# Numerische Modellierung turbulenter Umströmungen von Gebäuden

Dissertation zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften - Dr. rer. nat. -

dem Fachbereich Physik der Universität Bremen vorgelegt von

Simón Domingo López

am: 31. Januar 2002

Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Bremerhaven

Gutachter: Prof. Dr. E. Augstein
 Gutachter: Prof. Dr. K. Künzi

## Inhaltsverzeichnis

	Zusammenfassung	vi
	Summary	vii
1.	Einleitung	1
2.	Modellbeschreibung	5
3.	Turbulenzschliessungen	8
	3.1. Smagorinsky-Schliessung	10
	3.2. $E$ - $l$ -Schliessung	11
	3.3. $E$ - $\epsilon$ -Schliessung	13
	3.4. $E$ - $\epsilon$ -Schliessung nach Launder und Kato	15
	3.5. $E$ - $\epsilon$ -Schliessung nach Murakami	16
	3.6. $E - \epsilon$ -Schliessung nach Chen und Kim	16
4.	Berechnung der oberflächennahen Flüsse	17

#### Inhaltsverzeichnis

	4.1.	Flüsse über dem Erdboden	17			
	4.2.	Flüsse an Gebäudewänden	18			
5.	1D-9	Simulationen	21			
	5.1.	Bestimmung des maximalen Mischungsweges	23			
	5.2.	Bestimmung offener Konstanten der $E$ - $\epsilon$ - und $E$ - $l$ -Schliessung $\ldots$	24			
6.	2D-\	Windkanalsimulationen	28			
	6.1.	Bestimmung von $c_m$ , $c_1$ , $c_2$	29			
	6.2.	Anwendung der unterschiedlichen Randbedingungen und Darstellung des Dachwirbels	38			
	6.3.	$E$ - $\epsilon$ -Schliessung nach Kato Launder	41			
	6.4.	$E{\sc -}\epsilon{\sc -}$ Schliessung nach Murakami $\sc -$ $\sc  \sc  \sc  \sc -$ $\sc  \sc  \sc  \sc  \sc -$ $\sc  \sc  \sc -$ \sc - $\sc  \sc  \sc  \sc  \sc  \sc  \sc  \sc -$ \sc - $\sc  \sc -$ \sc - $\sc  \sc  \sc  \sc -$ \sc - $\sc  \sc  \sc -$ \sc - $\sc  \sc  \sc  \sc -$ \sc - $\sc -$ \sc - $\sc -$ \sc - $\sc  \sc -$ \sc - $\sc -$ \sc - $\sc -$ \sc -	43			
	6.5.	E- $l$ -Schliessung	48			
7.	2D-9	Simulation einer Feldmessung	53			
	7.1.	Eindimensionale Modellsimulation	54			
	7.2.	Zweidimensionale Modellsimulation	55			
8.	Ums	trömung eines Würfels	61			
9.	Ums	strömung eines Gebäudekomplexes	70			
10	10. Zusammenfassung 7					

#### Inhaltsverzeichnis

Α.	TKE und Dissipation in der Prandtl-Schicht	79
B.	Bestimmung der Konstanten in der Dissipationsgleichung	81
C.	Ausführungen zu $S_{ij}$	83
D.	Modellgitter	84
	Danksagung	93

## Kurzfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden mit Hilfe des mikroskaligen Modells MITRAS die Auswirkungen unterschiedlicher Turbulenzschliessungen auf die Berechnung der Umströmung von verschiedenen Hindernissen untersucht. Das Ziel der Arbeit war es, eine für die hier angewandte, relativ grobe Modellauflösung am besten geeignete Turbulenzschliessung zu finden, wobei folgende drei Schliessungsgrundtypen verwendet wurden: die Smagorinsky-, die Energie-Mischungsweg- und die Energie-Dissipations-Schliessung. Alle Schliessungstypen wurden in einer ein- und dreidimensionalen Modellversion implementiert. Die Ergebnisse der Modellsimulationen wurden mit Feld- und Windkanalmessungen verglichen.

Die Ergebnisse der Simulationen zeigten, dass unabhängig von der gewählten Schliessung die wesentlichen Charakteristiken des Strömungsfeldes im Bereich von Hindernisse wie z.B. der im Lee entstehende Wirbel qualitativ im Einklang mit den Messungen wiedergegeben wurden. Bei genügend feiner Gitterauflösung konnten weitere Wirbel über und vor den Gebäuden simuliert werden.

Die Details der Felder der Geschwindigkeit, der turbulenten kinetischen Energie und der Impulsflüsse zeigen jedoch grosse Unterschiede abhängig von der Parametrisierung der Flüsse. Die in den einzelnen Schliessungen auftretenden Parameter wurden für die hier verwendete grobe Gitterauflösung neu bestimmt. Die optimalen Parameter der Energie-Dissipations-Schliessung sind unabhängig vom Hindernistyp und entsprechen denjenigen von Launder *et al.* (1972).

Simulationen, welche mit der Energie-Dissipations-Schliessung durchgeführt wurden, zeigten im Luv der Hindernisse zu hohe Werte der turbulenten kinetischen Energie und des turbulenten Impulsflusses im Vergleich zu den Messungen. Die hohen Werte konnten durch geeignete Veränderungen der Energie-Dissipations-Schliessung korrigiert werden, ohne dass dadurch andere Bereiche beeinflusst werden.

Vergleiche von Simulationsergebnissen und Messungen zeigten, dass ein modifizierter Schliessungsansatz nach Kato und Launder (1993) die beste Übereinstimmung für die hier verwendeten Gitterabstände liefert. Diese Schliessung wurde verwendet, um das Strömungsfeld in einem bebauten Bereich zu simulieren.

## Summary

With the microscale model MITRAS we study the influence of different turbulence closures on the flow field around different obstacles. The purpose is to find a turbulence closure adapted to the relatively coarse model grids used. The following turbulence closure types have been used: the Smagorinsky closure, the energy-mixing-length closure and the energy-dissipation closure. All closures are implemented in an one- and three dimensional model version. Results of model simulation are compared with field and wind channel measurements .

Independently of the used closure the essential characteristics of the flow field around an obstacle, like the eddy on its downstream side, are qualitatively consistent with the measurements. Characteristic eddies on top and in front of buildings can be modeled with a higher grid resolution.

The details of the velocity fields, the turbulent momentum fluxes and the turbulent kinetic energy show great differences depending on the parametrization of the momentum fluxes. Open parameters of the closures are recalculated for the relatively coarse grid used in the present work. The best parameters of the energy-dissipation-closure are independent of the obstacle type and correspond to those given by Launder *et al.* (1972).

Simulations carried out with the energy-dissipation-closure produce at the upstream side of obstacles values of momentum fluxes and of the turbulent kinetic energy much higher then the measurements. With modified versions of the energy-dissipation-closure these unrealistic high values could be avoided.

A comparison of numerical simulations with wind channel measurements show that the best agreement between model results and observations is obtained with a modified closure of Kato und Launder (1993). This closure was used finally to model the flow field in a urban area.

## 1. Einleitung

Abgasemissionen von Fabriken, Heizungen/Klimaanlagen und Fahrzeugen verunreinigen die Luft in städtischer Umgebung. Messungen zeigen, dass lokal und zeitlich begrenzt die als gesundheitsschädlich geltenden Grenzwerte für Schadstoffe häufig massiv überschritten werden. Solche Überschreitungen von Grenzwerten finden sich insbesondere an stark befahrenen Strassen oder in der Nähe von grossen Industriekomplexen. Die Konzentrationen der Schadstoffe unterliegen einer starken räumlichen und zeitlichen Variabilität, die z.B. durch schwankende Emissionen, aber vor allem durch das Strömungsfeld der Luft hervorgerufen wird. Besonders intensiven kleinskaligen Fluktuationen sind die Strömungsverhältnisse bebauter Gebiete unterworfen. Daher hat die Untersuchung der Luftströmung um Gebäudekomplexe in den letzten Jahren an Bedeutung gewonnen.

Grundsätzlich stehen zwei verschiedene Verfahren zur Untersuchung der Strömungsverhältnisse während der Planungsphase von Bauwerken zur Verfügung: die physikalische Modellierung im Windkanal und die numerische Modellierung.

Windkanalmessungen haben den Nachteil, dass das Strömungsfeld nur begrenzt variiert werden kann und dass nicht alle physikalischen Grössen wie z.B. die Temperatur den natürlichen Gegebenheiten angepasst werden können. Zudem wird nur eine beschränkte Anzahl von Messpunkten erfasst. Änderungen der Konfiguration der zu umströmenden Hindernisse sind in der Regel mit einem erheblichen Aufwand an Aufbau- und Messzeit verbunden. Es ist jedoch möglich, sehr genaue Angaben über die Strömungen um Gebäudekomplexe in einzelnen ausgewählten Regionen zu gewinnen.

Weniger zeitaufwendig ist heutzutage die numerische Modellierung atmosphärischer Strömungen. Leistungsfähige Rechensysteme machen es möglich, die Bewegungsgleichungen der Fluiddynamik numerisch zu lösen und damit die Strömung um beliebige

#### 1. Einleitung

Hindernisse zu beschreiben. Die numerische Modellierung hat gegenüber der physikalischen den Vorteil, dass die Variation aller Parameter beinahe uneingeschränkt möglich ist und dass Änderungen der zu umströmenden Hindernisse ohne grossen Aufwand realisiert werden können.

Die atmosphärische Strömung nahe der Erdoberfläche ist grundsätzlich turbulent. Die numerische Simulation eines turbulenten Strömungsfeldes kann auf drei verschiedenen Wegen erfolgen.

- Bei der *direkten numerischen Simulation* (DNS) werden die Navier-Stokes-Gleichungen auf einem extrem feinen Rechengitter diskretisiert und numerisch gelöst. Wirbel mit einem grösseren Durchmesser als die sogenannte Kolmogorov-Länge werden dabei aufgelöst. Kleine Wirbel bestehen normalerweise nur eine kurze Zeit, so dass auch die numerischen Zeitschritte in der DNS sehr klein gewählt werden müssen. Wegen der feinen Gitter und des kleinen Zeitschritts ist eine sehr hohe Rechenleistung erforderlich, so dass dieses Verfahren für die Beschreibung turbulenter Strömungen in der Regel nicht geeignet ist.
- Die Large Eddy Simulation (LES) basiert auf einer räumlichen Filterung, bei welcher die Variablen in einen grossskaligen und einen kleinskaligen Teil zerlegt werden. Dieses Verfahren wird z.B von Blazek (2001) detailliert dargestellt. Die aus der Filterung resultierenden Bewegungsgleichungen enthalten die Divergenz von Tensoren, die den durch Effekte der kleinskaligen Turbulenz hervorgerufenen Transport des Impuls repräsentieren. Die Wirkung dieser Prozesse muss passend parametrisiert werden. Der LES liegt zu Grunde, dass die kleinen turbulenten Strukturen isotrop sind, also keine bevorzugte Richtung haben. Die Idee der LES ist nun, den Beitrag grosser, energietragender Wirbel zum Impuls- und zum Energietransfer von den grossen auf die kleinen Wirbel zu berechnen und Effekte der kleinen Wirbel, welche nicht aufgelöst werden können, zu parametrisieren. Diese Vorgehensweise erlaubt es, die LES mit weit weniger Gitterpunkten als die DNS durchzufüren. Eine Einführung in die LES haben Hallbäck *et al.* (1996) vorgelegt.
- Eine andere Art der Zerlegung der Variablen wird durch die sogenannte Reynolds-Mittelung der Navier-Stokes-Gleichungen (*RANS*<sup>1</sup>) erreicht. Sie basiert auf einer Zerlegung der Variablen in ihren Mittelwert und in ihre Fluktuation und der anschliessenden zeitlichen und/oder räumlichen Mittelung.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>**R**eynolds **A**veraged bf Navier-**S**tokes

(vgl. z.B. Rotta, 1972). Dadurch erhält man ein System von Gleichungen, in dem die Navier-Stokes-Gleichungen um den sog. Reynolds-Tensor erweitert sind. Dieser Reynolds-Tensor beschreibt anders als die Tensoren in der LES den gesamten turbulenten Transport des mittleren Impulses, der in geeigneter Weise parametrisiert werden muss, damit das Gleichungssystem geschlossen werden kann. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt in der groberen Gitterweite des Modells, sein Nachteil besteht in der geringen Auflösung der Strömungsstrukturen.

Die DNS kann wegen des notwendigen hohen Rechenaufwands nur zur Simulation relativ einfacher, kleinskaliger Strömungen mit niedriger Reynolds-Zahl angewendet werden (vgl. z.B. Cook und Riley, 1996; Rung, 2001). Die anderen beiden Verfahren eignen sich auch zur Darstellung von Gebäudeumströmungen. Beispiele für die Nutzung der LES für ein einzelnes Hindernis findet man bei Krajnović und Davidson (2000). Dagegen kann RANS auch für komplexe Strukturen mit mehreren Gebäuden ohne Schwierigkeit eingesetzt werden, wie wir später zeigen werden.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, unterschiedliche Parametrisierungen der turbulenten Flüsse für ein RANS-Modell anhand von Messungen zu überprüfen und gegebenenfalls zu verbessern. Dabei wird ein Modell benutzt, das im Rahmen eines vom BMBF<sup>2</sup> geförderten Verbundprojektes des Meteorologischen Instituts der Universität Hamburg, des Instituts für Troposphärenforschung in Leipzig, des Fraunhofer Instituts für Atmosphärische Umweltforschung in Garmisch-Partenkirchen und des Alfred-Wegener-Instituts in Bremerhaven entwickelt wurde. Wir wählen im Gegensatz zu anderen RANS-Simulationen (vgl. Winkler, 1995, etc.) grössere Gitterweiten, so dass zwar Details der Strömungsfelder wie der sich über einem Gebäude bildende Dachwirbel (vgl. Abb. 4.1) nicht mehr aufgelöst, dafür aber Gebäudekomplexe behandelt werden können.

Es werden im wesentlichen 3 verschiedene Ansätze zur Schliessung der Modellgleichungen betrachtet, die sowohl auf diagnostischen als auch auf prognostischen Verfahren beruhen. Am geläufigsten zur Beschreibung der Umströmung von Hindernissen ist die Energie-Dissipations-Schliessung (E- $\epsilon$ -Schliessung). Weiter werden die Energie-Mischungsweglängen-Schliessung (E-l-Schliessung) und die sogenannte Smagorinsky-Schliessung betrachtet.

 $<sup>^{2}</sup>$ Bundesministerium für Bildung und Forschung

#### 1. Einleitung

Sowohl in der E-l-Schliessung als auch in der E- $\epsilon$ -Schliessung treten freie Parameter und Konstanten auf, für die in der Literatur unterschiedliche Angaben gemacht werden (vgl. z.B. Warsi, 1993). Vorschläge für das hier verwendete relativ grobe Rechengitter wurden nicht eingehend getestet. Deshalb sollen in dieser Arbeit geeignete Werte durch Vergleiche von numerischer Simulation mit Messungen bestimmt werden.

Wird die Umströmung eines einfachen, frei stehenden, stumpfen Hindernisses mit der ursprünglichen E- $\epsilon$ -Schliessung, welche im folgenden - wie allgemein üblich -Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung genannt wird, berechnet, so ergeben sich in den Staupunkten des Hindernisses im Vergleich zu den Windkanalmessungen zu hohe Werte der turbulenten kinetischen Energie (TKE). Um die nach Durbin (1996) unvermeidbare Überproduktion von TKE in Staupunkten zu korrigieren, wurden zahlreiche auf der Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung aufbauende Ansätze entwickelt. Eine Übersicht über diese veränderten E- $\epsilon$ -Schliessungen gibt die Arbeit von Ehrhard (1999). Wir untersuchen in dieser Arbeit neben der Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung auch die E- $\epsilon$ -Schliessungen von Murakami (beschrieben in Tsuchiya *et al.*, 1997) sowie von Kato und Launder (1993), letztere in der ursprünglichen und in einer modifizierten Version.

Meist begnügt man sich bei Vergleichen von numerischer Simulation mit Messungen mit der Betrachtung der Geschwindigkeitsfelder, seltener werden auch die Felder der TKE betrachtet, turbulente Flüsse werden jedoch in den meisten Fällen nicht näher analysiert. Letztere sind für die Abschätzung von Schadstofftransporten von grosser Bedeutung. Unsere Untersuchungen werden zudem belegen, dass eine Schliessung, welche die Geschwindigkeitsfelder gut wiedergibt, nicht notwendigerweise auch die Impulsflüsse gut wiedergeben muss. Darum gilt es, die optimale Schliessung zu bestimmen, mit der sowohl die Felder der Geschwindigkeit als auch der Impulsflüsse möglichst realitätsnah berechnet werden können.

Schliesslich werden auch die Auswirkungen der Randbedingungen auf den Impulsfluss an den Gebäudewänden näher betrachtet.

## 2. Modellbeschreibung

Das für diese Arbeit verwendete **MI**kroskalige **TRA**nsport- und **S**trömungsmodell MITRAS basiert auf dem an der Universität Hamburg entwickelten, mesoskaligen Modell METRAS<sup>1</sup> (Schlünzen *et al.*, 1996; Schlünzen, 1990). Dessen Grundgleichungen folgen aus den physikalischen Prinzipien der Erhaltung von Impuls, Masse und Energie.

