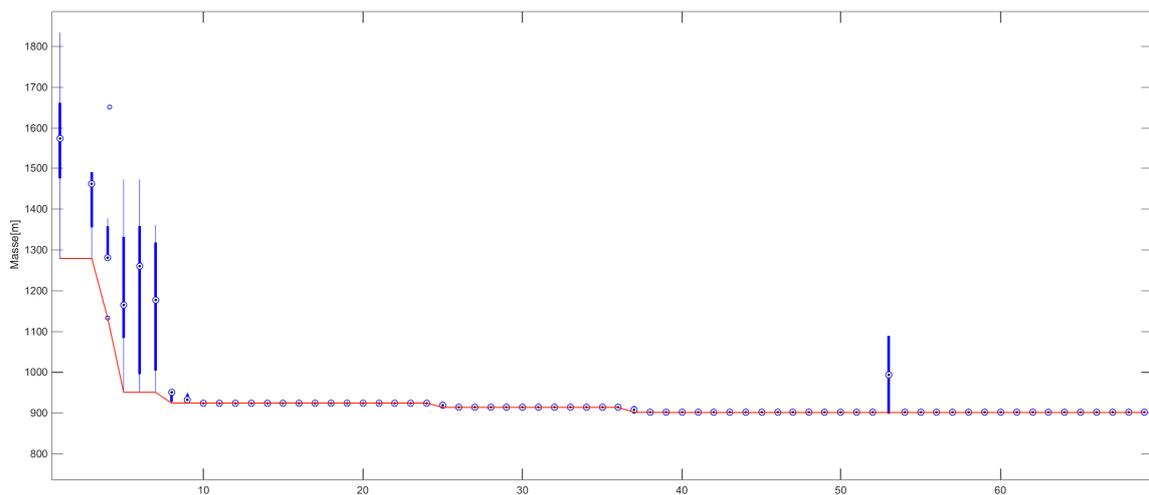
**Abb. 39:** Anzahl der fehlerhaften Individuen innerhalb einer Generation, exemplarisch für die Optimierung von T2 unter LCB1



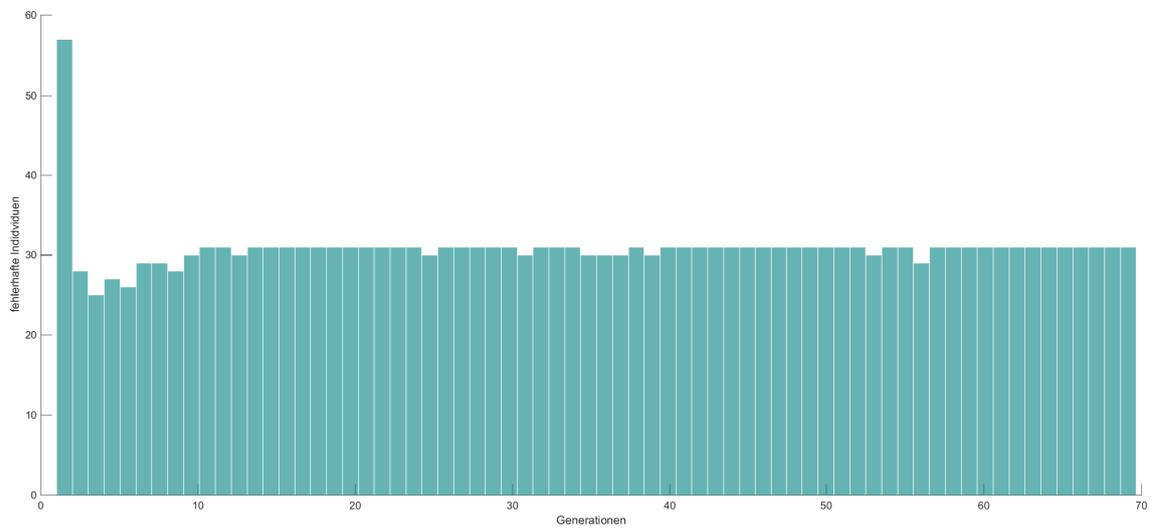
**Abb. 40:** Die Verteilung der Fitness mit ihren Whiskern, welche die oberen und unteren Quartile repräsentieren, über den Verlauf der Optimierung, rot eingezeichnet ist das jeweilige Minimum der Optimierung; T2 unter LCB2



