

Leichtbau-Optimierung an Wabenkreisplatten nach Vorbild von Diatomeen

**Lightweight optimization of circular lightweight plates
inspired by diatoms**

Bachelor-Thesis

Robert Naguschewski

Matrikel-Nummer: 263554

Abgabe: 03.12.2012

Gutachter:

Prof. Dr. Susanna Labisch

Dr. Christian Hamm

Betreuer:

Daniel Siegel



Zusammenfassung

Die von Unregelmäßigkeiten geprägte Zellhüllenstruktur einer runden Diatomee diente als Inspiration zur Erzeugung eines parametrisch aufgebauten Modells, dessen Form mathematisch über Voronoi-Diagramme berechnet und anhand von sieben Variablen gesteuert wird. Mithilfe eines Kommunikationsskriptes wurde die Konstruktion und Finite-Elemente-Analyse von Wabenkreisplatten, deren Durchbiegung unter einem beispielhaften Lastfall simuliert wurde, automatisiert. Mit der Adaptive Response Surface Method (ARSM) und einem genetischen Algorithmus kamen zwei stochastische Optimierungsstrategien zum Einsatz, um die Plattenmasse bei einer definierten, maximalen Durchbiegung zu minimieren. Anhand der Optimierungsergebnisse konnten zwei Versteifungsmechanismen ermittelt werden: die Ausbildung eines Gradienten, der dickere Wabenwände im Zentrum als im Randbereich der Wabenkreisplatte erzeugt, sowie die Verringerung der Wabengröße in der Plattenmitte, welche dort eine dichtere Verstrebung hervorruft. Im Vergleich zu massengleichen Wabenkreisplatten, die aus regelmäßigen Sechsecken mit einem den Wabengrößen der optimierten Modelle entsprechenden Äquivalenzradius bestehen, erfahren die Optimierungsergebnisse der ARSM und des genetischen Algorithmus eine um 5,2 bzw. 9,4 % geringere Durchbiegung. Somit erschließen diese mit bionischen Ansätzen erstellten, optimierten Strukturen ein breites Anwendungsfeld als Leichtbauplatten oder Plattenversteifungen, die auf individuelle Lastfälle angepasst werden können.

Schlagwörter: *Bacillariophyceae, ARSM, genetischer Algorithmus, Voronoi-Diagramm, Bionik, Finite-Elemente-Methode*

Abstract

The irregular frustule structure of a circular diatom served as an inspiration for the generation of a parametric model that is defined by seven design variables and mathematically calculated with the use of Voronoi diagrams. A script was written to automatize both the construction and the finite element analysis of circular lightweight plates composed of unequally sized honeycombs whose deflection was simulated for an exemplary load case. The Adaptive Response Surface Method (ARSM) and a genetic algorithm, which are classed among stochastic optimization techniques, were utilized to minimize the plate mass while complying with a deflection constraint. The optimization results revealed two mechanisms of plate stiffening: a gradient resulting in a greater thickness of the honeycomb walls in the plate center than at its periphery and a decrease of the honeycomb size towards the center causing a denser strutting in this area. A comparison was drawn between the optimization results and reference plates constructed with the identical mass, yet consisting of regular hexagons with a radius equivalent to the average honeycomb diameter of the optimized models. The deflection of the best lightweight structures determined by the ARSM and the genetic algorithm is by 5.2 and 9.4 %, respectively, lower than the deflection of the appropriate hexagon model. Hence, these optimized structures generated by the help of a biomimetic approach open up a wide scope of application for lightweight plates or plate stiffening that can be customized according to individual load cases.

Keywords: *Bacillariophyceae, ARSM, genetic algorithm, Voronoi diagram, biomimetics, finite element method*

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Bionische Optimierungsstrategien.....	1
1.2	Wabenstrukturen in Leichtbauplatten.....	1
1.3	Globale Optimierungsverfahren	2
1.3.1	Adaptive Response Surface Method (ARSM)	2
1.3.2	Genetische Algorithmen (GA)	3
1.4	Biologisches Vorbild für das ELiSE-Verfahren	3
1.5	Abstraktion mithilfe von Voronoi-Diagrammen	4
1.6	Parametrisches und prozedurales Konstruieren.....	5
1.7	Arbeitshypothese	6
2	Material und Methoden	6
2.1	Verwendete Software für die Optimierungsschleife	6
2.2	Erstellung des parametrisch aufgebauten CAD-Modells	7
2.2.1	Designvariablen.....	8
2.2.2	Platzierung der Generatorpunkte für das Voronoi-Diagramm.....	8
2.2.3	Korrektur des „Viereckfehlers“	10
2.2.4	Extension kurzer Segmente	11
2.2.5	Konstruktion und Überprüfung der Parallelkurven.....	12
2.2.6	Erzeugung und Vernetzung des Flächenmodells	12
2.3	Automatisierte Belastungssimulation	13
2.3.1	Vorverarbeitung der STL-Datei in Marc Mentat	13
2.3.2	Definition der Randbedingungen mithilfe des Perl-Skripts	14
2.3.3	Einstellen des Lastfalls und Starten der Simulation in Marc Mentat.....	14
2.3.4	Auswertung der Durchbiegung	15
2.4	Optimierung mit HyperStudy	15
2.4.1	ARSM-Optimierung.....	16
2.4.2	Optimierung anhand eines genetischen Algorithmus.....	16
2.5	Datenauswertung	16
2.6	Erstellung von Referenzmodellen	17
2.7	Plausibilitätsbetrachtung der FEM-Simulation	18

3	Ergebnisse	20
3.1	Einfluss der Designvariablen	20
3.2	Verifikation der FEM-Simulation	20
3.3	ARSM.....	20
3.3.1	Verlauf der Optimierung	20
3.3.2	Deformation des leichtesten Modells	22
3.4	Genetischer Algorithmus	23
3.4.1	Verlauf der Optimierung	23
3.4.2	Deformation des leichtesten Modells	23
3.5	Vergleich der besten Modelle aus ARSM und GA	24
3.6	Vergleich der Optimierungsergebnisse mit den Referenzmodellen	25
4	Diskussion	27
4.1	Plausibilitätsbetrachtung.....	27
4.2	Bewertung des Optimierungsverlaufs	27
4.2.1	ARSM.....	27
4.2.2	Genetischer Algorithmus.....	27
4.3	Einschränkungen der Rechnung	28
4.4	Anwendung der bionischen Wabenstruktur zur Plattenversteifung	28
4.5	Ausblick.....	29
4.5.1	Variation der Konstruktion und Simulation	29
5	Quellen	31
5.1	Literaturverzeichnis	31
5.2	Sonstige Quellen.....	32
	Danksagung.....	I
	Anhang	II

1 Einleitung

1.1 Bionische Optimierungsstrategien

Die Bionik wird als Disziplin definiert, die Verfahren, Strukturen und Bewegungsabläufe aus der Natur derart abstrahiert, dass sie im technischen Sinne zur Anwendung kommen können (Nachtigall 2002).

Erfolgreiche biologische Konzepte wie das Wachstum von Bäumen und Knochen sowie die der Evolution unterliegenden Vorgänge sind bereits seit einigen Jahrzehnten in die Ingenieurwissenschaften übertragen worden. Im Prozess der Soft Kill Option (SKO) wird die adaptive Mineralisation der Knochen auf Bauteile transferiert, indem stark beanspruchten Regionen ein höherer Elastizitätsmodul zugewiesen wird und weniger tragende Teile eliminiert werden, woraus eine Gewichtseinsparung resultiert (Baumgartner *et al.* 1992). Die Optimierungsstrategie Computer Aided Optimization (CAO) wendet Wachstumsprinzipien von Bäumen an und führt durch gezielte Anlagerung von Material zu einer Verringerung der Maximalspannungen im Bauteil (Mattheck, Reuschel 1999).

Ein weiterer Ansatz wird im ELiSE-Verfahren (Evolutionary Light Structure Engineering) verfolgt, wobei die beeindruckende Formenvielfalt mariner Planktonorganismen als Inspiration für breit gefächerte Leichtbauanwendungen dient (Hamm *et al.* 2008). Insbesondere Diatomeen verkörpern mit ihren faszinierenden Zellhüllen den über Jahrmillionen ausgefochtenen, evolutiven Kampf zwischen immer stärker bewaffneten Fressfeinden und Beutetieren, die sich mit mechanischer Stabilität verteidigen. Um kein Absinken dieser im Meerwasser schwebenden Organismen zu bewirken, müssen ihre schützenden Zellhüllen extrem leicht gebaut sein, denn ihr Baustoff Silikat weist eine höhere Dichte als das umgebende Medium auf (Hamm 2005). Da Diatomeen äußeren Belastungen von bis zu 7 N mm^{-2} standhalten, was 700 Tonnen pro Quadratmeter entspricht (Hamm *et al.* 2003), werden diese voroptimierten Strukturen im ELiSE-Verfahren als Ausgangspunkt für die Optimierung von Leichtbauteilen verwendet (Hamm *et al.* 2008). Aufgrund der hohen Biodiversität, die in über 100.000 Diatomeenspezies steckt (Round *et al.* 1990) und der bereits mechanisch optimierten Formen können viele verschiedenartige Strukturen mit verkürzten Entwicklungsdauern in die Technik übertragen werden (Hamm *et al.* 2008). In vorangegangenen Arbeiten wurden mittels des ELiSE-Verfahrens bionisch optimierte Gründungsstrukturen für Offshore-Windanlagen (Siegel 2010) sowie Versteifungen in den Rümpfen von Rennyachten (Haufe 2011) entwickelt.

1.2 Wabenstrukturen in Leichtbauplatten

Eine effektive Herangehensweise, um flächige Bauelemente trotz hoher Voraussetzungen an die mechanische Belastbarkeit möglichst leicht zu konstruieren, stellt die Sandwichbauweise dar. Dabei wird ein Kernmaterial, welches in Form eines Schaumes oder einer Wabenstruktur neben tragenden Elementen große Hohlräume beinhaltet, zwischen zwei steife Deckschichten

eingebaut (Abbildung 1.1). Durch die Integration dieses Kerns, welche nur eine geringe Erhöhung der Masse nach sich zieht, wird das Flächenträgheitsmoment und somit die Biegesteifigkeit der gesamten Platte erhöht (Aktay *et al.* 2008).

Derartige Konstruktionen mit Sechseckwaben werden beispielsweise in der Luft- und Raumfahrt unter anderem im Rumpf, in den Seitenwänden und für den Fußboden eingesetzt (Thomsen *et al.* 2005).

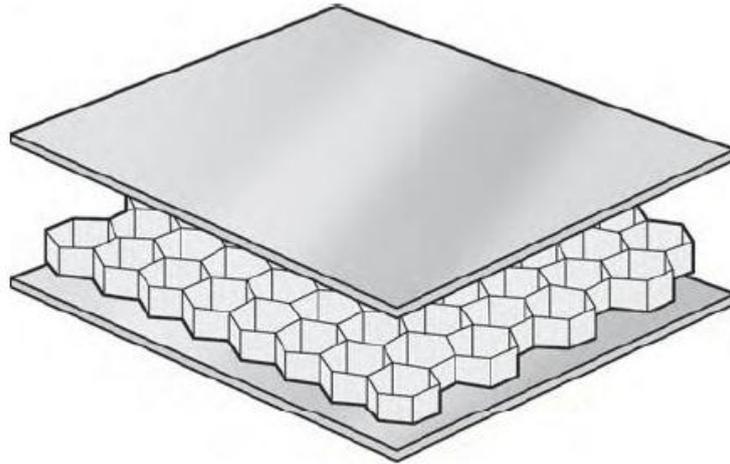


Abbildung 1.1: In Sandwichplatten wird ein leichter Kern, der z. B. aus hexagonalen Waben besteht, zwischen zwei steifen Außenschichten eingesetzt, um die Biegesteifigkeit des Systems zu erhöhen (Nautic Expo 2012).

1.3 Globale Optimierungsverfahren

Für Extremwertaufgaben, die aufgrund ihrer Komplexität die Lösbarkeit durch den Menschen unmöglich oder zu aufwendig gestalten, können rechnergestützte Optimierungsverfahren zum Einsatz kommen, da sie mit verhältnismäßig wenig theoretischem Einsatz Lösungen für eine Vielfalt von Anwendungen bieten. Die Suche nach dem besten Ergebnis erfordert bei einer hier durchgeführten statischen Optimierung, die im Gegensatz zur dynamischen Optimierung nicht von einer unabhängigen Variablen wie der Zeit abhängt, die Formulierung einer Zielfunktion, welche die zu optimierende Größe beschreibt. Außerdem müssen zu erfüllende Nebenbedingungen und die auf die Zielfunktion wirkenden Einflussparameter mit ihren Gültigkeitsbereichen definiert werden (Papageorgiou *et al.* 2012).

1.3.1 Adaptive Response Surface Method (ARSM)

Die ARSM ist ein stochastisches Optimierungsverfahren, bei dem die unbekannte Zielfunktion iterativ mit einer in jedem Schritt neu angepassten quadratischen Funktion angenähert wird. Als Grundlage für die Interpolation dieser Antwortfunktion dienen experimentell oder durch Simulation bestimmte Werte der Zielfunktion, wodurch mit jeder weiteren Untersuchung die Abweichung der Approximation von der Realität sinkt. Diese Methode wurde geschaffen, um globale Optima in einer Zielfunktion, deren exakte Ermittlung zu zeitintensiv oder teuer wäre, mit einer relativ geringen Anzahl an Experimenten oder Simulationen näherungsweise zu lokalisieren. Da sie den Definitionsbereich der auf die Zielfunktion Einfluss nehmenden Parameter, auch Designvariablen genannt, schrittweise eingrenzt, ist allerdings

auch nicht auszuschließen, dass die ARSM ein schmales, globales Optimum am Rand des Definitionsbereiches eliminiert und stattdessen in einem lokalen Optimum konvergiert (Wang *et al.* 2001).

1.3.2 Genetische Algorithmen (GA)

Ein Teilgebiet der evolutionären Algorithmen, die seit über 50 Jahren basierend auf Prozessen der natürlichen Evolution entwickelt wurden, sind die genetischen Algorithmen, die ebenfalls in die stochastischen Optimierungsverfahren einzuordnen sind (Fogel 1994). Sie stellen die biologischen Vorgänge nach, welche über viele Generationen zur verbesserten Anpassung eines Organismus an seine biotischen und abiotischen Umgebungsfaktoren führen. Dabei speichert ein genetischer Algorithmus die Designvariablen, analog zu den Genen auf Chromosomen, in der Regel in binären Zeichenketten und bewertet die Qualität ihrer Ausprägungsformen anhand einer Fitnessfunktion, welche die Wahrscheinlichkeit der Vererbung der Designvariablen an die nächste Generation festlegt (Weise 2009). Alternativ können die Designvariablen auch direkt als reelle Zahlen kodiert werden (Altair 2011). Eine Selektion der Einzelindividuen einer Generation erfolgt nach den für einen speziellen Fall definierten Kriterien, deren Nichteinhaltung einen Ausschluss aus der Vererbung oder eine Verringerung der Fitness zu Folge haben kann. Durch die zufallsgesteuerte Rekombination von Zeichenketten teilen zweier Individuen werden Hybride in der nächsten Generation geschaffen, die möglicherweise die guten Eigenschaften der Eltern vereinen. Weiterhin wird die zufällige Mutation von Designvariablen umgesetzt, was dem Algorithmus eine hohe Diversität verleiht und die Konvergenz in lokalen Optima verhindert (Weise 2009). Um eine Mutation oder ungünstige Rekombination der besten Vertreter einer Generation zu vermeiden, können einige Elite-Individuen unverändert in die nächste Generation übernommen werden (Altair 2011).

1.4 Biologisches Vorbild für das ELiSE-Verfahren

Diatomeen weisen in ihren Zellhüllen häufig ein sehr regelmäßiges Sechseckmuster auf, dennoch sind gelegentlich Poren identifizierbar, die eine von sechs abweichende Anzahl von direkt angrenzenden Poren besitzen. Solche Fälle konnten vor allem bei runden Diatomeen mit unterschiedlichen Porengrößen identifiziert werden. Abbildung 1.2 zeigt einen Vertreter der Art *Coscinodiscus radiatus*, die als Inspiration für die Untersuchung unregelmäßiger Wabenstrukturen fungierte.