Vernachlässigt man das dampfförmige und flüssige Wasser, so bestehen die Modellgleichungen aus prognostischen Gleichungen für die drei Komponenten der Windgeschwindigkeit und für die potentielle Temperatur. Das Gleichungssystem wird vervollständigt durch die Kontinuitätsgleichung, sowie durch die Zustandsgleichung für trockene Luft.

Zur numerischen Lösung des Gleichungssystems werden alle Variablen  $\psi$  räumlich und zeitlich gemittelt, so dass  $\psi = \overline{\psi} + \psi'$ , wobei  $\overline{\psi}$  der Mittelwert von  $\psi$  und  $\psi'$ die räumliche und zeitliche Abweichung davon ist. Die Mittelwerte der Dichte  $\rho$ , des Drucks p und der potentiellen Temperatur  $\theta$  werden nochmals in einen kleinskaligen Anteil  $\tilde{\psi}$  und in einen grossskaligen Anteil  $\psi_o$  zerlegt. Für den grossskaligen Anteil wird hydrostatisches Gleichgewicht angenommen. Der kleinskalige Druck  $\tilde{p}$  setzt sich zusammen aus  $\tilde{p} = p_1 + p_2$ . Dabei beruht  $p_1$  auf hydrostatischen und thermischen Effekten und  $p_2$  auf nichthydrostatischen, dynamischen Effekten. Somit ergibt sich für die meteorologischen Variablen folgende Zerlegung:

$$u_i = \overline{u_i} + u'_i$$
  

$$\rho = \rho_o + \tilde{\rho} + \rho'$$
  

$$p = p_o + \tilde{p} + p' = p_o + p_1 + p_2 + p'$$
  

$$\theta = \theta_o + \tilde{\theta} + \theta'$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>MEsoskaliges TRAnsport- und Strömungsmodell

#### 2. Modellbeschreibung

 $u_i$  sind die Geschwindigkeitskomponenten.

Nach Orlanski (1975) ist der mikroskalige Bereich charakterisiert durch eine horizontale Längenskala der Prozesse von 0.1 bis 2000 m und der Zeitskala von einigen Sekunden bis zu einer Stunde. Dementsprechend kann mit MITRAS die Strömung um einzelne Gebäude aufgelöst werden.

Wir nehmen folgende Vereinfachungen der Grundgleichungen vor:

- Die grossskalige Dichte ist zeitlich konstant (anelastische Approximation), d.h.  $\nabla \cdot (\rho_o u) = 0$ , dadurch wird die prognostische Kontinuitätsgleichung diagnostisch.
- Abweichungen der Dichte vom Grundzustand werden nur im Auftriebsterm berücksichtigt (Boussinesq-Approximation).
- Die Coriolis-Kraft und die molekulare Reibung werden vernachlässigt.

Ersetzt man alle Variablen im originären Gleichungssystem durch diese Zerlegung, so erhält man nach Mittelung folgende Modellgleichungen in kartesischen Koordinaten:

Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial(\rho_o \overline{u_i})}{\partial t} = \frac{\partial(\overline{u_j}\rho_o \overline{u_i})}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} - \delta_{i3}\tilde{\rho}g - \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_o \overline{u_i'u_j'})$$
(2.1)

Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho_o \overline{u_j}}{\partial x_j} = 0 \tag{2.2}$$

Potentielle Temperatur

$$\frac{\partial(\rho_o\tilde{\theta})}{\partial t} = -\frac{\partial(\overline{u}_j\rho_o\tilde{\theta})}{\partial x_j} - \frac{\partial(\rho_o\overline{u'_j\theta'})}{\partial x_j} \quad .$$
(2.3)

Hier, wie im folgenden, wird die Einstein'sche Summenkonvention i, j = 1, 2, 3 verwendet. g ist die Erdbeschleunigung und  $\delta_{i3}$  das Kroneckerdelta.

Der kleinskalige Druckanteil  $p_1$  gehorcht der hydrostatischen Gleichung

$$\frac{\partial p_1}{\partial z} = -g\tilde{\rho} \quad . \tag{2.4}$$

Den nichthydrostatischen Druckanteil  $p_2$  bestimmt man mit Hilfe einer Poisson--Gleichung (siehe Schlünzen *et al.*, 1996).

Nach Linearisierung ergibt sich die folgende Zustandsgleichung für trockene Luft

$$\frac{\tilde{\rho}}{\rho_o} = -\frac{\theta}{\theta_o} + \frac{c_v}{c_p} \frac{p_1 + p_2}{p_o} \quad .$$
(2.5)

Die Gleichung (2.1) enthält die als Reynoldsspannung bezeichneten Terme  $\rho_o \overline{u'_i u'_j}$ , die den subskaligen, turbulenten Impulstransport darstellen. Sie bilden einen Tensor 2. Ordnung, der Reynoldsspannungs-Tensor genannt wird. In Gleichung (2.3) ist der subskalige Transport der potentiellen Temperatur  $\rho_o \overline{u'_i \theta'}$  enthalten.

Die Terme  $\overline{u'_i u'_j}$  bzw.  $\overline{u'_i \theta'}$  können nicht explizit bestimmt werden, sondern müssen anhand von Parametrisierungen abgeleitet werden, um das Gleichungssystem (2.1)-(2.3) zu schliessen.

Der Test und die Weiterentwicklung von Parametrisierungen der Terme  $\overline{u'_i u'_j}$  und  $\overline{u'_i \theta'}$  für den mikroskaligen Bereich ist wesentliches Ziel der vorliegenden Arbeit, die dabei verwendeten Schliessungsmethoden werden im folgenden Kapitel dargestellt.

## 3. Turbulenzschliessungen

Das System der gemittelten Erhaltungsgleichungen (2.1)-(2.3) enthält die zunächst unbekannten Korrelationsprodukte  $-\rho_o \overline{u'_i u'_j}$  und  $-\rho_o \overline{u'_i \psi'}$ , die statistische Momente zweiter Ordnung darstellen .  $\psi$  ist eine skalare Grösse z.B. für die potentielle Temperatur  $\theta$ .

Schliessungen, in denen die Reynoldsspannungen (Impulsflüsse) mit Hilfe prognostischer Gleichungen dargestellt werden, nennt man Reynoldsspannungs-Modelle (vgl. Schlichting und Gersten, 2000). Diese prognostischen Gleichungen enthalten Momente dritter Ordnung, welche wiederum anhand empirischer Parameter beschrieben werden müssen. Die Lösung eines derartigen Gleichungssystems erfordert einen hohen numerischen Aufwand. Aus diesem Grunde wird im Rahmen dieser Arbeit - wie oft üblich - der wesentlich weniger aufwendige Gradientansatz verwendet. Darin werden die Impulsflüsse in Analogie zum Newton'schen Ansatz zur Berechnung des molekularen Spannungstensors proportional zum mittleren Gradienten der transportierten Grösse gesetzt. An die Stelle der kinematischen Zähigkeit  $\nu$  bei der molekularen Diffusion tritt als Proportionalitätskonstante nun der turbulente Diffusionskoeffizient K (auch Wirbelviskosität genannt). Nach Boussinesq (1877) können die Impulsflüsse wie folgt beschrieben werden:

$$-\rho_o \overline{u'_i u'_j} = \rho_o 2K_m S_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho_o \overline{E} \quad . \tag{3.1}$$

 $\overline{E} = 1/2\overline{u'_iu'_i}$  ist die mittlere turbulente kinetische Energie (TKE) pro Masseneinheit und folgt aus der Spannungs-Dehnungs-Beziehung, bei der Linearität zwischen dem Spannungs- und dem Dehnungstensor und Isotropie der Turbulenz vorausgesetzt werden (Sommerfeld, 1978).  $K_m$  ist der Diffusionskoeffizient für den Impuls.  $S_{ij}$ bezeichnet die Deformation des gemittelten Geschwindigkeitsfeldes mit

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad . \tag{3.2}$$

Für die turbulenten Flüsse skalarer Grössen gilt analog

$$-\overline{u_i'\psi'} = K_\psi \frac{\partial\psi}{\partial x_i} \quad . \tag{3.3}$$

 $K_{\psi}$  ist hier der Diffusionskoeffizient für die skalare Grösse. Somit reduziert sich die Behandlung der sechs unbekannten Komponenten  $-\rho_o \overline{u'_i u'_j}$  des Reynoldsspannungstensors auf die Berechnung des Diffusionskoeffizienten für den Impuls  $K_m$  und die Behandlung der drei Komponenten des Flusses skalarer Grössen  $\psi$  auf die Berechnung des Diffusionskoeffizienten  $K_{\psi}$ . Dazu verwendet man sogenannte Null-, Einund Zweigleichungsmodelle.

Nullgleichungsmodelle sind solche, bei denen die Diffusionskoeffizienten als Funktion bekannter Grössen diagnostisch berechnet werden. Das einfachste dieser Modelle geht auf Prandtl (1925) zurück, bei dem der turbulente Diffusionskoeffizient in Anlehnung an die Molekularbewegung in Gasen als Funktion der über den Mischungsweg charakterisierten Wirbelgrösse formuliert wird. Dem liegt die Vorstellung zugrunde, dass die einzelnen Fluidelemente bei Schwankungsbewegungen im Mittel um die Mischungsweglänge l (das charakteristische Längenmass der Turbulenz) parallel zum Geschwindigkeitsgradienten ausgelenkt werden. l wird entweder als Funktion der Grenzschichthöhe angegeben, oder wie bei der in Abschnitt 3.1 dargestellten Schliessung nach Smagorinsky (1963) in Abhängigkeit zur Modellgitterweite bestimmt.

In Eingleichungsmodellen (Abschnitt 3.2) kann die Bestimmung der Diffusionskoeffizienten als Funktion der turbulenten kinetischen Energie (TKE) und der Mischungsweglänge erfolgen. Für die TKE wird zusätzlich eine prognostische Gleichung gelöst. In dieser tritt die Energiedissipationsrate<sup>1</sup> auf, welche hier diagnostisch berechnet wird.

In den Zweigleichungsmodellen werden zwei prognostische Gleichungen verwendet, um den Diffusionskoeffizienten zu berechnen. Üblicherweise, wie auch in dieser Arbeit,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Die Energiedissipationsrate, die im folgenden wie gewöhnlich Energiedissipation oder Dissipation genannt wird, ist der Anteil der mechanischen Energie, welcher pro Zeit- und Volumeneinheit durch innere Reibung irreversibel in Wärme umgewandelt wird. Wie allgemein üblich wird nur die turbulente Dissipation berücksichtigt und die direkte Dissipation vernachlässigt (vgl. z.B. Rotta, 1972).

#### 3. Turbulenzschliessungen

werden dazu die Gleichungen der turbulenten kinetischen Energie und der Dissipation verwendet. Wie aus der in Kapitel 3.3 eingeführten Prandtl-Kolmogorov-Beziehung (3.16) ersichtlich ist, können der Mischungsweg, die Energie und die Dissipation jeweils durch die anderen beiden dieser drei Grössen ausgedrückt werden, so kann z.B. die Dissipation als eine Kombination von  $\overline{E}$  und l angegeben werden. Nach Winkler (1995) dürfen die prognostischen Gleichungen zur Berechnung des Diffusionskoeffizienten aus einer beliebigen Kombination von  $\overline{E}$  und l bestehen. Beispiele dafür hat Winkler zusammengefasst.

Im folgenden werden die im Rahmen dieser Arbeit benutzten Schliessungen ausführlicher dargestellt. Anhand von Vergleichen mit Messungen aus Natur und Windkanal soll dann entschieden werden, mit welcher Schliessung die Umströmungen von Hindernissen am besten simuliert werden können.

## 3.1. Smagorinsky-Schliessung

In dieser Schliessung, welche ein Beispiel eines Nullgleichungsmodells darstellt, formuliert man den Diffusionskoeffizienten als:

$$K_m = l^2 \ 2 \ |S_{ij}| \tag{3.4}$$

Basierend auf der spektralen Turbulenztheorie lässt sich zeigen (z.B. Mason, 1994), dass sich der Mischungsweg l als eine Funktion der Modellgitterweite folgendermassen

$$l = C_S \,\Delta x \tag{3.5}$$

angeben lässt. Für die sogenannte Smagorinsky Konstante  $C_S$  werden in der Literatur unterschiedliche Werte angegeben. Mason (1994) zeigt, dass  $C_S$  idealerweise den Wert 0.2 annehmen sollte. Dabei setzt er allerdings voraus, dass die der Gitterweite  $\Delta x$  entsprechende Wellenlänge, die auch als Filterlänge interpretierbar ist, im Trägheitsunterbereich des turbulenten Energiespektrums liegt. Bei den meisten im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen mit MITRAS wurde für  $\Delta x$ unterhalb von 100 m Höhe ein konstanter Wert von einem Fünftel der Gebäudehöhe benutzt. Damit kann man erwarten, dass die genannte Voraussetzung zumindest in Teilgebieten erfüllt ist, wie z.B. im Lee von Gebäuden, wo grosse Wirbel mit einer charakteristischen Abmessung von etwa der Gebäudehöhe auftreten. Allerdings existieren auch Bereiche mit sehr kleinen Wirbeln, z.B. im Dachbereich, die vom Modell nicht auflösbar sind. Aus diesem Grund kann der optimale Mischungsweg auch von dem aus Gleichung (3.5) resultierenden Wert abweichen. Insbesondere für die eindimensionalen Studien ergibt sich, wie im Kapitel 5 gezeigt wird, dass mit dem asymptotischen Ansatz nach Blackadar (1962)

$$l = \frac{\kappa z}{1 + \frac{\kappa z}{l_{max}}} \tag{3.6}$$

die Messungen am besten angenähert werden.  $l_{max}$  ist hier der maximale Mischungsweg,  $\kappa$  bezeichnet die von-Kármán Konstante.

## **3.2.** *E*-*l*-Schliessung

Der turbulente Diffusionskoeffizient lässt sich aus der spektralen Turbulenztheorie als eine Funktion der turbulenten kinetischen Energie und des Mischungsweges ableiten (Heisenberg, 1948) zu:

$$K_m = c_m \, l \, \sqrt{\overline{E}} \quad , \tag{3.7}$$

wobei  $c_m$  ein empirisch zu bestimmender Koeffizient ist. Der Mischungsweg l stellt hier diejenige charakteristische Wellenlänge dar, welche im Energiespektrum den Produktionsbereich vom Trägheitsunterbereich trennt.

Die Turbulenzenergie wird berechnet über folgende prognostische Gleichung:

$$\frac{d\overline{E}}{dt} = P_M + P_T - \epsilon + D_E \tag{3.8}$$

mit

$$P_M = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} \tag{3.9}$$

$$P_T = +\delta_{i3} \frac{g}{\theta_0} \overline{\theta' u'_i} \tag{3.10}$$

$$\epsilon = \nu \frac{\overline{\partial u'_i}}{\partial x_j} \frac{\overline{\partial u'_i}}{\partial x_j} \tag{3.11}$$

$$D_E = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{u'_j \left( \frac{u'_i u'_i}{2} + \frac{p'}{\rho} \right)} \right) , \qquad (3.12)$$

11

#### 3. Turbulenzschliessungen

wobei  $d/dt = \partial/\partial t + \overline{u}_j \partial/\partial x_j$ ,  $P_M$  die mechanische Produktion und  $P_T$  die Auftriebsproduktion von  $\overline{E}$  sind.  $D_E$  stellt die Produktion aufgrund des turbulenten Transportes von  $\overline{E}$  dar.  $\epsilon$  ist die Dissipation.

Die mechanische Produktion  $P_M$  wird entsprechend Gleichung (3.1) mit (3.2) formuliert als

$$P_M = K_m 2S_{ij} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} \quad . \tag{3.13}$$

Für die thermische Produktion  $P_T$  erhält man anhand der Gleichung (3.3)

$$P_T = -\delta_{i3} \frac{g}{\theta_o} K_h \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_i} \quad , \tag{3.14}$$

wobei  $K_h$  gleich dem Diffusionskoeffizienten für Wärme ist.

Die Gleichung (3.8) enthält in den Termen  $D_E$  und  $\epsilon$  unbekannte Korrelationsprodukte, die parametrisiert werden müssen. In Analogie zur Behandlung der Diffusion skalarer Grössen wird der turbulente Fluss im Term  $D_E$  proportional zum Gradienten der turbulenten kinetischen Energie  $\overline{E}$  gesetzt, wobei das Korrelationsprodukt  $u'_i p'$  als klein vernachlässigt wird, so dass

$$-\overline{u_j' \frac{u_i' u_i'}{2}} = K_e \frac{\partial \overline{E}}{\partial x_j}$$
(3.15)

gilt.  $K_e$  ist der Diffusionskoeffizient für die TKE, der mangels besserer Möglichkeiten gleich dem Diffusionskoeffizienten für Wärme ( $K_e = K_h$ ) gesetzt wird.

Wie der Diffusionskoeffizient (3.7) lässt sich auch die Dissipation aus der spektralen Turbulenztheorie herleiten. Sie lautet

$$\epsilon = c_{\epsilon} \frac{\overline{E}^{3/2}}{l} \quad . \tag{3.16}$$

Die Beziehungen (3.7) und (3.16) werden auch Heisenberg-Weizsäcker-Relationen bzw. Prandtl-Kolmogorov-Beziehung genannt. Es lässt sich zeigen (siehe Anhang A), dass der Zusammenhang  $c_{\epsilon} = c_m^3$  in der Prandtl-Schicht gilt. Da für den anschliessenden Bereich der Grenzschicht keine weiteren Informationen vorliegen, wird diese Beziehung auch dort verwendet (Detering, 1985). Für den Mischungsweg wird über hindernisfreiem Gelände die Smagorinsky-Schliessung (3.6) benutzt.