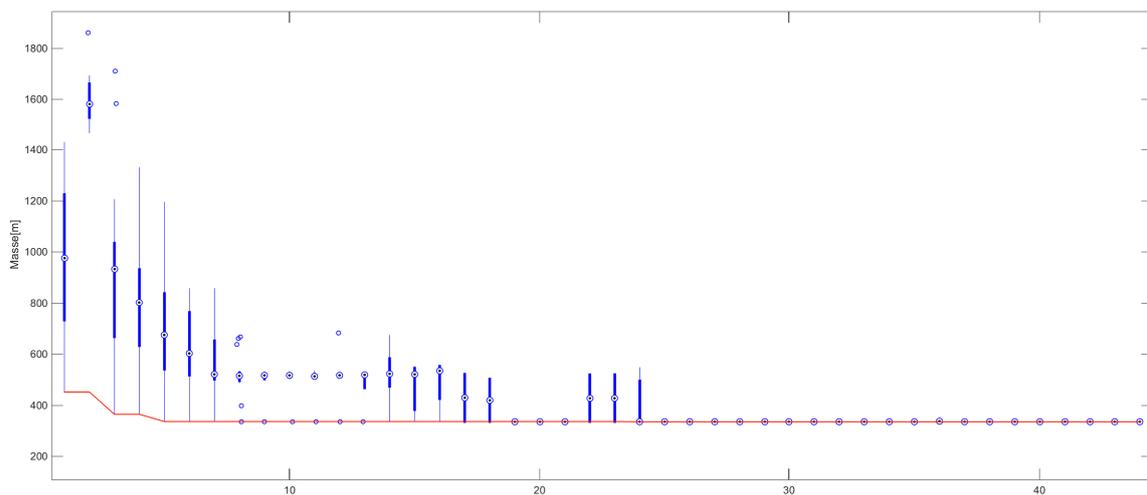
**Abb. 41:** Anzahl der fehlerhaften Individuen innerhalb einer Generation, exemplarisch für die Optimierung von T2 unter LCB2



**Abb. 42:** Die Verteilung der Fitness mit ihren Whiskern, welche die oberen und unteren Quartile repräsentieren, über den Verlauf der Optimierung, rot eingezeichnet ist das jeweilige Minimum der Optimierung; T3 unter LCB1



**Abb. 43:** Anzahl der fehlerhaften Individuen innerhalb einer Generation, exemplarisch für die Optimierung von T<sub>3</sub> unter LCB<sub>1</sub>



**Abb. 44:** Die Verteilung der Fitness mit ihren Whiskern, welche die oberen und unteren Quartile repräsentieren, über den Verlauf der Optimierung, rot eingezeichnet ist das jeweilige Minimum der Optimierung; T<sub>3</sub> unter LCB<sub>2</sub>