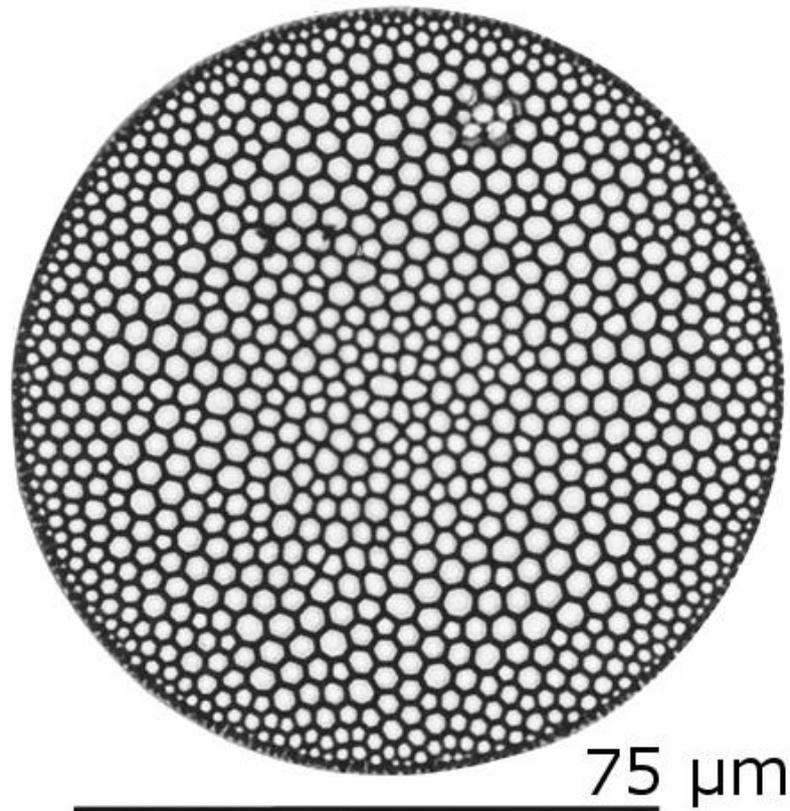


Abbildung 1.2: In der Zellhülle von *Coscinodiscus radiatus* existieren neben hexagonalen Poren auch fünf- und siebeneckige Aussparungen. Auffällig ist außerdem, dass die Poren im Zentrum und am Rand kleiner als in den übrigen Bereichen sind (verändert nach Stidolph 2011).

1.5 Abstraktion mithilfe von Voronoi-Diagrammen

Während regelmäßige Strukturen im Konstruktionsprozess relativ einfach durch Duplizieren eines wiederkehrenden Teilelements verwirklicht werden können, muss die Erzeugung ungleichmäßiger Muster mit einer alternativen Herangehensweise erfolgen. Hierfür wurden Voronoi-Diagramme als geeignet erachtet, die mittels einer mathematischen Rechenvorschrift einen Designraum in Polygone zerlegen, was auch als Tessellation bezeichnet wird (Du, Gunzburger 2002).

Ausgehend von einer endlichen Anzahl von Generatorpunkten im zwei- oder mehrdimensionalen Raum unterteilt der Voronoi-Algorithmus den Raum in Regionen. Eine zweidimensionale Voronoi-Region enthält alle Punkte der Fläche, die dem zugehörigen Generatorpunkt näher als allen anderen Generatorpunkten sind. Zwischen den Regionen entstehen demnach Begrenzungslinien, welche von jenen Punkten gebildet werden, die den gleichen Abstand zu zwei oder mehreren Generatorpunkten aufweisen (Balzer, Deussen 2005). Abbildung 1.3 verdeutlicht dies anhand eines zufällig erstellten Voronoi-Diagrammes, dessen Fläche auf eine Rechteckform begrenzt wurde.

Voronoi-Diagramme wurden bereits als Basisgeometrie für Leichtbautragwerke untersucht (Dimcic 2011). Hierbei kam ein Algorithmus zum Einsatz, der an den ursprünglichen Diagrammen eine Netzrelaxation ausführte, welche die Längen der Voronoi-Liniensegmente ver-

einheitliche. Anschließend wurde eine Optimierung mit einem genetischen Algorithmus vorgenommen, wobei Verringerungen der Maximalspannung und Deformation im Vergleich zu regelmäßigen Dreieck-, Viereck- oder Sechseckstrukturen im unteren zweistelligen Prozentbereich eintraten (Dimcic 2011).

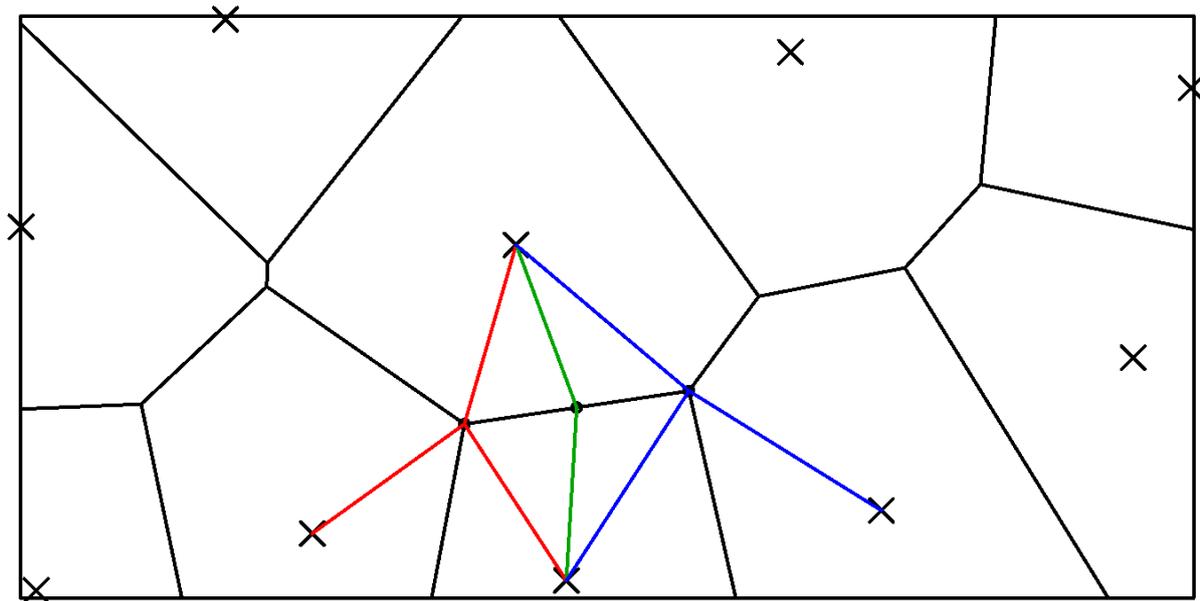


Abbildung 1.3: Als Basis für das dargestellte Voronoi-Diagramm dienen zufällig innerhalb des vom schwarzen Rechteck eingegrenzten Designraumes platzierte Generatorpunkte, die mit schwarzen Kreuzen gekennzeichnet sind. Die zu einem Generatorpunkt zugehörige Region ist als der Teil der Fläche definiert, der näher zu diesem Generatorpunkt als zu allen anderen gelegen ist. Die schwarzen Begrenzungslinien bestehen aus Punkten, die zu mehreren Generatorpunkten den gleichen Abstand besitzen. Demonstrativ sind drei dieser Punkte mit Verbindungsgeraden zu ihren Erzeugerpunkten für eine ausgewählte Begrenzungslinie dargestellt, wobei gleiche Farben gleiche Längen symbolisieren.

1.6 Parametrisches und prozedurales Konstruieren

Abhängig von der Art der Repräsentation eines CAD-Modells kann zwischen prozeduralen und deklarativen Schemata unterschieden werden. Während prozedural aufgebaute Systeme die Abläufe definieren, mit denen ein Modell schrittweise aufgebaut wird, spezifizieren deklarative Systeme lediglich die Formeigenschaften der geometrischen Elemente und deren Verbindungen. In beiden Fällen ist eine Anpassung des Modells im Nachhinein für verschiedene Anwendungszwecke möglich, indem die Abläufe bzw. die geometrischen Größen verändert werden (Gupta, Turner 1993).

Für die Erzeugung von variablen Strukturen ist die Verwendung eines prozedural aufgebauten Konstruktionssystems, welches in der Lage ist, Formveränderungen über eine Variation von Parametern hervorzurufen, nützlich (Myung, Han 2001).

Die Software Grasshopper, welche als Zusatzmodul in das Computer Aided Design (CAD)-Programm Rhinoceros integriert ist, erfüllt diese Anforderungen, indem sie in Form einer in die Modellierungswerkzeuge von Rhinoceros eingebundenen, grafischen Programmieroberfläche die einfache Erstellung von generativen Algorithmen ermöglicht. Eine Vielzahl von seriell und parallel geschalteten Komponenten, in denen jeweils eine Funktion mit Eingabe-

riablen und Ausgabewerten vorliegt, ermöglicht den modularen Aufbau dieser Algorithmen. Weiterhin existieren in verschiedene Formate untergliederte Eingabeparameter wie Fließkommazahlen, Punkte, Volumenkörper oder auch Dateipfade, welche für das Einlesen externer Informationen essentiell sind. Basierend auf den einfachen, kombinierbaren Elementen können Generierungsvorschriften für komplexe geometrische Zusammenhänge erzeugt werden, was Abbildung 1.4 an einem Beispiel demonstriert. Für den Einstieg in die Denkweise mit Grasshopper liegen umfangreiche Dokumentationen von Khabazi (2012) sowie Payne und Issa (2009) vor.

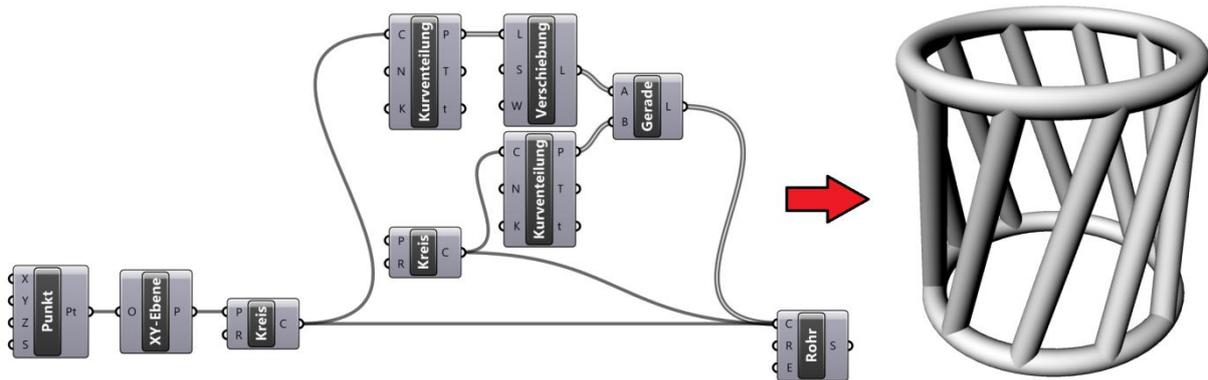


Abbildung 1.4: Der links gezeigte Grasshopper-„Schaltplan“ generiert mit nur neun Komponenten die rechts dargestellte Geometrie, indem er zwei Kreise in Segmente unterteilt, zwischen den Teilungspunkten Verbindungsgeraden zeichnet und ein Rohrprofil um alle Kurven austrägt.

1.7 Arbeitshypothese

Die Zielstellung dieser Arbeit besteht darin, ein parametrisches Modell des abstrahierten biologischen Vorbilds aufzubauen und dessen Finite-Elemente-Analyse unter einem beispielhaften Lastfall zu automatisieren. Zwei unterschiedliche Optimierungsstrategien werden angewandt, um durch Parameteränderungen eine für den gewählten Lastfall optimierte Leichtbaugeometrie zu finden. Es soll überprüft werden, ob die anhand der Optimierungsverfahren erhaltenen, unregelmäßigen Wabenstrukturen eine höhere Biegesteifigkeit als ihre massengleichen, regelmäßig konstruierten Referenzmodelle aufweisen.

2 Material und Methoden

2.1 Verwendete Software für die Optimierungsschleife

Zur Automatisierung einer Schleife aus nacheinander geschalteten Prozessen, die von unterschiedlichen Programmen bearbeitet werden, erfolgte die Einrichtung einer Kommunikationsplattform (Abbildung 2.1). Hierzu diente ein in der interpretierten Programmiersprache Perl geschriebenes Skript, welches die CAD- und Finite-Elemente-Methode (FEM)-Programme im Stapelverarbeitungsmodus startet, Informationen aus den Ausgabedateien der Prozesse in für die nächste Anwendung geeignete Formate übersetzt sowie die Ordner- und Datenstruktur

verwaltet. Ausgeführt wurde dieses Skript durch das Interpretierprogramm perl 5.16.1 (Download: www.perl.org).

Den Konstruktionssektor deckte die CAD-Software Rhinoceros® 4.0 SR 9 (McNeel North America, Seattle, USA) mit dem Zusatzmodul Grasshopper® 0.9.0014 (McNeel North America, Seattle, USA; Download: www.grasshopper3d.com) ab.

Für die Finite-Elemente-Analyse wurde das Softwarepaket Marc Mentat 2008 (MSC.Software, Santa Ana, USA) verwendet, das aus dem Gleichungslöser Marc und der Schnittstelle Mentat zur Vor- und Nachbereitung der Simulation besteht.

Das Optimierungsprogramm Altair HyperStudy (Altair Engineering, Troy, USA) kam als Administrator der Schleife zum Einsatz, welcher für jeden Schritt der Optimierung die Designvariablen ausgibt und die Ergebnisse der Finite-Elemente-Analyse bewertet.

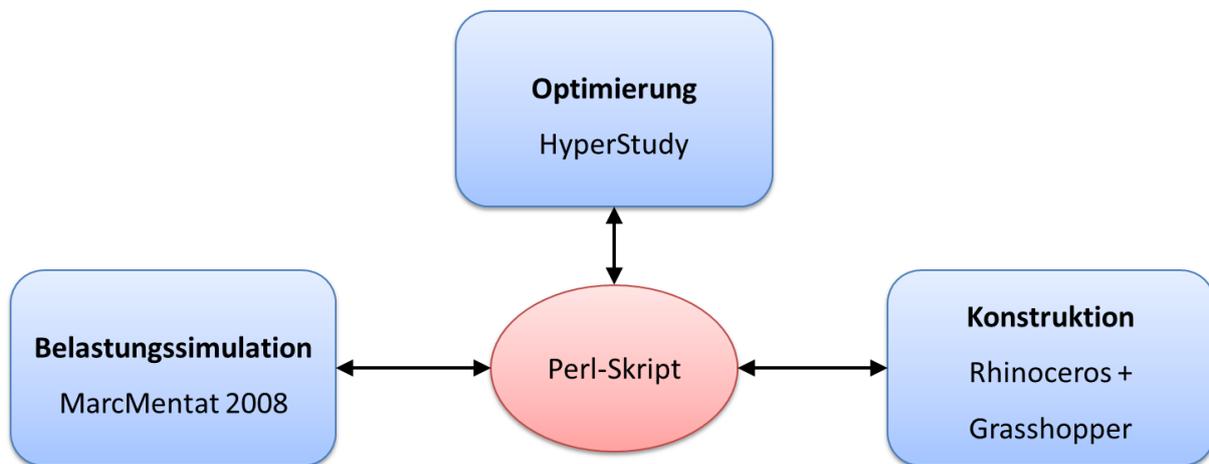


Abbildung 2.1: In der übergeordneten Position steht das Optimierungsprogramm, das Eingabevariablen und Ergebnisse der Schleife prozessiert sowie das Perl-Skript zur Kommunikation mit der Konstruktion und der Simulation startet.

Im Folgenden werden die großen Schleifenteile separat betrachtet, wobei die Beschreibung der vermittelnden Aufgaben des auf dem Datenträger im Anhang dokumentierten Perl-Skripts an den jeweiligen Einsatzstellen erfolgt.

2.2 Erstellung des parametrisch aufgebauten CAD-Modells

Bei jeder Iteration der Optimierung startet das Perl-Skript Rhinoceros, woraufhin ein weiteres Skript, das in der Rhinoceros-internen Programmiersprache Rhinoscript geschrieben wurde, automatisch das Zusatzmodul Grasshopper ausführt und das Ergebnis des darin erstellten Konstruktionsalgorithmus als Bild- sowie als Stereolithografie-Datei (.stl) abspeichert. Weiterhin sorgt das Rhinoscript-Skript (siehe Datenträger im Anhang) dafür, dass die Bilder stets unter Benutzung derselben Einstellungen aufgenommen werden und sich Rhinoceros nach Abarbeiten aller Befehle selbstständig beendet.

2.2.1 Designvariablen

Das CAD-Modell wurde mit sieben Parametern, den Designvariablen, ausgestattet, deren Änderung eine weitreichende Variation des Modells hervorruft (Tabelle 2.1).

Tabelle 2.1: Die Designvariablen sind mit Kurzzeichen, Wertebereichen und Startwerten für die Optimierung aufgelistet.