Der Diffusionskoeffizient wird am untersten Gitterpunkt über die Monin-Obukhov Theorie bestimmt. Es lässt sich leicht zeigen (siehe Anhang A), dass der damit berechnete Diffusionskoeffizient nur dann stetig in den aus Gleichung (3.7) resultierenden Wert übergeht, wenn am unteren Rand für die turbulente kinetische Energie gilt

$$\overline{E} = \frac{u_*^2}{c_m^2} \quad , \tag{3.17}$$

wobei  $u_* = (\overline{u'w'}^2 + \overline{v'w'}^2)^{1/2}$  die Schubspannungsgeschwindigkeit ist.

## **3.3.** E- $\epsilon$ -Schliessung

Mit den Gleichungen (3.7) und (3.16) lässt sich der Diffusionskoeffizient  $K_m$  als Funktion von  $\overline{E}$  und  $\epsilon$  ausdrücken,

$$K_m = c_\mu \frac{\overline{E}^2}{\epsilon} \quad , \tag{3.18}$$

mit (vgl. Anhang A)

$$c_{\mu} = c_{\epsilon}c_m = c_m^4 \quad . \tag{3.19}$$

Diese Beziehung bildet die Grundlage für die E- $\epsilon$ -Schliessung. Anstelle der Bestimmung des Mischungsweges wird nun eine prognostische Gleichung für die Dissipation  $\epsilon$  gelöst. Deren Herleitung wird ausführlich von Hanjalić und Launder (1972) und von Marchuk *et al.* (1977) beschrieben. Es ist üblich, folgende Form zu verwenden:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = c_1 \frac{\epsilon}{\overline{E}} (P_M + P_T) - c_2 \frac{\epsilon^2}{\overline{E}} + D_\epsilon \quad . \tag{3.20}$$

Die in den Termen für die mechanische und thermische Produktion von  $\epsilon$  auftretenden Grössen  $P_M$  und  $P_T$  sind gleich den Produktionstermen in der Energiegleichung (3.8).

Der Term  $P_M$  wird üblicherweise mit Hilfe der dimensionslosen Spannungsrate

$$S = \frac{\overline{E}}{\epsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right)^2} = \frac{\overline{E}}{\epsilon} \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$
(3.21)

umgeformt in

$$P_M = c_\mu \epsilon S^2 \quad , \tag{3.22}$$

wobei (3.2), (3.18), (3.19) und die Beziehung  $S_{ij}\partial \overline{u_i}/\partial x_j = S_{ij}^2$  verwendet werden (siehe Anhang C).

#### 3. Turbulenzschliessungen

Der Diffusionsterm  $D_{\epsilon}$  wird als

$$D_{\epsilon} = \frac{\partial}{\partial x_j} [K_{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{x_j}] \tag{3.23}$$

formuliert. In allen Modellläufen wird  $K_{\epsilon} = K_m$  gesetzt.

Die Gleichung (3.20) enthält die Konstanten  $c_1$ ,  $c_2$ , welche, wie die in der Bestimmungsgleichung des Diffusionskoeffizienten (3.18) auftretende Konstante  $c_{\mu} = c_m^4$ , generell empirisch aus Messungen bestimmbar sind. Allerdings lässt sich unter vereinfachenden Annahmen zeigen (siehe Anhang B), dass sich  $c_1$  als Funktion von  $c_m$ und  $c_2$  gemäss

$$c_1 = c_2 - \frac{\alpha_\epsilon \kappa^2}{c_m^2} \tag{3.24}$$

berechnen lässt (Detering, 1985), wobe<br/>i $\kappa$  wiederum die von-Kármán-Konstante und<br/>  $\alpha_{\epsilon} = K_{\epsilon}/K_m = 1$ ist. Aus den im Kapitel 5 dargestellten Vergleichen zwischen Windkanal- und Modellergebnissen ergeben sich als beste Werte

$$c_m = 0.55, \ c_1 = 1.39, \ c_2 = 1.92.$$
 (3.25)

Dabei resultiert der Wert für  $c_m$  aus Vergleichen von Modellergebnissen mit Hamburger Windkanaldaten, während für  $c_2$  der von Hanjalić und Launder (1972) ermittelte Wert übernommen wurde. Im Kapitel 6 werden wir jedoch zeigen, dass die am besten den Messungen angepassten Werte von (3.25) abweichen können.

Da der Diffusionskoeffizient am untersten Gitterpunkt über die Monin-Obukov Theorie bestimmt wird, ergibt sich aus der Matchingbedingung für den Diffusionskoeffizienten für die Dissipation (vgl. Anhang A) der Wert

$$\epsilon = \frac{u_*^3}{\kappa z} \quad . \tag{3.26}$$

Zusammen mit der Gleichung für die turbulente kinetische Energie (3.8) ergibt sich die E- $\epsilon$ -Schliessung, welche auch Standardschliessung genannt wird. Diese hat sich im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen zwar als numerisch sehr robust erwiesen, aber sowohl die turbulente kinetische Energie als auch die Impulsflüsse an Staupunkten stumpfer Körper, d.h. auch im Luv von Hauswänden (vgl. zum Beispiel Franke und Rodi, 1991; Durbin, 1996) werden markant überschätzt.

Zur Korrektur dieses Nachteils wurden mehrere Verfahren entwickelt, von denen Ehrhard (1999) einige ausführlich darstellt. Allerdings sind die meisten Ansätze sehr

rechenaufwendig, so dass wir in dieser Arbeit nur weniger aufwendige Formulierungen berücksichtigen. Diese Korrekturvorschläge beruhen lediglich auf Plausibilitätsbetrachtungen, da für sie bisher keine überzeugenden theoretischen Begründungen gefunden werden konnten.

### **3.4.** E- $\epsilon$ -Schliessung nach Launder und Kato

Das von Kato und Launder (1993) vorgeschlagene Modell errechnet eine geringere Produktion von turbulenter kinetischer Energie in den Staupunkten, indem der Produktionsterm (3.22) modifiziert wird. Kato und Launder (1993) schlagen vor, an dessen Stelle die folgende Formulierung zu verwenden:

$$P_M = c_\mu \epsilon S\Omega. \tag{3.27}$$

 $\Omega$  ist die dimensions lose Rotationsrate, definiert als

$$\Omega = \frac{\overline{E}}{\epsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right)^2} \,. \tag{3.28}$$

Diese Modifikation des Terms der mechanischen Produktion wird sowohl in der prognostischen Gleichung für die turbulente kinetische Energie (3.8) als auch in derjenigen für die Dissipation (3.20) benutzt.

In einfachen, von Gebäuden unbeeinflussten, Scherströmungen sind die Werte von Sund  $\Omega$  annähernd gleich, so dass die Ergebnisse in grösserer Distanz zum Gebäude mit denen übereinstimmen, die mit der Standard- E- $\epsilon$ -Schliessung bestimmt werden. In Staupunkten ist das Geschwindigkeitsfeld jedoch annähernd rotationsfrei, d.h.  $\Omega \approx 0$ , so dass dort  $\overline{E}$  und  $\epsilon$  reduziert werden.

Die im Abschnitt 6.3 beschriebenen Vergleiche zwischen Modellergebnissen und Windkanalmessungen zeigen, dass eine gute Übereinstimmung nur erreicht wird, wenn die Modifikation (3.27) lediglich in der Energiegleichung (3.8), nicht jedoch in der Dissipationsgleichung (3.20) vorgenommen wird. Dies liegt daran, dass bei einer Modifikation beider Gleichungen sowohl  $\overline{E}$  als auch  $\epsilon$  reduziert werden und der nach der Gleichung (3.18) als Quotient aus  $\overline{E}^2$  und  $\epsilon$  berechnete Diffusionskoeffizient und damit die Impulsflüsse nur wenig verändert werden. Ausserdem reduziert die Modifikation des Terms der mechanischen Produktion auch die hohen Werte der turbulenten kinetischen Energie bei Verwendung der E-l-Schliessung.

### **3.5.** E- $\epsilon$ -Schliessung nach Murakami

Murakami, Mochida und Kondo geben einen anderen Weg zur Reduktion von  $\overline{E}$  an, welcher von Tsuchiya *et al.* (1997) beschrieben wird. Anstelle des Terms  $P_M$  wird die Konstante  $c_{\mu}$  modifiziert, indem  $c_{\mu}$  ersetzt wird durch  $c_{\mu}^*$ , mit

$$c_{\mu}^{*} = c_{\mu} \frac{\Omega}{S} \qquad \text{falls} \qquad \frac{\Omega}{S} < 1 \qquad (3.29)$$
$$c_{\mu}^{*} = c_{\mu} \qquad \text{falls} \qquad \frac{\Omega}{S} \ge 1 \quad .$$

 $P_M$  wird wie im Standardmodell über die Gleichung (3.22) berechnet. Die Veränderung von  $c_{\mu}$  hat zur Folge, dass die Rotation des Geschwindigkeitsfeldes nun in die Bestimmung des Diffusionskoeffizienten eingeht und somit indirekt auch in die prognostischen Gleichungen für Impuls, Energie und Dissipation.

Ehrhard (1999) weist darauf hin, dass sich der Ansatz nach Murakami numerisch instabil verhält. Bei den Anwendungen in MITRAS trat dieses Problem nicht auf.

### **3.6.** *E*- $\epsilon$ -Schliessung nach Chen und Kim

Im Gegensatz zu den vorhergehenden Modellen benutzen Chen und Kim (1987) die Gleichung der turbulenten kinetischen Energie (3.8) unverändert und erhöhen die mechanische Produktion der Dissipation durch Hinzufügen eines zusätzlichen Produktionsterms in der Gleichung (3.20). Dieser zusätzliche Term sorgt vor allem an Staupunkten für eine zusätzliche Produktion von Dissipation. Auch hier ist eine Reduktion der turbulenten kinetischen Energie und der Impulsflüsse zu beobachten. Jedoch ist diese zusätzliche mechanische Produktion stark von der Geschwindigkeit der Anströmung abhängig (Maurizi, 2000). Zudem ergaben im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Tests, dass dieses Verfahren bei der Umströmung eines Balkens numerisch instabil wird, so dass wir es nicht weiter berücksichtigen werden.

## 4. Berechnung der oberflächennahen Flüsse

### 4.1. Flüsse über dem Erdboden

Die Bestimmung der turbulenten Flüsse nach dem im vorangegangenen Kapitel beschriebenen Gradientansatz ist prinzipiell in der gesamten Grenzschicht möglich. Aufgrund der an Oberflächen vorhandenen stark nichtlinearen Profile aller Variablen und der damit verbundenen Schwierigkeiten der Berechnung der Gradienten ist dort aber ein besonderes Verfahren zur Flussbestimmung erforderlich. Im Rahmen dieser Arbeit wird in der ersten Rechenschicht über dem Erdboden wie in Atmosphärenmodellen üblich die sogenannte Monin-Obukhov-Theorie verwendet. Hierzu müssen eine Reihe von Voraussetzungen befriedigt werden, wie Stationarität und horizontale Homogenität der Strömung und insbesondere Höhenkonstanz der Flüsse in der oberflächennächsten Rechenschicht. Diese Voraussetzungen sind in der Realität meist nur annähernd erfüllt. Insbesondere die Annahme höhenkonstanter Flüsse wird aber umso besser entsprochen, je dichter der erste Modellgitterpunkt über dem Boden liegt. Da das Modell MITRAS ein relativ hochauflösendes Gitter aufweist (Gitterweite < 5 m), betrachten wir die Impulsflüsse selbst in dem vom Gebäude beeinflussten Bereich zwischen dem Boden und dem ersten Gitterpunkt als höhenkonstant. Aus dieser Annahme folgt, wie man leicht zeigt, das sogenannte logarithmische Windprofil in folgender Weise (siehe Anhang A).

$$\overline{u}(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_o} \tag{4.1}$$

Hier ist  $\kappa$  ist die von-Kármán Konstante,  $z_o$  die sogenannte Rauhigkeitslänge und  $u_*$  die Schubspannungsgeschwindigkeit. Sind  $\overline{u}(z)$  am bodennächsten Gitterpunkt und die Integrationskonstante  $z_o$  bekannt, so lässt sich  $u_*$  und damit der turbulente Im-

pulsfluss am Boden berechnen. Voraussetzung für die Gültigkeit der Gleichung (4.1) ist ferner eine neutrale, vertikale Dichteschichtung, die im Rahmen dieser Arbeit für alle Simulationen angenommen wird.

### 4.2. Flüsse an Gebäudewänden

In der Abb. 4.1 ist die Umströmung eines unendlich langen, quer zur Anströmung stehenden Gebäudes mit quadratischem Querschnitt schematisch dargestellt. Im folgenden wird diese Gebäudeform wegen der geometrischen Ähnlichkeit auch als Balken bezeichnet. Vor, auf und hinter dem Balken sind im mittleren Strömungsfeld charakteristische Wirbel zu erkennen. Daher sind die Gradienten der physikalischen Grössen in Wandnähe sehr gross.



Abbildung 4.1: Wirbel im mittleren Strömungsfeld um einen Balken.

Windkanalstudien und Experimente mit hochauflösenden Modellen belegen jedoch, dass es in Wandnähe dennoch einen Bereich mit einem logarithmischen Profil der wandparallelen Geschwindigkeitskomponente gibt, dessen Dicke jedoch generell wesentlich geringer ist als die der wandnächsten Rechenschicht des Gitters in MITRAS. Zur Abschätzung des Einflusses eines speziellen Profils der wandparallelen Windkomponente wurden in MITRAS daher zwei extreme Randbedingungen angenommen.

Zum einem wurde die feste Randbedingung mit u = 0 im Abstand der Gebäuderauhigkeitslänge  $\hat{z}_o$  von der Wand vorausgesetzt, aus der ein logarithmisches Profil entsprechend (4.1) folgt, wobei z durch den Wandabstand und  $u_*$  durch eine dort herrschende Schubspannungsgeschwindigkeit zu ersetzen sind.

Zum anderen wird die freie Randbedingung betrachtet, bei der eine konstante Geschwindigkeit zwischen der Wand und dem wandnächsten Gitterpunkt vorherrscht und demnach der Gradient der Geschwindigkeit senkrecht zur Wand Null ist. Dies ist gleichbedeutend mit dem Verschwinden der Flüsse.

Die Geschwindigkeitsprofile an der Gebäudeoberseite sind schematisch für beide Randbedingungen in der Abb. 4.2 dargestellt.



Abbildung 4.2: Geschwindigkeitsprofile zwischen Gebäudeoberkante und der Ebene der oberflächennächsten Gitterpunkte.

Simulationen mit beiden Randbedingungen werden in dem Abschnitt 6.2 diskutiert. Es zeigt sich dort, dass die Unterschiede im Strömungsfeld bei Gitterweiten  $\geq 5 m$  sehr gering sind. Bei allen folgenden Rechnungen wird deshalb die feste Randbedingung verwendet.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass in hochauflösenden Modellen der Gebäudeumströmung vielfach die zwischen logarithmischer Schicht und Wand liegende, wenige Zentimeter dicke viskose Unterschicht mit berücksichtigt wird. In dieser Schicht ist das Geschwindigkeitsprofil nicht mehr logarithmisch, sondern linear. Üblicherweise werden entweder 2-zonale Wandfunktionen, mit einem linearen Profil in der viskosen Unterschicht und einem logarithmischen Profil darüber (Ehrhard, 1999), oder Wandfunktionen, die den ganzen wandnahen Bereich über beide Schich-

#### 4. Berechnung der oberflächennahen Flüsse

ten abdecken, eingeführt (Rotta, 1962). Vorausgesetzt ist ausserdem, dass die Wände, anders als in MITRAS angenommen, hydrodynamisch glatt sind. Für rauhe Wände kann gezeigt werden, dass die viskose Unterschicht in der Dicke reduziert wird (Rotta, 1962).

## 5. 1D-Simulationen

Im Rahmen dieser Arbeit wird das Modell MITRAS sowohl in einer dreidimensionalen als auch in einer eindimensionalen Version betrieben. Das die Vertikale auflösende eindimensionale Modell eignet sich zur Behandlung einer horizontal homogenen Strömung. Es wird benutzt, um stationäre, an Messungen angepasste Profile des Windes zur Initialisierung des dreidimensionalen Modells zu generieren. Auch in dem eindimensionalen Modell werden die in den Abschnitten 3.2 und 3.3 beschriebenen Turbulenzparametrisierungen verwendet. Da sich die in den Abschnitten 3.4 und 3.5 diskutierten E- $\epsilon$ -Schliessungen nach Kato und Launder (1993) und nach Murakami (Tsuchiya *et al.*, 1997) nur bei horizontal inhomogener Strömung auswirken, wird hier nur die Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung genutzt. (Im eindimensionalen Fall ist die dimensionslose Spannungsrate (3.21) gleich der dimensionslosen Rotationsrate (3.28), also  $S = \Omega$ .)

In diesem Kapitel werden die mit der eindimensionalen Modellversion erzeugten Profile des Windes, der turbulenten Flüsse und der TKE mit im Windkanal gemessenen Profilen verglichen, mit dem Ziel, die Auswirkungen der unterschiedlichen Parametrisierungen für den einfachen Fall einer homogenen Strömung zu verdeutlichen.