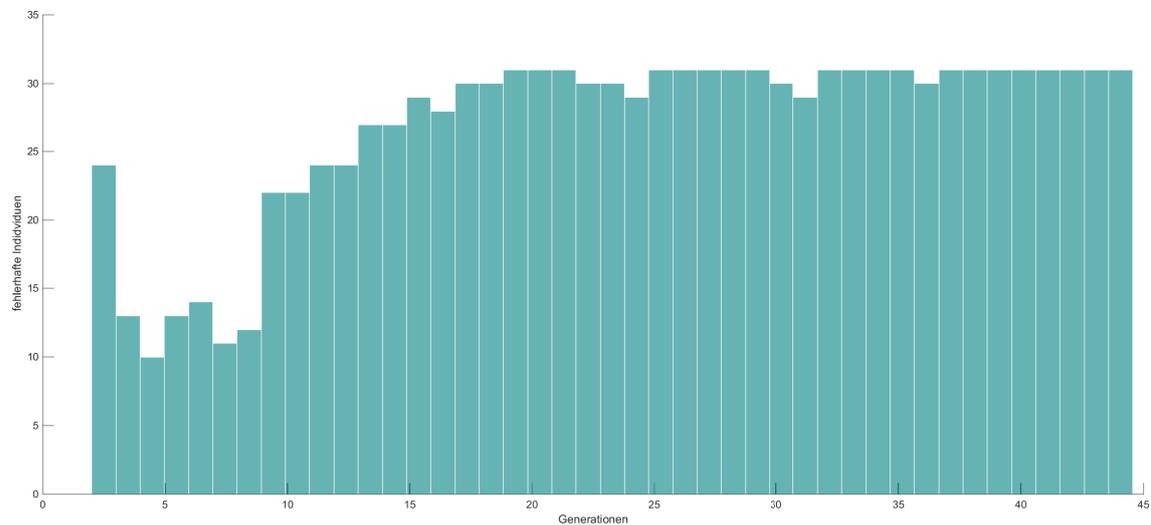


Abb. 45: Anzahl der fehlerhaften Individuen innerhalb einer Generation, exemplarisch für die Optimierung vonT<sub>3</sub> unter LCB<sub>2</sub>

Tab. 4: Ergebnisse der Untersuchung für T<sub>1</sub>B<sub>1</sub> und T<sub>1</sub>B<sub>2</sub> in Bezug zu ihrer Referenz R<sub>1</sub>B<sub>1</sub> und R<sub>1</sub>B<sub>2</sub>

	LC	m [kg]	w [m]	$U_{max}$ [%]	$\bar{U}_{25\%}$ [%]	$\bar{U}_{25\%}$ Anteil
T <sub>1</sub> B <sub>1</sub>	LCB <sub>1</sub>	903,24	0,0405	48,76%	30,59%	62,75%
	LCB <sub>3</sub>	903,24	0,0001	2,20%	1,13%	51,29%
	LCB <sub>5</sub>	903,24	0,0067	13,28%	11,82%	89,07%
T <sub>1</sub> B <sub>2</sub>	LCB <sub>2</sub>	346,06	0,0151	48,52%	28,11%	57,94%
	LCB <sub>4</sub>	346,06	0,0150	72,56%	29,58%	40,77%
R <sub>1</sub> B <sub>1</sub>	LCB <sub>1</sub>	904,16	0,0175	32,51%	18,20%	55,98%
	LCB <sub>3</sub>	904,16	0,0002	2,24%	1,03%	45,85%
	LCB <sub>5</sub>	904,16	0,0547	90,72%	35,86%	39,53%
R <sub>1</sub> B <sub>2</sub>	LCB <sub>2</sub>	346,97	0,0035	20,52%	12,45%	60,66%
	LCB <sub>4</sub>	346,97	0,0020	8,80%	7,17%	81,46%
Verhältnis zur Referenz						
	LCB <sub>1</sub>	99,90%	231,91%	149,95%	106,77%	
	LCB <sub>3</sub>	99,90%	75,16%	98,12%	105,45%	
	LCB <sub>5</sub>	99,90%	12,33%	14,63%	149,54%	
	LCB <sub>2</sub>	99,74%	433,44%	236,46%	97,28%	
	LCB <sub>4</sub>	99,74%	737,51%	824,34%	59,32%	

**Tab. 5:** Ergebnisse der Untersuchung für T2B1 und T2B2 in Bezug zu ihrer Referenz R2B1 und R2B2

	LC	m [kg]	w [m]	$U_{\max}$ [%]	$\bar{U}_{25\%}$ [%]	$\bar{U}_{25\%}$ Anteil
T2B1	LCB1	874,09	0,03244	46,63%	26,80%	57,47%
	LCB3	874,09	0,00014	4,30%	1,47%	34,10%
	LCB5	874,09	0,00214	10,81%	0,05%	0,46%
T2B2	LCB2	250,58	0,00983	49,65%	27,13%	54,65%
	LCB4	250,58	0,01245	137,34%	36,34%	26,46%
R2B1	LCB1	873,55	0,01809	33,65%	18,84%	55,98%
	LCB3	873,55	0,00012	2,32%	1,06%	45,85%
	LCB5	873,55	0,05665	93,86%	37,12%	39,54%
R2B2	LCB2	249,00	0,00481	30,03%	17,16%	57,15%
	LCB4	249,00	0,00284	122,88%	9,99%	8,13%
Verhältnis zur Referenz						
	LCB1	100,06%	179,31%	138,58%	101,50%	
	LCB3	100,06%	120,17%	185,45%	88,26%	
	LCB5	100,06%	3,78%	11,51%	60,91%	
	LCB2	100,63%	204,28%	165,31%	97,51%	
	LCB4	100,63%	438,76%	111,77%	118,33%	