Designvariable	Symbol	Untergrenze	Obergrenze	Startwert
Anzahl der Kreise	n	3	8	6
Winkelversatz	w	0,0	2,0	1,0
innere Wabenwanddicke	d_i	0,002	0,05	0,03
äußere Wabenwanddicke	d_a	0,002	0,03	0,02
Verteilung der Wabengrößen	v	0,2	0,8	0,7
Gradient der Wabenwanddicke	g	0,15	0,85	0,5
Wabenanzahlexponent	p	1,7	2,4	2,0

2.2.2 Platzierung der Generatorpunkte für das Voronoi-Diagramm

Der erste Teil des Konstruktionsalgorithmus in Grasshopper platziert in der xy -Ebene auf mehreren konzentrischen Kreisen, deren Mittelpunkte im Koordinatenursprung liegen, eine definierte Anzahl von Punkten, die als Ausgangspunkte der Tessellation nach dem Voronoi-Schema dienen. Hierfür werden zunächst die Designvariablen des aktuellen Optimierungsschrittes zeilenweise aus einer Textdatei eingelesen. Der Parameter „Anzahl der Kreise“ n wird für eine Zahlenfolge verwendet, die n ganze Zahlen beginnend bei 0 mit der Schrittweite 1 erzeugt, sodass die im Anschluss konstruierten Kreise nach aufsteigendem Radius geordnet die Indizes k im Wertebereich von 0 bis $n-1$ erhalten (Gleichung 2.1).

$$k = \{0; 1; 2; \dots; n - 1\} \quad (2.1)$$

Sämtliche Längenangaben erfolgen in der gesamten Arbeit dimensionslos, da sie stets auf den Radius des äußersten Kreises, der auf 1 mm festgelegt wurde, normiert sind.

Die anfänglichen Radien $r_{a,k}$ der Kreise werden ermittelt, indem der Zahlenbereich zwischen 0 und 1 in n äquidistante reelle Zahlen aufgeteilt wird. Beispielsweise betragen für $n = 5$ die Radien 0; 0,25; 0,5; 0,75 und 1. Da dem Optimierer später jedoch die Freiheit gegeben werden soll, die Kreisradien mit unterschiedlichen Abständen zu versehen, werden diese ursprünglichen Radien mithilfe der Designvariablen „Verteilung der Wabengrößen“ v folgendermaßen modifiziert. In einem zweidimensionalen, kartesischen Koordinatensystem wird eine Funktion dritten Grades durch die Punkte (0;0), (0,5; v) und (1;1) interpoliert. Die Funktionswerte, welche ausgehend vom Punkt (0;0) beim Anteil $r_{a,k}$ der Funktionskurvenlänge abgelesen werden, dienen als neue, modifizierte Radien r_k . Zum Beispiel wird der modifizierte Radius r_l durch den Funktionswert bei einem Viertel der Kurvenlänge definiert, da der Anfangsradius $r_{a,l}$ 0,25 beträgt. Somit entscheidet die Designvariable v , ob die Kreise äquidistant ($v = 0,5$), zum Zentrum hin dichter ($v < 0,5$) oder nach außen enger ($v > 0,5$) verteilt sind, wo-

bei der innerste und der äußerste Kreis mit dem Radius 0 bzw. 1 unverändert bleiben (Abbildung 2.2; Abbildung 2.3 A und B).

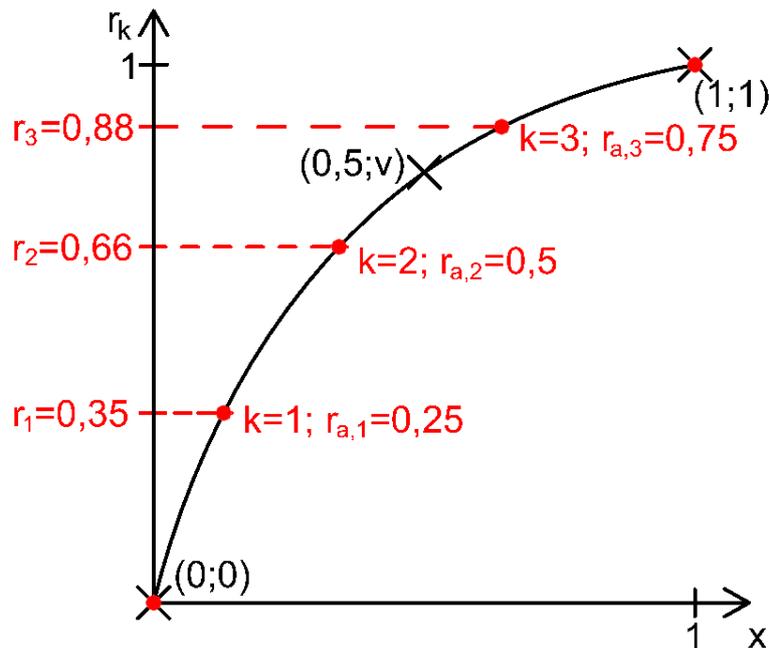


Abbildung 2.2: Die Designvariable v modifiziert die Radien der Kreise, auf denen später die Wabengeneratorpunkte verteilt werden. Dies geschieht mittels einer Funktion dritten Grades, die durch die Punkte $(0;0)$, $(0,5;v)$ und $(1;1)$, welche mit schwarzen Kreuzen symbolisiert sind, interpoliert wird. An den Stellen, wo ausgehend vom Koordinatenursprung der Anteil $r_{a,k}$ der Kurvenlänge erreicht ist, determinieren die Funktionswerte die neuen Radien r_k . Beispielhaft sind für $n = 5$ und $v = 0,8$ die Anfangsradien der Kreise als rote Datenpunkte in den Graphen eingezeichnet. Außerdem wurden die Kreise mit den Indizes $k = 1$, $k = 2$ und $k = 3$ mit ihren Anfangs- und modifizierten Radien rot beschriftet.

Um die Anzahl $n_{p,k}$ der Punkte auf den Kreisen zu bestimmen, wird der um 1 erhöhte Index k jedes Kreises mit der Designvariablen „Wabenanzahlexponent“ p potenziert (Gleichung 2.2) und in der nachgeschalteten Grasshopper-Komponente automatisch zu einer ganzen Zahl gerundet. Dadurch entstehen auf den Kreisen mit größeren Indizes mehr Punkte als auf den weiter innen gelegenen Kreisen.

$$n_{p,k} = (k + 1)^p \quad (2.2)$$

Um die Punkte äquidistant auf den Kreisen zu verteilen, wurde für jeden Kreis eine Zahlenfolge $a_{m,k}$ angelegt, die den Zahlenbereich zwischen 0 und $2 \cdot \pi$ gleichmäßig in $n_{p,k}$ Schritte aufteilt. Der Anfangswert der Folge ist durch die Designvariable „Winkelversatz“ w bestimmt, die als Exponent des ursprünglichen Radius von jedem Kreis verrechnet wird (Gleichung 2.3).

$$a_{m,k} = \frac{2 \cdot \pi}{n_{p,k}} m + (r_{a,k})^w \quad \text{mit } m \in \mathbb{N}; m = \{1; 2; \dots; n_{p,k}\} \quad (2.3)$$

Anschließend werden von jedem Wert der Zahlenfolge der Kosinus und der Sinus berechnet, welche, mit dem entsprechenden modifizierten Radius r_k multipliziert, die x - bzw. y -Koordinate der Voronoi-Generatorpunkte ergeben (Gleichung 2.4).

$$\begin{aligned}x_{m,k} &= r_k \cdot \cos(a_{m,k}) \\ y_{m,k} &= r_k \cdot \sin(a_{m,k})\end{aligned}\tag{2.4}$$

Diese in Abbildung 2.3 C gezeigten Punkte dienen als Grundlage für die Bildung eines Voronoi-Diagrammes, welches innerhalb eines auf den Koordinatenursprung zentrierten Begrenzungsquadrates generiert wird. Die Kantenlänge dieses Quadrates wurde auf 2,1 festgelegt, um einen Abstand zwischen den Generatorpunkten und der Begrenzung zu gewährleisten.

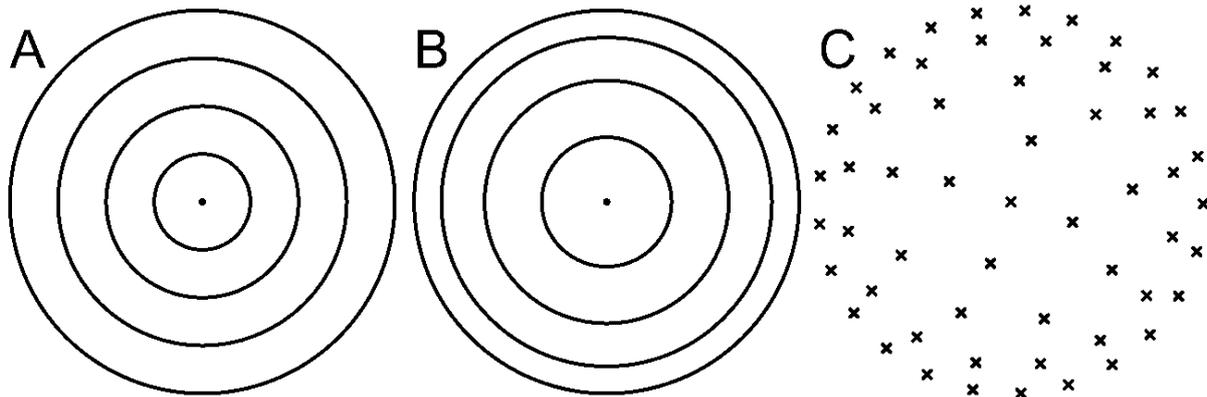


Abbildung 2.3: Teilabbildung A stellt für $n = 5$ die konzentrischen Kreise mit gleichen Abständen dar, welche in Teilabbildung B unter Einfluss der Designvariablen „Verteilung der Wabengrößen“ ($v = 0,8$) modifiziert und somit näher zum äußersten Kreis hin skaliert wurden. Das Teilbild C zeigt die auf den Kreisen platzierten Voronoi-Generatorpunkte.

Aufgrund dreier unerwartet auftretender Fehler mussten die Voronoi-Polylinien, die sich aus den Generatorpunkten ergeben, zur Verbesserung der Robustheit des Algorithmus mithilfe einer automatischen Fehlererkennung ausgebessert werden.

2.2.3 Korrektur des „Viereckfehlers“

Der Voronoi-Algorithmus in Grasshopper enthält eine Schwachstelle, die im seltenen Fall auftritt, wenn die Eckpunkte von vier Voronoi-Regionen innerhalb einer systeminternen Toleranz liegen. Bei Eintreten dieser Konstellation entsteht eine in Abbildung 2.4 dargestellte Überkreuzung der Polylinien, bei der die vier Eckpunkte nicht in einem Punkt aufeinander treffen, sondern sich in einem Abstand der Größenordnung 10^{-4} anordnen.

Da diese minimale Störung das gesamte Modell aufgrund von Folgefehlern unbrauchbar macht, musste sie über Umwege berichtigt werden. Sämtliche Voronoi-Polylinien wurden in ihre Segmente und Eckpunkte zerlegt, um zu prüfen, ob Eckpunkte angrenzender Regionen in einer Entfernung unter $5 \cdot 10^{-4}$ liegen, ohne in einem Punkt übereinzustimmen. Bei Erfüllung dieser Bedingung wurden die betreffenden Eckpunkte in einem Punkt zusammengeführt. Anschließend wurden die teilweise in ihrer Reihenfolge vertauschten Eckpunkte einer Voronoi-Region im Uhrzeigersinn geordnet und wieder zu Polylinien verbunden.

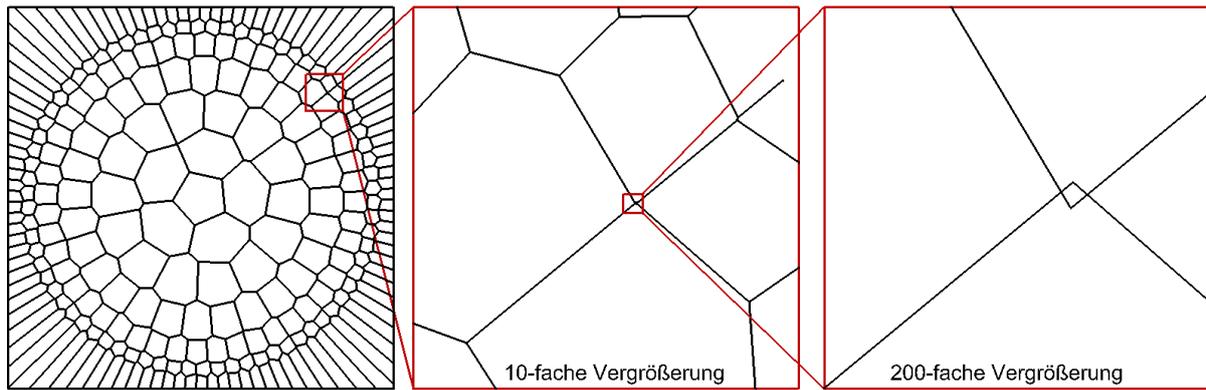


Abbildung 2.4: Die von links nach rechts schrittweise vergrößerte Ansicht eines Voronoi-Diagrammes weist einen unscheinbar kleinen, erst unter 200-facher Vergrößerung erkennbaren Fehler auf, der das Scheitern nachfolgender Rechenschritte verursacht. Vier benachbarte Voronoi-Regionen weichen in ihrem eigentlich gemeinsamen Eckpunkt um eine Länge von etwa 10^{-4} ab.

2.2.4 Extension kurzer Segmente

Die Voronoi-Polylinien sind trotz Behebung des „Viereckfehlers“ noch nicht für die Weiterverarbeitung mit Parallelkurven und Flächen verwendbar, da sie häufig Segmente aufweisen, die kürzer als die Wabenwanddicke sind und sich als problematisch herausgestellt haben. Daher werden jene Segmente, die kürzer als das 1,5-Fache der von den Designvariablen „innere Wabenwanddicke“ und „äußere Wabenwanddicke“ vorgegebenen, maximalen Wabenwanddicke sind, für eine Verlängerung ausgewählt. Die selektierten Segmente werden um diese 1,5-fache maximale Wabenwanddicke, wobei es sich um einen empirisch als praktikabel ermittelten Wert handelt, verlängert, indem die Endpunkte der kurzen Segmente auf ihrer Verbindungsachse voneinander weg verschoben und mit den anderen Eckpunkten ihrer Region wieder zu Polylinien verbunden werden (Abbildung 2.5).

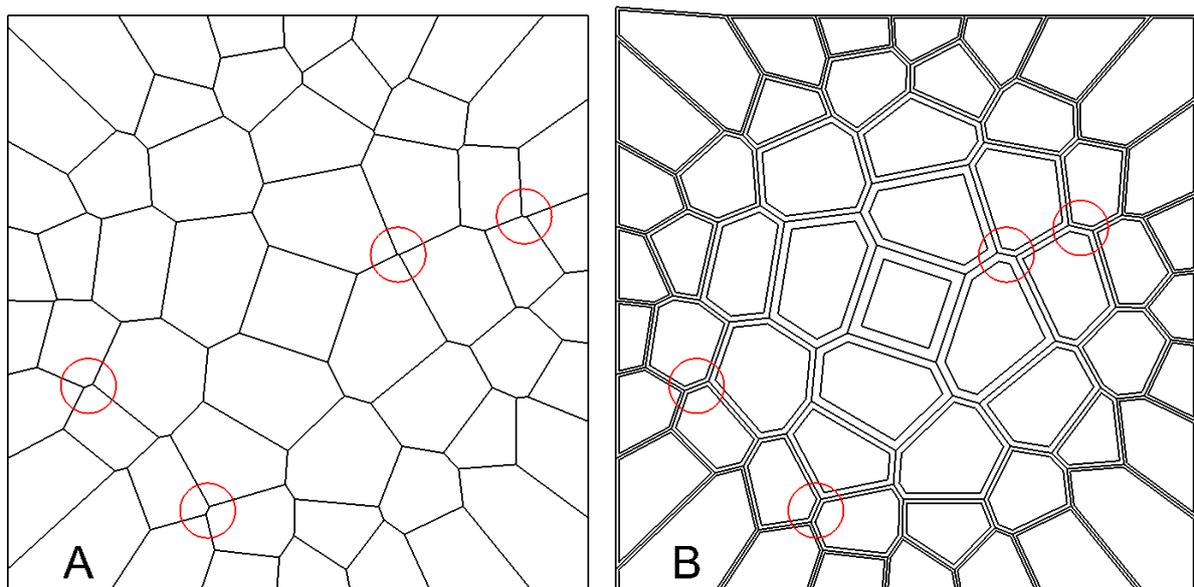


Abbildung 2.5: In Teilabbildung A ist das auf Grundlage der Punktwolke aus Abbildung 2.3 C generierte Voronoi-Diagramm dargestellt. Die roten Kreise verweisen exemplarisch auf vier Segmente, die kürzer als die 1,5-fache maximale Wabenwanddicke sind und somit verlängert werden müssen, um die fehlerfreie Berechnung der in Teilabbildung B hinzugefügten Parallelkurven zu ermöglichen.