Die Windkanalmessungen wurden am Meteorologischen Institut der Universität Hamburg durchgeführt und sind in der sogenannten CEDVAL-Datenbank<sup>1</sup> öffentlich zugänglich. Die für dieses Kapitel verwendeten Windkanalprofile wurden ohne Gebäude bestimmt, so dass die Bedingungen horizontaler Homogenität und Stationarität hinreichend erfüllt sind. Das im Windkanal gemessene Geschwindigkeitsprofil genügt dem Potenzgesetz:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>CEDVAL = Compilation of Experimental Data for Validation of Microscale Dispersion Models http://www.mi.uni-hamburg.de/cedval



Abbildung 5.1: Berechnete und gemessene Profile (CEDVAL-Datenbank, Fall A1-3). 1D-Modell mit *E-l*-Schliessung mit unterschiedlichen Werten von  $l_{max}$ .

$$\overline{u}(z) = u_{ref} \left(\frac{z}{z_{ref}}\right)^{\alpha}$$
(5.1)

mit der Referenzgeschwindigkeit  $u_{ref} = 6 m/s$  in der Referenzhöhe  $z_{ref} = 0.5 m$ . Der Profilexponent  $\alpha = 0.23$  beschreibt die Form des Windprofils und ist abhängig von der im Windkanal einstellbaren Oberflächenrauhigkeit. Das Verhältnis der Längen im Windkanal zu denjenigen der numerischen Simulation beträgt 1:200. So ergibt sich für die Modellsimulation die Referenzhß66he von  $z_{ref} = 100 m$ ,  $u_{ref}$  der Modellsimulation ist gleich der Horizontalgeschwindigkeit  $\overline{u}$  in dieser Höhe. Im folgenden werden die Längen mit die Referenzhöhe  $z_{ref}$ , die Geschwindigkeit mit die  $u_{ref}$ , sowie die Impulsflüsse und die TKE mit  $u_{ref}$  normiert.

### 5.1. Bestimmung des maximalen Mischungsweges

Das mit  $\overline{u} = u_{ref}$  gestartete, eindimensionale Modell liefert die in Abb. 5.1 dargestellten und mit der *E-l*-Schliessung und dem Mischungswegansatz (3.6) nach Blackadar (1962) erzielten quasistationären Profile der Geschwindigkeit, des Diffusionskoeffizienten, der TKE und der Impulsflüsse. Hierbei wurden unterschiedliche Werte für den maximalen Mischungsweg  $l_{max}$  verwendet, die sich deutlich in den Ergebnissen wiederspiegeln. Die beste Übereinstimmung ergibt sich offenbar mit  $l_{max} = 100 m$ . Das in mesoskaligen Modellen häufig verwendete  $l_{max} = 20 m$  sowie  $l_{max} = 200 m$ führen zu stärkeren Abweichungen von der Messung.

Anders als aus Messungen in der Natur bekannt weisen die modellierten Flüsse keine Abnahme und die gemessenen Flüsse nur eine geringe Variabilität mit der Höhe auf. Man kann leicht zeigen, dass dies im Modell im wesentlichen eine Folge der vorgeschriebenen, horizontalen Homogenität aller Variablen und letztlich auch der Vernachlässigung der Corioliskraft ist. Man erhält für eine stationäre Strömung nämlich aus Gleichung (2.1)

$$\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} = \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} = 0 \quad , \tag{5.2}$$

d.h.  $\overline{u'w'}$  und  $\overline{v'w'}$  sind höhenkonstant.

Auch im leeren Windkanal sind diese Voraussetzungen zumindest annähernd erfüllt, was die nur geringe Höhenänderung der Impulsflüsse erklärt. Eine Abweichung vom idealen höhenkonstanten Profil ist möglicherweise auch eine Folge der Messungenauigkeit, die danach mindestens 10 - 15% betragen würde.

Benutzt man anstelle des Ansatzes (3.6) nach Blackadar (1962) den in Abschnitt 3.1 eingeführten Mischungsweg (3.5) nach Smagorinsky (1963), in dem der Mischungsweg eine Funktion des Gitterabstandes ist, wird der Mischungsweg zu klein, um die mit diesem Ansatz gemessenen und modellierten Profile in Einklang zu bringen. Dies zeigt eine entsprechende Simulation, deren Ergebnisse hier nicht abgebildet sind.



Abbildung 5.2: Berechnete und gemessene Profile. 1D-Modell bei E-l-Schliessung bei unterschiedlichen Werten von  $c_m$ .

# 5.2. Bestimmung offener Konstanten der E- $\epsilon$ - und E-l-Schliessung

Bei der Bestimmung des Diffusionskoeffizienten tritt sowohl in der E- $\epsilon$ - wie auch in der E-l-Schliessung die Konstante  $c_m$  auf (Gleichung (3.7) und (3.18)). Ausserdem sind in der prognostischen Gleichung der Dissipation (3.20) die Konstanten  $c_1$  und  $c_2$  enthalten, welche durch die Beziehung (3.24) mit  $c_m$  gekoppelt sind (vgl. auch Anhang B).

Mit Hilfe des im vorherigen Abschnitt bestimmten maximalen Mischungswegs  $l_{max} = 100 m$  wird aus der *E-l*-Schliessung  $c_m$  durch Variation und Vergleich mit den Wind-



**Abbildung 5.3:** Berechnete und gemessene Profile. 1D-Modell bei E- $\epsilon$ -Schliessung mit unterschiedlichen Werten von  $c_m$ ,  $c_2 = 1.92$  und  $c_1$  berechnet nach Gleichung (3.24).

kanalergebnissen bestimmt (vgl. Abb. 5.2). Auffällig ist, dass sich die Profile der Windgeschwindigkeit, des Diffusionskoeffizienten und des Impulsflusses bei unterschiedlichem  $c_m$  kaum, die der TKE aber deutlich ändern. Die Ursache für dieses Verhalten ist die Erfüllung der Randbedingung (3.22) für die TKE, wonach die TKE am ersten Gitterpunkt umgekehrt proportional zu  $c_m^2$  ist. Die dadurch verursachte Variation der TKE am unteren Rand setzt sich offensichtlich in der gesamten Grenzschicht fort. Bezüglich des Diffusionskoeffizienten  $K_m$  kompensieren sich die gegenläufigen Effekte von  $c_m$  und  $\overline{E}$  nach der Gleichung (3.7), so dass weder dieser noch die Impulsflüsse signifikant von der Wahl des  $c_m$  abhängen.



Abbildung 5.4: Berechnete und gemessene Profile. 1D-Modell bei E- $\epsilon$ -Schliessung bei  $c_1 = 1.44$ ,  $c_2 = 1.92$  und unterschiedlichen Werten von  $c_m$ .

Messungen in der Natur ergeben für neutrale Schichtung  $c_m \sim 0.4$  (vgl. z.B. Detering, 1985). Dieser Wert liefert allerdings wesentlich höhere Werte der TKE im Vergleich zu den Windkanalmessungen. Mit der Gleichung (3.22) lässt sich aus den hier vorliegenden Messungen ein Wert von  $c_m = 0.64$  ableiten. Die in der Abb. 5.2 dargestellten Profile, welche mit den Werten für  $c_m$  von 0.55 und 0.65 erzielt wurden, zeigen aber, dass bei einer Messgenauigkeit von 20% ein Wert zwischen 0.55 und 0.65 verwendbar ist. Um einen optimalen Wert von  $c_m$  zu erhalten, werden wir im nächsten Kapitel Modellsimulationen mit Windkanalmessungen vergleichen. Das hier bestimmte  $c_m$  gilt jedoch nur für die vorliegende Windkanalmessung und hat keine universelle Gültigkeit, wie die Vergleiche von Modellsimulation mit Feldmessungen (Kapitel 7) zeigen.

Auch Modellergebnisse mit der E- $\epsilon$ -Schliessung zeigen, dass sich unterschiedliche

#### 5.2. Bestimmung offener Konstanten der E- $\epsilon$ - und E-l-Schliessung

Werte für  $c_m$  ähnlich wie bei der *E-l*-Schliessung nur auf die TKE auswirken (vgl. Abb. 5.3). Dies gilt jedoch nur unter der Voraussetzung, dass die Konstanten der Dissipationsgleichung (3.20)  $c_1$  und  $c_2$  über die Gleichung (3.24) berechnet werden. Ist dies nicht der Fall, so führen unterschiedliche  $c_m$ -Werte auch zu Veränderungen der berechneten Impulsflüsse und der Diffusionskoeffizienten (vgl. Abb. 5.4).

Variiert man bei festem  $c_m$  die Konstante  $c_2$  und berechnet man  $c_1$  über Gleichung (3.24), so ergeben sich keine merklichen Änderungen in den Modellergebnissen.

Werden  $c_1$  und  $c_m$  festgehalten, bewirkt ein grösseres/kleineres  $c_2$  eine Zu-/Abnahme der Horizontalgeschwindigkeit, der Diffusionskoeffizienten, der Impulsflüsse und der TKE. Durch einen grösseren Wert von  $c_2$  wird die Dissipation vermindert, so dass die TKE und über die Randbedingung (3.22) die Impulsflüsse und nach der Gleichung (3.18) auch die Diffusionskoeffizienten zunehmen.

Hält man  $c_2$  und  $c_m$  fest und erhöht/verkleinert  $c_1$ , so vergrössert/verkeinert man die Produktion von Dissipation (Gleichung (3.20)). Als Folge werden die TKE abgeschwächt/verstärkt und die Diffusionskoeffizienten, sowie die Geschwindigkeiten und schliesslich auch die Impulsflüsse erhöht/verringert.

Zusammenfassend zeigen die eindimensionalen Simulationen, dass die Windkanalmessungen für  $0.55 \leq c_m \leq 0.65$  und für die Konstanten der Dissipationsgleichung (3.20) errechnet über die Gleichung (3.24) am besten approximiert werden. Im folgenden Kapitel werden die Abhängigkeiten dieser Konstanten im zweidimensionalen Modell betrachtet.

## 6. 2D-Windkanalsimulationen

Die im Kapitel 3 erläuterten Schliessungen werden im folgenden zur Simulation der Strömung um verschiedene Hindernisse verwendet. Wir wählen - bis auf spezielle Ausnahmen - eine relativ grobe Gitterweite von 5 m, um nicht nur die Umströmung einzelner Gebäude, sondern auch die grösserer Gebäudekomplexe berechnen zu können. Damit lassen sich zwar die Hauptmerkmale der Strömung, nicht aber Details der Strömung wie beispielsweise Dachwirbel auflösen (vgl. Abb. 4.1). Zunächst betrachten wir jedoch die Umströmung eines einzelnen Hindernisses, um diese mit Windkanalmessungen vergleichen zu können.

Dazu wird die Umströmung eines Balkens behandelt, der quer zur Anströmrichtung liegt und sich über die gesamte Modelldomäne erstreckt, so dass keine Umströmung der Seiten stattfindet. Die Strömung wird senkrecht zur mittleren Bewegungsrichtung als horizontal homogen betrachtet. Das dreidimensionale Modell wird für diesen Strömungstyp in einer quasi-zweidimensionalen Variante mit nur wenigen Gitterpunkten quer zur Anströmung betrieben, wodurch sich Rechenzeit und Speicherbedarf reduzieren lassen.

Initialisiert wird das Modell durch stationäre Profile des eindimensionalen Modells. Dabei werden die Profile unter Annahme horizontaler Homogenität auf das gesamte Modellgebiet übertragen. Die aus dem eindimensionalen Modelllauf vorgegebenen Profile der Geschwindigkeit, der TKE, der Dissipation, des Diffusionskoeffizienten und der Temperatur werden über die gesamte Simulationszeit am Einströmrand festgehalten.

Um Simulationen anhand gemessener Windkanaldaten zu überprüfen, werden die Ergebnisse normiert und dimensionslos dargestellt. Als Normierungsgrösse werden für die Abstände die Gebäudehöhe H und für den Horizontalwind u die ungestörte Anströmgeschwindigkeit  $u_{ref}$  in z = 100 m Höhe benutzt. Die TKE und der Impuls-
fluss werden durch  $u_{ref}^2$  normiert. Beim Vergleich von numerischen mit gemessenen Ergebnissen muss nach Jensen (1958) der Massstab der Rauhigkeitslänge  $z_o$  von Simulation bzw. Messung gleich demjenigen der anderen Längen sein. Vorerst nehmen wir an, dass die Rauhigkeitslänge des Balkens gleich derjenigen am Boden ist. Folglich muss bei einer Rauhigkeitslänge im Windkanal von  $z_o = 0.001$  : m bei einem Verhältnis von 1 : 200 in der Simulation ein Wert von 0.2 : m eingesetzt werden.

## **6.1.** Bestimmung von $c_m$ , $c_1$ , $c_2$

Im Abschnitt 3.3 wurden die Auswirkungen der Konstanten  $c_1$  und  $c_2$ , welche in der prognostischen Gleichung der Dissipation (3.20) vorkommen, und von  $c_m$  aus der Bestimmungsgleichung des Diffusionskoeffizienten (3.18) auf die Strömung im eindimensionalen Fall untersucht.

In der Literatur werden für die Konstanten  $c_m$ ,  $c_1$  und  $c_2$  unterschiedliche Werte angegeben.  $c_m$  lässt sich über Gleichung (3.17) aus der gemessenen Turbulenzenergie bestimmen. Bei neutraler Schichtung erhalten Panofsky *et al.* (1977) aus Feldmessungen  $c_m \sim 0.4$ . Aus den in Kapitel 7 beschriebenen Messung an einem Eisrücken leitet Garbrecht (2000)  $c_m = 0.43$  ab. Labormessungen führen hingegen immer zu grösseren Werten. Mellor und Yamada (1982) geben in einer Zusammenfassung von Messungen in Rohr- und Kanalströmungen Werte für  $c_m$  zwischen 0.48 und 0.61 an. Aus den Profilen der uns zur Verfügung stehenden Windkanaldaten ergibt sich ein  $c_m = 0.64$  (vgl. Kapitel 5). Die in Kapitel 5 dargestellten Ergebnisse zeigten bereits, dass bei den eindimensionalen Simulationen die besten Ergebnisse für  $0.55 \leq c_m \leq 0.65$  erzielt werden. Diesen Wert erhalten auch Launder *et al.* (1972) aus verschiedenen numerischen Experimenten.

Aus Messungen lassen sich, wie in Anhang B beschrieben, für  $c_2$  Werte zwischen 1.68 (Warsi, 1993) und 2.0 (Hanjalić und Launder, 1972) finden.

Mit Hilfe der Gleichung (3.24) kann  $c_1$  bei Kenntnis von  $c_m$  und  $c_2$  berechnet werden. Für die Konstante  $c_1$  ergeben sich Werte von 0.9 (Detering, 1985) bis 1.54 (Hanjalić und Launder, 1972). In der Literatur existieren für  $c_1$  auch Werte, welche die Gleichung (3.24) nicht erfüllen. Dies ist möglich, da Gleichung (3.24) nur für den Spezialfall einer Wandströmung herleitbar ist (vgl. Anhang B).

Die Windkanalmessungen werden benutzt, um die Werte der Konstanten  $c_m$ ,  $c_1$  und  $c_2$  im Rahmen der oben angegebenen Wertebereiche in Modellberechnungen mit der Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung zu optimieren. Für  $c_m$  wurden nebst der aus den eindimensionalen Simulationen erhaltenen Werte  $0.55 \leq c_m \leq 0.65$  auch der aus Feldmessungen hervorgehende Wert 0.4 überprüft. Zum Vergleich mit Modellergebnissen stehen zwei verschiedene Windkanalmessungen an einem Balken (CEDVAL Fälle A1-2 und A1-3) zur Verfügung, die sich in Anströmprofil, in der Rauhigkeit des Bodens und im Modellmasstab unterscheiden. Insgesamt wurden über 50 Modellläufe mit verschiedenen Werten von  $c_m$ ,  $c_1$  und  $c_2$  durchgeführt und mit entsprechenden Windkanalmessungen verglichen. Dabei wurde die beste Übereinstimmung von Simulationsergebnissen und Messergebnissen anhand der Konstanten von Launder *et al.* (1972)

$$c_m = 0.55$$
 ,  $c_1 = 1.44$  ,  $c_2 = 1.92$  (6.1)

erreicht. Aus der Gleichung (3.24) ergibt sich mit  $c_1 = 1.39$  ein Wert, der sich nur um 4% von dem in der Beziehung (6.1) unterscheidet. Sowohl Hanjalić und Launder (1972) wie auch Rung (2001) leiten verschiedene Beziehungen zwischen  $c_1$  und  $c_2$ her, welche nicht von  $c_m$  abhängen und der Gleichung (3.24) nicht genügen.

Da im Rahmen dieser Arbeit nicht alle Modellläufe und deren Vergleiche mit den Windkanalmessungen besprochen werden sollen, beschränken wir uns auf die Darstellung des Einflusses unterschiedlicher  $c_m$ , einerseits bei festem  $c_2$  und dem über (3.24) berechneten  $c_1$ , andererseits bei festem  $c_1$  und  $c_2$ . Beide Studien werden hier mit dem Windkanalfall A1-3 verglichen. Der Fall A1-2 führt zu gleichartigen Ergebnissen. Das Verhältnis der Längen zwischen Windkanalmessungen und Simulation beträgt 1 : 200. Die Gebäudehöhe beträgt im Modell 25 m und im Windkanal 12.5 cm. Alle Längeneinheiten werden im folgenden als Vielfaches der Gebäudehöhen H angegeben. Die Gitterweite beträgt 1/5 H.