**Tab. 6:** Ergebnisse der Untersuchung für T3B1 und T3B2 in Bezug zu ihrer Referenz R3B1 und R3B2

	LC	m [kg]	w [m]	$U_{\max}$ [%]	$\bar{U}_{25\%}$ [%]	$\bar{U}_{25\%}$ Anteil
T3B1	LCB1	901,82	0,03264	47,62%	28,94%	60,77%
	LCB3	901,82	0,00301	183,74%	34,95%	19,02%
	LCB5	901,82	0,00901	77,94%	20,11%	25,81%
T3B2	LCB2	336,08	0,00747	40,21%	25,09%	62,42%
	LCB4	336,08	0,01584	64,43%	30,47%	47,30%
R3B1	LCB1	902,12	0,01752	32,59%	18,24%	55,98%
	LCB3	902,12	0,00012	2,25%	1,03%	45,84%
	LCB5	902,12	0,05485	90,92%	35,95%	39,53%
R3B2	LCB2	336,77	0,00356	22,22%	12,70%	57,13%
	LCB4	336,77	0,00210	9,07%	7,39%	81,44%
Verhältnis zur Referenz						
	LCB1	99,97%	186,30%	146,11%	104,79%	
	LCB3	99,97%	2613,91%	8180,36%	73,18%	
	LCB5	99,97%	16,42%	85,72%	86,27%	
	LCB2	99,80%	209,80%	180,93%	105,28%	
	LCB4	99,80%	754,74%	710,33%	65,86%	

**Tab. 7:** Ergebnisse aller Untersuchungen im Vergleich,  $\bar{U}_{25\%}$  Anteil ist der Anteil von  $\bar{U}_{25\%}$  von  $U_{\max}$ 

	LC	m [kg]	w [m]	$U_{\max}$ [%]	$\bar{U}_{25\%}$ [%]	$\bar{U}_{25\%}$ Anteil
T1B1	LCB1	903,24	0,0405	48,76%	30,59%	62,75%
	LCB3	903,24	0,0001	2,20%	1,13%	51,29%
	LCB5	903,24	0,0067	13,28%	11,82%	89,07%
T1B2	LCB2	346,06	0,0151	48,52%	28,11%	57,94%
	LCB4	346,06	0,0150	72,56%	29,58%	40,77%
T2B1	LCB1	874,09	0,0324	46,63%	26,80%	57,47%
	LCB3	874,09	0,0001	4,30%	1,47%	34,10%
	LCB5	874,09	0,0021	10,81%	0,05%	0,46%
T2B2	LCB2	250,58	0,0098	49,65%	27,13%	54,65%
	LCB4	250,58	0,0125	137,34%	36,34%	26,46%
T3B1	LCB1	901,82	0,0326	47,62%	28,94%	60,77%
	LCB3	901,82	0,0030	183,74%	34,95%	19,02%
	LCB5	901,82	0,0090	77,94%	20,11%	25,81%
T3B2	LCB2	336,08	0,0075	40,21%	25,09%	62,42%
	LCB4	336,08	0,0158	64,43%	30,47%	47,30%

## CD

Diese CD enthält diese Arbeit in pdf-Form sowie alle verwendeten Grafiken. Zusätzlich sind alle verwendeten GRASSHOPPER® Dateien inkludiert.

## Eidstattliche Erklärung

Ich, David Seseke (Matrikelnummer: 201127216), Student an der Westfälischen Hochschule/Bocholt, versichere, dass ich diese Bachelorarbeit selbstständig angefertigt habe und keine anderen als die angegebenen und bei Zitaten kenntlich gemachten Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

---

Ort, Datum

---

Unterschrift