2.2.5 Konstruktion und Überprüfung der Parallelkurven

Nach den beiden Reparaturvorgängen werden die Voronoi-Polylinien mit Parallelkurven versehen (Abbildung 2.5 B), deren Abstand d_k mithilfe der Designvariablen „innere Wabenwanddicke“ d_i , „äußere Wabenwanddicke“ d_a und „Gradient der Wabenwanddicke“ g berechnet wird. Hierbei steht d_i für die Wabenwanddicke im Zentrum des Modells ($k = 0$) und d_a für die Wanddicke der Waben auf dem Radius 1 ($k = n-1$). Analog zur Berechnung der Wabengrößenverteilung ist die Funktion f als Polynom dritten Grades, welches durch die Punkte $(0;0)$, $(0,5;g)$ und $(1;1)$ interpoliert wird, definiert. Die Funktionswerte der Polynomkurve fungieren an den Stellen, wo ausgehend vom Koordinatenursprung der Anteil $r_{a,k}$ der Kurvenlänge erreicht ist, als Faktor f_k (Gleichung 2.5) in der Berechnung der Wabenwanddicke (Gleichung 2.6).

$$f_k = f(g, r_{a,k}) \quad (2.5)$$

$$d_k = d_i - f_k(d_a - d_i) \quad (2.6)$$

Gelegentlich tritt die Konstruktion der Parallelkurve einer Voronoi-Polylinie nach außen auf (Abbildung 2.6), obwohl die Einzelsegmente sich nachweislich in der richtigen Reihenfolge befinden sowie der Parallelkurvenabstand wie von Grasshopper gefordert mit negativem Vorzeichen versehen ist und somit die Kurve nach innen verschoben werden sollte. Zur Behebung dieses Fehlers wird die Verschiebungsrichtung aller Parallelkurven, die länger als ihre Ursprungskurven sind, invertiert.

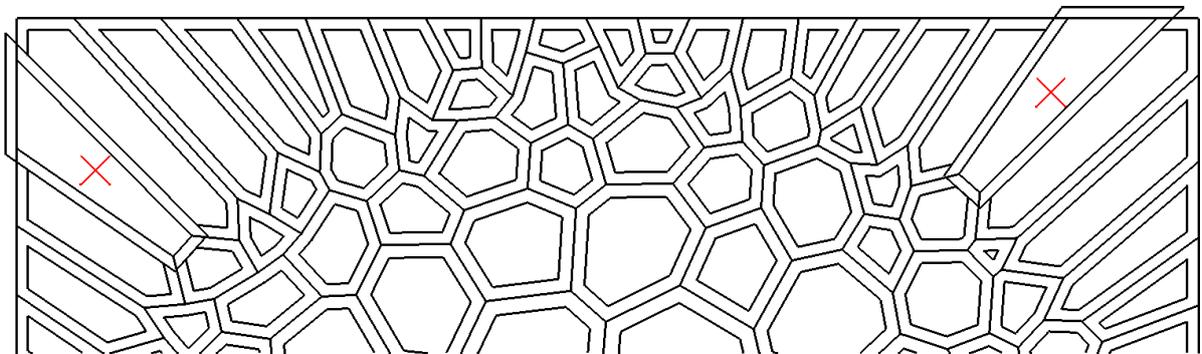


Abbildung 2.6: Vereinzelt erfolgt eine nach außen gerichtete Verschiebung der Parallelkurven, wie sie in den mit roten Kreuzen markierten Voronoi-Regionen auftritt. Durch Invertierung der Konstruktionsrichtung dieser Kurven wird der Fehler behoben.

2.2.6 Erzeugung und Vernetzung des Flächenmodells

Mithilfe einer Loft-Funktion werden planare Flächen zwischen den Voronoi-Polylinien und ihren Parallelkurven erzeugt, die zunächst an einem Kreis mit dem Radius 1 getrimmt wurden, um eine von Waben aufgebaute Kreisfläche zu generieren. Dieser Trimmvorgang erwies sich als Schwachstelle des Grasshopper-Algorithmus und lief nach einer Vielzahl von Testreihen erst durch einen Umweg in die dritte Dimension zuverlässig. So werden die Flächen erst um die Länge 0,1 in z -Richtung extrudiert und mithilfe eines Booleschen Schnittes mit einem Zylinder (Radius=1, Höhe=0,2) verrechnet, sodass nur die Waben innerhalb des Zylinders

ders übrig bleiben (Abbildung 2.7 A). Im nächsten Schritt wird die in der xy -Ebene befindliche Grundfläche dieses Schnittkörpers zur Weiterverarbeitung extrahiert. Obwohl dieser Umweg rechenaufwendig ist, wird die Instabilität, die Grasshopper im Booleschen Schnitt zweier komplanarer Geometrien besitzt, in den meisten Fällen umgangen.

Nach erfolgreicher Flächenerstellung wird das Modell mithilfe des in Grasshopper integrierten Vernetzungswerkzeugs in Dreieckselemente mit der minimalen Kantenlänge 0,003, der maximalen Kantenlänge 0,005 und dem maximalen Seitenverhältnis 3:1 zerlegt (Abbildung 2.7 B). Abhängig von den Designvariablen besteht das Netz aus 7.500 bis 400.000 Dreiecken.

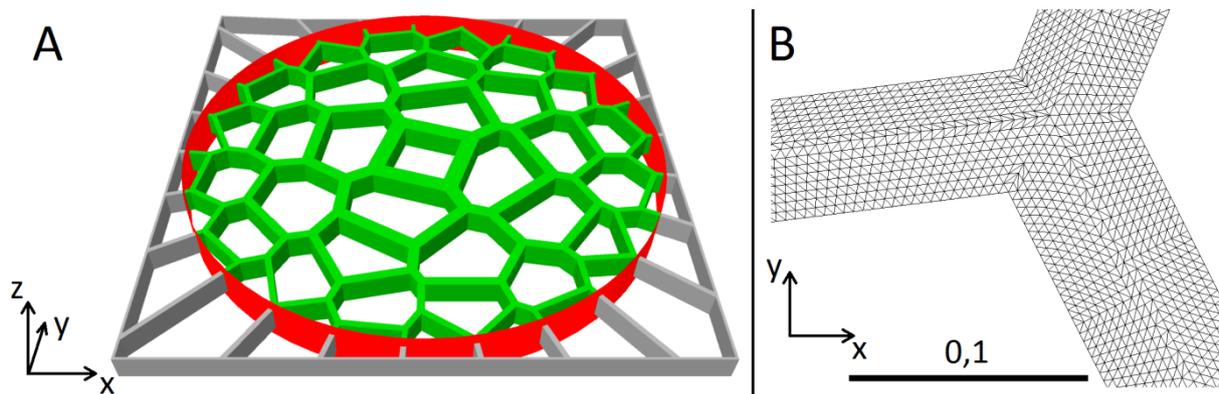


Abbildung 2.7: In Teilabbildung A ist die Boolesche Schnittoperation verbildlicht, bei der die grauen Außenbereiche des Modells am roten Zylinder, der lediglich mit seiner Mantelfläche dargestellt ist, geschnitten werden und nur noch der grüne Volumenkörper als Wabenkreisplatte mit dem Radius 1 verbleibt. Teilbild B zeigt einen Ausschnitt der vernetzten Grundfläche des Schnittkörpers.

2.3 Automatisierte Belastungssimulation

Nach Durchlaufen des Konstruktionsalgorithmus greift erneut das Perl-Skript in den Prozess ein und startet zweimal nacheinander die FEM-Software Marc Mentat mit der Aufgabe, eine jeweils vorgefertigte Textdatei mit seriell auszuführenden Befehlen, auch Makro genannt, abzuarbeiten. Da das Perl-Skript die Ergebnisse des ersten Makros zunächst auswerten und Informationen in das zweite Makro einarbeiten muss, ist diese Zweiteilung der Belastungssimulation notwendig. Die beiden Prozedurdateien mit der Dateierweiterung `.proc` wurden während der manuellen Konfiguration aller Einstellungen von Marc Mentat standardmäßig im aktuellen Arbeitsverzeichnis aufgezeichnet. Anschließend wurden die Aufzeichnungen zur Sicherstellung der Automatisierbarkeit von überflüssigen Befehlen bereinigt und in eine logische Reihenfolge gebracht. Im Folgenden sind die Arbeitsschritte chronologisch dokumentiert, wie sie auch bei Ablauf der Optimierungsschleife zur Anwendung kommen.

2.3.1 Vorverarbeitung der STL-Datei in Marc Mentat

Das erste Makro importiert die aus Grasshopper exportierte STL-Datei, entfernt doppelte Knotenpunkte sowie Elemente aus dem Netz und weist ihnen neue Identitätsnummern zu. In vielen Modellen zeigen nicht alle Flächennormalen der Elemente in dieselbe Richtung, was durch Invertieren dieser Dreiecke behoben wird. Auf das gesamte Netz wird der Elementtyp

138 angewandt, welcher für die Berechnung dünner Platten geeignet ist und Normalkräfte sowie die Einspannung aller sechs Freiheitsgrade zulässt. Weiterhin erfolgt die Definition der Geometrie als Schale mit der Dicke 0,1. Als Materialeigenschaften werden in Übereinstimmung mit den VDI-Angaben für reines Aluminium bei 20 °C der Elastizitätsmodul 66600 N mm^{-2} und die Querkontraktionszahl 0,35 eingestellt (Ostermann 2007).

Abschließend ist die Erstellung eines leeren Lastfalls sowie eines Jobs notwendig, bevor alle im Rahmen der Vorverarbeitung getroffenen Konfigurationen als „job.dat“ ausgeschrieben werden und Marc Mentat sich selbstständig beendet.

2.3.2 Definition der Randbedingungen mithilfe des Perl-Skripts

Das Perl-Skript liest die Datei „job.dat“ zeilenweise ein und speichert sie in ein Datenfeld (Array), sodass jede Zeile einzeln auf ihren Inhalt überprüft werden kann. Es erfolgt eine Suche nach dem Schlagwort „coordinates“, da Marc Mentat in den darauffolgenden Zeilen die Knoten des Netzes mit ihren Identifikationsnummern (IDs) und Ortskoordinaten auflistet. Für die separate Speicherung dieser Informationen in Variablen wurde die Syntax der DAT-Datei analysiert, um jeder Variablen die Zeichenanzahl und die Position in der Zeile zuzuweisen. Beispielsweise beginnt die x -Koordinate eines Knotens stets beim zehnten Zeichen einer Zeile und ist 20 Zeichen lang (Abbildung 2.8). Zugunsten der Weiterverarbeitbarkeit transformiert das Skript die extrahierten Koordinaten, die in verkürzter, wissenschaftlicher Notation formatiert sind, in die gewöhnliche Dezimalschreibweise.

20611	2.844120264053000-1	-1.844340711832000-1	0.000000000000000+0
Knoten-ID	x-Koordinate	y-Koordinate	z-Koordinate

Abbildung 2.8: Die aus Marc Mentat nach Abarbeiten des ersten Makros ausgeschriebene DAT-Datei wird zeilenweise vom Perl-Skript eingelese und in die einzelnen Informationen unterteilt.

Der zu simulierende Lastfall wurde auf eine feste Einspannung des Plattenrandes sowie eine Normalkraft von 1 N, die auf den zentralen Kreisbereich mit dem Radius 0,4 wirkt, festgelegt.

Zur Realisation des Lastfalls wird über den Satz des Pythagoras für jeden eingelese Knoten ermittelt, ob er ausgehend vom Koordinatenursprung innerhalb des zu belastenden Radius 0,4 liegt oder sich auf dem Außenrand des Modells befindet und somit eingespannt werden soll. Trifft eine der beiden Bedingungen zu, wird die Knoten-ID im Array „Last“ bzw. „Lager“ gespeichert.

Im nächsten Schritt schreibt das Perl-Skript das zweite Makro für Marc Mentat aus, welches die Konfiguration der Randbedingungen durch Einbinden der beiden Arrays automatisiert, die Simulation startet und nach der Rechnung das Programm beendet.

2.3.3 Einstellen des Lastfalls und Starten der Simulation in Marc Mentat

Das Perl-Skript ruft erneut Marc Mentat mit dem Befehl auf, die Anweisungen des zweiten Makros auszuführen. Zunächst wird die Datei „job.dat“ wieder importiert, um die Einstellungen des ersten Makros zu übernehmen, bevor die in den Arrays gespeicherten Knoten eingele-

sen und als Sets gruppiert werden. Alle Knoten, die auf dem Radius 1 liegen, erfahren eine Lagerung der drei translatorischen sowie der drei rotatorischen Freiheitsgrade. Innerhalb des Belastungsradius 0,4 befindliche Knoten werden mit einer Punktlast in positive z -Richtung beaufschlagt (Abbildung 2.9). Der Betrag der Last wird mittels Division der Kraft von 1 N durch die Anzahl zu belastender Knoten berechnet.

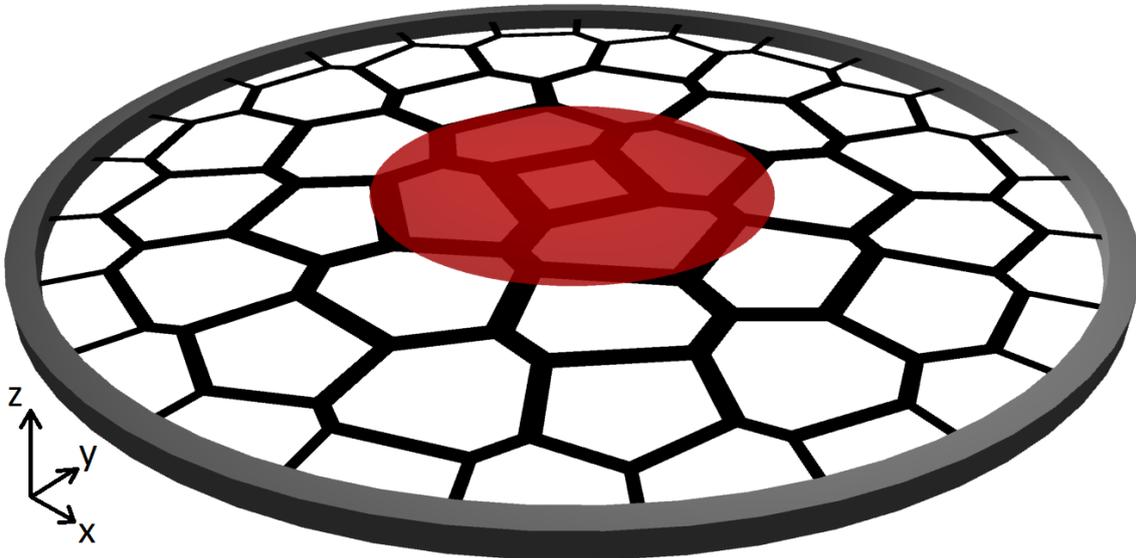


Abbildung 2.9: Die auf dem Radius 1 befindlichen Knoten des schwarzen Flächenmodells werden gegen Verschiebung und Rotation in alle drei Raumrichtungen eingespannt, was durch den grauen Ring symbolisiert ist. Alle Knoten, die sich innerhalb der roten Kreisfläche mit dem Radius 0,4 befinden, werden mit einer Punktlast in positive z -Richtung beaufschlagt.

Es wird ein statischer Lastfall mit den beiden Randbedingungen als Initiallasten definiert. Die Rechnungsart ist eine 3D-Analyse, deren Ergebnisse in Form von ASCII- und binären Ergebnisdateien (.t19 bzw. .t16) gespeichert werden. Nach Fertigstellung der Simulation schließt sich Marc Mentat und übergibt den Prozess wieder zurück an das Perl-Skript.

2.3.4 Auswertung der Durchbiegung

Der nächste Teil des Perl-Skripts liest die ASCII-Ergebnisdatei ein, um die Durchbiegung des Modells zu erhalten. Dafür wird die Ergebnisdatei analog zur Suche nach den Knoten-IDs in Abschnitt 2.3.2 zeilenweise in einem Array gespeichert und die Verschiebung der Knoten in z -Richtung aus jeder Zeile extrahiert. Anschließend sucht das Skript die maximale Verschiebung und schreibt sie in eine Textdatei. Ebenso wie alle Längenangaben ist die Durchbiegung auf den Modellradius normiert und daher als dimensionslose Kennzahl angegeben.

2.4 Optimierung mit HyperStudy

Die in den Abschnitten 2.2 und 2.3 beschriebenen Vorgänge der Konstruktion und Belastungssimulation werden bei jedem Optimierungsschritt durchlaufen, indem HyperStudy eine Textdatei mit neuen Designvariablen erstellt und das Perl-Skript startet. Nach dessen Durchlauf analysiert der Optimierer die Ergebnisdatei der Simulation, um die Modellmasse zu erhalten und liest die Durchbiegung aus der in Abschnitt 2.3.4 beschriebenen Textdatei, bevor er neue Designvariablen erstellt und den nächsten Rechenschritt ausführt.