#### Variation von $c_m$ bei festem $c_2$ und berechnetem $c_1$

Bei der in Kapitel 5 diskutierten Anwendung des eindimensionalen Modells hatte sich herausgestellt, dass die Ergebnisse für die Geschwindigkeiten, die Diffusionskoeffizienten und die Impulsflüsse weitgehend unabhängig von der Wahl der Konstanten  $c_m$ ,  $c_1$  und  $c_2$  sind, sofern sie die Gleichung (3.24) erfüllen. Einzig die berechnete TKE variiert signifikant bei unterschiedlichen Werten  $c_m$ .



Abbildung 6.1: Berechnete und gemessene horizontale Windgeschwindigkeiten  $(\overline{u}/u_{ref})$ . 3D-Modell mit E- $\epsilon$ -Schliessung mit unterschiedlichen Werten von  $c_m$ , mit  $c_2 = 1.92$  und  $c_1$  berechnet nach Gleichung (3.24).



Abbildung 6.2: Berechnete und gemessene Impulsflüsse  $(\overline{u'w'}/u_{ref}^2)$ . 3D-Modell mit E- $\epsilon$ -Schliessung mit unterschiedlichen Werten von  $c_m$ , mit  $c_2 = 1.92$  und  $c_1$  berechnet nach Gleichung (3.24).

Die Simulation der Balkenumströmung weist allerdings sowohl für die horizontale Geschwindigkeit, den Impulsfluss, den Diffusionskoeffizienten, als auch für die TKE deutliche Reaktionen auf unterschiedliche Werte dieser Konstanten aus. Der Einfluss von  $c_m$  und  $c_1$  auf den Horizontalwind wird in der Abb. 6.1 dargestellt. Die Modellsimulationen wurden für  $c_m = 0.65, 0.55$  und 0.40 und für  $c_2 = 1.92$  sowie für die mit Hilfe der Gleichung (3.24) berechneten  $c_1$ -Werte vorgenommen. Die Strömung verläuft von links nach rechts. Für alle drei Simulationen wurde dasselbe Einströmprofil am linken Rand benutzt, welcher sich 6H links vor dem Gebäude befindet. Alle drei Modellergebnisse reproduzieren die Hauptmerkmale des im Windkanal gemessenen horizontalen Windfeldes. Der hinter dem Gebäude entstandene Leewirbel wächst mit zunehmendem  $c_m$  in seiner Ausdehnung an. Dieser Befund beruht auf einer deutlichen Abnahme des vertikalen Impulsflusses (Abb. 6.2) hinter dem Hindernis bei zunehmendem  $c_m$  aufgrund der Kopplung von  $c_m$  und  $c_1$  über die Gleichung (3.24). Ein verstärkter Abwärtstransport von Horizontalimpuls führt zu einer rascheren Wiederherstellung des Windfeldes nach dem Hindernis und damit zur Verringerung der Ausdehnung des Leewirbels.

Auch über und vor dem Balken ergeben sich geringe, aber erkennbare Unterschiede im Horizontalwindfeld in Abhängigkeit von  $c_m$ . Der in den Messungen angedeutete Dachwirbel wird aufgrund des grossen Gitterabstandes im Modell nicht reproduziert.

#### Variation von $c_m$ bei festem $c_1$ und $c_2$

Wenn man die Werte für  $c_m$  verändert und  $c_1$  und  $c_2$  nach Launder *et al.* (1972) setzt, damit also Gleichung (3.24) nicht berücksichtigt, erhält man die in den Abb. 6.3-6.5 dargestellten Strömungsbilder.

Die horizontale Windkomponente (Abb. 6.3) entwickelt nun den grössten Leewirbel bei kleinstem Wert für  $c_m$ , weil durch die Reduktion des Diffusionskoeffizienten nach Gleichung (3.18) auch die vertikalen Impulsflüsse im Lee des Balkens abnehmen.

Auch beim Impulsfluss (Abb. 6.4) kehren sich vor, über und hinter dem Balken die Verhältnisse gegenüber dem vorangehenden Fall um. Während die berechneten Impulsflüsse an der Luvseite des Balkens in allen Fällen mehr oder weniger stark von den gemessenen Werten abweichen, stimmen sie auf der Leeseite für  $c_m = 0.55$  am besten mit der Messung überein.

Die berechnete Turbulenzenergie (Abb. 6.5) wird für alle Werte von  $c_m$  im Vergleich zu der Messung generell überschätzt und das Maximum liegt nicht über dem Hindernis, sondern ist stromabwärts verlagert. Schliesslich bildet sich im Luv des Balkens ein sekundäres Maximum aus, das in der Messung nicht auftritt. Später werden wir zeigen, dass auch bei Verwendung der *E-l*-Schliessung im Lee des Balkens höhere TKE-Werte als in den Messungen berechnet werden. Diese Unterschiede beruhen entweder auf Mängeln des Modells oder auf einer gegenüber der Natur reduzierten Turbulenz im Windkanal. Dieser Aspekt, auf den White (1996) hinweist, wird durch den später gezeigten Vergleich zwischen numerischen Ergebnissen und Feldmessungen bestätigt (vgl. Kapitel 7).

Die beiden besprochenen Fälle, einerseits mit variablen  $c_m$  und  $c_1$  und andererseits mit variablem  $c_m$  und festem  $c_1$  ( $c_2$  ist jedes mal fest), unterscheiden sich vor allem dadurch, dass im letzteren Fall nur die Diffusionskoeffizienten direkt beeinflusst, im ersten aber auch die TKE verändert wird.

Aufgrund der hier diskutierten Ergebnisse werden für die folgenden Simulationen von Windkanalmessungen die Konstanten der Beziehung (6.1) eingesetzt, mit deren Hilfe die besten Annäherungen an die Windkanalmessungen erreicht wurden.



Abbildung 6.3: Berechnete und gemessene horizontale Windgeschwindigkeiten ( $\overline{u}/u_{ref}$ ). 3D-Modell mit Standard-*E*- $\epsilon$ -Schliessung; unterschiedlichen Werten von  $c_m$ :  $c_1 = 1.44$ ,  $c_2 = 1.92$ 



**Abbildung 6.4:** Berechnete und gemessene turbulente Impulsflüsse  $(\overline{u'w'}/u_{ref}^2)$ . 3D-Modell mit Standard-*E*- $\epsilon$ -Schliessung; unterschiedlichen Werten von  $c_m$ :  $c_1 = 1.44$ ,  $c_2 = 1.92$ 



**Abbildung 6.5:** Berechnete und gemessene turbulente kinetische Energie  $(E/u_{ref}^2)$ . 3D-Modell mit E- $\epsilon$ -Schliessung mit unterschiedlichen Werten von  $c_m$ ,  $c_2 = 1.92$  und  $c_1$  berechnet nach Gleichung (3.24).

## 6.2. Anwendung der unterschiedlichen Randbedingungen und Darstellung des Dachwirbels

Die bisher gezeigten Simulationsergebnisse wurden mit der festen Randbedingung an den Gebäudewänden durchgeführt (siehe Kapitel 4). Dabei wurde die Gebäuderauhigkeitslänge  $\hat{z}_o$  gleich der Rauhigkeitslänge am Boden mit  $z_o = 0.2 m$  gesetzt. In diesem Kapitel sollen nun sowohl die Auswirkungen der festen als auch der freien Randbedingung dargestellt werden.

In der Abb. 6.6 sind die Rechenergebnisse der Strömung mit beiden Randbedingungen bei Verwendung eines groben und eines feinen Gitters mit 5m bzw. 2.5m Gitterabstand dargestellt. Bei Verwendung des groben Gitters sind die Unterschiede der Randbedingungen unbedeutend.



Abbildung 6.6: Simulationsergebnisse für die horizontale Windgeschwindigkeit  $[u/u_{ref}]$ , erzielt unter Verwendung der unterschiedlichen Randbedingungen. Für die Simulation mit der festen Randbedingung und dem feinen Gitter ist ein Ausschnitt vergrössert.

#### 6.2. Anwendung der unterschiedlichen Randbedingungen und Darstellung des Dachwirbels

Hingegen ergeben sich bei Benutzung des feinen Gitters deutliche Unterschiede. Bei der festen Randbedingung bildet sich oberhalb des Balkens eine Rückströmung aus (siehe Vergrösserung Abb. 6.6), die bei der freien Randbedingung nicht entsteht. Diese Rückströmung kennzeichnet einen charakteristischen Wirbel der Gebäudeumströmung, nämlich den sogenannten Dachwirbel. Aufgrund dieses Befundes halten wir die feste Randbedingung an Gebäuden für vorteilhaft.

Durch Veränderung der Gebäuderauhigkeitslänge  $\hat{z}_o$  kann bei Verwendung des feinen Gitters der Dachwirbel an die Windkanalmessung angepasst werden. Da die Dokumentation der Windkanalmessung keine Angaben über die Rauhigkeitslänge am dort verwendeten Balken enthalten, nehmen wir in Übereinstimmung mit einer von Stull (1991) angegebenen Wertetabelle über Rauhigkeitslängen verschiedener Materialien



Abbildung 6.7: Berechnete und gemessene Dachwirbel bei verschiedenen Rauhigkeitslängen  $\hat{z}_o$  der Balkenoberfläche. 3D-Modell mit Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung. Benutzt wurden Gitter mit einer Gitterweite von 2.5 m.

an, dass diese zwischen 0.5 und 2 mm liegen. Nach Jensen (1958) muss dann die Simulation bei einem Massstab zwischen Messung und Rechnung von 1 : 200 mit einer Gebäuderauhigkeitslänge zwischen 0.1 und 0.4 m durchgeführt werden.

Wir verwenden zur Anpassung weiterhin die Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung, deren Ergebnisse aber nach den in Abschnitt 6.5 beschriebenen Simulationen mit denen der E-l-Schliessung gut übereinstimmen.

Für unterschiedliche Rauhigkeitslängen erhalten wir die in der Abb. 6.7 reproduzierten Vektorfelder, die für  $z_o = 0.2 m$  und  $z_o = 0.4 m$  den gemessenen Dachwirbel eindeutig abbilden. Die Messung wird am besten für  $z_o = 0.2 m$  angenähert, so dass wir diesen Wert für alle weiteren Experimente, in denen wir Windkanalmessungen simulieren, anwenden.

## **6.3.** *E*-*ϵ*-Schliessung nach Kato Launder

Bei den vorangegangenen Modellergebnissen sind sowohl der Impulsfluss (Abb. 6.4) als auch die TKE (Abb. 6.5) durch Maxima im Luv des Balkens gekennzeichnet, die in den Messungen nicht auftreten. Dieses Phänomen wird für die TKE auch z.B. von Ehrhard (1999) beschrieben. Allerdings wird weder von ihm noch von anderen Autoren der Impulsfluss dargestellt, so dass nicht klar ist, inwiefern Massnahmen zur Abschwächung des Maximums der TKE auch eine Reduktion des Maximums der Impulsflüsse bewirken.

Eine deutliche Reduktion der TKE im Luv des Balkens erzielen Kato und Launder (1993) mittels Austausch des mechanischen Produktionsterms  $P_M$  (3.22) durch den Term (3.27). Da dieser Term sowohl in der prognostischen Gleichung der TKE (3.8) als auch in der prognostischen Dissipationsgleichung (3.20) auftritt, wird neben der TKE auch die Dissipation verringert. Dadurch ändern sich nach Gleichung (3.18) die Diffusionskoeffizienten nur unwesentlich, so dass auch die Impulsflüsse und damit deren Maximum im Luv erhalten bleiben.

Um auch den Impulsfluss zu reduzieren, benutzen wir in der Schliessung nach Kato und Launder<sup>1</sup> den veränderten Term der mechanischen Produktion (3.27) nur noch in der prognostischen Gleichung der TKE (3.8), während in der prognostischen Gleichung der Dissipation (3.20) der ursprüngliche Term (3.22) beibehalten wird. Die Vergleiche in der Abb. 6.8 machen deutlich, dass auf diese Weise sowohl die TKE als auch die Impulsflüsse im Frontbereich reduziert und der Messung angenähert werden. Allerdings werden beide Werte über dem Balken im Vergleich zur Messung etwas zu stark abgeschwächt. Trotz dieses Mangels werden wir nur diese modifizierte LK-Schliessung weiter benutzen.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Im folgenden wie allgemein ß74blich LK-Schliessung genannt



**Abbildung 6.8:** Berechnete und gemessene horizontale Windgeschwindigkeiten  $(\overline{u}/u_{ref})$ , TKE  $(E/u_{ref}^2)$  und Impulsflüsse  $(\overline{u'w'}/u_{ref}^2)$  vor und über dem Balken. 3D-Modell mit Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung, LK-Schliessung und modifizierter LK-Schliessung.

## 6.4. *E*-*e*-Schliessung nach Murakami

Eine ebenfalls häufig verwendete Schliessung stammt von Murakami (siehe Abschnitt 3.5 und Tsuchiya *et al.*, 1997), so dass auch diese in unsere Betrachtung einbezogen werden soll. Das von Murakami entwickelte Konzept (im folgenden Murakami-Schliessung genannt) stellt einen Kompromiss zwischen der Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung und der LK-Schliessung dar. In ihm geht die dimensionslose Rotationsrate (3.28) nicht in die mechanische Produktion (3.27), sondern in die Konstante  $c_{\mu}$  ein, die auch den Diffusionskoeffizienten (3.18) mitbestimmt.

Die mit allen E- $\epsilon$ -Schliessungen erzielten Ergebnisse der horizontalen Windgeschwindigkeiten (Abb. 6.9) stimmen gut mit den Windkanalmessungen überein. Im Luv des Hindernisses sind die berechneten Resultate beinahe identisch mit den gemessenen. Alle Modellsimulationen bilden einen Lee-Wirbel vergleichbarer Grösse und Intensität.

Der im Lee unmittelbar hinter dem Balken gemessene Aufwind wird von allen Schliessungen unterschätzt und ist bei der Murakami-Schliessung im Vergleich zur LK- bzw. Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung sehr schwach. Die Abwindzone im Lee wird von der LK- und der Murakami-Schliessung unterschätzt, von der Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung hingegen überschätzt. Trotzdem stimmen die in Abb. 6.10 dargestellten, mit allen E- $\epsilon$ -Schliessungen berechneten vertikalen Geschwindigkeitskomponenten im Luv des Balkens zufriedenstellend mit den Messungen überein.

Die Impulsflüsse (Abb. 6.11) und TKE-Werte (Abb. 6.12) werden über und hinter dem Hindernis von der Murakami-Schliessung am besten simuliert, allerdings bleiben in beiden Grössen die Maxima im Luv des Balkens erhalten, wobei sie aber eine weit geringere Ausdehnung als bei den mit der Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung erzielten Ergebnissen besitzen.



Abbildung 6.9: Berechnete und gemessene horizontale Windgeschwindigkeiten  $(\overline{u}/u_{ref})$ . 3D-Modell mit Murakami-, modifizierter LK- und Standard-Schliessung.



Abbildung 6.10: Berechnete und gemessene vertikale Windgeschwindigkeiten  $(\overline{w}/u_{ref})$ . 3D-Modell mit Murakami-, modifizierter LK- und Standard-Schliessung.



**Abbildung 6.11:** Berechnete und gemessene Impulsflüsse  $(\overline{u'w'}/u_{ref}^2)$ . 3D-Modell mit Murakami-, modifizierter LK- und Standard-Schliessung.



**Abbildung 6.12:** Berechnete und gemessene TKE  $(E/u_{ref}^2)$ . 3D-Modell mit Murakami-, modifizierter LK- und Standard-Schliessung.

## 6.5. *E-l*-Schliessung

Viele Autoren verwenden für die Modellierung in der Mesoskala die E-l-Schliessung. Von Vorteil ist dabei, dass nur die prognostische Gleichung für die TKE (3.8) gelöst werden muss. Dadurch wird weniger Rechenzeit und Speicherplatz benötigt. Dafür muss die Mischungsweglänge in geeigneter Weise parametrisiert werden. Wir verwenden in dieser Arbeit den Ansatz von Blackadar (1962) (Gleichung (3.6)) in folgender abgeänderter Form

$$l = \frac{\kappa \, d_{min}}{1 + \frac{\kappa \, d_{min}}{l_{max}}} \quad . \tag{6.2}$$

Anstelle des Vertikalabstandes z tritt nun die minimale Distanz  $d_{min}$  entweder zum Hindernis oder zum Boden. Für die im folgenden beschriebenen Modellsimulationen wurden für den maximalen Mischungsweg  $l_{max}$  die Werte 5 m, 20 m und 100 m eingesetzt.

Für das in der Bestimmungsgleichung des Diffusionskoeffizienten (3.7) auftretende  $c_m$  wird weiterhin der Wert von 0.55 verwendet und für die Gebäuderauhigkeitslänge der Wert  $\hat{z}_o = 0.2m$  eingesetzt. Um den Dachwirbel näherungsweise aufzulösen, wird wiederum die Gitterweite von 2.5 m gewählt.

In den Abbildungen 6.13 - 6.16 sind die Ergebnisse von Modellsimulationen mit der *E-l*-Schliessung gegenüber den bekannten Windkanalmessungen dargestellt. Ebenso wie die Ergebnisse der eindimensionalen Modellversion (vgl. Abschnitt 5.1) reagieren auch die mit dem zweidimensionalen Modell erzielten Resultate deutlich auf die Wahl des maximalen Mischungswegs  $l_{max}$ .