Als Ziel der Optimierung wurde die Minimierung der Masse definiert. Gleichzeitig wurde die Durchbiegung auf maximal 0,015 beschränkt, sodass der Optimierer das leichteste Modell suchte, das diese Bedingung mit einer Abweichung von höchstens 0,5 % erfüllte. Wenn die Durchbiegung eines Modells die Beschränkung überstieg oder die Simulation kein auswertbares Ergebnis lieferte, wurde die Kombination der Designvariablen, welche dieses Modell generierte, als fehlgeschlagen markiert und im weiteren Verlauf ignoriert.

2.4.1 ARSM-Optimierung

Ausgehend von Startwerten der Designvariablen aus Tabelle 2.1 wurde eine ARSM-Optimierung nach Wang *et al.* (2001) in HyperStudy durchgeführt. Die Anzahl der Iterationen wurde auf 200 begrenzt. Es erfolgte die Definition eines relativen Konvergenzkriteriums, welches die Optimierung beendete, wenn sich die Modellmassen zweier aufeinander folgender Schritte um weniger als 0,1 % unterschieden. Außerdem wurde die Optimierung abgebrochen, sobald die Designvariablen der letzten beiden Modelle um weniger als 0,001 voneinander abwichen.

2.4.2 Optimierung anhand eines genetischen Algorithmus

Ein zweiter Optimierungsansatz wurde mit dem genetischen Algorithmus in HyperStudy verfolgt, dessen Zielsetzung es war, in maximal 500 Generationen mit jeweils 25 Modellen das beste Designvariablen-set zu identifizieren.

Entgegen dem HyperStudy-Standard unterlagen die Designvariablen einer statistischen Gleichverteilung, sodass auch die Ränder ihrer Definitionsbereiche zur Geltung kommen konnten. Des Weiteren betrug die Elite-Population, welche unverändert in die nächste Generation übernommen wurde, 12 % bzw. 3 Individuen einer Generation. Die Mutationsrate 0,01 sowie alle anderen Einstellungsmöglichkeiten entsprachen dem Standard in HyperStudy.

2.5 Datenauswertung

Die Daten der Optimierungen wurden gefiltert, sodass nur noch die Modelle verblieben, die nicht das Durchbiegungsmaximum überschritten. Außerdem wurden die besten Modelle zur Kontrolle nochmals mit der automatisierten Prozedur in Marc Mentat simuliert, um Fehler in der Optimierungsschleife auszuschließen. Beim genetischen Algorithmus mussten mehrere Ergebnisse aufgrund von falschen Durchbiegungswerten nachträglich aussortiert werden. Letztendlich wurde das beste Modell jeder Optimierungsstrategie, das dieser Überprüfung standhielt, als Endergebnis selektiert.

Passend zum Modellradius 1 mm müssten die Massenangaben in Milligramm stattfinden, jedoch wurden sie anhand der Masse einer Kreisplatte mit dem Radius 1 mm und der Dicke 0,1 mm normiert, sodass die Angaben keine Einheit bzw. die Hilfsmaßeinheit mg/mg enthalten.

2.6 Erstellung von Referenzmodellen

Für eine Qualitätsbestimmung der besten Modelle beider Optimierungsstrategien wurden jeweils drei Referenzmodelle mit der gleichen Masse wie das entsprechende Optimierungsergebnis, aber abweichender Geometrie erzeugt, um einen Vergleich der Durchbiegung zu ermöglichen. Mithilfe von Variationen des Grasshopper-Algorithmus wurden folgende Vergleichsmodelle konstruiert (Abbildung 2.10 und Abbildung 2.11):

- (A) das optimierte Modell, jedoch mit einheitlicher Wabenwanddicke,
- (B) ein Modell mit regelmäßigen Sechsecken und einheitlicher Wabenwanddicke,
- (C) ein Modell mit regelmäßigen Sechsecken und dem Wabenwanddickengradienten des optimierten Modells.

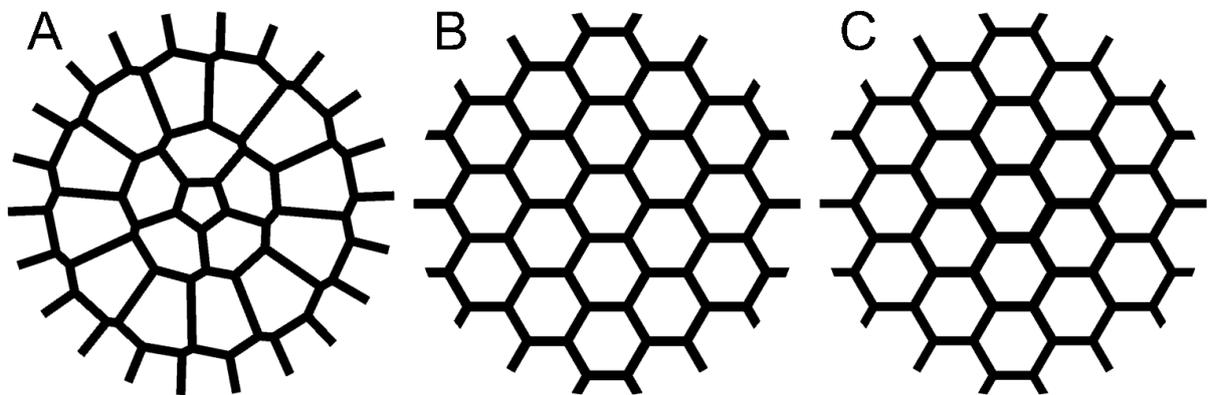


Abbildung 2.10: Die Referenzmodelle für das Ergebnis des genetischen Algorithmus sind dargestellt. Nähere Kennzeichnungen der Teilabbildungen A, B und C erfolgen im Text.

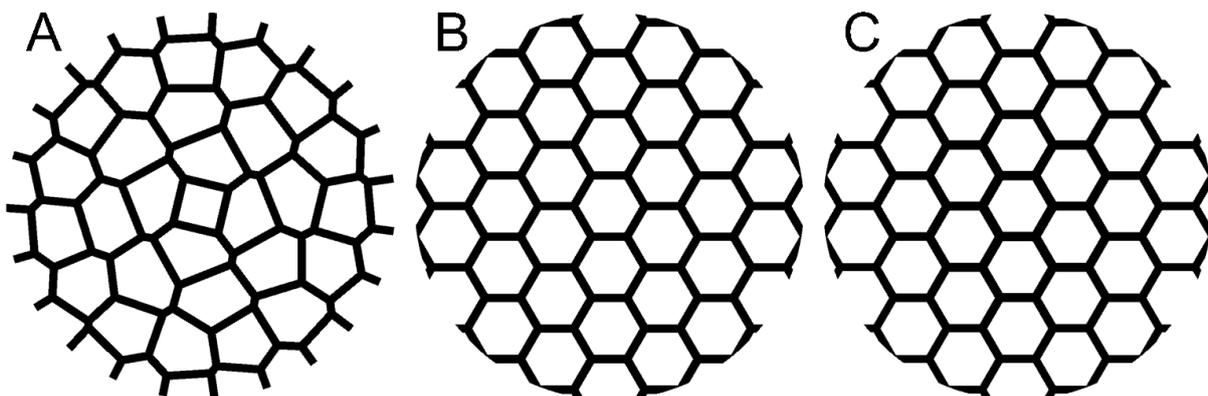


Abbildung 2.11: Nähere Beschreibungen der in den Teilbildern A, B und C gezeigten Referenzmodelle des ARSM-Ergebnis sind dem Text zu entnehmen.

Um den Radius der regelmäßigen Sechsecke, welcher als Abstand zwischen Mittelpunkt und einem Eckpunkt des Hexagons definiert ist, zu berechnen, wurde der durchschnittliche Flächeninhalt A_{Vor} aller Voronoi-Regionen des optimierten Modells genutzt. Dieser wurde anhand der umgestellten Formel für den Flächeninhalt eines regulären Sechsecks (Gleichung 2.7) auf einen Äquivalenzradius r_{Δ} zurückgeführt, der als Radius der Sechsecke diente.

$$r_{\bar{A}} = \sqrt{\frac{A_{Vor}}{1,5 \cdot \sqrt{3}}} \quad (2.7)$$

Für die Referenzmodelle A und B wurde die durchschnittliche Wabenwanddicke und beim Modell C die Wabenwanddickenverteilung des optimierten Modells übernommen. Da die Masse der Vergleichsmodelle nach diesem Verfahren noch im einstelligen Prozentbereich vom optimierten Modell abwich und somit noch kein Vergleich der Durchbiegung möglich wäre, wurden die Wabenwanddicken so lange skaliert, bis eine Massendifferenz von maximal 0,1 % vorlag. In Übereinstimmung mit dem Prozess in Abschnitt 2.2.6 wurden die Vergleichsmodelle an einem Zylinder mit dem Radius 1 geschnitten und mit denselben Netzerzeugungseinstellungen vernetzt. Mithilfe des Perl-Skripts und Marc Mentat wurden alle Referenzmodelle unter dem Lastfall aus Abschnitt 2.3.3 simuliert.

2.7 Plausibilitätsbetrachtung der FEM-Simulation

Da die Verformung einer komplex gebauten Wabenkreisplatte nicht analytisch kalkulierbar ist, wurde zur Validierung der Simulationsergebnisse eine analytische Berechnung der Durchbiegung einer rotationssymmetrischen, massiven Kreisplatte mit dem Radius 1 mm und der Dicke 0,1 mm unter zentraler Teilflächenlast durchgeführt (Abbildung 2.12). Diese erfolgte anhand der Kirchhoffschen Plattengleichung, unter der Annahme, dass die für den vorliegenden Fall relevanten Bedingungen der Plattentheorie erfüllt sind (Hake, Meskouris 2001):

- Die Mittelfläche der unbelasteten Platte ist eben, ihre Dicke ist konstant sowie im Verhältnis zu Länge und Breite klein.
- Alle äußeren Lasten und Lagerkräfte wirken senkrecht zur unverformten Mittelfläche und die Vektoren aller Randmomente und –verdrehungen liegen in ihr.
- Ein ebener Spannungszustand liegt vor, da die Spannungen senkrecht zur Platte gegenüber den Spannungen in der Plattenebene vernachlässigbar klein sind.
- Die Durchbiegung ist relativ zur Plattengröße sehr klein und Punkte auf der Mittelfläche verschieben sich bei deren Verformung nur orthogonal zur Platte.
- Das verwendete Material ist isotrop, homogen und verformt sich nach dem Hookeschen Gesetz.

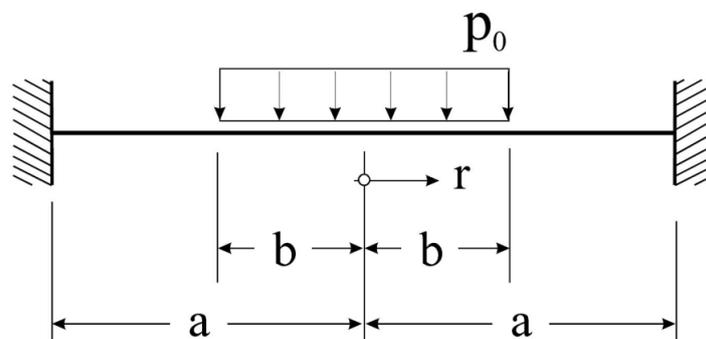


Abbildung 2.12: Dargestellt ist der Querschnitt einer rotationssymmetrischen Kreisplatte mit dem Radius a , auf die im Radius b eine über diesen Bereich konstante Flächenlast p_0 wirkt. Die Laufvariable r symbolisiert die radiale Komponente des Polarkoordinatensystems (Mathiak 2008).

Material und Methoden

Aufgrund der nur teilweise angreifenden Flächenlast wurde die Kreisplatte in einen unbelasteten und einen belasteten Bereich gegliedert, wobei nur letzterer für die Validierungsrechnung relevant ist. Die Gleichung 2.8 beschreibt die Rechenvorschrift für die Durchbiegung unter der Flächenlast (Mathiak 2008).

$$w(\rho = 0) = \frac{p_0 a^4}{64S} \beta^2 [4 + \beta^2 (4 \ln \beta - 3)] \quad (2.8)$$

mit:

w ...Durchbiegung in mm

ρ ...Verhältnis zwischen r und a

p_0 ...Flächenlast in N mm^{-2}

a ...Radius der Kreisplatte in mm

S ...Plattensteifigkeit in Nmm

β ...Verhältnis zwischen b und a

Durch Einsetzen der Zahlenwerte des Modells ergeben sich aus Gleichung 2.9 die Flächenlast und aus Gleichung 2.10 (Mathiak 2008) die Plattensteifigkeit.

$$p_0 = \frac{p}{A} = \frac{1 \text{ N}}{0,4^2 \pi \text{ mm}^2} = 1,989 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (2.9)$$

$$S = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} = \frac{66600 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} (0,1 \text{ mm})^3}{12(1 - 0,35^2)} = 6,325 \text{ Nmm} \quad (2.10)$$

mit:

p ...Normalkraft in N

A ...belastete Fläche in mm^2

E ...E-Modul in N mm^{-2}

h ...Plattendicke in mm

ν ...Querkontraktionszahl

Für einen Vergleich mit der analytischen Nachweisrechnung wurde die Durchbiegung der Kreisplatte mittels der automatisierten Belastungssimulation in Marc Mentat unter dem gleichen Lastfall berechnet, um die Richtigkeit der automatisch getroffenen Einstellungen zu überprüfen.

3 Ergebnisse

3.1 Einfluss der Designvariablen

Abbildung 3.1 zeigt einen Überblick über die Auswirkungen der Designvariablen auf das Modell. Nähere Informationen sind der Abbildungsunterschrift zu entnehmen.

3.2 Verifikation der FEM-Simulation

Durch Einsetzen aller benötigten Werte in die Gleichung der Biegelinie (Gleichung 2.8) ergibt sich eine Durchbiegung der Kreisplatte von 0,002306 mm. Das Ergebnis der zugehörigen Simulation, bei der sich die Durchbiegung auf 0,002307 mm beläuft, stimmt mit der analytisch ermittelten Lösung mit einer Abweichung von 0,04 % überein.

Zwischen den Durchbiegungen der optimierten Wabenkreisplatten und der massiven Kreisplatte liegt näherungsweise der Faktor 6,5 und zwischen den Massen gerundet der Faktor 4.

3.3 ARSM

3.3.1 Verlauf der Optimierung

Die ARSM-Optimierung startet aufgrund der Wahl der Anfangsparameter mit einem überdimensionierten Modell, das mit einer Durchbiegung von 0,01108 noch unausgeschöpftes Potential bis zur Beschränkung bei 0,01500 aufweist. Entsprechend hoch ist die Ausgangsmasse mit 0,36700. Nach starken Schwankungen in der Zielfunktion bis zum achten Rechenschritt konnte erst in der Iteration 17 wieder ein gültiges Ergebnis gefunden werden (Abbildung 3.2). Im weiteren Verlauf sind ein Abwärtstrend der Masse sowie eine Annäherung der Durchbiegung an den Grenzwert erkennbar. Trotz kleiner Massenänderungen nach dem 70. Rechenschritt, liegt das leichteste Modell schon bei der Iteration 68 mit der Masse 0,26413 vor. Die Durchbiegung beträgt für dieses Exemplar 0,01507 und fällt damit in die 0,5-prozentige Beschränkungstoleranz. Somit erzielt das beste Modell im Vergleich zum Ausgangsmodell eine Massenverringerung von 28,0 % bei gleichzeitiger Erhöhung der Durchbiegung um 36,0 %.

Nach 87 Rechenschritten endete die Optimierung durch Erfüllung eines Konvergenzkriteriums. Lediglich für eine Designvariablenkombination generierte der Grasshopper-Algorithmus kein verarbeitbares Modell, was einer Erfolgsquote von 98,9 % entspricht.

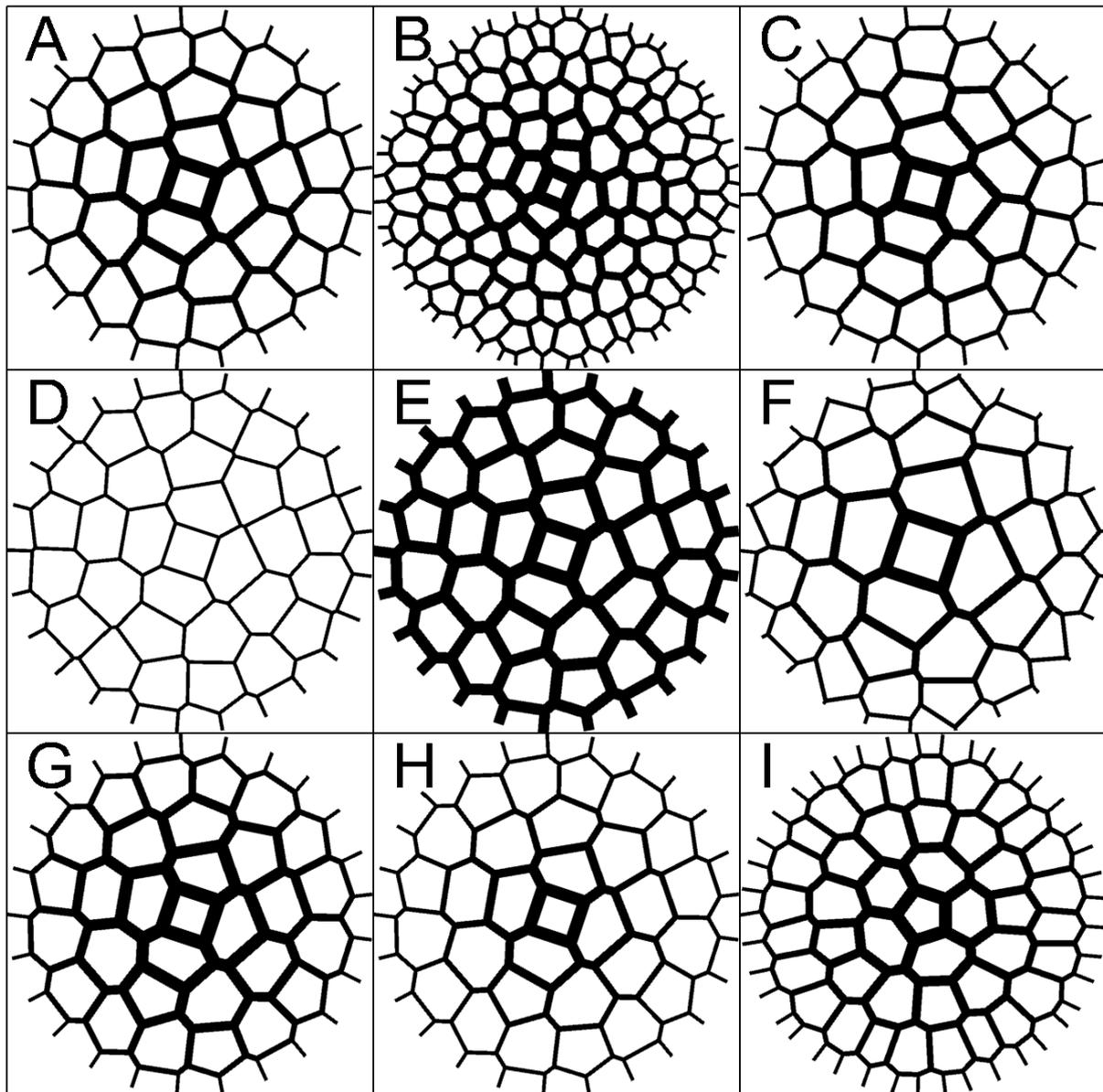


Abbildung 3.1: Das Modell in Teilabbildung A entstand unter folgender Parameterwahl: $n = 5$; $w = 1$; $d_i = 0,04$; $d_a = 0,01$; $v = 0,5$; $g = 0,5$; $p = 2$. In allen weiteren Teilbildern wurde jeweils nur eine Designvariable im Vergleich zum Modell A geändert. B: Die Erhöhung der Kreisanzahl auf $n = 7$ erzeugt mehr Waben mit kleineren Abmessungen. C: Die Änderung des Winkelversatzes auf $w = 1,2$ dreht die Voronoi-Generatorpunkte um den Koordinatenursprung und variiert damit die Interkonnektivität der Waben. D: Eine Verringerung der inneren Wabenwanddicke auf $d_i = 0,01$ senkt die Dicke im gesamten Modell auf 0,01, wodurch der Gradient verschwindet. E: Durch Zunahme der äußeren Wabenwanddicke auf $d_a = 0,03$ erhalten alle Waben breite Wände. F: Die Wabengrößenverteilung $v = 0,75$ dehnt die zentralen Waben aus und staucht die weiter außen gelegenen. G: Die Senkung des Gradienten der Wabenwanddicke auf $g = 0,15$ bewirkt größere Wanddicken über einen weiten Bereich des gesamten Modells. H: Gegensätzlich zu Teilabbildung G beschränkt ein Anstieg auf $g = 0,85$ die Ausprägung dickerer Wabenwände auf den zentralen Bereich. I: Mit einem Zuwachs des Wabenanzahlsexponenten auf $p = 2,3$ werden mehr Waben auf den einzelnen Kreisen verteilt.

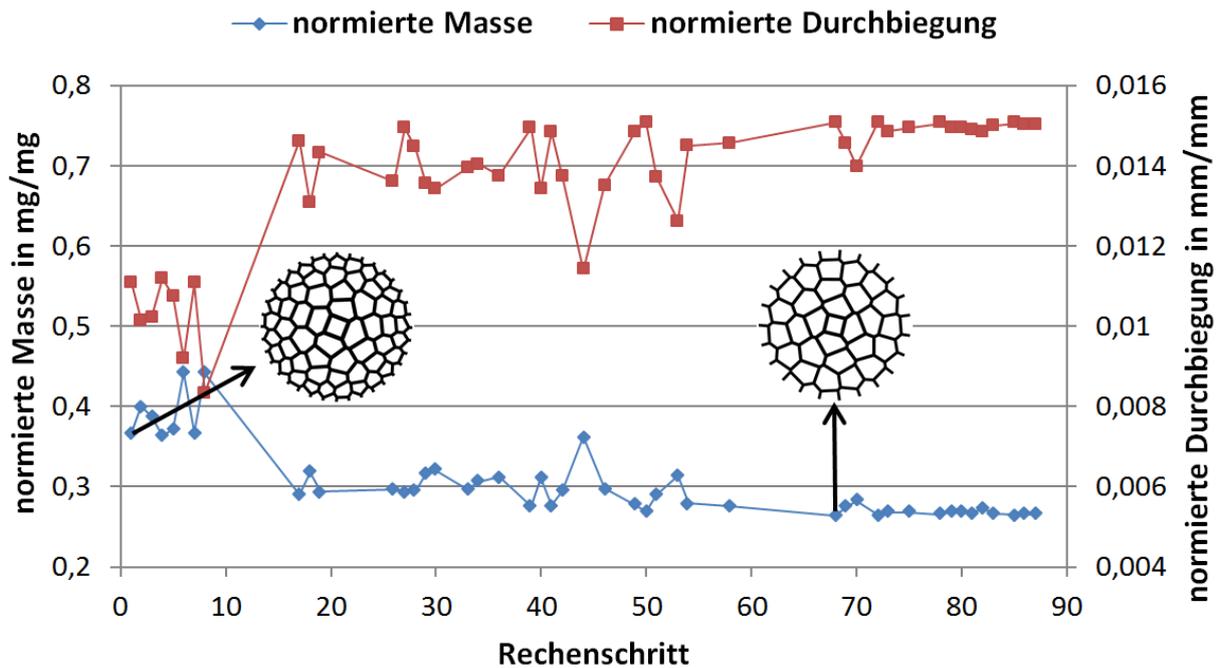


Abbildung 3.2: Ausgehend vom Startmodell, welches links dargestellt ist, tritt die erste starke Massenreduktion beim 17. Rechenschritt auf, die mit einer Erhöhung der Durchbiegung einhergeht. In den folgenden Iterationen sinkt die Masse tendenziell weiter, während die Durchbiegung sich der Beschränkung von 0,015 annähert. Die rechts abgebildete, leichteste Konstruktion ist bereits in der 68. Iteration erreicht, jedoch konvergierte die Optimierung erst nach 87 Schritten.

3.3.2 Deformation des leichtesten Modells

Unter der zentralen Teilflächenlast wird die Wabenkreisplatte senkrecht zu ihrer Mittelebene verformt, sodass in der Seitenansicht die gekrümmte Kontur des Modells sichtbar ist (Abbildung 3.3). Die Deformation ist im mittleren Bereich am größten und nimmt nach außen ab.

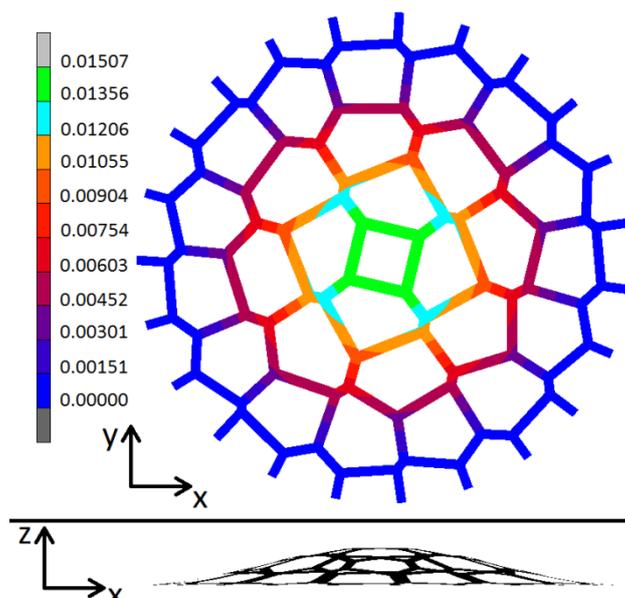


Abbildung 3.3: Anhand einer farblichen Kodierung ist die Verformung des ARSM-Ergebnisses in der Draufsicht (xy) veranschaulicht. In der Seitenansicht (xz) wurde die Deformation zugunsten der Sichtbarkeit 10-fach verstärkt.

3.4 Genetischer Algorithmus

3.4.1 Verlauf der Optimierung

Anders als bei der ARSM ist im Optimierungsverlauf des genetischen Algorithmus keine Konvergenz, sondern bis zum Ende eine breite Streuung der Ergebnisse zu beobachten (Abbildung 3.4). Betrachtet man jedoch die in einer Generation erreichte minimale Masse, ist eine Verringerung von 0,30778 im 14. Rechenschritt der ersten Generation auf 0,25803 beim siebten Individuum der 18. Generation, also nach insgesamt 440 Iterationen, erkennbar. Die mit den Massenminima korrespondierenden Durchbiegungen nähern sich der Beschränkung bei 0,01500 an, jedoch beträgt die Durchbiegung des leichtesten Modells lediglich 0,01450.

In den Rechenschritten 222 bis 272 sind vornehmlich auffällig kleine Schwankungen in der Zielfunktion zu verzeichnen, die danach wieder in größere übergehen. Nach 19 Generationen brach HyperStudy die Optimierung ab, da mehr als 90 % der Individuen der bereits vollständig berechneten 20. Generation als ungültig klassifiziert wurden.

Der Grasshopper-Algorithmus erzeugte in den insgesamt 493 Rechenschritten für 95,9 % der Designvariablenkombinationen eine valide Wabenstruktur.

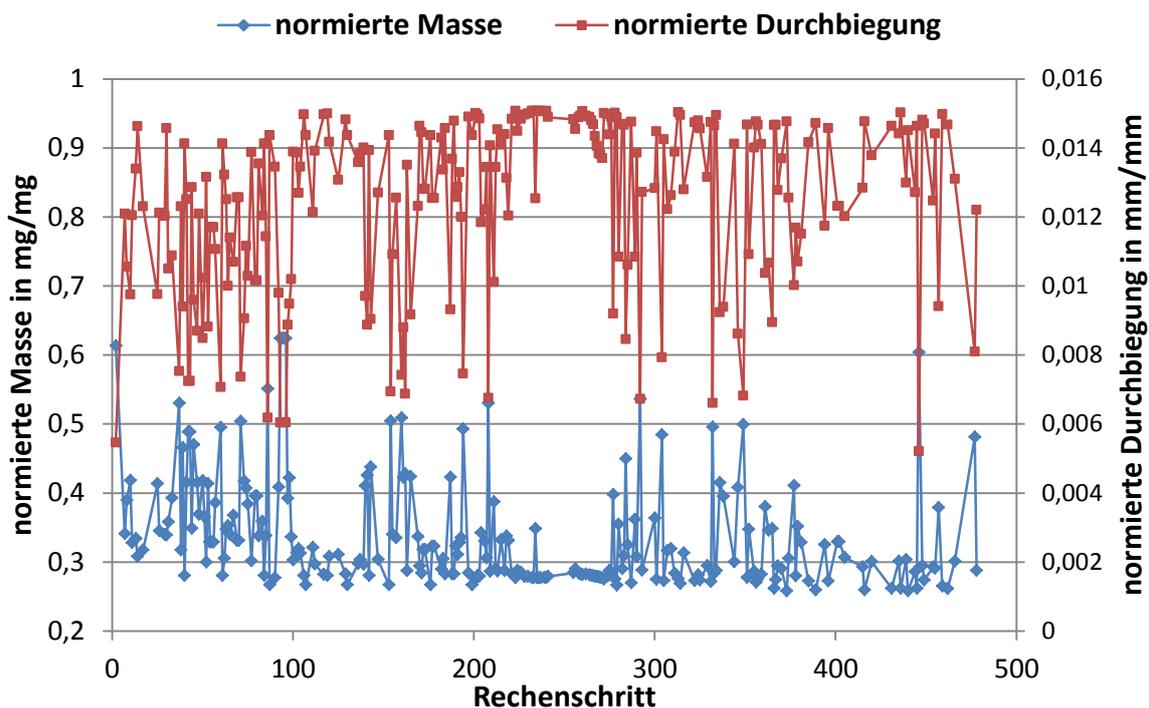


Abbildung 3.4: Die Verläufe der Modellmassen und ihrer Durchbiegungen besitzen starke Schwankungen, dennoch zeichnet sich an den Massenminima eine fallende Tendenz ab. Das Individuum aus Rechenschritt 440 weist mit 0,25803 die niedrigste Masse bei einer Durchbiegung von 0,01450 auf.

3.4.2 Deformation des leichtesten Modells

Der Abbildung 3.5 ist analog zum Ergebnis der ARSM zu entnehmen, dass im besten Modell des genetischen Algorithmus die größten Deformationen im Zentrum der Wabenkreisplatte auftreten.

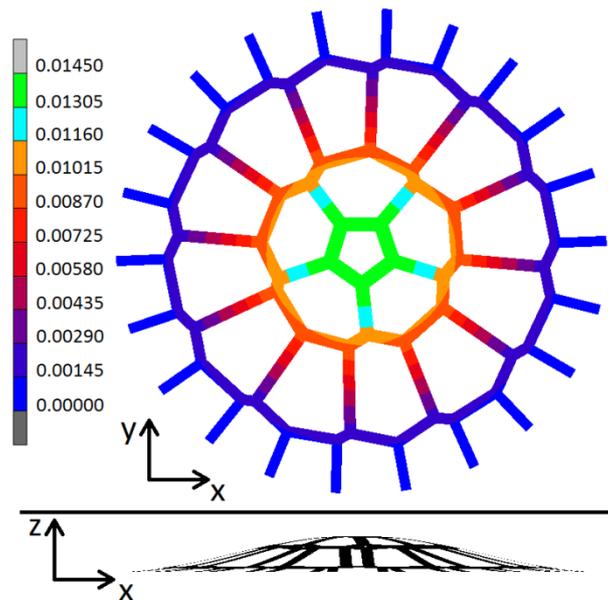


Abbildung 3.5: Die Deformation des GA-Ergebnisses ist in der Draufsicht (xy) farblich kodiert. In der Seitenansicht (xz) wurde die Deformation zugunsten der Sichtbarkeit 10-fach verstärkt.

3.5 Vergleich der besten Modelle aus ARSM und GA

Die beiden Optimierungsstrategien führten zu optisch unterschiedlichen Konstruktionen, die ebenso Differenzen in den Designvariablen besitzen (Tabelle 3.1). Alle Designvariablen mit Ausnahme der „äußeren Wabenwanddicke“ weichen um mehr als 10 % voneinander ab.

Ein annähernd übereinstimmendes Ausprägungsmerkmal liegt in der Anzahl der eingespannten Streben vor, welche beim Ergebnis der ARSM 23 und beim leichtesten Modell des genetischen Algorithmus 22 beträgt. Infolge der Designvariablen „Verteilung der Wabengröße“, die in beiden Fällen kleiner als 0,5 ist, entstehen im zentralen Bereich der Modelle kleinere Waben als am Rand, wobei dieser Effekt beim Ergebnis des GA stärker auftritt. Außerdem nimmt in beiden Exemplaren die Wabenwanddicke im Zentrum einen größeren Wert als am Rand an. Während die Designvariable „Gradient der Wabenwanddicke“ beim ARSM-Modell dazu führt, dass die „innere Wabenwanddicke“ einen großen Einfluss auf die gesamte Konstruktion ausübt, engt sie die Ausprägung beim GA-Ergebnis auf einen kleineren, zentralen Bereich ein.

Neben diesen strukturellen Unterschieden weisen die beiden Optimierungsergebnisse Differenzen in der Masse und der Durchbiegung auf. So ist das GA-Modell um 2,3 % leichter und verformt sich um 3,8 % weniger als das ARSM-Ergebnis.

Tabelle 3.1: Sowohl die Designvariablen als auch die normierten Kenngrößen Masse und Durchbiegung der leichtesten Modelle aus beiden Optimierungsstrategien sind aufgelistet.