Bei der horizontalen Windgeschwindigkeit (Abb. 6.13) hängt insbesondere der Leewirbel von der maximalen Mischungsweglänge  $l_{max}$  ab. Dessen Ausdehnung nimmt bei zunehmenden  $l_{max}$  ab, und bei  $l_{max} = 20 m$  wird bei der horizontalen Windgeschwindigkeit die beste Übereinstimmung mit der Messung erzielt. Gleiches ist auch beim Dachwirbel zu erkennen (Abb. 6.14), wo die Rückströmung mit zunehmenden  $l_{max}$  schwächer wird. Auch hier wird die beste Übereinstimmung mit der Messung bei  $l_{max} = 20 m$  erzielt.

Die Impulsflüsse und die Werte der TKE (Abb. 6.15 und 6.16), welche durch die Modellsimulationen mit dem maximalen Mischungsweg von  $l_{max} = 20 m$  erzielt wurden, stimmen gut mit den Messungen überein, sofern man vom Maximum im Luv absieht. Allerdings wird die TKE bei einem  $l_{max} = 5m$  noch besser nachgebildet.



Abbildung 6.13: Berechnete und gemessene horizontale Windgeschwindigkeiten  $(\overline{u}/u_{ref})$ . 3D-Modell mit *E-l*-Schliessung.



Abbildung 6.14: Berechnete und gemessene horizontale Windgeschwindigkeiten  $(\overline{u}/u_{ref})$ . 3D-Modell mit *E-l*-Schliessung. Ausschnitte aus Abb. 6.13.



**Abbildung 6.15:** Berechnete und gemessene Impulsflüsse  $(\overline{u'w'}/u_{ref}^2)$ . 3D-Modell mit *E-l*-Schliessung.



**Abbildung 6.16:** Berechnete und gemessene TKE  $(E/u_{ref}^2)$ . 3D-Modell mit *E-l*-Schliessung.

Bei den bisherigen Untersuchungen mussten dynamische Ähnlichkeiten zwischen dem Rechen- und dem Windkanalmodell angenommen werden. In diesem Kapitel soll nun das Modellergebnis mit einer Feldmessung im Skalenverhältnis 1 : 1 verglichen werden. Feldmessungen können allerdings nicht unter kontrollierten Laborbedingungen durchgeführt werden, so dass Temperatur- und Strömungsschwankungen in Kauf genommen werden müssen. Auch muss im Luv des umströmten Hindernisses eine ausgedehnte, homogene Fläche vorhanden sein, damit sich eine horizontal homogene Grenzschicht ausbilden kann (vgl. auch Panskus, 1999).

In der Literatur finden sich zahlreiche Messungen zur Umströmung von Hindernissen unterschiedlicher Art. So haben Levitan und Mehta (1992a,b) die Umströmung eines flachen Hauses, das in einer mit Gras bewachsenen Umgebung steht, gemessen. Hoxey und Moran (1991) betrachten die Umströmung eines Glashauses mit Giebel. In beiden Fällen wird aber nur der Druck an den Gebäudewänden gemessen. Solche Messdaten werden wiederholt zur Überprüfung von numerischen Modellen verwendet. Diese Modelle werden dann benutzt, um das Strömungsfeld und den Turbulenzzustand an diesen Hindernissen zu beschreiben. So verwenden z.B. Oliveira und Younis (2000) die Messungen von Hoxey und Moran (1991), um die Ablösung der Grenzschicht an der Wand des Glashauses mit einem numerischen Modell zu untersuchen.

Naturmessungen turbulenter Flüsse im Bereich von Hindernissen stehen wenige zur Verfügung. Für einen möglichst aussagekräftigen Vergleich sollten sowohl das Windfeld (Anströmung und Leebereich) gegeben sein als auch gemessene turbulente Flüsse zur Verfügung stehen. Die Messung einer Umströmung, welche diese Bedingungen erfüllt, konnte während der Polarstern Expedition ARK-96 (ACSYS) an einem Presseisrücken vorgenommen werden (vgl. Garbrecht *et al.*, 1999). Hierfür wurde ein am Bug des Schiffes befestigter Mast verwendet, der mit 5 Ultraschall-

anemometer in Höhen zwischen 3.80 und 20.25 m bestückt war. Eisrücken findet man im polaren Meereis insbesondere in Gebieten mit hoher Eiskonzentration. Sie entstehen beim Zusammenpressen von Eisschollen durch die Windschubspannung und können mehrere Meter hoch, bis zu 30 m breit und mehrere 100 m lang werden. Daher kann das Strömungsfeld eines solchen Eisrückens als homogen in Richtung der Rückenachse angesehen und mit der zweidimensionalen Version von MITRAS simuliert werden.

Der während der erwähnten Polarsternfahrt untersuchte Eisrücken war 4.5 m hoch, 15 m breit und über 200 m lang. Er lag am Rande einer grossen, in Anströmrichtung relativ glatten Eisscholle. Im Lee des Eisrückens befand sich bis zu einem Abstand von ca. 500 m vom Schollenrand offenes Wasser. Während der Messdauer von einigen Stunden herrschten annähernd stationäre meteorologische Bedingungen. Das Experiment wurde von Garbrecht *et al.* (1999) und von Garbrecht (2001) detailliert beschrieben.

Gemessen wurden die vertikalen Profile der Geschwindigkeit, der TKE und der Impulsflüsse zwischen 20 m und 420 m Abstand vom Schollenrand stromabwärts und in der ungestörten Anströmung. Aus diesem Anströmprofil ergab sich eine Rauhigkeitslänge für die glatte Eisscholle von  $z_o = 5 \cdot 10^{-5} m$ .

## 7.1. Eindimensionale Modellsimulation

Die Abb. 7.1 zeigt die gemessene und die mit der eindimensionalen Modellversion berechneten und normierten Anströmprofile der horizontalen Windgeschwindigkeit und des Impulsflusses.  $z_{ref}$  ist gleich der Eisrückenhöhe und  $u_{ref} = u(z_{ref})$ . Längen sind durch die Höhe des Eisrückens, die Geschwindigkeit durch die Geschwindigkeit am Oberrand des Eisrückens und der Impulsfluss sowie die TKE durch das Quadrat der Geschwindigkeit normiert. Für die eindimensionale Modellsimulation wurde ein Gitter mit einem vertikalen Gitterabstand von 1 m gewählt. Nach Detering (1985) unterscheidet sich die Konstante  $c_m$ , die im Windkanal ermittelt wird, immer von denjenigen welche in der Natur auftreten. Garbrecht (2000) ermittelt für das hier betrachtete Experiment einen  $c_m$ -Wert von 0.43.

Wie bei den bisherigen Simulationen wird auch hier die Corioliskraft nicht berücksichtigt. Nach Snyder (1972) ist dies möglich, sofern das zu simulierende Gebiet



Abbildung 7.1: Berechnete und gemessene horizontale Windgeschwindigkeiten und Impulsflüsse. 1D-Modell

nicht grösser als  $5\times5\,km^2$  und 100mhoch ist. Beide Bedingungen sind bei dieser Eisrückenmessung erfüllt.

Die berechneten und gemessenen Ergebnisse der horizontalen Windgeschwindigkeit  $\overline{u}$  stimmen an den unteren vier Messpunkten gut überein (vgl. Abb. 7.1). Die Abweichungen zwischen der Modellrechnung und der Messung von 8% beim höchsten Messpunkt bei 20.25 *m* liegen jedoch noch innerhalb der Messgenauigkeit (siehe Garbrecht, 2001). Abgesehen vom untersten Messpunkt stimmen die berechneten und gemessenen Impulsflüsse gut überein.

## 7.2. Zweidimensionale Modellsimulation

Für die zweidimensionale Simulation der Umströmung des Eisrückens wurde ein Gitter mit einem horizontalen Gitterabstand von 5 m und einem vertikalen von 1 mverwendet. Dies ermöglicht es, die Neigung der Flanken des Presseisrückes durch einen stufenförmigen Aufbau im Modell anzunähern (vgl. Abb. 7.2). Der idealisierte Eisrücken hat eine Höhe von 5m und eine Basisbreite von 25m. Im folgenden werden die Ergebnisse, welche mit der *E-l*-Schliessung erzielt wurden, diskutiert und mit der Messung verglichen.



Abbildung 7.2: Schematische Darstellung eines Presseisrückens in der x-z-Ebene für die Simulation der Umströmung desselben mit MITRAS. Die Anströmung erfolgt von links nach rechts. Dargestellt sind ausserdem die Gitterzellen, welche 5 m lang und 1 m hoch sind, sowie die skalaren Gitterpunkte (·) im Zentrum der Gitterzelle. Vergleiche dazu auch Anhang D.

In den Abbildungen 7.3-7.5 sind die gemessenen und berechneten Ergebnisse der Eisrückenumströmung dargestellt. Die in Gleichung (3.7) auftretende Mischungsweglänge l wurde durch die Gleichung (6.2) nach Anpassung des maximalen Mischungswegs  $l_{max}$  berechnet. Für letzteren ergab ein Wert von 5 m die beste Übereinstimmung mit der Messung. Dieser Wert entspricht in etwa der Höhe des Hindernisses. In Anbetracht möglicher Messfehler stimmen die Feldmessung und die Modellwerte aller Grössen ausser ordentlich gut überein.

Aus den hier und den in Abschnitt 6.5 dargestellten Ergebnissen mit der E-l-Schliessung lässt sich vermuten, dass der maximale Mischungsweg  $l_{max}$  auch in anderen zweidimensionalen Fällen in etwa gleich der Höhe des umströmten Hindernisses zu setzen ist. Weitere Vergleiche von Berechnungen mit Messungen auch mit anderen Hindernisformen oder etwa einer Serie von Balken wären jedoch nötig, um die Abhängigkeit des maximalen Mischungsweges von der Hindernishöhe richtig darzustellen.

Auch hier nicht gezeigte Simulationen mit der Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung geben ähnlich gute Übereinstimmungen zwischen Mess- und Modellergebnissen, wenn folgende Konstanten verwendet werden:

$$c_1 = 1.44$$
 ,  $c_2 = 1.92$  ,  $c_m = 0.43$  . (7.1)

Die Werte für  $c_1$  und  $c_2$  entsprechen denen von Launder *et al.* (1972),  $c_m$  folgt aus den Messungen. Somit unterscheiden sich die Konstanten, welche wir in Beziehung (7.1) angegeben haben, von denjenigen in (6.1) nur durch den  $c_m$ -Wert.

Demnach können Feldmessungen mit MITRAS sowohl mit Hilfe der E-l- als auch der Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung gut reproduziert werden. Anders als bei den Simulationen der Windkanalmessungen wird hier auch die TKE gut reproduziert. Dies bestätigt die Hypothese von White (1996), die besagt, dass im Windkanal deutlich geringere Turbulenz produzierbar ist als in der Natur vorhanden.



Abbildung 7.3: Berechnete und gemessene horizontale Geschwindigkeitskomponente  $(u/u_{ref})$  einer Eisrückenumströmung. In der Darstellung der Messung ist an den einzelnen Messpunkten der Messwert angegeben. Die Werte am Einströmrand entsprechen dem Profil, welches neben dem Eisrücken gemessen wurde. 3D-Modell mit Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung.



Abbildung 7.4: Berechnete und gemessene Impulsflüsse  $(\overline{u'w'}/u_{ref}^2)$ . An den einzelnen Messpunkten ist wiederum der Messwert angegeben. 3D-Modell mit Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung.



**Abbildung 7.5:** Berechnete und gemessene TKE  $(E/u_{ref}^2)$ . An den einzelnen Messpunkten ist wiederum der Messwert angegeben. 3D-Modell mit Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung.

# 8. Umströmung eines Würfels

Zur Behandlung eines dreidimensionalen Falles betrachten wir nun die Umströmung eines isolierten Hindernisses in der Form eines Würfels. Die Anströmrichtung wird senkrecht zu einer Seite des Würfels gewählt. Dadurch verläuft die Strömung horizontal symmetrisch zur Würfelachse. Die hier dargestellten Experimente werden wiederum mit einem Gitterabstand von 5 m vorgenommen, so dass kleinskalige Details, wie der Dachwirbel, nicht aufgelöst werden.

Zwar zeigt sich in den Darstellungen des Kapitels 6, dass die LK- und die Murakami-Schliessung die besten Ergebnisse liefern. Dennoch soll auch im folgenden die Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung in die Tests miteinbezogen werden, da nicht von vornherein klar ist, ob die LK- und die Murakami-Schliessung auch im dreidimensionalen Fall überlegen sind. In der Literatur werden solche Rechnungen nur mit wesentlich kleineren Gitterweiten durchgeführt.

Auch für diesen Fall liegen Messdaten aus dem Hamburger Windkanal vor (CEDVAL Fall A1-4), anhand derer die Modellergebnisse überprüfbar sind. Die Würfelhöhe im numerischen Modell beträgt wieder 25 m und im Windkanal 12.5 cm, was einem Massstab von 1:200 entspricht. Alle Ergebnisse werden wie bisher normiert, d.h. die Längen mit der Würfelhöhe H, die Geschwindigkeiten mit der Referenzgeschwindigkeit  $u_{ref}$  und die Impulsflüsse mit  $u_{ref}^2$ .

Sowohl mit der Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung als auch mit der E-l-Schliessung wurden mehrere Berechnungen durchgeführt, in denen die Konstanten  $c_m$ ,  $c_1$  und  $c_2$  sowie die maximale Mischungsweglänge  $l_{max}$  zur Überprüfung der Ergebnisse variiert wurden. Diese Experimente führen zu ähnlichen Ergebnissen wie bei der Balkenüberströmung. Nur für die maximale Mischungsweglänge muss ein kleinerer Wert, nämlich  $l_{max} = 10 m$ , verwendet werden, um eine gute Übereinstimmung mit der Messung zu erzielen. Da die maximale Mischungsweglänge  $l_{max}$  danach vom Hindernistyp

#### 8. Umströmung eines Würfels

abhängt, sehen wir einen prinzipiellen Nachteil der E-l-Schliessung gegenüber den E- $\epsilon$ -Schliessungen . Im folgenden werden nur die Simulationsergebnisse dargestellt, die am besten mit den Windkanalmessungen übereinstimmen.

Vorerst betrachten wir den Vertikalschnitt durch die Mitte des Würfels in Strömungsrichtung. Die Felder der berechneten horizontalen Geschwindigkeitskomponente u stimmen mit der Messung, auch bezüglich der Rückströmung im Lee des Würfels, gut überein (Abb. 8.1).

Die horizontale Geschwindigkeitskomponente v quer zur Anströmrichtung ist in der Symmetrieebene der Strömung gleich Null. Dies wird von allen Simulationen mit den verschiedenen Schliessungen auch richtig wiedergegeben.

Nach Abb. 8.2 liegen die berechneten Werte der Vertikalgeschwindigkeit w im Luv des Würfels etwas höher als die gemessenen. Die simulierten Werte im Lee des Würfels stimmen zumindest gut mit der Messung überein.

Bei den berechneten und gemessenen Impulsflüssen (Abb. 8.3) liegen die mit der E-l-Schliessung erhaltenen Werte im Lee deutlich höher und die mit der Murakami-Schliessung erzielten Werte deutlich niedriger als die der Messung. Die beste Annäherung an die Messung sowohl im Luv, im Lee und oberhalb des Hindernisses liefert die Berechnung mit der LK-Schliessung.

Die in Höhe 0.4H des Würfels liegenden Horizontalschnitte der Simulationsergebnisse für die *u*-Komponente sind annähernd identisch, allerdings erreichen die berechneten Werte im Lee des Hindernisses erst in einem grösseren Abstand die gemessenen Werte (Abb. 8.4). Das gleiche gilt für die hier nicht gezeigten Simulationsergebnisse der horizontalen Geschwindigkeitskomponente v.

In der Abb. 8.5 führen der Vertikal- sowie der Horizontalschnitt jeweils durch die Mitte des Würfels. Das vektoriell dargestellte, berechnete Strömungsfeld verdeutlicht, dass sich im Lee des Würfels ein vertikaler sowie zwei horizontale Wirbel bilden.

Ein Frontwirbel, wie ihn Martinuzzi (1992) als flache, um den Würfel geführte, hufeisenförmige Strömung beschreibt, wird in der Abb. 8.5 bestenfalls angedeutet. Hier reicht offenbar unsere grobe Auflösung nicht aus, um dieses Phänomen zu reproduzieren. In der Abb. 8.6 sind die Mischungsweglängen der LK- und E-l-Schliessung im durch den Würfelmittelpunkt verlaufenden Vertikal- und Horizontalschnitt in 0.5 H Höhe dargestellt, wobei der Mischungsweg der LK-Schliessung aus den Werten der Energie und der Dissipation aus den Heisenberg-Weizsäcker-Relationen (3.7) und (3.18) berechnet werden kann. Die Mischungsweglängen der Murakami- und Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung entsprechen im wesentlichen denen der LK-Schliessung, so dass sie hier nicht wiedergegeben werden.

Ab einer Entfernung von ca. 1/4 H vom Würfel differieren die mit den unterschiedlichen Schliessungen berechneten Mischungsweglängen deutlich. Die Mischungsweglänge der *E-l*-Schliessung verläuft symmetrisch zum Würfelmittelpunkt, da hier *l* lediglich eine Funktion des Gebäudeabstandes und der Höhe ist. Hingegen ist die für die LK-Schliessung resultierende Mischungsweglänge nur symmetrisch bezüglich der durch den Würfelmittelpunkt in Strömungsrichtung verlaufenden Symmetrieachse der Strömung. Bei den mit der LK-Schliessung erzielten Ergebnissen, setzen sich die über dem Würfel auftretenden geringen Mischungsweglängen im Lee weithin fort, da *l* vom Strömungsfeld abhängt.

Im Abschnitt 3.1 hatten wir als Beispiel für ein Nullgleichungsmodell die Smagorinsky-Schliessung vorgestellt, in der die Mischungsweglänge über die Beziehung  $l = C_S \Delta x$ abhängig von der Gitterweite  $\Delta x$  berechnet wird. Mason (1994) zeigt, dass in einem wirbelauflösenden Modell idealerweise die Konstante  $C_S = 0.2$  zu setzen ist. Bei einer Gitterweite von 5 m ergibt sich eine Mischungsweglänge von 1 m. Dies entspricht bei der hier gezeigten Würfelumströmung einer entdimensionalisierten Mischungsweglänge von 0.04 l/H. Wie aus Abb. 8.6 leicht ersichtlich ist, sind die bei MITRAS mit der *E-l*- bzw. der LK-Schliessung berechneten Mischungsweglängen viel grösser. Das liegt offensichtlich mit an der groben Auflösung des Modells, so dass in dieser Konfiguration der von Smagorinsky (1963) vorgeschlagene Ansatz nicht verwendet werden kann.

Unter Berücksichtigung aller betrachteten Grössen ergibt sich, dass die mit der modifizierten LK-Schliessung erzielten Resultate am besten mit der Windkanalmessung übereinstimmen, so dass wir annehmen, dass diese Methode am geeignetsten ist, um die Umströmung einer komplexen Bebauung zu berechnen.

#### 8. Umströmung eines Würfels



Abbildung 8.1: Vertikalschnitt der berechneten und gemessenen horizontalen Windgeschwindigkeit  $(\overline{u}/u_{ref})$  einer Würfelumströmung. Der Vertikalschnitt entspricht der Symmetrieebene der Strömung.


Abbildung 8.2: Vertikalschnitt der berechneten und gemessenen vertikalen Windgeschwindigkeit  $(\overline{w}/u_{ref})$  einer Würfelumströmung. Der Vertikalschnitt entspricht der Symmetrieebene der Strömung.

### 8. Umströmung eines Würfels



**Abbildung 8.3:** Vertikalschnitt des berechneten und gemessenen Impulsflusses  $(\overline{u'w'}/u_{ref}^2)$  einer Würfelumströmung. Der Vertikalschnitt entspricht der Symmetrieebene der Strömung.



Abbildung 8.4: Horizontalschnitt der berechneten und gemessenen horizontalen Windgeschwindigkeit  $(\overline{u}/u_{ref})$  einer Würfelumströmung. Der Horizontalschnitt ist in 0.4 *H* Höhe.



Abbildung 8.5: Vektorfeld einer Würfelumströmung berechnet mit der modifizierten LK-Schliessung. Vertikal- und Horizontalschnitt verlaufen durch den Würfelmittelpunkt.



**Abbildung 8.6:** Vertikal- und Horizontalschnitt der berechneten Mischungsweglänge l/H einer Würfelumströmung. Vertikalschnitt entspricht der Symmetrieebene der Strömung, Horizontalschnitt ist in 0.5 H Höhe.

# 9. Umströmung eines Gebäudekomplexes

Als realitätsnahe Anwendung der bisher diskutierten Modellkonzepte wird nun abschliessend die Umströmung von mehreren gleichmässig hintereinander angeordneten Gebäuden simuliert. Solche Gebäudekonfigurationen finden sich häufig in städtischen Neubaugebieten. Die numerische Simulation dieser Strömungsverhältnisse kann dazu benutzt werden, um den Standort von Einzugsöffnungen für Lüftungsanlangen oder von Schornsteinen zu optimieren.

Wir betrachten eine Gebäudekonfiguration bestehend aus drei Reihen von jeweils sieben hintereinander stehenden, gleich grossen Gebäuden (s. Abb. 9.1). Die Gebäude haben eine Höhe von 25 m und Seitenlängen von 30 m senkrecht und 20 m parallel zur Anströmrichtung. Der Abstand zwischen den Gebäuden beträgt parallel und senkrecht zur Anströmung 20 m.

Die Anströmung erfolgt parallel zu den drei Reihen. Im folgenden werden die sieben in Anströmrichtung hintereinander stehenden Gebäude als Gebäudereihe und die jeweils drei senkrecht zur Anströmrichtung stehenden Gebäude als Gebäudezeile bezeichnet. Der Zwischenraum zwischen den Gebäudereihen wird - baulich nicht korrekt - Häuserschlucht genannt. In den Zwischenräumen der einzelnen Gebäude einer Reihe bilden sich, wie wir gleich sehen werden, Wirbel aus, daher nennen wir diese Zwischenräume Wirbelzonen (vgl. Abb. 9.1).

Die hier besprochene Simulation wurde mit einem Raster von  $120 \times 40 \times 37$  (= Länge in Anströmrichtung × Breite × Höhe) Gitterpunkten durchgeführt. Bis zu einer Höhe von 100 m betragen der horizontale und vertikale Gitterabstand 5 m, darüber nimmt der vertikale Abstand mit einem Faktor von 1.1175 zu. Das Rechengebiet hat eine Ausdehnung von 600 m × 200 m × 500 m. Die Ausdehnung der Gebäudekonfi-



**Abbildung 9.1:** Schematische Darstellung der Gebäudeanordnung, x-z- und x-y-Ebene. Die punktierte Fläche zeigt die Lage der benutzten Windkanaldaten innerhalb der gesamten Konfiguration.

guration beträgt  $260 \ m \times 140 \ m \times 25 \ m$ , dies entspricht  $52 \times 28 \times 5$  Gitterpunkten. Ein einzelnes Gebäude wird mit  $4 \times 6 \times 5$  Gitterpunkten aufgelöst.

Aufgrund der in den Kapiteln 6 bis 8 gewonnenen Erkenntnisse wird für die hier gezeigte Simulation nur die modifizierte LK-Schliessung verwendet. Als Vergleich dienen wiederum Windkanalmessungen (CEDVAL Fall B1-1). Im Windkanal wurde jedoch nicht die gesamte Gebäudekonfiguration vermessen, sondern nur der Bereich zwischen dem fünften und sechsten Gebäude. Ein Vergleich der Simulation mit



Abbildung 9.2: Detailansicht des Vertikalschnittes der berechneten (oben) und gemessenen (unten) horizontale Geschwindigkeit ( $\overline{u}/u_{ref}$  der Umströmung einer Gebäudekonfiguration.

Messdaten beschränkt sich auf den in der Abb. 9.1 punktierten Bereich. Geht man von einem stationären und räumlich annähernd homogenen Strömungsfeld innerhalb einer Häuserreihe aus, so reicht dieser Abschnitt aus, um die Realitätsnähe des Strömungsfeldes zu überprüfen. Bei allen im folgenden dargestellten Resultaten werden wie bisher alle Grössen dimensionslos dargestellt.

Die Abbildungen 9.2 und 9.3 zeigen nun einen Vergleich zwischen Modell und Messung im punktierten Bereich der Abb. 9.1. Sowohl qualitativ als auch quantitativ stimmen die berechneten Felder des Windes und der Impulsflüsse gut mit den gemessenen überein. Insgesamt zeigen diese Vergleiche, dass MITRAS im betrachteten Abschnitt realistische Ergebnisse liefert. Allerdings kann nur vermutet werden, dass die Qualität der Übereinstimmung in den übrigen Bereichen vergleichbar gut ist, denn wie die folgenden Abbildungen zeigen werden, ist die räumliche Inhomogenität der Strömung doch grösser als anfangs vermutet.

In der Abb. 9.4 sind die horizontale Geschwindigkeit u sowie der Impulsfluss als Vertikalschnitt durch die Symmetrieebene der Strömung, d.h. durch die Mitte der mittleren Gebäudereihe, dargestellt. Im Luv des ersten Gebäudes (links) staut sich die Strömung. Im Lee des letzten Gebäudes (rechts) bildet sich eine Rückströmung,



**Abbildung 9.3:** Detailansicht des Vertikalschnittes der berechneten (oben) und gemessenen (unten) Impulsflüsse  $((\overline{u'w'}^2 + \overline{u'v'}^2)^{1/2}/u_{ref}^2)$  der Umströmung einer Gebäudekonfiguration.

die in Ausdehnung und Intensität etwa derjenigen, die sich bei der Umströmung eines einzelnen Gebäudes bildet, entspricht (vgl. z.B. Abb. 8.1 oben). Zwischen den einzelnen Gebäuden bilden sich in den Wirbelzonen Rückströmungen. Die Intensität dieser Rückströmung ist in der ersten Wirbelzone links am stärksten und nimmt dann kontinuierlich bis zur zweitletzten Wirbelzone ab. In dieser zweitletzten Wirbelzone wird die Rückströmung und auch der Wirbel wieder stärker. In der letzten Wirbelzone bildet sich wieder eine schwächere Rückströmung aus.

### 9. Umströmung eines Gebäudekomplexes

Die Impulsflüsse in der Symmetrieebene (vgl. Abb. 9.4 Mitte) weisen an der Oberkante zwischen den Gebäuden jeweils ein Maximum auf. Das erste dieser Maxima ist aufgrund der starken Strömung zwischen den ersten beiden Gebäuden (vgl. Abb. 9.5 etwas stärker ausgeprägt als die anderen. Vor und hinter dem Gebäudekomplex bilden ähnliche Strukturen wie bei der Umströmung eines einzelnen Gebäudes (vgl. Abb. 8.3 oben).

Ein Vertikalschnitt der Geschwindigkeitskomponente u durch die Mitte der in Anströmrichtung liegenden Häuserschlucht (Abb. 9.4 unten) zeigt, dass die Strömung vor der Häuserschlucht vor dem Gebäudekomplex beschleunigt, dann bis zum fünften Gebäude verzögert, danach wieder beschleunigt und unmittelbar hinter dem letzten Gebäude wieder verzögert wird. In der Häuserschlucht sowie im Lee der Bebauung bildet sich in Bodennähe bis zu einer maximalen Höhe von etwa 0.5 H eine Rückströmung aus. Die Ursache für diese Rückströmung ist vermutlich die Beeinflussung des Windfeldes durch die seitlichen, zwischen den Gebäudezeilen liegenden, Wirbelzonen.

Um diese komplexe Strömung in dieser Bebauung in allen Details zu verstehen, müssten nun zahlreiche weitere Simulationen, z.B. mit leicht veränderter Gebäudekonfiguration, durchgeführt werden, was im Rahmen dieser Arbeit allerdings nicht mehr möglich war. Darüber hinaus sind weitere Windkanal- oder Naturmessungen notwendig, um die Ergebnisse zu bestätigen.



Abbildung 9.4: Oben und Mitte: Vertikalschnitt der berechneten und gemessenen horizontalen Windgeschwindigkeit  $(\overline{u}/u_{ref})$  und Impulsflüsse  $((\overline{u'w'}^2 + \overline{u'v'}^2)^{1/2}/u_{ref}^2)$  der Umströmung einer Gebäudekonfiguration durch die Symmetrieachse der Strömung. Eingezeichnet ist zudem der Bereich, der in Abb. 9.2 und 9.3 mit Windkanaldaten verglichen wird. Unten: Vertikalschnitt der berechneten, horizontalen Windgeschwindigkeit  $(\overline{u}/u_{ref})$  durch die Mitte der Häuserschlucht.



Abbildung 9.5: Horizontalschnitt der horizontalen Geschwindigkeitsfelder in zwei unterschiedlichen Höhen.

### 9. Umströmung eines Gebäudekomplexes

# 10. Zusammenfassung

Mit dem mikroskaligen Modell MITRAS wurden die Auswirkungen unterschiedlicher Turbulenzschliessungen auf die Umströmung von einzelnen und mehreren Hindernissen untersucht. Die berechneten Ergebnisse wurden mit Feld- und Windkanalmessungen anhand der Felder der Geschwindigkeit, des turbulenten Flusses von Impuls und der turbulenten kinetischen Energie (TKE) verglichen. Das Ziel der Arbeit bestand darin, die für die angewandte Modellauflösung am besten geeignete Turbulenzschliessung zu finden. Folgende drei Schliessungsschemata wurden betrachtet: die Smagorinsky-, die *E-l-* und die  $E-\epsilon$ -Schliessung. Alle Schliessungstypen wurden in einer ein- und einer dreidimensionalen Modellversion verwendet.

Die Ergebnisse zeigen, dass die wesentlichen Charakteristika des Strömungsfeldes im Bereich von Hindernissen mit Hilfe aller Schliessungsmethoden qualitativ im Einklang mit den Messungen wiedergegeben werden. Während der Leewirbel auch mit einem verhältnismässig groben Modellgitter reproduziert wird, entstehen der Dachund der Luvwirbel nur bei hoher Gitterauflösung. Auch die simulierten Felder der TKE und der Impulsflüsse stimmen im Lee des umströmten Hindernisses qualitativ gut mit den Messungen überein. Allerdings ergeben die unterschiedlichen Schliessungsansätze signifikant quantitative Unterschiede.

Um die berechneten Werte optimal an die Beobachtung anzupassen, wurden einige der offenen Parameter in der E-l- wie auch in der Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung<sup>1</sup> empirisch angepasst. Es verbleibt eine Überschätzung der berechneten TKE im Lee des Hindernisses im Vergleich zu den Windkanalmessungen. Da die Simulationsergebnisse mit Feldmessungen übereinstimmen, vermuten wir im Windkanal eine zu geringe Turbulenzentwicklung.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Als Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung wird hier wie allgemein üblich die E- $\epsilon$ -Schliessung aus den prognostischen Gleichungen der TKE und der Dissipation bezeichnet, welche sich aus den Bewegungsgleichungen herleiten lässt (vgl. z.B. Hanjalić und Launder, 1972).

### 10. Zusammenfassung

Als beste Parameterwerte bei der Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung ergeben sich für Vergleiche mit Windkanalmessungen unabhängig vom umströmten Hindernistyp die von Launder *et al.* (1972) vorgeschlagenen Konstanten ( $c_m = 0.55$ ,  $c_1 = 1.44$ ,  $c_2 = 1, 92$ ). Für Vergleiche mit Feldmessungen ist einzig das  $c_m$  den Messungen anzupassen. Die von Detering (1985) vorgeschlagene Kombination von Parameterwerten ist für unsere Bedingungen nicht zu empfehlen. Hingegen musste die Parametrisierung der Mischungsweglänge in der *E-l*-Schliessung an die Höhe und die Form des Hindernisses angepasst werden, um ein optimales Ergebnis zu erzielen, so dass dieses Verfahren schwieriger anwendbar ist. Es ist aber zu betonen, dass zumindest in den betrachteten zweidimensionalen Fällen (Balken, Eisrücken) auch die mit der *E-l*-Schliessung berechneten Felder der Geschwindigkeit und der Impulsflüsse nach Bestimmung der maximalen Mischungsweglänge gut mit den Messungen übereinstimmen. Allerdings war die Übereinstimmung beim dreidimensionalen Fall (Würfel) nicht zufriedenstellend. Vor allem die Impulsflüsse im Lee wichen von den gemessenen Werten stark ab.

Die Smagorinsky-Schliessung ist für MITRAS nicht geeignet, da alle betrachteten Felder von den Messungen deutlich abweichen.

Da alle simulierten Strömungen im Luv des Hindernisses markante Maxima in den Impulsflüssen und in der TKE aufweisen, die in den Messungen nicht auftreten, wurde die Standard-E- $\epsilon$ -Schliessung mit Hilfe verschiedener bekannter Ansätze modifiziert. Eine gleichzeitige Reduktion beider Maxima konnte nur durch eine nochmalige, bisher nicht angewendete Modifikation der Schliessung nach Kato und Launder (1993) (LK-Schliessung) erreicht werden. Eine analoge Modifikation der E-l-Schliessung führt ebenfalls zu einer besseren Anpassung der simulierten an die gemessenen Felder.

Die Simulation der Strömung um einen grösseren Gebäudekomplex mit Hilfe der modifizierten LK-Schliessung ergibt ein recht komplexes Strömungsfeld, das aber offenbar den Ergebnissen von Windkanaluntersuchungen entspricht.

Zusammenfassend stellen wir fest, dass mit Hilfe des Modells MITRAS unter Verwendung bestimmter Parametrisierungen die aerodynamischen Bedingungen im Bereich einzelner Gebäude oder von Gebäudekomplexen realistisch simuliert werden können.

# A. TKE und Dissipation in der Prandtl-Schicht

In der bodennahen Grenzschicht, der Prandtl-Schicht, werden die turbulenten Flüsse (3.1) und (3.3) als annähernd höhenkonstant angenommen. Damit lassen sich die Wind- und Temperaturprofile einfach bestimmen. Die vertikale Ausdehnung der Grenzschicht reicht von der sogenannten Rauhigkeitslänge bis maximal etwa 20 m Höhe. In unmittelbarer Bodennähe kann  $\overline{w} = 0$  angenommen werden. Wir konzentrieren uns im folgenden auf eine neutral geschichtete Grenzschicht. Verläuft die Strömung in x-Richtung, so folgt für den Impulsfluss (3.1)

$$u_*^2 = \overline{w'u'} = K_m \, 2 \, S_{31} = const. \quad . \tag{A.1}$$

Aus Messungen an Grenzflächen leitet Prandtl (1932) für den Mischungsweg folgende Beziehung ab

$$l = \kappa z \quad , \tag{A.2}$$

wobei die von-Kármán'sche Konstante  $\kappa = 0.4$  ist. Für  $S_{31}$  ergibt sich mit der Bedingung  $\overline{w} = 0$ 

$$2 S_{31} = \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \tag{A.3}$$

Zusammen mit den Gleichungen (3.4) und (A.2) ergibt dies in Gleichung (A.1)

$$\frac{\kappa z}{u_*} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} = 1 \quad . \tag{A.4}$$

Die Integration von Gleichung (A.4) ergibt dann das sogenannte logarithmische Windgesetz (4.1)

$$\frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_o} = \overline{u}$$

79

#### A. TKE und Dissipation in der Prandtl-Schicht

In Höhe  $z_o$  verschwindet  $\overline{u}$ . Unterhalb davon kommt die mittlere Luftbewegung zum erliegen. Die Integrationskonstante  $z_o$  wird als Rauhigkeitslänge bezeichnet, sie ist abhängig von der Beschaffenheit der Grenzfläche.

Aus den Gleichungen (3.4) und (A.4) ergibt sich der Diffusionskoeffizient für die Prandtl-Schicht zu

$$K_m = \kappa u_* z \quad . \tag{A.5}$$

Aus Gleichung (A.5) und dem Prandtl-Kolmogorov-Ansatz (3.7) sowie Gleichung (A.2) folgt die Gleichung (3.17)

$$\overline{E} = \frac{u_*^2}{c_m^2}$$

Aus Naturmessungen in der Prandtl-Schicht leitet z.B. McBean (1971) einen Wert von  $c_m = 0.44$  ab. Für Vergleiche mit Windkanalstömungen ergibt sich ein grösseres  $c_m$ . Mellor und Yamada (1982) geben Werte zwischen 0.48 und 0.61 an.

Setzt man  $K_m$  aus Gleichung (A.5) gleich dem Diffusionskoeffizienten (3.18), so folgt für die Dissipation am untersten Gitterpunkt

$$\epsilon = \frac{c_{\mu}u_*^3}{c_m^4 \kappa z} \quad . \tag{A.6}$$

Für eine stationäre, horizontal homogene Strömung ist die Energieproduktion gleich der Dissipation. Aufgrund der Gleichung (3.17) verschwindet auch  $\partial E/\partial z$  und mit Gleichung (A.4) ergibt sich die Gleichung (3.26)

$$\epsilon = \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} = \frac{u_*^3}{\kappa z}$$

Ein Vergleich der Gleichungen (3.26) und (A.6) ergibt

$$c_{\mu} = c_m^4 = c_m c_{\epsilon} \quad . \tag{A.7}$$

# B. Bestimmung der Konstanten in der Dissipationsgleichung

Die Gleichung der Dissipation (3.20) beinhaltet die Konstanten  $c_1$  und  $c_2$ . Stellt man ein Gitter in eine Strömung, so wird diese nach dem Gitter scherfrei. Dadurch vereinfachen sich die Energie- und Dissipationsgleichung bei der Beschreibung der Turbulenz erheblich (Detering, 1985). Im stationären Fall verschwindet hier die Summe aus Produktion und Diffusion von Turbulenzenergie und Energiedissipation, so dass sich die Energie- (3.8) und Dissipationsgleichung (3.20) reduzieren auf

$$\overline{u_i}\frac{\partial \overline{E}}{\partial x_i} = -\epsilon \tag{B.1}$$

und

$$\overline{u_i}\frac{\partial \overline{E}}{\partial x_i} = -c_2 \frac{\epsilon^2}{\overline{E}} \quad . \tag{B.2}$$

Misst man die Turbulenzabnahme entlang der Strecke x, so erhält man bei Kombination obiger Gleichungen ein  $c_2$  zwischen 1.8 und 2.0 (Launder *et al.*, 1975).

Für den Spezialfall einer Wandströmung lässt sich  $c_1$  herleiten. Bei stationärer Strömung gilt in der Prandtl-Schicht die Gleichheit von Produktion und Dissipation von Turbulenzenergie. Bei Anströmung in x-Richtung wird daher Gleichung (3.8) zu

$$\epsilon = -\overline{u'w'}\frac{\partial\overline{u}}{\partial z} \quad . \tag{B.3}$$

In der Dissipationsgleichung (3.20) ergibt dies

$$0 = (c_1 - c_2)\frac{\epsilon^2}{\overline{E}} + \frac{\partial}{\partial z}(K_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial z}) \quad . \tag{B.4}$$

Mit (3.17), (3.26) und (A.5) und der Definition  $K_{\epsilon} = \alpha_{\epsilon} K_m$  wird dies zu

$$c_1 = c_2 - \frac{\alpha_\epsilon \kappa^2}{c_m^2} \quad . \tag{B.5}$$

81

## B. Bestimmung der Konstanten in der Dissipationsgleichung

Bei neutraler Schichtung ist  $\alpha_{\epsilon} = 1$ . Mit  $c_m = 0.55$  und  $c_2 = 1.92$  ergibt sich  $c_1 = 1.39$ .

# C. Ausführungen zu $S_{ij}$

Das Quadrat der Deformation des gemittelten Geschwindigkeitsfeldes (3.2)kann wie folgt umgewandelt werden

$$S_{ij}^{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \overline{u_{j}}}{\partial x_{i}} \right) \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \overline{u_{j}}}{\partial x_{i}} \right)$$
(C.1)  
$$= \frac{1}{4} \left( \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}} \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}} + 2 \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}} \frac{\partial \overline{u_{j}}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial \overline{u_{j}}}{\partial x_{i}} \frac{\partial \overline{u_{j}}}{\partial x_{i}} \right)$$
$$= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}} \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \overline{u_{j}}}{\partial x_{i}} \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}} \right)$$
$$= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \overline{u_{j}}}{\partial x_{i}} \right) \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}}$$
$$= S_{ij} \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}} ,$$

wobei über alle Indizes addiert wird.

# **D.** Modellgitter

Die Modellgleichungen werden räumlich auf einem ARAKAWA-C-Gitter diskretisiert (vgl. Mesinger und Arakawa, 1976). In diesem Gitter sind die Komponenten der Geschwindigkeitsvektoren an Gitterpunkten definiert, die in alle Richtungen getrennt von den Gitterpunkten für skalare Grössen sind (Abb. D.1). Durch diese Gitterkonfiguration wird die Genauigkeit bei der Berechnung von Divergenzen erhöht, z.B. in Advektionstermen. Der Wert einer Variablen an einem Gitterpunkt ist für das ihn umgebende Gittervolumen  $\Delta x \Delta y \Delta z$  repräsentativ. Durch lineare Interpolation werden benötigte Werte zwischen den Punkten berechnet. Die Ränder des Modellgebietes sind ausschliesslich an den vektoriellen Gitterpunkten definiert (dicke Linien in Abb. D.1).

Auch die Ränder der Gebäude liegen auf vektoriellen Gitterpunkten (siehe Abb. D.2). Innerhalb und am Rand der Gebäude haben alle vektoriellen Grössen zu jedem Zeitpunkt den Wert Null. Die Behandlung der Gebäuderandbedingung ist eingehend in Lambrecht *et al.* (1999) beschrieben.

Die Gebäudehöhe entspricht bei den in dieser Arbeit gezeigten Simulationsergebnissen 5 bzw. 10 Gitterzellen. Ab der 20. bzw. 40. Gitterzelle in z-Richtung nimmt die Höhe derselben um den Faktor 1.175 zu. Breite und Länge der Gebäude werden von Fall zu Fall angegeben.



**Abbildung D.1:** Struktur des Modellgitters. In der x-z-Ebene (links) liegen die skalaren Gitterpunkte über den vektoriellen Gitterpunkten für v zusammen, in der y-z-Ebene (rechts) überlagern sich die skalaren Punkte mit den vektoriellen für u.



Abbildung D.2: Gitterzelle und Gebäude im Modellgitter in der x-z-Ebene.

## Literaturverzeichnis

- Blackadar, A. (1962). The vertical distribution of wind and turbulent exchange in a neutral atmosphere. *Journal of Geophysical Research*, **67**, 3095–3102.
- Blazek, J. (2001). Computational fluid dynamics : principles and applications. Elsevier, Oxford, 440 S.
- Boussinesq, J. (1877). Essai sur la théorie des eaux courantes. Mémoire présentées par divers savants à l'Académie des Scienes de l'Institute de France, Paris, 23, 1–680.
- Chen, Y. und Kim, S. (1987). Computation of turbulent flows using an extendend  $k \epsilon$  turbulence closure model. NASA, Seiten CR-179204.
- Cook, A. und Riley, J. (1996). Direct Numerical Simulation of a Turbulent Reactive Plume on a Parallel Computer. J. Computational Physics, **129**, 263–283.
- Detering, H. (1985). Mischungsweg und turbulenter Diffusionskoeffizient in atmosphärischen Simulationsmodellen. Dissertation, Universität Hannover, S. 211.
- Durbin, P. (1996). On the  $k \epsilon$  stagnation point anomaly. Int. J. Heat Fluid Flow, 17, 89–90.
- Ehrhard, J. (1999). Untersuchung linearer und nichtlinearer Wirbelviskositätsmodelle zur Berechnung turbulenter Strömungen um Gebäude. Dissertation, Karlsruhe, S. 112.
- Franke, R. und Rodi, W. (1991). Calculation of vortex shedding past a square cylinder with various turbulence models. 8<sup>th</sup> Symposium on Turbulent Shear Flows, München, Germany, Seiten 20–1–1–20–1–6.
- Garbrecht, T. (2000). Persönliche Mitteilung. AWI Bremerhaven.

- Garbrecht, T. (2001). Impuls- und Wärmeaustausch zwischen der Atmosphäre und dem eisbedeckten Ozean. Dissertation, AWI Bremerhaven, S. 115.
- Garbrecht, T., Lüpkes, C., Augstein, E., und Wamser, C. (1999). Influence of a sea ice ridge on low-level airflow. J. Geophys. Res., 104(20), 24499–24507.
- Hallbäck, M., Henningson, D., Johansson, A., und Alfredsson, P., (eds.) (1996). Turbulence and Transition Modelling, Band 2 der ERCOFTAC Series and Technology. Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, S. 368.
- Hanjalić, K. und Launder, B. (1972). Turbulence in thin shear flows. Journal of Fluid Mechanics, 52, 609–638.
- Heisenberg, W. (1948). Zur statistischen Theorie der Turbulenz. Zeitschrift füur Physik, **124**, 628–657.
- Hoxey, R. P. und Moran, P. (1991). Full-scale wind pressure and load experiments single-span 7.0x22.6m glasshouse. Division Note DN 1605, AFRC Research Silsoe.
- Jensen, J. (1958). The model-law for phenomena in natural wind. *Ingenioren*, 2, 121–128.
- Kato, M. und Launder, B. (1993). The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders. *9<sup>th</sup> Symposium on Turbulent Shear Flows, Kyoto, Japan*, Seiten 10–4–1–10–4–6.
- Krajnović, S. und Davidson, L. (2000). Flow around a tree-dimensional bluff body. *9<sup>th</sup> Int. Symposium on Flow Visualisation, Heriot-Watt University, Edinburgh*, Seiten 177–1–177–10.
- Lambrecht, M., Knoth, O., und Renner, E. (1999). Development of numerical schemes for high-resolution urban scale models. Proc. EUROTRAC.
- Launder, B., Morse, A., Rodi, W., und Spalding, D. (1972). A comparison of the performance of six turbulence models. *Proceedings of NASA conference om Free Shear Flows, Langley*, NASA SP-321.
- Launder, B., Reece, G., und Rodi, W. (1975). Progress in development of a Reynoldsstress turbulence closure. J. Fluid Mech., 68, 537–566.
- Levitan, M. und Mehta, K. (1992a). Texas tech field experiments for wind loads part 1: building and pressure measuring system. *Journal of Wind Engineering* and Industrial Aerodynamics, 41-44, 1565–1576.

- Levitan, M. und Mehta, K. (1992b). Texas tech field experiments for wind loads part 1: meteorological instumentation and terrain parameters. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 41-44, 1577–1588.
- Marchuk, G., Kochergin, V., Klimok, V., und V.A. Sukhrukov, V. (1977). On the dynamics of the ocean surface mixed layer. *Journal of Physical Oceanography*, 7, 865–875.
- Martinuzzi, R. (1992). Experimentelle Untersuchung der Umströmung wandgebundener, rechteckiger, prismatischer Hindernisse. Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg.
- Mason, P. (1994). Large-eddy simulation: A critical review of the technique. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 120, 1–26.
- Maurizi, A. (2000). Numerical simulations of turbulent flows over 2-d valleys using three versions of the  $k \epsilon$  closure model. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 85, 59–73.
- McBean, G. (1971). The variation of the statistics of wind. Boundary-Layer Meteorology, 1, 438–457.
- Mellor, G. und Yamada, T. (1982). Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Revue Geophysics and Space Physics*, **20**, 851–875.
- Mesinger, F. und Arakawa, A. (1976). Numerical methods used in atmospheric models. *Grap Publications Series, No. 17, Volume I.*
- Oliveira, P. und Younis, B. (2000). On the prediction of turbulent flow around fullscale buildings. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 86, 203–220.
- Orlanski, I. (1975). A rational subdivision of scales for atmospheric processes. Bull. A. Meteorol. Soc., 56, 527–530.
- Panofsky, H. A., Tennekes, H., Lenschow, D. H., und Wyngaa rd, J. C. (1977). The characteristics of turbulent velocity components in the surface layer under convective conditions. *Boundary-Layer Meteorology*, **11**, 355–361.
- Panskus, H. (1999). Vorschriften yur Evaluierung hindernisauflösender mikroskaliger Modelle und ihrer Anwendung auf das Modell MITRAS. Dissertation, Universität Hamburg.

Prandtl, L. (1925). Über die ausgebildete Turbulenz. ZAMM, 5, 136–139.

- Prandtl, L. (1932). Meteorologische Anwendung der Strömungslehre. Beiträge zur Physik der Athmosphäre, 19, 188–202.
- Rotta, J. (1962). Turbulent boundary layers in incompressible flow. Prog. Aeron. Sic., Vol.2.
- Rotta, J. C. (1972). Turbulente Strömung. B.G. Teubner.
- Rung, T. (2001). *Statistische Turbulenz*. Skript, Technische Universität Berlin, S. 70.
- Schlichting, H. und Gersten, K. (2000). Boundary layer theory. Springer, Berlin, S. 799, 8. Ausgabe.
- Schlünzen, K. (1990). Numerical studies on the inland penetration of sea breeze fronts at a coastline with tidally flooded mudflats. *Beitr. Physik Atm*, 63, 243– 256.
- Schlünzen, K., Bigalke, K., Lenz, C.-L., Lüpkes, C., Niemeier, U., und von Salyen, K. (1996). Concept and Realization of the Mesoscale Transprot and Fluid Model METRAS. Technischer Bericht METRAS Tech. Rep. 5.
- Smagorinsky, J. (1963). General circulation experiments with the primitive equations: 1. the basic experiment. Mon. Weather Rev., 91, 99–164.
- Snyder, W. (1972). Similarity criteria for the application of fluid models to the study of air pollution meteorology. *Boundary-Layer Meteorology*, **3**, 113–134.
- Sommerfeld, A. (1978). Mechanik der deformierbaren Medien. Harri Deutsch, Thun, S. 446.
- Stull, R. (1991). An Introduction to Boundary Layer Meteorology. Kluwer Academic Publishers, Dodrecht, S. 670.
- Tsuchiya, M., Murakami, S., Mochida, A., Kondo, K., und Ishida, Y. (1997). Development of a new  $k \epsilon$  model for flow and pressure fields around bluff body. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, **67**&**68**, 169–182.
- Warsi, Z. U. A. (1993). Fluid Dinamics; Theoretical and Computional Approacches. CRS Press, Inc., Boca Raton, S. 683.

### LITERATURVERZEICHNIS

- White, B. R. (1996). Laboratory simulation of aeolian sand transport and physical modeling of flow around dunes. Annals of Arid Zone, **35**(3), 187–213.
- Winkler, C. (1995). Mathematische Modellierung der quellnahen Ausbreitung von Emissionen. VDI, Reihe 7, Nr. 268, S. 134.

### LITERATURVERZEICHNIS

### Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand am Alfred-Wegener-Institut für Polar und Meeresforschung in Bremerhaven, im Rahmen eines vom BMBF geförderten Verbundprojekts.

Herrn Prof. Ernst Augstein danke ich, für die Betreuung, Anregungen und Begutachtung dieser Arbeit.

Herrn Herrn Prof. Klaus Künzi danke ich für die Übernahme des Koreferats.

Besonderen Dank gilt Herrn Christoph Lüpkes für die zahlreichen fruchtbaren Diskussionen und die kritischen Anregungen.

Herrn Thomas Garbrecht danke ich für die gemütliche Arbeitsatmosphäre. Ihm und seiner Frau, Tina Garbrecht, für die endgültige Korrektur der Arbeit.

Zuletzt möchte ich allen Betroffenen für die Geduld danken, die sie trotz den aussergewöhnlichen Umständen aufgebracht haben.

## Erklärung

Ich versichere hiermit, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne unzulässige fremde Hilfe angefertigt habe.

Es wurde nur die angegebene Literatur verwendet.

Simón Domingo López