Kriterium	ARSM	GA
Anzahl der Kreise	5	4
Winkelversatz	1,30160	1,60429
innere Wabenwanddicke	0,02482	0,03060
äußere Wabenwanddicke	0,01902	0,02094
Verteilung der Wabengrößen	0,46738	0,27442
Gradient der Wabenwanddicke	0,35910	0,64753
Wabenanzahlexponent	1,94020	2,22613
normierte Masse	0,26413	0,25803
normierte Durchbiegung	0,01507	0,01450

3.6 Vergleich der Optimierungsergebnisse mit den Referenzmodellen

Aus dem Vergleich der optimierten Strukturen mit den massengleichen Referenzmodellen ist für beide Optimierungsstrategien ersichtlich, dass alle Vergleichsmuster beim identischen Lastfall eine höhere Durchbiegung als das entsprechende optimierte Modell erfahren (Abbildung 3.6). Die aus komplett regelmäßigen Sechsecken bestehende Wabenkreisplatte wird jeweils am stärksten verformt, gefolgt vom Sechseckmuster mit dem Wabenwanddickengradienten des optimierten Modells. Durch Entfernung des Gradienten in der Wabenwanddicke aus dem optimierten Modell entsteht ebenfalls eine Zunahme der Durchbiegung.

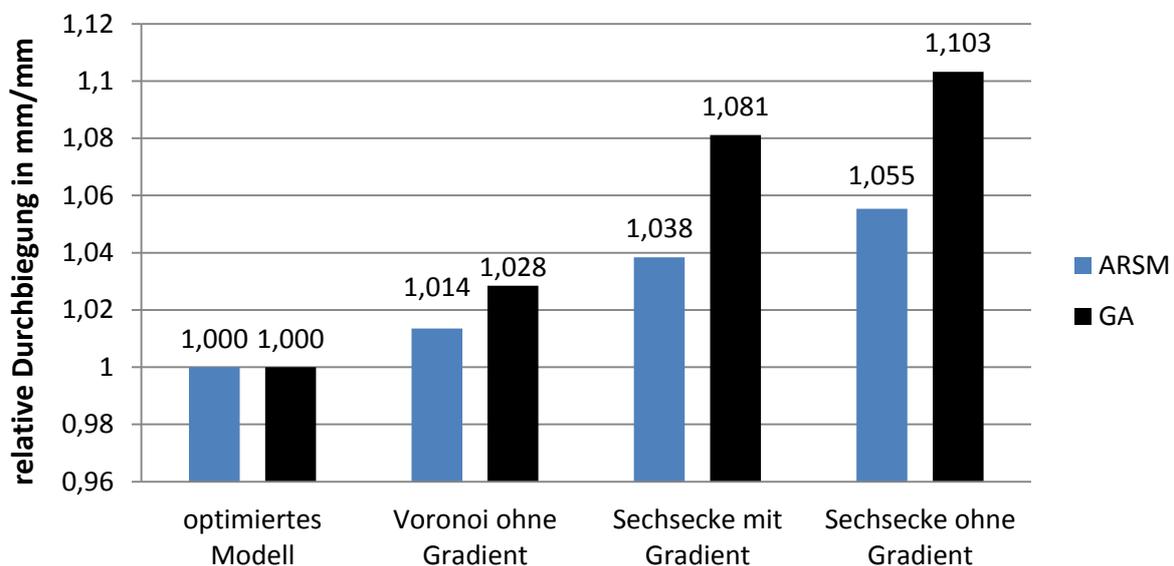


Abbildung 3.6: Für die Darstellung wurden die Durchbiegungen der Referenzmodelle durch die des jeweiligen optimierten Modells geteilt, sodass die relative Durchbiegung das Verhältnis zwischen diesen Werten angibt.

Anhand der Referenzmodelle können die Effekte, durch die das optimierte Modell bei gleicher Masse eine höhere Biegesteifigkeit erhält, in zwei Komponenten aufgeteilt werden. Ausgehend von einer Wabenkreisplatte, die aus regelmäßigen Sechsecken besteht, kann eine Anpassung an den Lastfall durch die Integration eines Wabenwanddickengradienten und durch

Ergebnisse

Veränderung der Struktur zu einem unregelmäßigen Muster vollzogen werden. Die konkreten Zahlenwerte der Durchbiegungsreduktion sind für beide Optimierungsergebnisse in Abbildung 3.7 gezeigt.

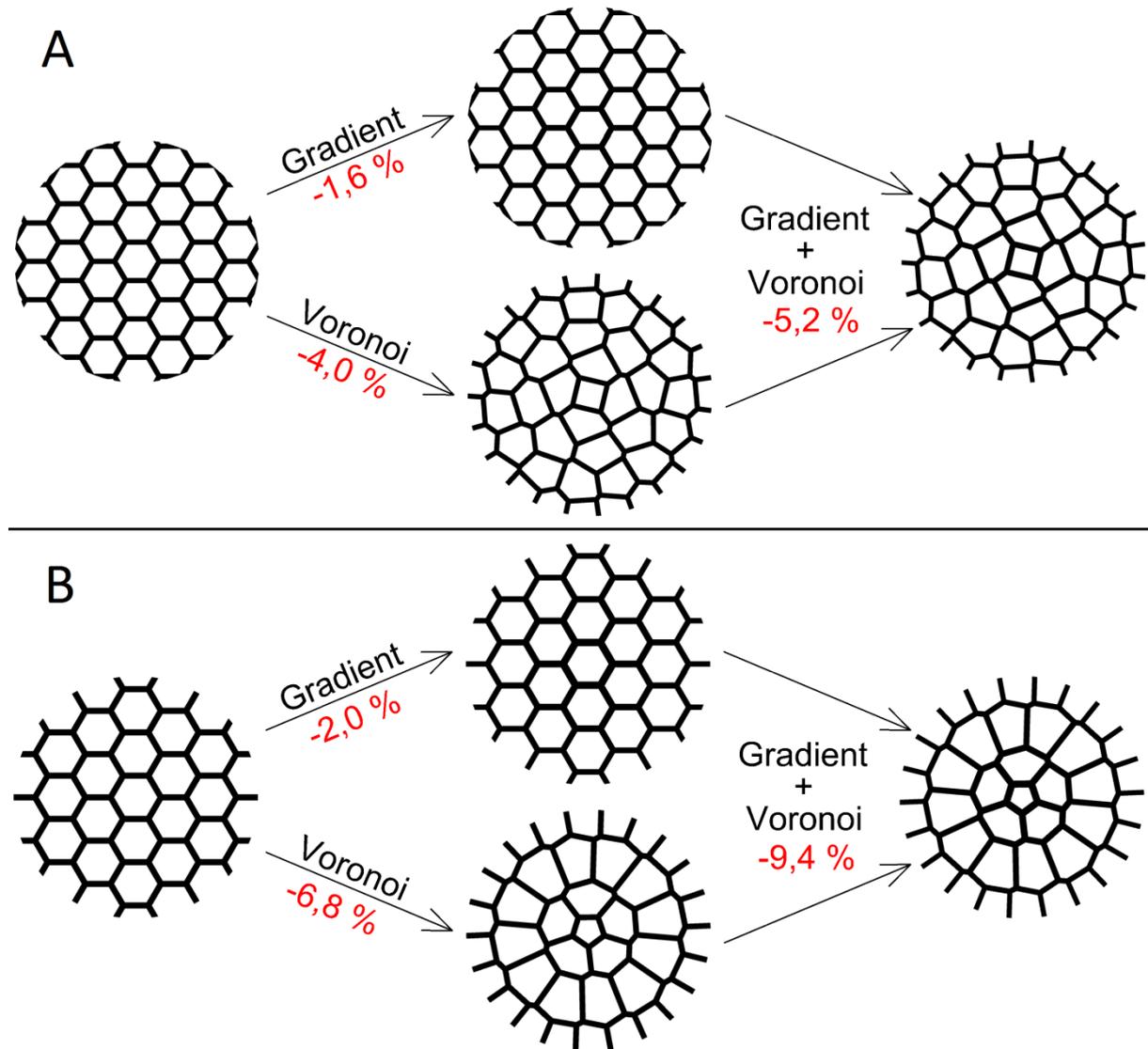


Abbildung 3.7: In Teilabbildung A ist eine Übersicht des ARSM-Ergebnisses (rechts) mit seinen drei Referenzmodellen dargestellt. Eine entsprechende Darstellung liegt in Teilbild B für das GA-Ergebnis (rechts) vor. Die roten Zahlen beschreiben die Änderung der Durchbiegung gegenüber dem regelmäßigen Sechseckmuster (links), welche aus der Integration des Gradienten in der Wabenwanddicke und/oder der Verwendung des Voronoi-Schemas resultiert.

4 Diskussion

4.1 Plausibilitätsbetrachtung

Basierend auf den Plausibilitätsprüfungen kann davon ausgegangen werden, dass die automatisierte FEM-Simulation physikalisch exakte Ergebnisse liefert. Die im Vergleich zur massiven Kreisplatte höheren Durchbiegungen der Wabenkreisplatten entsprechen der Erwartung, da in den Wabenkreisplatten bei gleicher Dicke weniger Material zum Einsatz kommt und somit die Biegesteifigkeit geringer ist.

4.2 Bewertung des Optimierungsverlaufs

4.2.1 ARSM

Obwohl die ARSM für die Suche nach globalen Optima in einer Zielfunktion entwickelt wurde, ist es nicht ausgeschlossen, dass die Methode in einem lokalen Optimum konvergiert (Wang *et al.* 2001). Dieser Fall liegt offensichtlich vor, da der genetische Algorithmus bereits nach 18 Generationen ein besseres Modell hervorbrachte. Möglicherweise könnte durch die Wahl anderer Startparameter ein besseres Ergebnis erzielt werden, dennoch ist aufgrund der schrittweisen Eingrenzung der Designvariablen keine Untersuchung des gesamten Designraums garantiert. Daher ist das Optimierungsergebnis nicht als für den Lastfall optimal ausgelegte Struktur zu betrachten.

4.2.2 Genetischer Algorithmus

Aufgrund einer größtenteils fehlerhaften 20. Generation wurde der genetische Algorithmus bereits vor Erreichen einer konvergenten Lösung oder des Generationenmaximums gestoppt. Dieser Abbruch konnte weder anhand der mit Rhinoceros aufgezeichneten Modellbilder der 20. Generation nachvollzogen werden, noch war es möglich, die Optimierung nach der 18. oder 19. Generation erneut zu starten. Trotz dieser Schwierigkeiten genügte die bis zu diesem Punkt vorliegende Lösung, um strukturelle Tendenzen zu analysieren, die zu einer Versteifung der Wabenkreisplatte führen.

Der Vorteil des genetischen Algorithmus gegenüber der ARSM besteht darin, dass der GA das Potential besitzt, per Zufall immer bessere Kombinationen der Designvariablen zu erzeugen. Selbst wenn mehrere Individuen einer Generation sich in einem lokalen Minimum versammeln und den Genpool aufgrund ihrer relativ hohen Fitness in diese Richtung beeinflussen, kann eine zufällige Mutation einen Sprung in ein anderes Minimum der Zielfunktion bewirken. Daher ist es wahrscheinlich, dass der GA in weiteren Generationen noch Verbesserungen erzielt hätte.

Jedoch birgt der verwendete GA einen Nachteil, da nicht alle Einstellungsmöglichkeiten der Optimierungssoftware detailliert dokumentiert sind und somit deren exakte Wirkung auf das Optimierungsergebnis unbekannt bleibt. Die Entwicklung eines eigenen genetischen Algorithmus wäre demnach vorteilhaft.

4.3 Einschränkungen der Rechnung

Bei der Wahl des Finite-Elemente-Netzes fiel die Entscheidung auf ein 2D-Netz, da Vorversuche gezeigt hatten, dass ein 3D-Netz ein Vielfaches der Rechenzeit benötigt hätte und somit ausgeschlossen werden musste, um im veranschlagten Zeitraum zu verwertbaren Ergebnissen zu gelangen. Bereits für das hier verwendete 2D-Netz dauerte ein Rechenschritt mit Konstruktion und Simulation beim genetischen Algorithmus durchschnittlich 5,4 min und 4,0 min bei der ARSM-Optimierung. Genetische Algorithmen konvergieren häufig erst nach 200 bis 600 Generationen (Dimcic 2011), was im vorliegenden Fall an einem Computer, der über einen Intel® Core™ 2 Duo T6500 Prozessor mit zwei Kernen und einer Taktfrequenz von jeweils 2,10 GHz sowie einem Arbeitsspeicher von 4 GB verfügt, Rechendauern von bis zu 60 Tagen erfordern würde. Um diese großen Zeitspannen zu verkleinern, könnten leistungsstärkere Computer eingesetzt oder die Auflösung des FE-Netzes verringert werden. Letzteres wurde jedoch vermieden, da dem Optimierer auch sehr geringe Wabenwanddicken ermöglicht werden sollten, die bereits mit den verwendeten Vernetzungseinstellungen nur aus zwei Elementbreiten bestanden. Möglicherweise würde eine Vernetzung mit variablen Elementgrößen Abhilfe verschaffen, allerdings sind hierzu weitere Untersuchungen notwendig. Weiterhin wäre es für eine Verkürzung der Rechenzeit von Vorteil, in Vorbereitung auf die tatsächliche Optimierung eine statistische Versuchsplanung durchzuführen. Diese ist in der Lage, die Einflussstärke der einzelnen Designvariablen auf die Zielfunktion zu analysieren und Variablen mit schwacher Auswirkung aus der Optimierung auszuschließen (Bandemer, Bellmann 2010).

Eine Spannungsanalyse wurde ebenfalls verworfen, da der Elementtyp 138 in Marc Mentat keine Spannungsberechnung unterstützt. Mit einem aus Vierecken bestehenden Flächennetz wäre eine Spannungsbetrachtung möglich, jedoch konnte kein derartiges Netz erstellt werden.

Es wurde eine Modifikation des Grasshopper-Algorithmus, welche die Verrundung von Wabenecken erlaubt, auf Machbarkeit getestet, aber zugunsten der Netzqualität und der Stabilität der Optimierungsschleife verworfen.

4.4 Anwendung der bionischen Wabenstruktur zur Plattenversteifung

Leichtbauplatten, die aus regelmäßigen Sechsecken bestehen, sind auf dem Markt in unterschiedlichen Größen und Festigkeiten sowohl ohne als auch mit Boden- und Deckplatten in Sandwichbauweise unter anderem für die Anwendung in der Luftfahrt, im Automobilbau und für Schienenfahrzeuge vorhanden (z. B. WELA Handelsgesellschaft mbh 2012). Wie in Abschnitt 3.6 beschrieben, wurden anhand der optimierten Strukturen zwei Ausprägungsmerkmale erfasst, die zu einer Versteifung der Wabenkreisplatte führten. Entsprechend der Arbeitshypothese konnte erfolgreich gezeigt werden, dass die anhand von bionischen Methoden generierten, optimierten Strukturen bei gleicher Masse eine geringere Durchbiegung als eine aus regelmäßigen Sechsecken aufgebaute Wabenkreisplatte aufweisen. Im Umkehrschluss ermöglicht die Anwendung der unregelmäßigen Muster eine Verringerung der Masse bei gleicher Durchbiegung, was ein weiteres Einsparungspotential in Leichtbauweisen birgt. Diese

Erkenntnis kann zum Einsatz kommen, um ungleichmäßig belastete Flächenkonstruktionen in den aufgezeigten Einsatzgebieten mit einer auf den jeweiligen Lastfall optimierten Wabenstruktur zu verstärken, indem die regelmäßigen Sechsecke durch Voronoi-basierte, mit Gradienten behaftete Muster ersetzt werden (Abbildung 4.1).

Da Aluminium häufig in Leichtbaustrukturen eingesetzt wird und eine Fertigung von unregelmäßigen Formen mittels Druckguss oder im Strangpressverfahren durchführbar ist, wurden dessen mechanischen Eigenschaften in der Simulation verwendet (Ostermann 2007). Jedoch haben die Materialeigenschaften keinen Einfluss auf das Optimierungsergebnis, da lediglich verschiedene Geometrien miteinander verglichen wurden. Daher erstreckt sich das Anwendungsfeld auch auf Wabenplatten oder Sandwichkerne aus Kunststoffen, die mit ihren vielfältigen Materialeigenschaften wiederum eine hohe Variabilität erreichen.

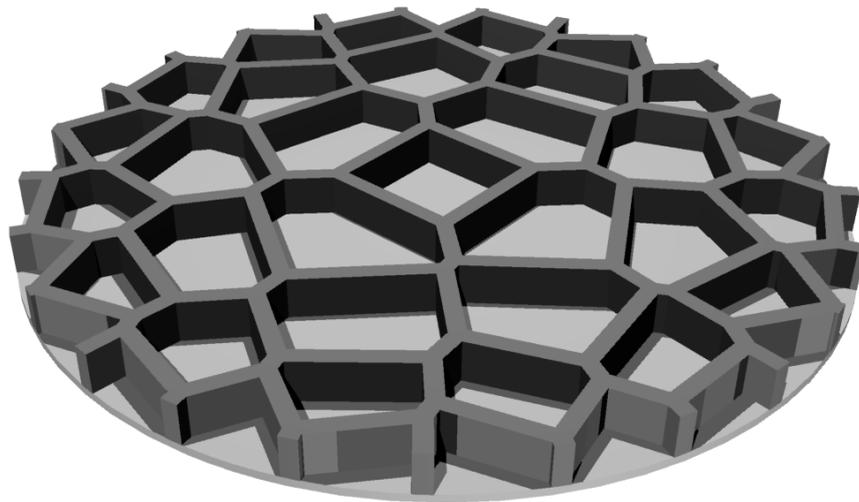


Abbildung 4.1: Eine optimierte Wabenkreisplatte könnte als Kern von Sandwichplatten dienen oder wie dargestellt eine Platte einseitig versteifen.

4.5 Ausblick

4.5.1 Variation der Konstruktion und Simulation

Der entwickelte Algorithmus bietet die Grundlage für die Erzeugung von Leichtbauelementen, die auf spezifische Lastfälle angepasst werden können. Dank des modularen Aufbaus der Optimierungsschleife sind Änderungen in den einzelnen Komponenten unkompliziert durchführbar. So ist beispielsweise die Simulation einer Vielzahl verschiedener Lastfälle durch eine Anpassung des Perl-Skripts realisierbar.

Schon durch minimale Abwandlungen des Grasshopper-Algorithmus lassen sich weitreichende Veränderungen der Geometrie und des daraus resultierenden Anwendungsbereiches erzielen. Es besteht die Möglichkeit, das Voronoi-Diagramm an beliebigen Konturen zu begrenzen oder in einen Rahmen einzufassen. Weiterhin können die Erzeugerpunkte der Voronoi-Regionen iterativ in Richtung des Mittelpunkts der zugehörigen Region verschoben werden, woraus eine Vereinheitlichung der Wabengrößen folgt (Balzer, Deussen 2005; Abbildung 4.2 A). Ebenso ist eine Dezentralisierung des Bezugspunktes für den Wabenwanddickengradienten

ten denkbar, sodass Strukturen gezielt an den benötigten Stellen verstärkt werden (Abbildung 4.2 B). Grasshopper ermöglicht zudem die Verschachtelung mehrerer Voronoi-Ebenen. Auf diese Weise könnten Haupttragelemente auf der ersten Voronoi-Ebene massiv konstruiert und in den unteren Ebenen durch immer feinere Stützen vernetzt werden (Abbildung 4.2 C).

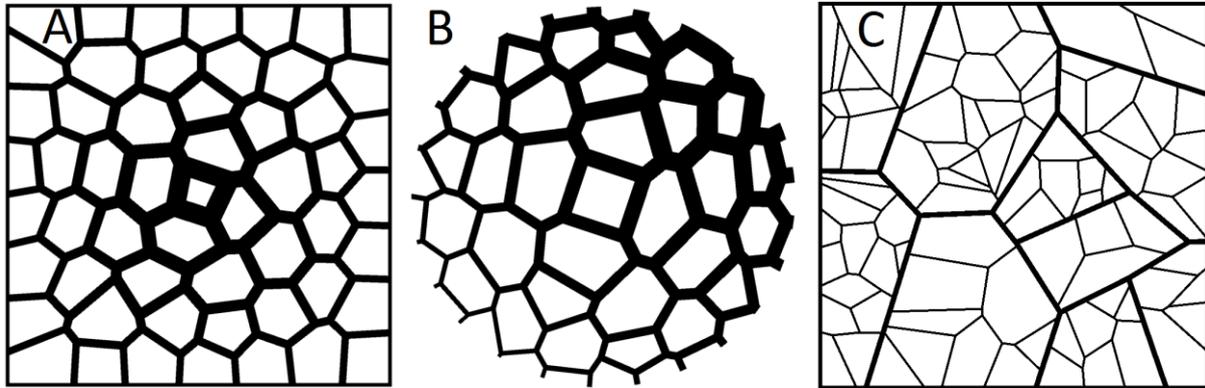


Abbildung 4.2: Teilbild A zeigt eine Voronoi-basierte Struktur, bei welcher die Generatorpunkte in mehreren Schritten in die Mittelpunkte der jeweiligen Region verschoben wurden. In Darstellung B erfolgt die Berechnung des Wabenwanddickengradienten über den Abstand zu einem dezentralen Bezugspunkt. Die Teilabbildung C enthält ein Voronoi-Diagramm mit mehreren Ebenen, denen verschiedene Wabenwanddicken zugeordnet wurden.

Ein anderer Ansatz für die Variation der Geometrie besteht in der Integration der gefundenen Muster in größere Leichtbauplatten, die an den belasteten Stellen durch Voronoi-Strukturen verstärkt werden. Hierbei ist eine Verstrebung der restlichen Plattenfläche mittels zufällig generierter Voronoi-Regionen (Abbildung 4.3 A) oder regelmäßiger Sechsecke (Abbildung 4.3 B) denkbar.

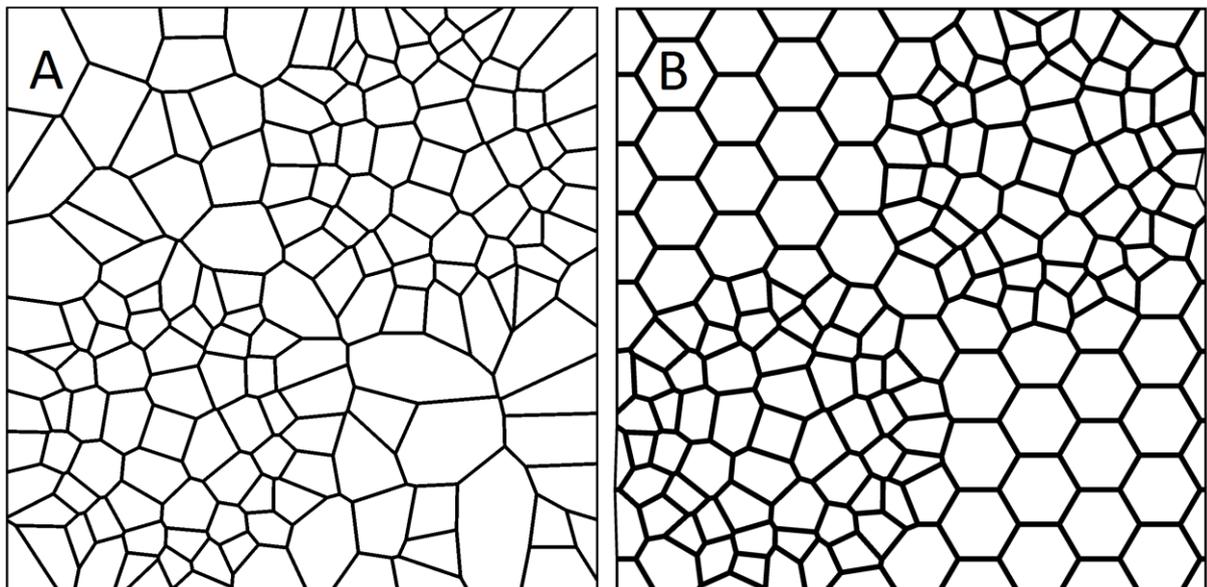


Abbildung 4.3: In Teilabbildung A wurden zwei Voronoi-Muster, die durch die Designvariablen definiert sind, in ein zufällig erstelltes Voronoi-Diagramm integriert, welches für die Optimierung ebenfalls parametrisiert werden könnte. Teilbild B spiegelt denselben Gedanken mit regelmäßigen Sechsecken wider.

Durch eine weitere Verbesserung des Grasshopper-Algorithmus könnten Verrundungen in den Ecken der Waben eingefügt werden, ohne dass die Stabilität der Optimierungsschleife

Quellen

sinkt. Dies wäre für Spannungsanalysen interessant, da mithilfe der runden Strukturen hohe Kerbspannungen, die in scharfen Ecken auftreten, gemindert werden können. Weiterhin erschließt eine Verrundung die Abstraktion weiterer Vorbildorganismen (Abbildung 4.4).



Abbildung 4.4: Nach Vorbild einer runden Diatomee wurden verrundete Voronoi-Regionen zur Nachbildung der Poren in der Zellhülle genutzt (verändert nach Schmidt 2004?).

5 Quellen

5.1 Literaturverzeichnis

Aktay, L., Johnson, A. F., Kröplin, B.-H. (2008): Numerical modelling of honeycomb core crush behavior. *Journal of Engineering Fracture Mechanics*, Volume 75, Issue 9, 2616–2630.

Balzer, B., Deussen, O. (2005): Voronoi treemaps. In: *Proceedings of IEEE Symposium of Information Visualization (InfoVis'05)*, IEEE Computer Society Press, 49–56.

Bandemer, H., Bellmann, A. (1994): *Statistische Versuchsplanung: Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, Leipzig.

Baumgartner, A., Harzheim, L., Mattheck, C. (1992): SKO (soft kill option): The biological way to find an optimum structure topology, *International Journal of Fatigue*, Volume 14, Issue 6, 387-393.

Du, Q., Gunzburger, M. (2002): Grid generation and optimization based on centroidal Voronoi tessellations. *Applied Mathematics and Computation*, Volume 133, Issues 2-3, 591-607.

Fogel, D. B. (1994): An Introduction to simulated evolutionary optimization. *IEEE Transaction on Neural Networks*, Volume 5, Number 1, 3-14.

Gupta, S., Turner, J. U. (1993): Variational Solid Modeling for Tolerance Analysis. *IEEE Computer Graphics & Applications*, Volume 13, Issue 3, 64-74.

Hake, E., Meskouris, K. (2001): *Statik der Flächentragwerke: Einführung mit vielen durchgerechneten Beispielen*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Hamm, C. E., Merkel, R., Springer, O., Jurkojc, P., Maier, C., Prechtel, K., Smetacek, V. (2003): Architecture and material properties of diatom shells provide effective mechanical protection. *Nature*, Volume 421, Number 6925, 841-843.

Hamm, C. E. (2005): The Evolution of Advanced Mechanical Defenses and Potential Technological Applications of Diatoms Shells. *Journal of Nanoscience and Nanotechnology*, Volume 5, 108-119.

Hamm, C., Jansen, S. und Philipp, B. (2008): Bremerhavener Schule für Leichtbau: Verfahren Evolutionary Light Structure Engineering (ELiSE). Hannover Messe 2008, 21.-25.04.2008, Hannover.

Mattheck, C., Reuschel, D. (1999): Design nach der Natur. *Physik in unserer Zeit*, Volume 30, Issue 6, 253-258.

Myung, S., Han, S. (2001): Knowledge-based parametric design of mechanical products based on configuration design method, *Expert Systems with Applications*, Volume 21, Issue 2, 99-107.

Nachtigall, W. (2002): Bionik: Grundlagen und Beispiele für Ingenieure und Naturwissenschaftler. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Ostermann, F. (2007): Anwendungstechnologie Aluminium. VDI-Buch, S. 221, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Papageorgiou, M., Leibold, M., Buss, M. (2012): Optimierung: Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Round, F. E., Crawford, R. M., Mann, D. G. (1990): The diatoms: Biology & morphology of the genera. Cambridge University Press, Cambridge.

Thomsen, O. T., Bozhevolnaya, E., Lyckegaard, A. (2005): Sandwich Structures 7: Advancing with Sandwich Structures and Materials. Proceedings of the 7th International Conference on Sandwich Structures, Aalborg University, Aalborg, Dänemark. Springer, Dordrecht, Niederlande.

Wang, G. G., Dong, Z., Aitchison, P. (2001): Adaptive response surface method – a global optimization scheme for approximation-based design problems. *Engineering Optimization*, Volume 33, Issue 6, 707-733.

Weise, T. (2009): Global Optimization Algorithms: Theory and Application (E-Book). Thomas Weise. Verfügbar unter: www.it-weise.de/ (Zugriff: 16.11.2012).

5.2 Sonstige Quellen

Altair (2011): HyperStudy User's Guide, Version 11.0.130. Unpubliziert.

Dimic, M. (2011): Structural Optimization of Grid Shells Based on Genetic Algorithms. Dissertation, Universität Stuttgart.

Quellen

Haufe, P. (2011): Leichtbauoptimierung von Strukturen für Hochleistungsrennyachten auf der Basis von pennaten Diatomeen Schalen. Bachelor-Thesis, Hochschule Bremen. Unpubliziert.

Khabazi, Z. M. (2010): Generative Algorithms using Grasshopper (pdf). Verfügbar unter: www.grasshopper3d.com/page/tutorials-1 (Zugriff: 10.11.2012).

Mathiak, F. (2008): Ebene Flächentragwerke II: Grundlagen der Plattentheorie. Vorlesungsskript an der Hochschule Neubrandenburg. Verfügbar unter: www.mechanik-info.de/dokumente/Skript_Plattentheorie.pdf (Zugriff: 12.11.2012).

Nautic Expo (2012): Sandwich panel: aluminium/honeycomb - AYRLITE 2022 (Bilddatei online). Verfügbar unter: <http://www.nauticexpo.com/prod/ayres-composite-panels/sandwich-panels-aluminium-honeycomb-28043-189246.html> (Zugriff: 30.11.2012).

Payne, A. und Issa, R. (2009): The Grasshopper Primer, Second Edition – for version 0.6.0007 (pdf). Verfügbar unter: www.liftarchitects.com/journal/2009/3/25/the-grasshopper-primer-second-edition.html (Zugriff: 01.09.2012).

Schmidt, N. (2004?): Diatom1 (Bilddatei online). Verfügbar unter: http://dtc.pima.edu/blc/183/03_183/step2/images/diatom1.jpg (Zugriff: 03.09.2012).

Siegel, D. (2010): Parametrisierung einer Radiolarie zur bionischen Entwicklung einer Offshore-Gründungsstruktur. Bachelor-Thesis, Hochschule Bremen. Unpubliziert.

Stidolph, S. R. (2011): Coscinodiscus radiatus (Bilddatei online). Verfügbar unter: http://planktonnet.awi.de/index.php?contenttype=image_details&itemid=61089#content (Zugriff: 15.09.2012).

WELA Handelsgesellschaft mbH (2012): Honeycombs & sandwich (Webseite). Verfügbar unter: <http://www.wela-handelsgesellschaft.de/cms/en/node/157> (Zugriff: 26.11.2012).

Danksagung

Hiermit möchte ich mich bei allen Personen und Institutionen, die mich durch die Vergabe, Organisation und Betreuung dieser Bachelorarbeit unterstützt haben, herzlich bedanken.

Ich danke Prof. Dr. Susanna Labisch für die konstruktiven Diskussionen hinsichtlich der Finite-Elemente-Analysen und der Validierung sowohl einzelner Teilaspekte als auch der Arbeit im Ganzen.

Weiterhin gebührt Dr. Christian Hamm und seiner Arbeitsgruppe ein Dank für die Vergabe der Bachelorarbeit, die Anregung, mit dem Thema in einen mir neuen Bereich vorzustoßen, und die Bereitstellung der benötigten Software. Beginnend mit der ersten Themenbesprechung wurde ich in ein kreatives, ideenreiches und menschlich sehr angenehmes Arbeitsumfeld integriert. Bei Fragen jeglicher Art standen meistens gleich mehrere Experten mit nützlichen Ratschlägen zur Seite. Für ihre Hilfe bei der Automatisierung der Konstruktion und Simulation sowie bei der Optimierung danke ich Daniel Siegel, Patrick Haufe und Moritz Maier. Außerdem geht ein Dankeschön an Pjotr Jurkojc für die Unterstützung in Marc Mentat. Allen bereits genannten und noch nicht erwähnten Mitgliedern der Arbeitsgruppe gilt zudem mein Dank für angeregte Diskussionen, motivierende Worte und das Lockern einiger Denkblockaden durch eine kurze Partie am Kickertisch.

Sebastian Kalka möchte ich für seine Korrekturvorschläge danken. Abschließend danke ich Isabelle Ciomber dafür, dass sie immer ein kritisches, offenes Ohr für meine teils noch ungeordneten Gedankenkonstrukte hatte und mir dabei half, die Verständlichkeit dieser Dokumentation zu optimieren.

Anhang

Auf dem angehängten Datenträger befinden sich alle Dateien, die zum Nachvollziehen der Arbeit notwendig sind.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Bachelorarbeit selbstständig und nur unter Benutzung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe und alle Ausführungen, die wörtlich oder sinngemäß übernommen wurden, als solche gekennzeichnet sind. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen und ist auch noch nicht veröffentlicht.

Ich bin mir bewusst, dass eine falsche Erklärung rechtliche Folgen haben wird.

Bremen, 03.12.2012

Unterschrift: