
Kerbspannungsreduzierung durch Geometriemodifikation nach Vorbild pennater Diatomeen

Notch stress decrease due to shape modification
inspired by pennate diatoms

Bachelor-Thesis

Isabelle Ciomber

Matrikel-Nummer: 281596

Abgabe: 08.05.2013

Gutachter:

Prof. Dr. Susanna Labisch

Dr. Christian Hamm

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden Kerbspannungen verschiedener Geometrien nach Vorbild von speziellen Strukturen bei pennaten Diatomeen, den Raphen, untersucht. Dazu sind zwei- und dreidimensionale Modelle, die Platten mit jeweils anderen Kerbgeometrien darstellen, in Simulationen auf Zug oder Druck belastet worden, wobei ein Vergleich der auftretenden Spannungen zwischen einer unmodifizierten Kerbe und den nach biologischem Vorbild konstruierten Kerben vorgenommen wurde. Zusätzlich wurden die Spannungen in der zweidimensionalen Untersuchung an verschiedenen großen Aufbohrungen als Referenz verwendet. Weiterhin wurden in einer Parameterstudie unterschiedlich stark gekrümmte Endungen einer Kerbe untersucht. Die Auswertungen haben ergeben, dass die durch Kerben hervorgerufenen Höchstspannungen nur durch jene Geometrie beeinflusst werden, die an der am stärksten beanspruchten Stelle vorhanden ist. Bei der zweidimensionalen Untersuchung von Strukturen sieben unterschiedlicher Diatomeenarten ergab die abstrahierte Kerbgeometrie nach *Frustulia saxonica* das beste Ergebnis für eine Zug- und Druckbelastung. Die auftretenden Maximalspannungen konnten um 64 bzw. 63 % im Vergleich zur unmodifizierten Kerbe verringert werden und liegen damit geringer als eine Aufbohrung am Kerbende, die die eineinhalbfache Kerbbreite als Radius besitzt. In der Parameterstudie konnte sogar mit einem Kerbmodell, dessen Kerbe um insgesamt $166,2^\circ$ umgelenkt war, eine Verringerung der höchsten Maximalspannung um 66 % erreicht werden. Bei der dreidimensionalen Untersuchung von Verdickungen um die Kerbe stellte sich hingegen das beste Ergebnis bei einer knapp 25-prozentigen Maximalspannungsreduzierung für eine Doppelwulst-Struktur heraus. Die untersuchten Kerbgeometrien besitzen Potenzial in Bauteilen eingesetzt zu werden, in denen Kerben funktions- oder fertigungsbedingt vorhanden sind und bei denen hohe Spannungen an diesen Stellen ein Problem darstellen.

Schlagwörter: *Bionik, Raphe, Frustulia saxonica, Kerbumlenkung, Aufbohrung, Design of Experiments*

Abstract

This study deals with the examination of notch stress of different geometries inspired by particular structures of the pennate diatoms, the raphae. For this purpose, two- and three-dimensional models of a panel with various notch geometries were loaded with tensile or compressive stress and evaluated concerning the stress occurring at an unmodified and a biologically inspired notch. Additionally, the stresses at drilled holes with varying radii at the end of the notch were compared in the two-dimensional examination. Furthermore, the influence of a variedly deflected notch-ending was analyzed in a parameter study. The results showed the maximal stress in a structure caused by notches is only influenced by the geometry of the part bearing the greatest load. In the two-dimensional investigation of structures of seven different diatom species the notch geometry of *Frustulia saxonica* yielded the best results for tensile and compressive stress, where the maximum stress was reduced by 64 and 63 %, respectively, compared to an unmodified notch. With this the geometry reveals lower stress than a drilled hole at the end with a radius of one and a half time the notch-width. In the parameter study the reduction of maximum stress at a notch with a deflecting-angle of $166,2^\circ$ was even higher with 66 % . The best result in the three-dimensional examination of thickening structures around the notch was provided by a double-bead achieving an almost 25 % decrease of the maximum stress. The researched notch geometries possess potential to be applied in structural components, where functional or manufacturing conditioned notches or grooves occur and high stress appears as a problem.

Keywords: *biomimetics, raphe, Frustulia saxonica, notch-deflection, drilled hole, Design of Experiments*

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Bionische Methoden	1
1.2	Diatomeen als Vorbild für Leichtbau	1
1.2.1	Raphentragende Diatomeen	2
1.3	Kerben als Schwachstellen im Bauteil	3
1.4	Reduzierung von Kerbspannungen.....	4
1.5	Finite-Elemente-Methode	6
1.6	Parameterstudie und DoE	6
1.6.1	Parametrisches Konstruieren	7
1.7	Arbeitshypothese	7
2	Material und Methoden	8
2.1	Zweidimensionale Untersuchung von Strukturen ausgewählter Diatomeenarten.....	8
2.1.1	Biologische Vorbilder und Abstraktion	8
2.1.2	Software für die Untersuchung.....	8
2.1.3	Geometrieerstellung in Rhinoceros	8
2.1.4	Modellerstellung in Marc Mentat.....	10
2.1.5	Randbedingungen für die Lastfälle Zug und Druck.....	11
2.2	Zweidimensionale Parameterstudie	12
2.2.1	Software für die Parameterstudie	12
2.2.2	Konstruktion des parametrisch aufgebauten Modells	12
2.2.3	Durchführung der DoE.....	13
2.3	Dreidimensionale Untersuchung von Verdickungen um Kerben.....	14
2.3.1	Biologische Vorbilder und Abstraktion	14
2.3.2	Software für die Untersuchung.....	15
2.3.3	Geometrieerstellung in SolidWorks	15
2.3.4	Modellerstellung in Marc Mentat und Randbedingungen.....	15
2.4	Plausibilitätsanalyse.....	16
2.4.1	Analytische Nachweisrechnung der Maximalspannung	16
2.4.2	Vergleichssimulationen	16
2.4.3	Vergleich des analytischen und simulativen Spannungsverlaufs.....	17

3	Ergebnisse	18
3.1	Plausibilitätsanalyse.....	18
3.1.1	Analytische Nachweisrechnung der Maximalspannung	18
3.1.2	Vergleichssimulationen	18
3.1.3	Vergleich des analytischen und simulativen Spannungsverlaufs.....	19
3.2	Zugbelastung der 2D-Modelle von Strukturen ausgewählter Diatomeenarten	20
3.2.1	Detaillierte Modellbetrachtung	22
3.3	Druckbelastung der 2D-Modelle von Strukturen ausgewählter Diatomeenarten.....	24
3.4	Zweidimensionale Parameterstudie	26
3.5	Zugbelastung der 3D-Modelle mit Verdickungen um Kerben	30
4	Diskussion	31
4.1	Plausibilitätsanalyse.....	31
4.2	Zweidimensionale Untersuchung von Strukturen ausgewählter Diatomeenarten.....	32
4.2.1	Vernetzung bei der FE-Analyse	32
4.2.2	Interpretation der Ergebnisse der Zuglast	33
4.2.3	Interpretation der Ergebnisse der Drucklast.....	34
4.3	Zweidimensionale Parameterstudie	34
4.3.1	Erkenntnisse aus den Ergebnissen.....	35
4.4	Dreidimensionale Untersuchung von Verdickungen.....	37
4.5	Fazit	38
4.6	Bionische Umsetzung	39
4.7	Ausblick.....	39
5	Quellen	40
5.1	Literaturverzeichnis	40
5.2	Sonstige Quellen.....	42
	Danksagung.....	I
A	Anhang	II
A.a	Formzahl	II
A.b	Datenträger	II

1 Einleitung

1.1 Bionische Methoden

Die Natur dient der Technik in vielerlei Hinsicht als Vorbild. In der Wissenschaftsdisziplin „Bionik“ werden die Errungenschaften der biologischen Evolution systematisch erforscht sowie hinsichtlich ihrer Verwertbarkeit im technischen Bereich überprüft und angewandt (Nachtigall 2002). Eine mögliche Arbeitsmethode der Bionik nennt sich „Top-Down“, wobei ausgehend von einem technischen Problem nach möglichen Vorbildern in der Biologie geforscht wird und diese anschließend analysiert werden. Für eine Umsetzung von Prinzipien aus der Natur in die Technik sind jedoch mehrere Abstraktions- und Modifikationsschritte zwingend notwendig. Eine andere Vorgehensweise ist im „Bottom-Up“-Prinzip verwirklicht, wonach zunächst in der Biologie eine für die Technik vielversprechende Konstruktion, ein Verfahren oder ein Entwicklungsprinzip entdeckt wird. Anschließend findet ein Abstraktionsprozess statt und eine technische Anwendung wird aus dem biologischen Prinzip entwickelt (Kesel 2011).

Ein spezielles Verfahren im Bereich des Strukturleichtbaus, welches die Top-Down- und Bottom-Up-Prinzipien verwirklicht, ist das ELiSE-Verfahren (Evolutionary Light Structure Engineering), für das die Schalen vielfältiger mariner Planktonorganismen als voroptimierte Strukturen für jegliche Leichtbaukonstruktionen dienen. Weitere bionische Optimierungsverfahren wie SKO (Soft Kill Option) und CAO (Computer Aided Optimization) werden zusätzlich angewandt, um eine besonders gute Anpassung an einen vorgegebenen Lastfall zu erreichen (Hamm *et al.* 2008), und haben sich bereits etabliert. Hierbei wird über Spannungsanalysen mithilfe eines FEM-Programms (Finite-Elemente-Methode) eine Topologieoptimierung (SKO) oder Formoptimierung (CAO) vorgenommen (Baumgartner *et al.* 1992; Mattheck 1990). Mit dem ELiSE-Verfahren wurden unter anderem bereits Offshore-Gründungsstrukturen (Niebuhr 2009; Siegel 2010), ein Stützverband in offener Bauweise (Hamm *et al.* 2007) und eine Autofelge (Hamm 2006) entwickelt.

1.2 Diatomeen als Vorbild für Leichtbau

Kieselalgen, sogenannte Diatomeen, treten in mannigfaltigen, den Menschen aufgrund der Symmetrie und Komplexität faszinierenden Gestalten auf. Derzeit geht man von der Existenz von 100.000 limnischen und marinen Arten aus (Round *et al.* 1990). Diese Einzeller, die in ihrer Größe von 5 bis 500 μm variieren (Hürlimann *et al.* 2007), besitzen eine sehr stabile, silifizierte Zellhülle, Frustel genannt, die aus zwei Schalenhälften aufgebaut und mit einem Panzer vergleichbar ist, da sie hohe Spannungen von 7 N mm^{-2} ertragen kann, was einer Last von 700 Tonnen auf einem Quadratmeter entspricht (Hamm *et al.* 2003). Auf diese Weise schützen sie sich vor Fressfeinden, zum Beispiel den Copepoda (Ruderfußkrebse), die mit ihren Mandibeln versuchen die Schalen der Diatomeen zu durchbrechen (Hamm *et al.* 2003).

Das Biomineral dieser Schale hat jedoch eine höhere Dichte als Wasser und um ein Absinken in lichtarme Wassertiefen zu verhindern sind diverse Leichtbauprinzipien in der Zellhülle verwirklicht (Hamm 2005).

Durch die Anpassung an die Umwelt und das stetige Wettrüsten mit den Fressfeinden im Laufe der Evolution entwickelte sich eine optimierte Zellhülle der Diatomeen, womit eine ausbalancierte Kombination aus Stabilität, Leichtgewicht und darüber hinaus auch noch Permeabilität geschaffen wurde. Dies sowie die enge Verknüpfung von Funktionalität und Design machen Diatomeen zu einem interessanten Vorbild für die Technik (Hamm *et al.* 2003; Hamm 2005).

1.2.1 Raphentragende Diatomeen

In der Ordnung der pennaten Diatomeen, welche stab- oder schiffchenförmig sind, wird zwischen raphentragenden und nicht raphentragenden Diatomeen unterschieden. Als Raphen werden die zwei hintereinanderliegenden, longitudinalen Schlitze in der Valve, dem Schalendeckel, bezeichnet (Abbildung 1.1), die häufig mittig verlaufen und eine vollständige Durchbrechung der Zellhülle darstellen (Round *et al.* 1990).

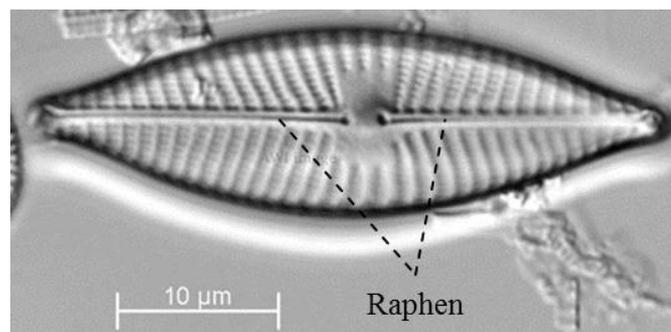


Abbildung 1.1: In der Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme (REM) von *Navicula menisculus*, einer pennaten Diatomeenart, sind über die Längsachse von ca. 40 µm Länge die zwei Raphen zu erkennen (verändert nach AWI 2013).

Sie dienen als Fortbewegungsorganell, denn aus der Raphe können, so eine Theorie, Mikrofilamente herausgeführt werden, die eine Lokomotion ermöglichen (Edgar, Zavortink 1983). Mechanisch gesehen bieten Raphen der harten Zellhülle jedoch nur Nachteile, da sie wie Kerben wirken und somit als potentielle Bruchstellen gelten. Diatomeen scheinen daher Strukturen entwickelt zu haben, welche durch Raphen hervorgerufene Schwachstellen in ihrem Panzer vermeiden (Hamm 2005). Es können verschiedene Geometrien der Raphen bei einer Vielzahl von Diatomeenarten beobachtet werden, wobei besonders die Endungen, die terminalen Raphen, unterschiedlich ausgeprägt sind. Diese können sowohl linear als auch T- oder V-förmig verlaufen sowie unterschiedliche Krümmungen aufweisen (Abbildung 1.2).

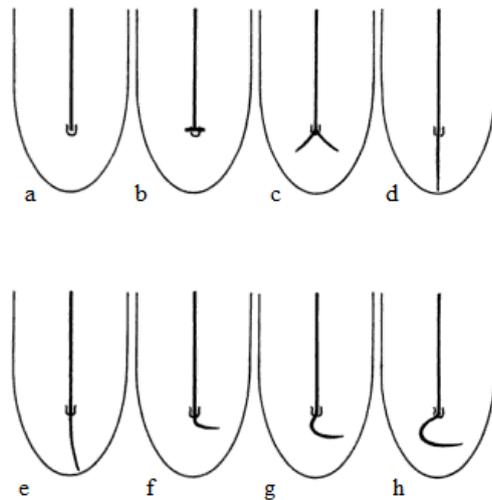


Abbildung 1.2: Unterschiedliche terminale Raphengeometrien der Außenschale: (a) nicht vorhanden, (b) quer-verlaufend T-förmig, (c) aufgefächelt V-förmig, (d) gerade, (e) leicht gebogen, (f) gebogen, (g) hakenförmig, (h) stark hakenförmig (Round *et al.* 1990).

Es ist nun anzunehmen, dass im Laufe der Evolution diese mögliche Schwachstelle optimiert und damit an die gesamte Gestalt der Frustel und sämtliche Belastungen angepasst wurde. Schon 1979 stellten Pickett-Heaps *et al.* die Hypothese auf, dass diese Formen nicht nur wachstumsbedingt entstanden sind, sondern auch das Risiko des longitudinalen Durchbrechens der Schale durch unterschiedliche Belastungen verringert wird (Round *et al.* 1990). Hamm und Smetacek (2007) haben neben diesen unterschiedlichen Arten der Umbiegung der Raphenenden ebenfalls Verrundungen und Verstärkungen betrachtet, die Diatomeen hauptsächlich am inneren Ende ihrer Raphen besitzen. Auf der Innenseite der Schale können diese Strukturen ebenfalls an den äußeren Enden beobachtet werden (Abbildung 1.3).

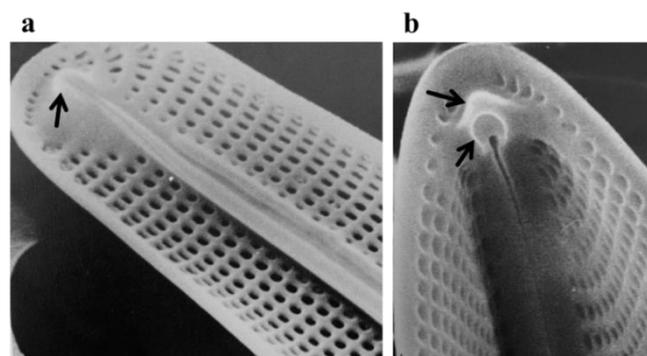


Abbildung 1.3: In den REM-Aufnahmen der Innenansicht der Schalen von *Gyrosigma hippocampus* (a) und *Donkinia carinata* (b), in denen kein Maßstab angegeben ist, sind Verdickungen um das Ende der Raphen zu erkennen (schwarze Pfeile). In a ist ein einzelner Wulst zu erkennen und in b scheint es sich um zwei hintereinander liegende zu handeln (verändert nach Round *et al.* 1990).

1.3 Kerben als Schwachstellen im Bauteil

Jedes Material kann nur eine bestimmte maximale Druck- und Zugspannung ertragen. Dabei gilt, wenn in einem einzelnen Bereich dieser Maximalwert überschritten wird, führt dies zum Versagen der gesamten Struktur, wobei häufig Risse oder Kerben zu den Ursachen zählen (Hamm 2005). Diese stellen Querschnittsverringerungen des Bauteils dar und bewirken, dass

die Spannungen in diesen Bereichen stark erhöht sind, was aus einem umgelenkten Kraftfluss resultiert. Die Kraftflusslinien konzentrieren sich aufgrund der Umlenkung am Kerbgrund, wodurch sogenannte Kerbspannungen auftreten, die ein Merkmal der Kerbwirkung darstellen (Mattheck 2006a). Die Art der Belastung, Zug, Druck, Scherung oder Torsion, und die Belastungsrichtung sind dabei ebenso ausschlaggebend für die auftretenden Spannungen wie die Unstetigkeit der Form oder des Werkstoffs. Beispielsweise ist bei einer in Zugrichtung ausgerichteten Kerbe der Anteil der umgelenkten Kraft wesentlich geringer und damit die Maximalspannung nicht so hoch wie in einer Kerbe senkrecht zur Zugrichtung. Am Beispiel des Kreislochs in einer Scheibe (Abbildung 1.4) lässt sich der Kraftfluss und der Ort der auftretenden Kerbspannungen darstellen, wobei die Zugrichtung bei dieser Geometrie keine Rolle spielt (Mattheck 2003). Höchstspannungen treten im Bereich der parallel zur Zugrichtung verlaufenden Lochrandtangentialen auf (Radaj, Schilberth 1977).

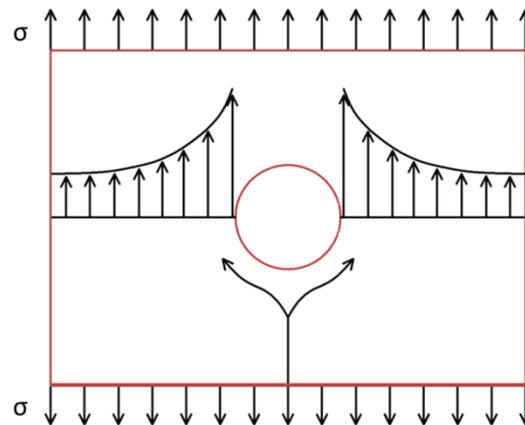


Abbildung 1.4: Dargestellt ist eine auf statischen Zug mit einer Spannung σ belastete Scheibe mit Kreisloch. Die Kraftflusslinien werden um das Kreisloch herumgeleitet, wodurch rechts und links vom Kreisloch erhöhte Spannungen auftreten, die in weiterer Entfernung jedoch wieder absinken (verändert nach Mattheck 2006a).

Für klassische Maschinenelemente wurden bereits umfangreiche Kerbspannungsnachweise durchgeführt (Radaj, Schilberth 1977). Jedoch ist es nach dem Axiom konstanter Spannung (Mattheck 2003) bei Bauteilen, in denen Schlitze funktionsbedingt vorhanden sein müssen, stets erstrebenswert die Gestalt so zu verbessern, dass Kerbspannungen möglichst gering ausfallen. Auf diese Weise kann verhindert werden, dass ein Versagen an der Kerbe eintritt oder, dass das Bauteil in der Konstruktion überdimensioniert wird (Mattheck 2006a). Dazu können unterschiedliche Kerbgeometrien konstruiert und anschließend die mechanische Belastung simuliert werden, wodurch sich Maximalspannungen und der Spannungsgradient berechnen lassen (Heim 2005).

1.4 Reduzierung von Kerbspannungen

Die Konzentration der Spannung im Kerbbereich lässt sich mit einem Überhöhungsfaktor, der Kerbformzahl α_k , ausdrücken, welcher das Verhältnis von Kerbhöchstspannung σ_{max} , resultierend aus überlagerten Biegespannungen, zur Nennspannung σ_{nenn} beschreibt. Die Nennspannung ergibt sich aus der Zugspannung und der kerbbedingten Querschnittsverringering

und liegt damit höher als die angelegte Spannung. Die Formzahl beschreibt einen spezifischen Wert, der von den Querabmessungen, dem Kerbradius sowie dem Belastungsfall abhängig ist und bei einem Wert von eins sein Optimum aufweist, da somit die Maximalspannung gleich der Nennspannung ist (Mattheck 2006a; b). Eine plötzliche, starke Umlenkung der Kraftflusslinien, wie beispielsweise bei einem geringeren Kerbradius, hat eine Erhöhung der Spannungsspitze zur Folge (Radaj, Schilberth 1977). Geschieht die Umlenkung der Kraft etappenweise, zum Beispiel durch Einfügen von Entlastungskernen in Form von Kreisbohrungen in Zugrichtung über und unter der Kerbe, oder wird das Ende der Kerbe aufgebohrt, sodass der Krümmungsradius vergrößert wird, kann die Maximalspannung deutlich verringert werden (Mattheck 2003). Für das Generieren einer optimalen Kerbform ist es wichtig zu verstehen, dass Optimierung immer mit einer Spezialisierung einhergeht. Für Kerben bedeutet dies, dass sie durch Modifikation der Form oder durch Einfügen von Verstärkungen, beispielsweise durch Sicken, an eine bestimmte Belastungsart, zum Beispiel statischen Zug, in einem speziellen Bauteil angepasst werden (Wissner 2010).

Mit der CAO-Methode wurden bereits eine Vielzahl von Kerben optimiert, wie zum Beispiel die Kerbkontur an Wellenschultern, woraus wichtige Erkenntnisse gezogen wurden und eine geometrische Charakterisierung erstellt werden konnte (Scherrer 2004).

Mattheck (2006a; b) entwickelte nach Vorbild der Natur für den Lastfall Zug die Methode der Zugdreiecke, wodurch ohne Verwendung eines Computers eine Kerbformoptimierung zum Beispiel an Balkenschultern vorgenommen werden kann. Sinn dahinter ist eine sukzessive Umlenkung der Kraft durch Einfügen von symmetrischen Überbrückungen an den Kerben, die praktisch mit einem Geodreieck vorgenommen werden können (Abbildung 1.5). Das erste Zugdreieck wird in einem 45° -Winkel eingebracht, was gegenüber dem 90° Winkel der Balkenschulter schon eine erhebliche Spannungsverringering erbringt. Der 45° -Winkel resultiert aus dem Winkel der Hauptzugspannung, die sich aus Quer- und Längsschub ergibt, was Mattheck mit der Methode der Schubvierecke erläutert.

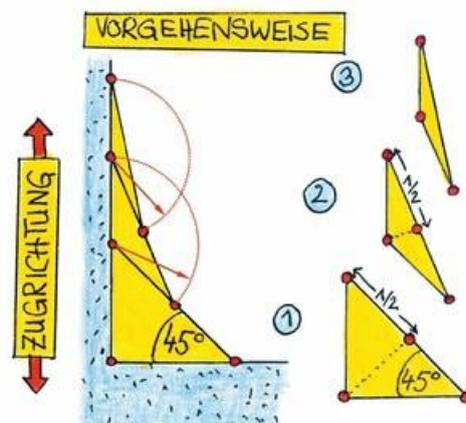


Abbildung 1.5: Die Methode der Zugdreiecke wird angewendet, um Spannungen an Kerben wie zum Beispiel bei Balkenschultern zu verringern. Dazu werden gleichschenklige Dreiecke (1,2 und 3) nacheinander eingefügt, wobei das erste einen Basiswinkel von 45° besitzt. Nur die obere neu entstandene Kerbe muss dann wiederum mit einem weiteren Zugdreieck ausgestattet werden. Die untere neu auftretende Kerbe muss für diesen spezifischen Lastfall nicht weiter bearbeitet werden (Mattheck 2006b).

Inspiziert von mehreren Muschelarten, die radiale Verdickungsrippen besitzen, wurde bereits eine Möglichkeit entwickelt, eine Rissausbreitung zu verhindern, indem längs zur Belastungsrichtung Wülste auf die Struktur vor den Riss aufgebracht werden (Wissner 2010). Eine weitere Möglichkeit zum Stoppen bestehender Risse ist die gezielte Umlenkung. Mit der Methode der Zugdreiecke wurden dazu optimierte Querslitze eingebracht (Mattheck *et al.* 2008; Wissner 2010).

1.5 Finite-Elemente-Methode

Die FEM stellt ein numerisches Berechnungsverfahren dar, welches unter anderem die Simulation von mechanischen Spannungen und Verformungen in Festkörpern ermöglicht, indem diese in eine endliche Anzahl geometrisch einfacher Elemente zerlegt werden. Mit Hilfe dieser Methode und dem rechnergestützten Konstruieren in einem CAD-Programm (Computer Aided Design) wird die Möglichkeit geboten potentielle Lösungen für technische Probleme in Simulationen zu testen, anstelle von einer Durchführung aufwändiger und zahlreicher Versuche. Bei einer Detailanalyse können zum Beispiel Spannungsspitzen untersucht und Variationen der Konstruktion vorgenommen werden, sodass Empfehlungen zur Optimierung gegeben werden können (Meinken 2001).

In Abhängigkeit von der Geometrie und Belastungsart sind zwei- oder dreidimensionale Elemente erforderlich, die beliebige Größen besitzen können. Nach Bestimmung der Materialeigenschaften sowie Randbedingungen berechnet der Gleichungslöser aus der Steifigkeit und den äußeren Kräften die Verschiebungen, woraus Dehnungen und Spannungen in der Geometrie ermittelt werden (Klein 2010).

1.6 Parameterstudie und DoE

Die Umsetzung einer auf FEM basierenden Parameterstudie kann mit einer statistischen Versuchsplanung (DoE: Design of Experiments) vorgenommen werden. Die DoE beschreibt Versuche oder Simulationen, in denen durch gezielte Änderungen der Eingabewerte, die voneinander unabhängige Variablen darstellen, der Wirkzusammenhang zu den Ausgabewerten erkennbar wird (Altair 2011). Es besteht die Möglichkeit mehrere Faktoren gleichzeitig zu untersuchen und festzustellen, welche Faktoren den größten Einfluss auf das Ergebnis haben. Eine statistische Methode zur zufälligen Stichprobenerzeugung nennt sich LHS (Latin Hypercube Sampling). Dazu wird der Wertebereich der n Variablen in r Intervalle gleicher Wahrscheinlichkeit zerlegt, wobei pro Intervall nur eine Stichprobe entnommen wird. Im folgenden Beispiel werden zwei Variablen (X_1 und X_2) für vier verschiedene Versuche miteinander kombiniert, weshalb jeder Faktor in vier gleiche Intervalle (Ebenen) geteilt ist (Tabelle 1.1). Aus diesen r^n Möglichkeiten werden vier Kombinationen ausgewählt (Altair 2011).

Tabelle 1.1: Stichprobenerzeugung mit der Methode Latin Hypercube Sampling (LHS). Es sollen vier Kombinationen ($r = 4$) getestet werden, wofür der Wertebereich der zwei Variablen ($n = 2$) in r Intervalle (Ebenen) geteilt wird, aus denen jeweils eine Stichprobe entnommen wird.

Variablen	X_2				
	Ebenen	a	b	c	d
X_1	a				x
	b	x			
	c			x	
	d		x		

1.6.1 Parametrisches Konstruieren

Bei der Erstellung von mehreren CAD-Modellen, die sich jeweils in nur einzelnen, bekannten Aspekten unterscheiden, ist es von erheblichem Vorteil das Modell parametrisch zu konstruieren, weil auf diese Weise variable Größen einstellbar sind. Mit der Änderung einzelner Werte, zum Beispiel einer Kantenlänge, kann so eine Vielzahl von unterschiedlichen Modellen erstellt werden, wobei stets nachvollziehbar bleibt, welche Eingabewerte zu der geometrischen Veränderung geführt haben (Vajna *et al.* 2009). Diese Art von Modellen kann in einer DoE hinsichtlich eines bestimmten Aspekts untersucht werden, wobei die Parameter des Modells die Eingabevariablen darstellen.

1.7 Arbeitshypothese

In dieser Arbeit wird die Reduktion der auftretenden Maximalspannungen an unterschiedlichen Kerbgeometrien nach Vorbild der Raphen pennater Diatomeen untersucht. Gegenübergestellt werden die Spannungen an unmodifizierten Kerben und solcher, deren Enden mit konventionellen Aufbohrungen versehen wurden. Es werden aus der Technik bekannte Lastfälle ausgewählt und geprüft, ob die Raphengeometrien hinsichtlich der Kerbspannung einen positiven Effekt bei unterschiedlichen Belastungen besitzen und somit die Wahrscheinlichkeit des Versagens der Struktur verringert wird. Das Raphendesign könnte somit als Vorbild für technische Anwendungen dienen, in denen Aussparungen oder Risse funktionsbedingt nicht vermeidbar sind.

Diese Arbeit bearbeitet nicht das Thema der Bruchmechanik, da allein die Maximalspannungen und eine Verringerung dieser betrachtet werden sollen. Daraus folgt, dass Kerben nicht wie Risse behandelt werden und einen Radius gegen Null in der Spitze besitzen, sondern dass alle Kerben an ihrem Ende stets verrundet sind.

2 Material und Methoden

In zwei- und dreidimensionalen Untersuchungen wurden abstrahierte Raphengeometrien von unterschiedlichen Arten pennater Diatomeen hinsichtlich ihrer Kerbspannungen untersucht und zusätzlich eine Parameterstudie durchgeführt, in welcher der Einfluss einer Kerbumlenkung auf die Spannungen geprüft wird.

2.1 Zweidimensionale Untersuchung von Strukturen ausgewählter Diatomeenarten

2.1.1 Biologische Vorbilder und Abstraktion

Im ersten Schritt der zweidimensionalen Untersuchung von Strukturen ausgewählter Diatomeenarten wurde jeweils ein Individuum sieben verschiedener Arten pennater Diatomeen ausgewählt, deren terminale Raphen unterschiedliche geometrische Eigenschaften aufweisen, die bezüglich ihrer spannungsreduzierenden Wirkung untersucht werden sollten: *Navicula menisculus*, *Navicula tripunctata*, *Pleurosigma angulatum*, *Gyrosigma hippocampus*, *Frustulia saxonica*, *Frickea lewisiana* und *Neidum affine*. Dazu dienten Rasterelektronenmikroskop-Aufnahmen (REM) von Round *et al.* (1990) sowie Helmcke und Krieger (1961) als Vorlage. Die komplexe, dreidimensionale Geometrie der jeweiligen Raphe wurde für diese Untersuchung in eine zweidimensionale Struktur abstrahiert und hinsichtlich auftretender Kerbspannungen bei unterschiedlichen, technischen Belastungsfällen untersucht.

2.1.2 Software für die Untersuchung

Mit der CAD-Software Rhinoceros® 4.0 SR 9 (McNeel North America, Seattle, USA) wurden die einzelnen zu untersuchenden zweidimensionalen Geometrien konstruiert, welche für die Finite-Elemente-Analyse in die Software Marc Mentat® 2010 (MSC.Software, Santa Ana, USA) importiert wurden. Im Programmteil Mentat wurde die Modellerstellung vorgenommen und der Gleichungslöser Marc berechnete die zur Prüfung der Arbeitshypothese benötigten Spannungen, welche in der Nachbereitung in Mentat für die visuelle Darstellung aufbereitet wurden.

2.1.3 Geometrieerstellung in Rhinoceros

Im ersten Schritt sind zweidimensionale Platten mit einer Länge von 100 mm und Breite von 50 mm konstruiert worden, in denen anschließend unterschiedliche Kerbgeometrien eingefügt wurden. Der Begriff der Platte meint in dieser Beschreibung nicht die mechanischen Eigenschaften dieser, sondern dient allein der Beschreibung eines flächigen Bauteils. Alle Schlitzreihen reichen mittig vom oberen Plattenrand bis zur Hälfte in die Platte hinein. Das Modell einer unmodifizierten Kerbe, welche 25 mm Länge und 2 mm Breite misst und deren Ende durch einen Kreisbogen mit einem Radius von 1 mm definiert wurde, dient als Referenz zu den biologisch inspirierten Kerben. Zwei weitere Plattenmodelle, deren Kerben mit unterschiedlich großen Aufbohrungen mit einem Radius von 2 mm bzw. 3 mm versehen wurden, repräsentie-

ren die technische Variante zur Kerbspannungsminderung und dienen ebenfalls als Vergleichsobjekte (Abbildung 2.1).

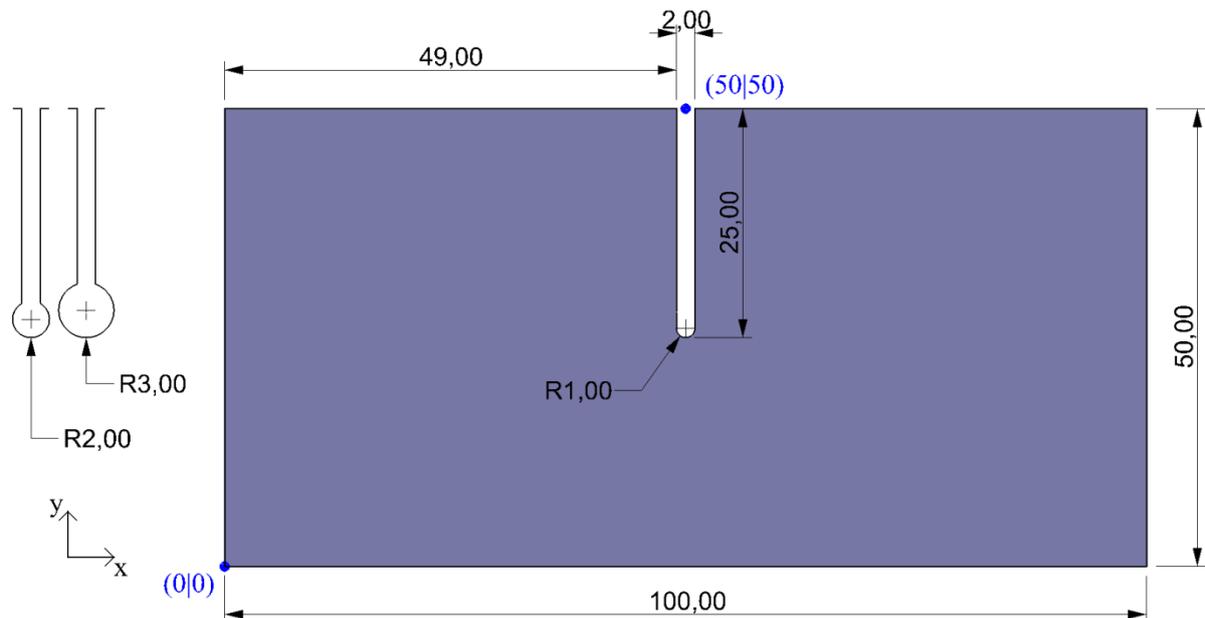


Abbildung 2.1: Die zweidimensional konstruierte Platte mit den dargestellten Bemaßungen (in mm) besitzt mittig eine Kerbe, deren Mittellinie in der Koordinate (50/50) beginnt und die genau bis zur Hälfte in die Platte hineinragt. Die Platte liegt mit ihrer linken unteren Ecke im Koordinatenursprung. Dargestellt sind die unmodifizierte Kerbform sowie links zwei Kerben mit unterschiedlich großen Aufbohrungen am Ende.

Alle am biologischen Vorbild orientierten Kerbgeometrien besitzen einen geradlinigen Kerbabschnitt im oberen Teil der Platte und einen anschließenden individuellen Teilbereich. In der Erstellung des individuellen Kerbabschnitts wurden die terminalen Raphen der Diatomeen manuell als zweidimensionale Splines, Polynomzüge dritten Grades, abstrahiert. Hierbei wurde der terminale Raphenabschnitt als jener Teil definiert, der hinter der linear verlaufenden Raphe liegt und eine gekrümmte Geometrie aufweist, sich lokal vergrößert oder aufgliedert. Ein Spline stellt die Mittellinie der Kerbe dar, deren Aussparung erzeugt wurde, indem beidseitig mit einem Abstand von 1 mm Parallelkurven erzeugt wurden. Bei besonders starken Krümmungen des Splines mussten in den Parallelkurven entstandene Knicke zu Rundungen modifiziert werden. Das Ende einer Kerbe wurde, sofern bei der Diatomee keine Aufweitungen, d. h. lokale Vergrößerungen der Kerbbreite, zu erkennen waren, mit einem Kreisbogen mit einem Radius von 1 mm abgeschlossen. Die nachgebildete terminale Raphengeometrie wurde passend platziert, sodass die Kerbe genau 25 mm, die Hälfte der Plattenbreite, in die Platte hineinragt und ein stetiger Übergang zum geraden Kerbabschnitt vorliegt. Exemplarisch für die Modellerstellung ist in Abbildung 2.2 die Kerbgeometrienachbildung von *N. menisculus* veranschaulicht.

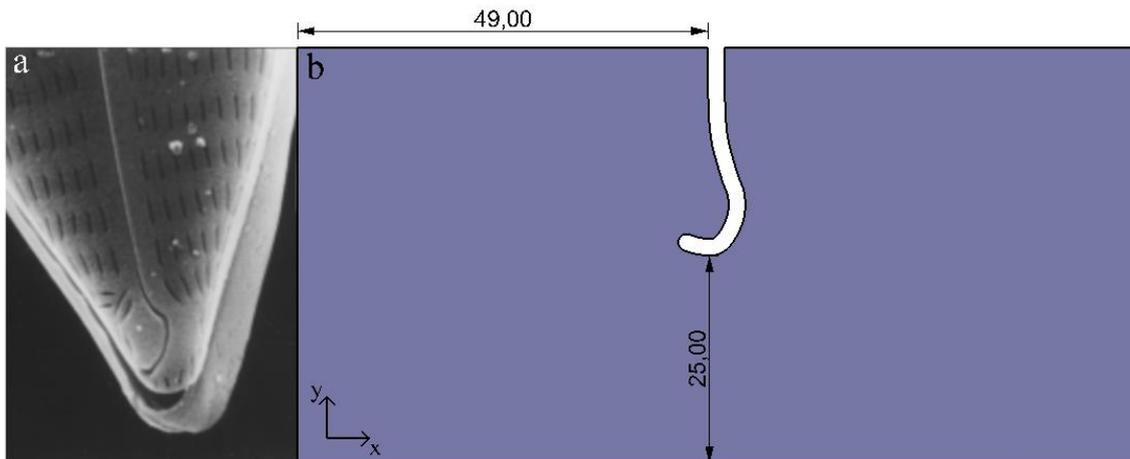


Abbildung 2.2: In Teilabbildung **a** ist die REM-Aufnahme der terminalen Raphe von *N. menisculus* gezeigt, die als Vorbild für die Geometrie in **b** diente. Die Aufnahme wurde aus Round *et al.* (1990) entnommen, wobei kein Maßstab angegeben ist. Teilabbildung **b** stellt die Platte mit der Kerbe der nachgebildeten Raphengeometrie mit einigen Bemaßungen (in mm) dar. Die Kerbe ist am oberen Plattenrand zentriert und ragt bis zur Hälfte in die Platte hinein.

Die terminalen Raphen von *N. menisculus* und *N. tripunctata* besitzen zwei unterschiedliche Krümmungsrichtungen. In Abbildung 2.2. ist am Beispiel der Raphennachbildung von *N. menisculus* zunächst eine Links- und anschließend eine Rechtskrümmung mit abschließendem Haken zu erkennen. Die drei untersuchten Arten *F. lewisiana*, *F. saxonica* sowie *N. affine* besitzen eine sich auflösende Raphe. Für das Modell von *F. lewisiana* wurden abweichend zu den anderen Modellen an den Kerbenden Radien von 1,5 gewählt, da hier Aufweitungen am Ende der Raphe zu beobachten sind. Die terminale Raphengeometrie von *P. angulatum* und *G. hippocampus* ist nur in eine Richtung gekrümmt. Alle erstellten Geometrien wurden als IGS-Datei exportiert.

2.1.4 Modellerstellung in Marc Mentat

Die konstruierten Geometrien wurden in Marc Mentat unter Einsatz eines Makros weiter bearbeitet und in finite Elemente zerlegt. Die Elementkantenlänge der Viereckselemente (Quad4) wurde am Platten- und Kerbrand mit 0,2 mm bestimmt, sodass das gesamte Modell überwiegend gleichmäßig fein vernetzt ist. Die Modelle sind somit jeweils aus etwa 130.000 Elementen aufgebaut, die als zweidimensionale Schalenelemente (Typ 75) definiert wurden. Die Dicke der Platte ergibt sich aus der Bedingung der maximalen Dicke der Schalenelemente, die auf ein Fünftel der Elementkantenlänge beschränkt ist (Klein 2010). Dadurch resultiert für die Modelle der Simulationen eine Plattenstärke von 0,01 mm. Die Rechnung wurde dreidimensional durchgeführt, wobei fünf Integrationsebenen über die Plattendicke bestimmt sind. Exemplarisch wurde isotropes Material mit den Eigenschaften von hochfestem Baustahl (Werkstoffnummer 1.8905) bei Raumtemperatur mit dem Elastizitätsmodul $210.000 \text{ N mm}^{-2}$ und der Querkontraktionszahl $\nu = 0,3$ nach dem VDI-Wärmeatlas (2006) verwendet.

2.1.5 Randbedingungen für die Lastfälle Zug und Druck

Die insgesamt zehn unterschiedlichen Modelle wurden mit zwei verschiedenen Lastfällen hinsichtlich ihrer maximal auftretenden Von-Mises-Vergleichsspannung, die in Gleichung 2.1 für den allgemeinen Spannungszustand definiert ist (Hibbeler, Wauer 2007), untersucht.

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y - \sigma_x \cdot \sigma_z - \sigma_y \cdot \sigma_z + 3 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)} \quad (2.1)$$

mit:

σ_v ... Vergleichsspannung nach von Mises in N mm^{-2}

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$... Normalspannungen in unterschiedliche Koordinatenrichtungen in N mm^{-2}

$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$... Schubspannungen in unterschiedliche Koordinatenrichtungen in N mm^{-2}

Für den Lastfall Zug liegt eine Belastung in der Ebene vor, weshalb es sich bei mechanischer Betrachtungsweise um eine Platte handelt. Beim Lastfall Druck hingegen liegt eine Belastung senkrecht zur Ebene vor und daher ist das Objekt mechanisch betrachtet eine Platte. Den geometrischen Eigenschaften zur Folge wird aber auch weiterhin bei allen Lastfällen nur der Begriff Platte verwendet.

Die Einspannung der Platte wurde an der linken Kante vorgenommen, wobei alle Randknotenpunkte gegen Verschiebung in x- und z-Koordinatenrichtung gelagert wurden und lediglich der Knotenpunkt der linken unteren Ecke in y-Richtung gelagert ist (Abbildung 2.3). An der rechten Plattenkante wurde das Modell mit einer Kantenlast von $0,01 \text{ N mm}^{-1}$ in positive x-Koordinatenrichtung belastet, welche einer Kraft von $0,5 \text{ N}$, berechnet aus $0,01 \text{ N mm}^{-2}$ multipliziert mit 50 mm , entspricht.

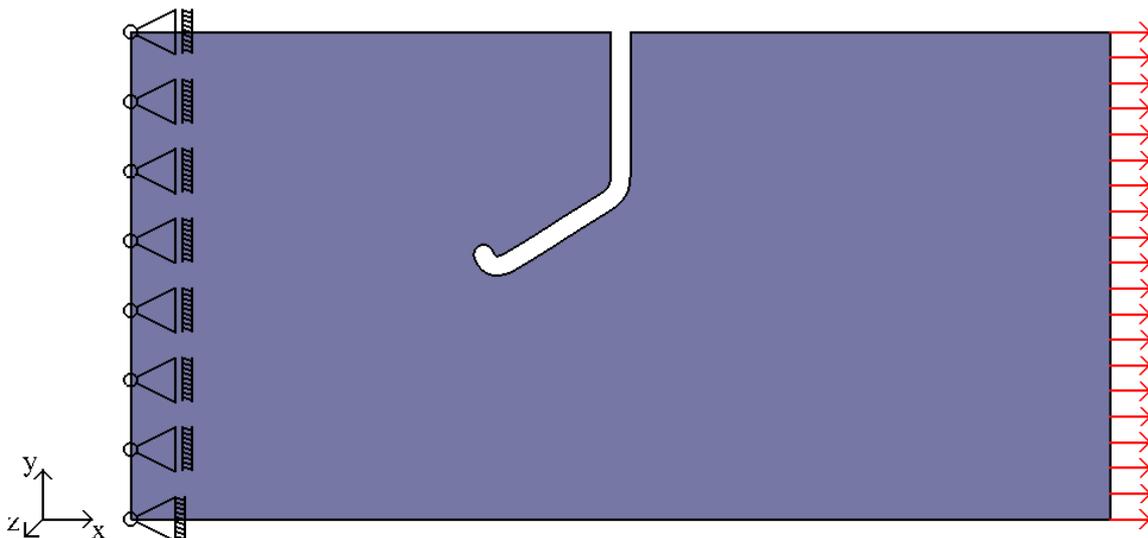


Abbildung 2.3: Die Platte mit Kerbgeometrie nach *G. hippocampus* ist an der linken Seite an den Knotenpunkten der Elemente in x- und z-Richtung gelagert sowie an der unteren linken Ecke ebenfalls in y-Richtung. An der rechten Kante wird die Platte mit $0,01 \text{ N mm}^{-1}$ in positive x-Koordinatenrichtung belastet.

Das Ausüben einer Druckkraft senkrecht zur Platte geht mit einer Lagerung der rechten und linken Plattenseite einher. Dazu wurden alle Randknotenpunkte dieser Kanten gegen Verschiebung in x- und z-Koordinatenrichtung und ein Knotenpunkt ebenfalls in y-Richtung eingespannt und eine Rotation zugelassen. Die Flächenlast von $0,01 \text{ N mm}^{-2}$ wurde auf ein Element gegeben, welches den Koordinatenpunkt (50|15|0) einschließt (Abbildung 2.4). Da die Elemente eine Kantenlänge von ca. 0,2 mm besitzen, wird etwa eine Fläche von $0,04 \text{ mm}^2$ belastet.

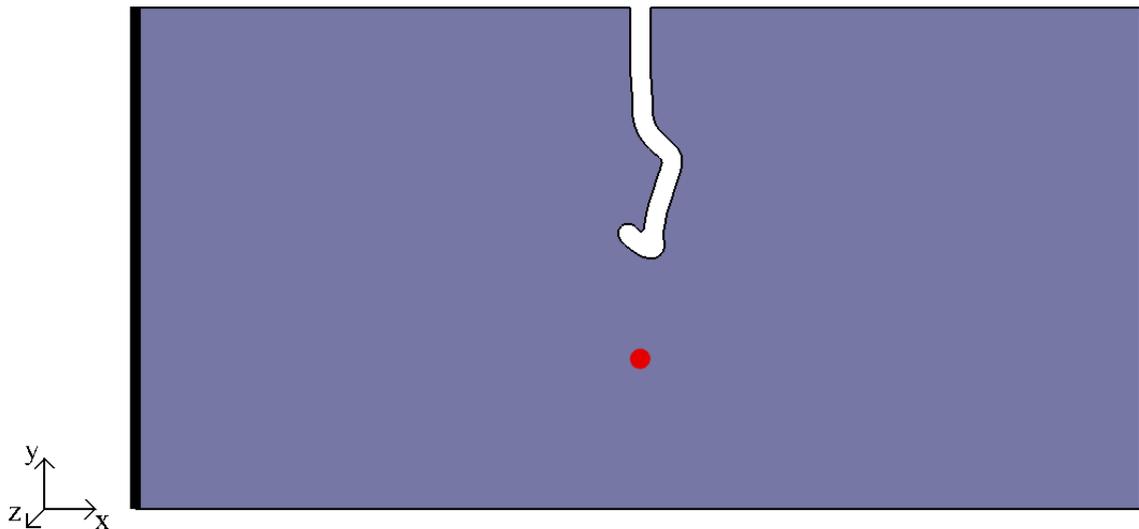


Abbildung 2.4: Die Platte mit Kerbgeometrie nach *N. tripunctata* ist, symbolisiert durch die dicke, schwarze Kantenmarkierung, an der linken und rechten Seite an den Knotenpunkten der Elemente in x- und z-Richtung gelagert sowie an der unteren linken Ecke ebenfalls in y-Richtung. Die rote Markierung zeigt die Stelle, an der die Druckbelastung von $0,01 \text{ N mm}^{-2}$ senkrecht zur Platte auf ein Element mit einer Fläche von ca. $0,04 \text{ mm}^2$ aufgebracht wird.

Als Ergebnis der Simulationen wurde für jedes Modell die Maximalspannung analysiert sowie ein Ergebnisbild erstellt, das die Von-Mises-Vergleichsspannung als interpolierte Knotenspannungen in einer Farbdarstellung abbildet. Bei dem Lastfall Druck wird die Spannung der obersten Integrationsebene betrachtet.

2.2 Zweidimensionale Parameterstudie

2.2.1 Software für die Parameterstudie

Für die Konstruktion eines parametrisch aufgebauten Modells in Rhinoceros® wurde das Zusatzmodul Grasshopper® 0.9.0014 (McNeel North America, Seattle, USA) verwendet. Der für die DoE benötigte Versuchsplan wurde mithilfe der Software Altair® HyperStudy® (Altair Engineering, Troy, USA) aufgestellt.

2.2.2 Konstruktion des parametrisch aufgebauten Modells

Die Modelle dieser Studie wurden mit unterschiedlichen Kerbgeometrien konstruiert, die nur eine Krümmungsrichtung und eine konstante Kerbbreite von zwei Millimetern besitzen. Die Konstruktion wurde ähnlich wie bei den bereits zuvor erstellten Modellen vorgenommen (Ka-

pitel 2.1.3), mit dem Unterschied, dass die Platte links und rechts um jeweils 0,2 mm kürzer konstruiert und anstelle der Splines vier tangential ineinander übergehende Kreisbögen definiert wurden, die jeweils im Winkel und Radius variabel sind (Abbildung 2.5). Jeder Bogen kann einen Radius von 1,1 bis 20 mm und einen Winkel von 0 bis 60° annehmen, womit die Kerbe einen maximalen Winkel von 240° aufweist. Weiterhin wurde für jedes erstellte Modell die Länge der Kerbmittellinie (l), die maximale x-Koordinate der Kerbe (x_1) und die x-Koordinate des Kerbtiefpunkts (x_2) ermittelt. Beispielsweise sind für eine gerade Kerbe ohne Krümmung am Ende die x-Koordinaten mit $x_1 = x_2 = 50$ und $l = 25$ mm definiert (Abbildung 2.1 und Abbildung 2.5).

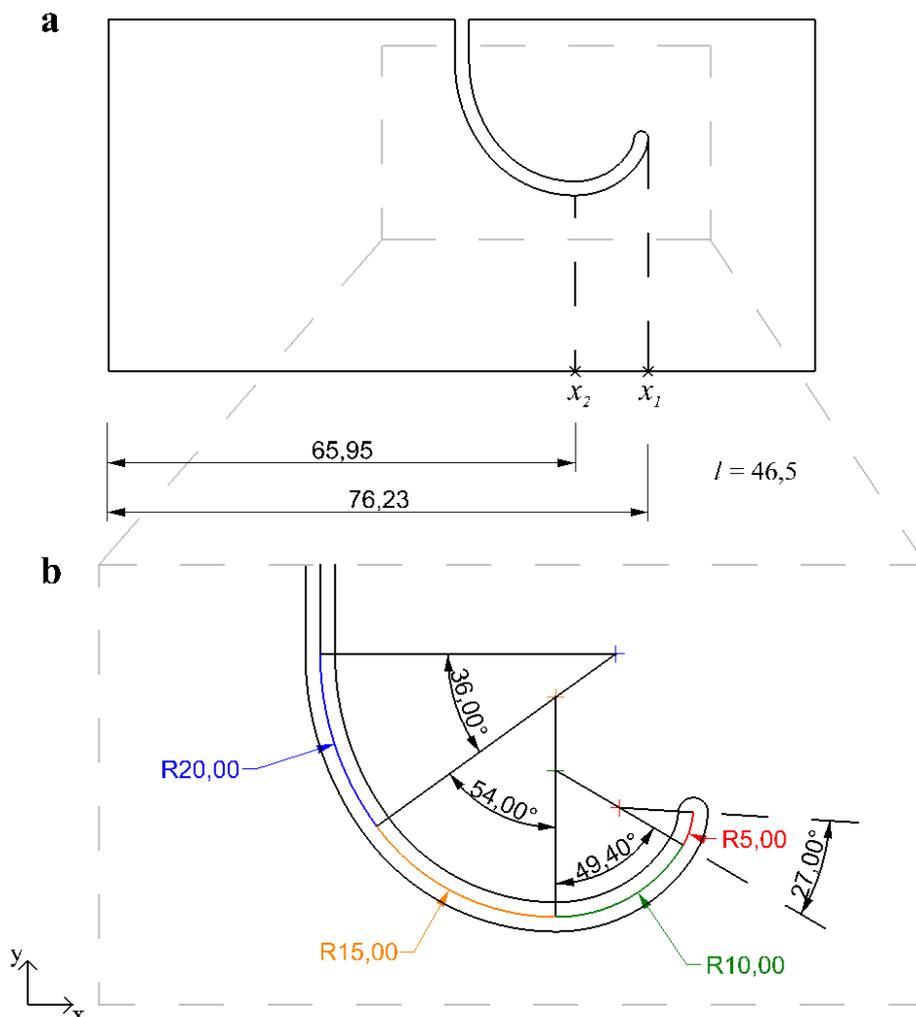


Abbildung 2.5: Das Modell dieser Untersuchung mit 99,6 mm Länge und 50 mm Breite, besitzt eine parametrisch aufgebaute Kerbe, die aus einem geraden Teil und vier tangential ineinander übergehenden Kreisbögen besteht. Aus dem Modell werden zunächst drei Ergebniswerte, die Kerblänge l , die maximale x-Koordinate der Kerbe x_1 und der x-Wert des Tiefpunktes x_2 ermittelt (Bild a). Der gerade Kerbteil wird in der Länge entsprechend angepasst, sodass die Kerbe insgesamt genau 25 mm in die Platte hineinragt. Die vier Kreisbögen sind jeweils über zwei Parameter bestimmt, dem Winkel, der Werte von 0 bis 60° annehmen kann sowie dem Radius, der 1,1 – 20 mm messen kann (Bild b).

2.2.3 Durchführung der DoE

Anhand des parametrisch aufgebauten Modells wurden 500 unterschiedliche Geometrien erzeugt, deren insgesamt acht Designvariablen, je vier unabhängig voneinander wählbare Radi-

en und Winkel, zunächst mit der Methode LHS zu erstellen waren. Jeder Wertebereich der Variablen wurde dazu in 500 Intervalle geteilt und jeweils ein Wert pro Variable und Stichprobe herausgelesen, sodass sich die Stichproben untereinander garantiert unterscheiden.

Gleichzeitig wurden bei der Modellerstellung die Ausgabewerte l , x_1 und x_2 für jede einzelne Geometrie aus Rhinoceros herausgelesen.

Anschließend wurde ein Basismodell in Marc Mentat erstellt, welches aus zwei senkrechten Elementreihen aufgebaut ist und aus Viereckselementen mit einer Kantenlänge von 0,2 mm besteht, die den linken und rechten Plattenrand darstellen. Diesen Elementen wurden die gleichen Eigenschaften und Randbedingungen wie für den Lastfall Zug in den Kapiteln 2.1.4 und 2.1.5 zugewiesen.

Beim Start der Simulation greift HyperStudy auf ein in der Programmiersprache Perl geschriebenes Skript zur Steuerung der DoE zu, wie es bereits in anderen wissenschaftlichen Untersuchungen abgewandelt vorgenommen wurde (Siegel 2010; Haufe 2011; Naguschewski 2012). Dieses steuert die Vorbehandlung, Rechnung und Nachverarbeitung der Modelle in Marc Mentat über ein Makro und reicht als Ergebniswert die maximale Von-Mises-Vergleichsspannung an HyperStudy weiter. Das Makro für Marc Mentat beinhaltet unter anderem das Öffnen der Datei des zuvor erstellten Basismodells und das Importieren einer in Rhinoceros erstellten Geometrie. Weiter wird eine Vernetzung mit gleichen Einstellungen wie in Kapitel 2.1.4 sowie eine Verbindung des Basismodells mit der jeweiligen Geometrie vorgenommen. Die Maße der Platte sind somit identisch zu denen der zweidimensionalen Untersuchung von Strukturen ausgewählter Diatomeenarten und daher vergleichbar. Die Einspannungen sowie die Zuglast sind durch das Basismodell bereits eingerichtet. Nach erfolgter Simulation wurde jeweils eine Report-Datei ausgeschrieben, welche die maximale Von-Mises-Vergleichsspannung enthält und über das Skript gesteuert herausgelesen. Abschließend wurden Bilder der Spannungsverläufe erstellt.

Der Ausgabewert der Von-Mises-Vergleichsspannung wurde für eine Auswertung dieser Untersuchung mit den drei anderen Ausgabevariablen l , x_1 und x_2 in Bezug gesetzt, genauso wie der Gesamtwinkel, der aus der Addition der vier Winkel der Kreisbögen berechnet wird, und der Gesamtradius, welcher sich aus der Addition der vier Radien ergibt. Um einen gemeinsamen Bezug dieser berechneten Größen zur maximalen Von-Mises-Vergleichsspannung herzustellen wurde die räumliche Interpolationsmethode nach Krige eingesetzt. Dieses geostatistische Interpolationsverfahren, ein lineares Schätzverfahren, wurde verwendet, um Spannungen für Kombinationen von Designvariablen ablesen zu können, ohne dass diese berechnet wurden (Krige 1951).

2.3 Dreidimensionale Untersuchung von Verdickungen um Kerben

2.3.1 Biologische Vorbilder und Abstraktion

In dieser dreidimensionalen Untersuchung sollen abstrahierte Verdickungen der Raphenendungen von *G. hippocampus* und *D. carinata* (Abbildung 1.3) auf ihre spannungsreduzierende

Wirkung bei Kerben getestet werden. Dazu werden die beobachteten Verdickungen an den Innenseiten der Diatomeenschalen als einfache, symmetrische Wülste abstrahiert, die im Querschnitt aus einem halben Kreisbogen bestehen.

2.3.2 Software für die Untersuchung

Im Unterschied zu den zweidimensionalen Untersuchungen wurden die dreidimensionalen Geometrien für diese Studie in der CAD-Software SolidWorks® 2008 (Dassault Systèmes SolidWorks Corporation, Waltham, Massachusetts, USA) konstruiert. Die Finite-Elemente-Analyse wurde ebenfalls in Marc Mentat® 2010 vorgenommen.

2.3.3 Geometrieerstellung in SolidWorks

Für diese Untersuchung wurden vier quadratische Platten der Dicke 1 mm mit einer Breite sowie Länge von 20 mm erstellt, in deren Mitte ein Schlitz eingebracht ist, der von der oberen Kante 10 mm, bis zur Hälfte, in die Platte hineinragt. Wie in den zweidimensionalen Modellen zuvor auch, endet der Schlitz mit einem Kreisbogen mit einem Radius von 1 mm. Am ersten Modell wurden keine weiteren Veränderungen der Kerbgeometrie vorgenommen. Im zweiten Modell ist die abstrahierte Verdickung um den Schlitz konstruiert worden, wobei der Radius des halben Kreisbogens 0,5 mm beträgt und die unteren 5 mm des Schlitzes umrandet werden. Bei dem dritten Modell wurde zusätzlich eine Verrundung des Wulstes zum Übergang in die Platte mit einem Radius von 0,5 mm vorgenommen. Das vierte Modell besitzt eine weitere Verdickung um den ersten Wulst, die abstrahiert die Doppelverdickung bei *D. carinata* darstellen soll (Abbildung 2.6). Alle konstruierten Verdickungen wurden an Vorder- und Rückseite der Platte aufgebracht.

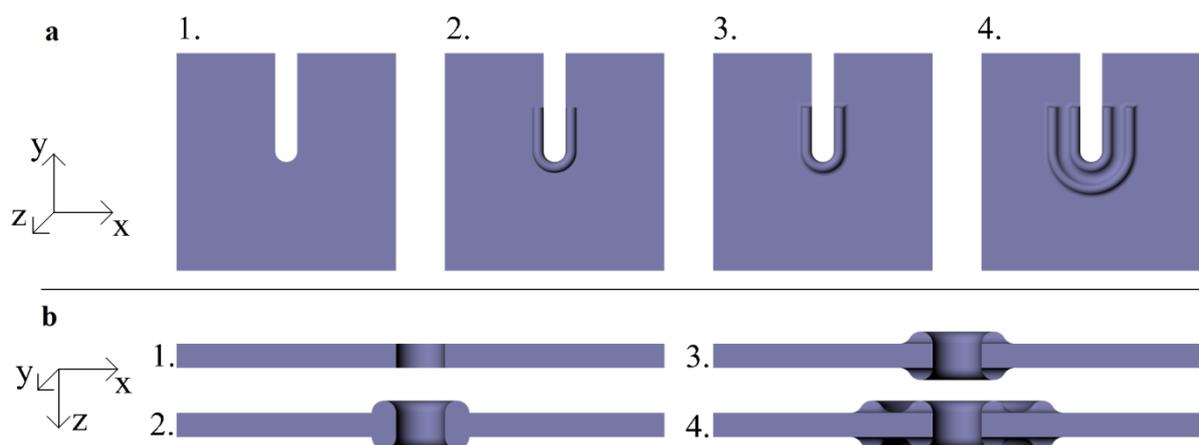


Abbildung 2.6: Die vier 3D-Modelle mit 1. keiner Verdickung, 2. einer Verdickung ohne Verrundung im Übergang zur Platte, 3. einer Verdickung mit Verrundung und 4. zwei Verdickungen mit Verrundung. In Teilabbildung **a** sind die vier Modelle in der Frontalansicht und in **b** vergrößert in der Ansicht von oben abgebildet.

2.3.4 Modellerstellung in Marc Mentat und Randbedingungen

Die als IGS-Dateien importierten, dreidimensionalen Geometrien wurden in Marc Mentat mit Tetraedern vernetzt, die vier Integrationspunkte besitzen (Typ 134). Der Abstand der Knotenpunkte der Elemente beträgt ca. 0,1 mm, woraus sich eine Elementzahl von ca. 1.200.000

ergab. Es wurden ebenfalls die Materialeigenschaften von Stahl zugewiesen und die Knotenpunkte des linken Plattenrandes in x- und z-Richtung eingespannt sowie einer zusätzlich in y-Richtung. Am rechten Rand wurde eine Flächenlast von 1 N mm^{-2} als Zuglast in positive x-Koordinatenrichtung aufgebracht. Für die Auswertung wurden die Maximalspannungen und die Spannungsverläufe der Von-Mises-Vergleichsspannung untereinander verglichen.

2.4 Plausibilitätsanalyse

Zur Überprüfung der Simulationsergebnisse wurden unterschiedliche Vergleichsrechnungen angestellt. Dazu wurden die Kerbspannung und der Spannungsverlauf einer auf Zug belasteten Platte bzw. Platte mit Kreisloch über zwei- und dreidimensionale Vergleichssimulationen mit unterschiedlichen FE-Netzen bestimmt und analytisch berechnet.

2.4.1 Analytische Nachweisrechnung der Maximalspannung

Die analytische Berechnung der Kerbspannung wird mithilfe der Kerbformzahl vorgenommen. Diese ist für ein Kreisloch in einer unendlich großen Platte für Zugbelastung mit $\alpha_k = 3$ definiert, kann jedoch in Abhängigkeit vom Radius im Verhältnis zur Plattengröße geringer sein (Neuber 2001). Für ideal elastische Werkstoffe gilt für die Maximalspannung folgende Gleichung 2.2 (Mattheck 2003):

$$\sigma_{max} = \alpha_k \cdot \sigma_{nenn} \quad (2.2)$$

mit:

σ_{max} ... Maximalspannung in N mm^{-2}

α_k ... Kerbformzahl; gilt für linear elastisches Werkstoffverhalten; $\alpha_k \geq 1$

σ_{nenn} ... Nennspannung in N mm^{-2}

Die Nennspannung beschreibt jene Spannung, die im durch die Kerbe reduzierten Querschnitt auftritt und ist mit den Platten- sowie Kerbmaßen zu berechnen (Gleichung 2.3) (Mattheck 2003).

$$\sigma_{nenn} = \sigma_0 \cdot \frac{B}{B - D} \quad (2.3)$$

mit:

σ_0 ... durch Zugbelastung aufgebrachte Normalspannung ohne Loch in der Platte N mm^{-2}

B ... Breite der Platte in mm

D ... Breite der Kerbe in Zugrichtung, definiert beim Kreisloch mit dem Durchmesser in mm

2.4.2 Vergleichssimulationen

Für eine Simulation wurde eine Platte mit 100 mm Länge, 50 mm Breite und einem mittigen Kreisloch mit einem Radius von 2 mm konstruiert. Um den Einfluss der Netzfeinheit festzustellen, wurden Netze mit unterschiedlichen Elementgrößen erstellt. Für die erste Simulation sind die Elementkantenlängen über Kurven am Platten- sowie Kreislochrand mit einer Länge von 0,2 mm festgelegt worden, wodurch sich eine gleichmäßig feine Vernetzung mit 131.088 Elementen ergab. In einer zweiten und dritten Simulation wurden die Elementkantenlängen

durch 0,5 sowie 1,0 mm lange Kurvensegmente bestimmt, wodurch die Geometrie mit 21.103 und 5.296 Elementen aufgelöst war.

Zur Prüfung der zweidimensionalen Ergebnisse ist ebenfalls eine dreidimensionale Simulation durchgeführt worden, indem das gleichmäßig feine Netz mit der Elementkantenlänge 0,2 mm extrudiert wurde. Um möglichst würfelförmige Elemente zu erzeugen, wurde die Plattendicke auf 1 mm erhöht und über diese Höhe vier Elementschichten von Hexaedern (Elementtyp 7) gelegt, welches zu einer Elementzahl von 524.352 führte. Die Flächenlast wurde auf 1 N mm^{-2} angepasst.

2.4.3 Vergleich des analytischen und simulativen Spannungsverlaufs

Zusätzlich zu dem analytischen Nachweis der Maximalspannung mittels der adäquaten Formzahl wurde die Normalspannung in der Platte als Funktion über die Entfernung zum Kerbgrund in der Simulation bestimmt und mit einer analytischen Rechnung verglichen. Dazu wurde in dem Modell mit 0,2 mm langen Elementkanten die Normalspannung (Principal Global Stress Major), ausgehend vom Kerbgrund bis zum Plattenrand, an Punkten im Abstand von 0,2 mm senkrecht zur Zugrichtung erfasst (MSC 2010a). Die analytische Funktion für den Verlauf der Normalspannung in sehr breiten Scheibe mit Bohrung oder Langloch ergibt sich bei elliptischen und kreisrunden Kerben nach der Gleichung 2.4 (Neuber 2001).

$$\sigma(u) = \sigma_0 + \frac{\sigma_0 \cdot \cosh u_0}{2 \cdot \sinh^2 u} \cdot \left[e^{u_0} \cdot (e^{2u_0} - 3) \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \coth u \right) \cdot e^{-2u} + \cosh u_0 \cdot \coth u \right] \quad (2.4)$$

mit:

$$u(x) = u_0 + x \quad (2.5)$$

$$u_0(t, \rho) = \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{t}{\rho} - 1}} \right) \quad (2.6)$$

$\sigma(u)$... Normalspannung in Abhängigkeit von u in N mm^{-2}

u ... krummlinige Koordinate

u_0 ... krummlinige Koordinate, die den Kerbrand beschreibt

x ... kartesische Koordinate, die den geradlinigen Abstand zum Kerbgrund in mm beschreibt

t ... halbe Querabmessung der Kerbe in mm

ρ ... Radius im Kerbgrund in mm

Die halbe Querabmessung t sowie der Radius der Kerbe im Kerbgrund ρ beschreiben für diese analytische Berechnung beide den Kreisradius, womit $t = \rho$ gilt. Der Sinus Hyperbolicus ist in diesem Fall jedoch nicht definiert und daher wird für die Berechnung $t = 1,00001$ und $\rho = 1$ verwendet.

3 Ergebnisse

3.1 Plausibilitätsanalyse

3.1.1 Analytische Nachweisrechnung der Maximalspannung

Für eine Platte ohne Kreisloch mit einer Dicke von 0,01 mm und Breite von 50 mm ergibt sich bei einer Zugkraft von 0,5 N eine Spannung von 1 N mm^{-2} (Gleichung 3.1).

$$\sigma_0 = \frac{0,5 \text{ N}}{0,01 \text{ mm} \cdot 50 \text{ mm}} = 1 \text{ N mm}^{-2} \quad (3.1)$$

Für die Platte mit Kreisloch als Kerbe, welche die Breite D von 4 mm in Zugrichtung besitzt, ergibt sich nach Gleichung 3.2 für die Nennspannung $\frac{25}{23} \text{ N mm}^{-2}$.

$$\sigma_{nenn} = 1 \text{ N mm}^{-2} \cdot \frac{50 \text{ mm}}{50 \text{ mm} - 4 \text{ mm}} = \frac{25}{23} \text{ N mm}^{-2} \quad (3.2)$$

Die Formzahl α_k ist aus einer Tabelle über das Verhältnis von Radius des Kreisloches R zur Plattenbreite B abzulesen (Anhang Abbildung A. 1) und beträgt bei einem Radius von 2 mm $\alpha_k = 2,8$ (Hibbeler, Wauer 2007). Damit ergibt sich eine Maximalspannung von $3,04 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ (Gleichung 3.3).

$$\sigma_{max} = 2,8 \cdot \frac{25}{23} \text{ N mm}^{-2} = 3,04 \text{ N mm}^{-2} \quad (3.3)$$

3.1.2 Vergleichssimulationen

Für die Vergleichssimulationen ergaben sich für eine zweidimensionale Vernetzung von 0,2 und 0,5 mm sowie für die dreidimensionale 0,2 mm-Vernetzung geringfügig niedrigere maximale Spannungen als in der analytischen Berechnung, die weniger als 5 % abweichen (Tabelle 3.1). Bei der 2D-Simulation mit 0,2 mm Elementkantenlänge kann mit 1,35 % die geringste, hingegen für die 1 mm-Vernetzung mit 24,14 % die größte Differenz verzeichnet werden.

Tabelle 3.1: Die Abweichungen der maximalen Normalspannungen der unterschiedlichen Simulationen zum analytischen Ergebnis ($\sigma_{max} = 3,04 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$) werden umso größer, je größer die Vernetzungen gewählt ist. Das feine Netz mit einer Elementkantenlänge von 0,2 mm erzielt unter einer Zugbelastung von 1 N mm^{-2} eine maximale Normalspannung, die dem analytischen Ergebnis am nächsten ist. Mit dem gleich feinen Netz werden bei dreidimensionalen Elementen hingegen höhere Normalspannungen erreicht.

Elementkantenlänge in mm	Normalspannungen N mm^{-2}	Abweichung zum analytischen Ergebnis
2D: 0,2	3,08	+1,35 %
2D: 0,5	2,98	-1,95 %
2D: 1,0	2,31	-24,14 %
3D: 0,2	3,17	+4,34 %

3.1.3 Vergleich des analytischen und simulativen Spannungsverlaufs

Mit den Gleichungen 2.4 bis 2.6 ergibt sich eine Spannung im Kerbgrund ($x = 0$) von $3,00 \text{ N mm}^{-2}$, was einen um 2,7% niedrigeren Wert darstellt als die simulative maximale Normalspannung von $3,08 \text{ N mm}^{-2}$. In Abbildung 3.1 ist der berechnete Spannungsverlauf qualitativ dargestellt und Abbildung 3.2 zeigt alle Spannungswerte der analytischen Rechnung sowie der Simulation, aufgetragen über den Abstand zum Kerbgrund. Dabei wird deutlich, dass die Spannung rasch mit der Entfernung zum Kerbgrund abnimmt und den Wert eins erreicht. Ab einer Distanz von 5,40 mm liegen die Ergebnisse der analytischen und simulativen Rechnung bei einer maximalen Abweichung von 5 % nah beieinander. Die größte prozentuale Differenz findet sich bei 0,80 mm zum Kerbgrund und erreicht fast 43 %, was an dieser Stelle einer Spannung von $0,50 \text{ N mm}^{-2}$ entspricht. Auffällig ist, dass das analytische Ergebnis bereits bei einem Abstand von 2,20 mm zur Kerbe die Spannung $1,00 \text{ N mm}^{-2}$ erreicht, wohingegen in der Simulation noch Knotenspannungen von $1,20 \text{ N mm}^{-2}$ ermittelt wurden.

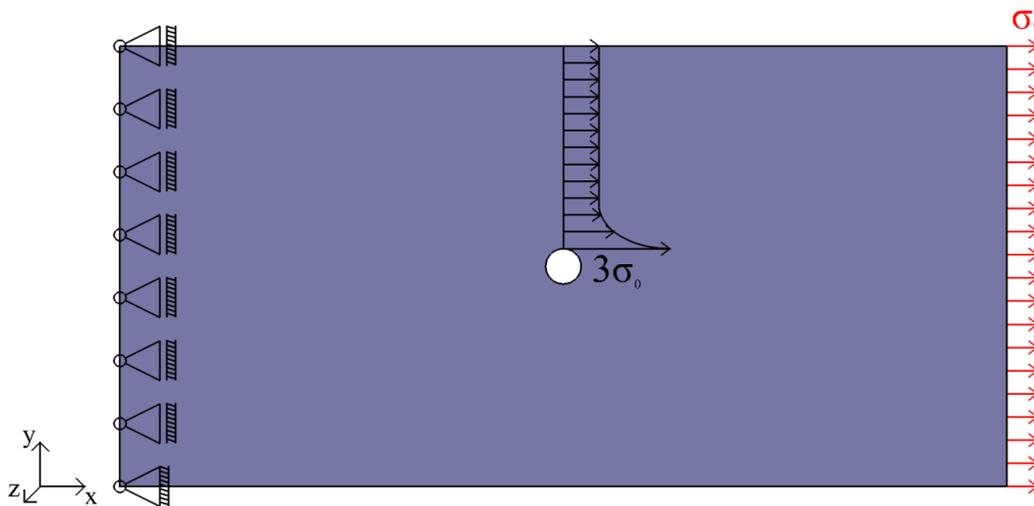


Abbildung 3.1: Die mit σ_0 (rote Pfeile) auf Zug belastete Platte erfährt durch das mittige Kreisloch eine Spannung am oberen und unteren Lochrand, die etwa um ein dreifaches höher liegt, als die aufgebrachte Spannung. Der qualitative Spannungsverlauf vom oberen Lochrand zum Plattenrand ist mit den schwarzen Pfeilen symbolisiert.

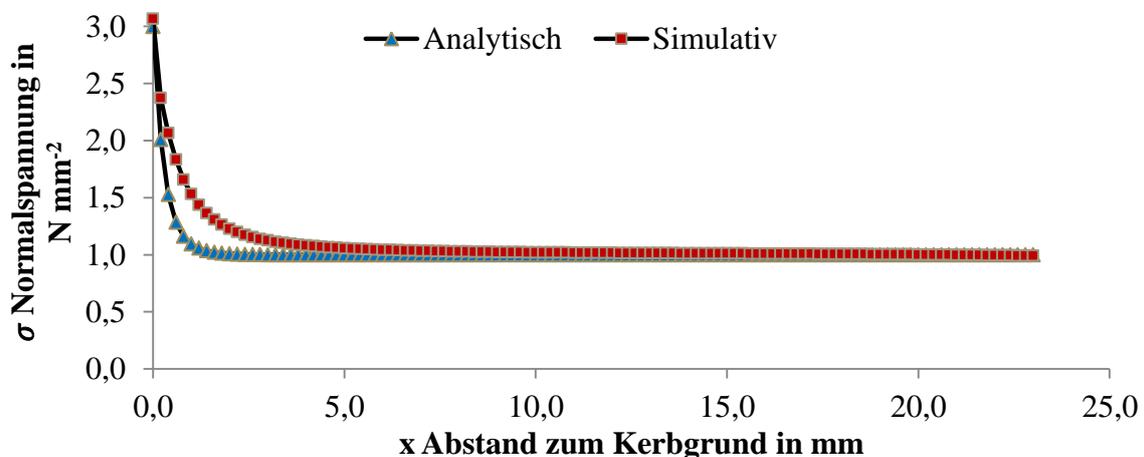


Abbildung 3.2: Die analytisch und simulativ ermittelten Spannungswerte stimmen in ihrem Maximal- und Minimalwert etwa überein. Einzig im Abstand bis zu 5,40 mm zum Kerbgrund können Abweichungen von über 5 % mit maximal 43 % beobachtet werden.

3.2 Zugbelastung der 2D-Modelle von Strukturen ausgewählter Diatomeenarten

Bei gleicher Zugbelastung von 1 N mm^{-2} werden für die maximalen Von-Mises-Vergleichsspannungen der sieben untersuchten Kerben nach Vorbild der Diatomeen geringere Ergebnisse erzielt als für die Platte mit der unmodifizierten Kerbe, die Spannungen von $30,07 \text{ N mm}^{-2}$ aufweist (Tabelle 3.2 und Abbildung 3.3). Alle Modelle werden im Folgenden zu diesem Wert in Bezug gesetzt. Verglichen mit einer Abschlussbohrung, deren Radius gleich der Kerbbreite ist (hier 2 mm), was eine Spannungsreduzierung von 25 % erbringt, liegen nur die Kerbspannungen der Modelle mit Kerbgeometrien nach Vorbild von *N. tripunctata* und *N. affine* höher. Modifikationen nach *F. lewisiana* und *G. hippocampus* erzielen Spannungsverringerungen von 26 und 30 %, womit sie jedoch schlechter abschneiden als eine Aufbohrung mit 3 mm Radius. Drei der biologisch inspirierten Kerbgeometrien erreichen sogar noch niedrigere Spitzenspannungen. Dabei handelt es sich unter anderem um das Plattenmodell mit einer Kerbform nach *N. menisculus*, bei dem maximale Spannungen von $18,76 \text{ N mm}^{-2}$ auftreten, was einer Reduzierung von fast 38 % entspricht. Bei dem Modell nach Vorbild von *P. angulatum*, deren Kerbe nur in eine Richtung gekrümmt ist, liegt die höchste Spannung sogar nur bei $15,71 \text{ N mm}^{-2}$ und bei der aufgegliederten Kerbe nach *F. saxonica* bei $10,74 \text{ N mm}^{-2}$. Eine Kerbgeometrie nach Vorbild der Diatomeen kann für den Lastfall Zug demnach eine Spannungsreduzierung von 64 % erzielen. Tendenziell weisen die Modelle mit größerem Kerbradius am Ort der Maximalspannung geringere Spannungen auf als jene mit kleinem Radius, wobei jedoch Unregelmäßigkeiten festzustellen sind. Beispielsweise besitzt die Kerbgeometrie nach *N. menisculus* an dieser Stelle nur einen Radius von 1 mm, genauso wie die unmodifizierte Kerbe.

Tabelle 3.2: Die Rangordnung der maximalen Von-Mises-Vergleichsspannungen der zehn auf Zug belasteten Plattenmodelle zeigt, dass alle biologisch inspirierten Kerbgeometrien verglichen zur unmodifizierten Kerbe zu niedrigeren Spitzenspannungen führen. Die Modelle tragen dabei den Artnamen der Diatomee, deren Kerbe abstrahiert wurde, oder den Radius der Aufbohrung als Namen. Der prozentuale Vergleich zeigt, in welchem Verhältnis die Maximalspannungen der modifizierten Kerben zu der Spannung der unmodifizierten Kerbe (100 %) stehen. In der rechten Spalte sind die Radien der Kerben an dem Ort mit dem höchsten Spannungswert dargestellt.

Modell	Maximale Von-Mises-Vergleichsspannung in N mm^{-2}	Prozentualer Vergleich	Radius der Kerbe am Ort der Maximalspannung, in mm
Unmodifiziert	30,07	100,00 %	1,0
<i>N. tripunctata</i>	25,35	84,30 %	1,2
<i>N. affine</i>	23,84	79,28 %	1,0
Radius 2	22,61	75,19 %	2,0
<i>F. lewisiana</i>	22,36	74,36 %	1,5
<i>G. hippocampus</i>	21,08	70,10 %	2,1
Radius 3	18,93	62,95 %	3,0
<i>N. menisculus</i>	18,76	62,39 %	1,0
<i>P. angulatum</i>	15,71	52,24 %	4,5
<i>F. saxonica</i>	10,74	35,72 %	17,9

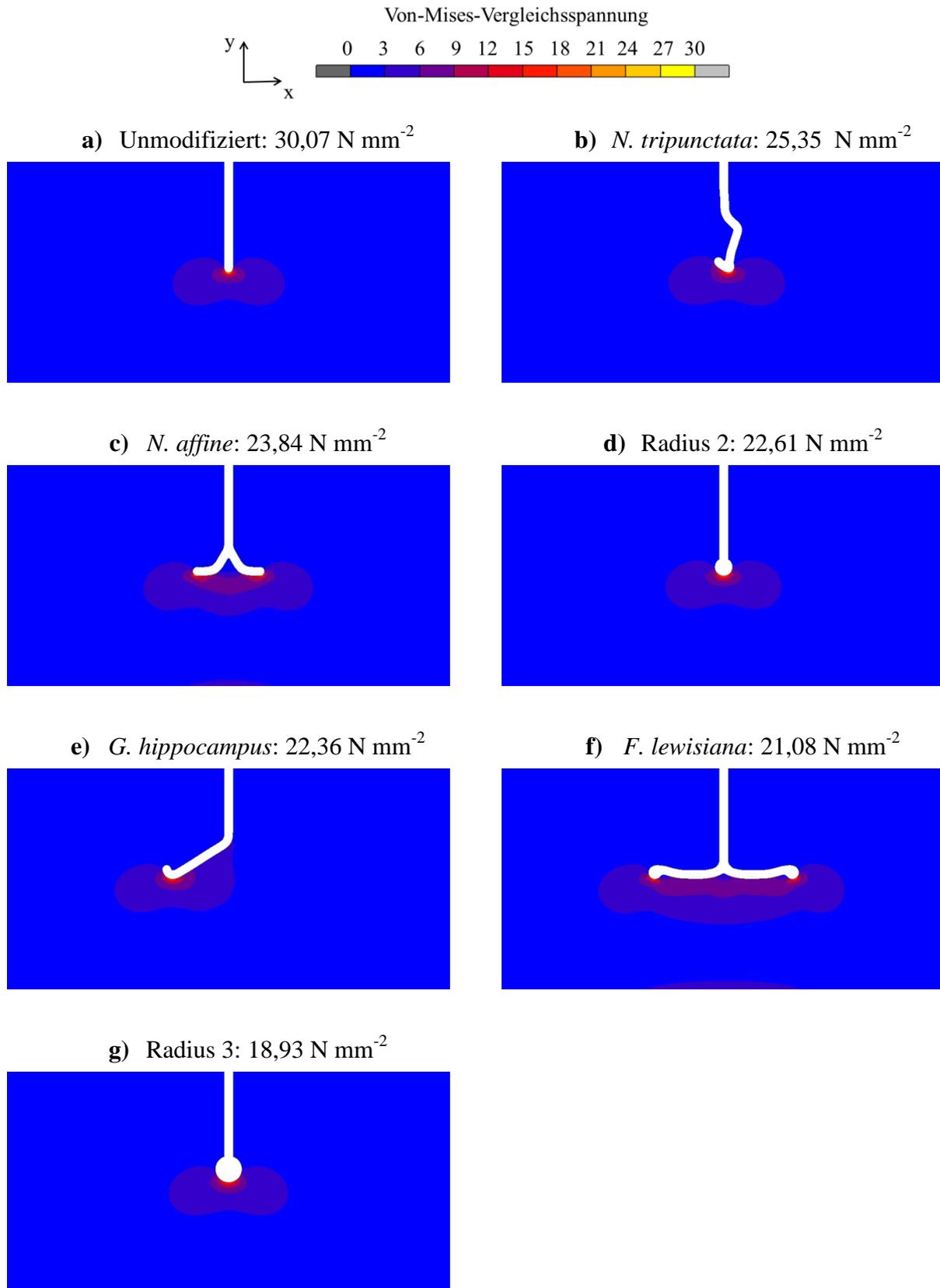


Abbildung 3.3: Für alle gezeigten Modelle ist die Maximalspannung über dem Bild aufgetragen. Die Farben sind repräsentativ für die Von-Mises-Vergleichsspannungen in N mm⁻², deren Farbzunordnung in der oben gezeigten Farbskala dargestellt ist. Die vier dargestellten, biologisch inspirierten Kerben besitzen durch ihre Geometriemodifikation eine geringere Kerbspannung als die unmodifizierte Kerbe. Verglichen mit einer Aufbohrung vom Radius 3 mm werden bei diesen Modellen jedoch höhere Spannungen erreicht.

3.2.1 Detaillierte Modellbetrachtung

Die Von-Mises-Vergleichsspannungen der drei biologisch inspirierten Modelle, welche die geringsten Maximalspannungen aufweisen, werden im Folgenden detailliert betrachtet.

Beim Plattenmodell nach *N. menisculus* zeigt sich, dass die maximale Spannung am Ort des geringsten Radius der Kerbe festzustellen ist, der sich links, knapp 1 mm nach oben versetzt vom Kerbtiefpunkt befindet und den ersten Teil des Kreisbogens vom Kerbabschluss darstellt. Gleichzeitig sind rechts versetzt vom tiefsten Punkt der Kerbe ebenfalls hohe Spannungen von $17,50 \text{ N mm}^{-2}$ zu beobachten (Abbildung 3.4).

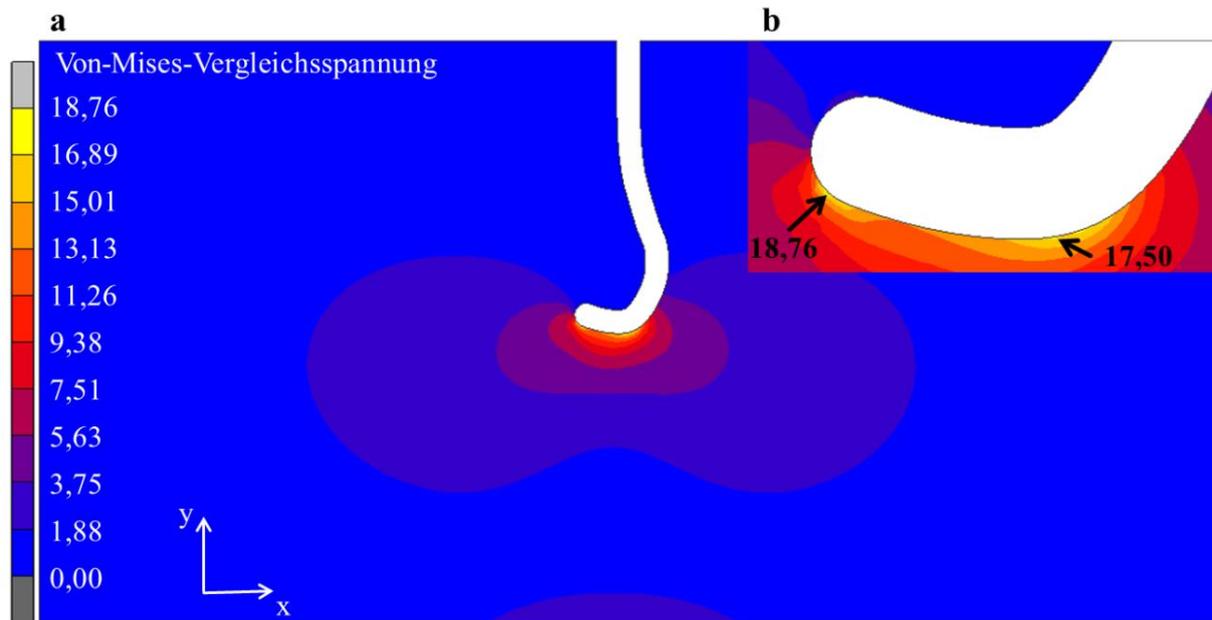


Abbildung 3.4: Die Farbdarstellung zeigt die Bereiche unterschiedlich hoher Von-Mises-Vergleichsspannungen in N mm^{-2} im Plattenmodell nach *N. menisculus*, wobei die Farbskala links jeweils die Grenzwerte der nebenstehenden Farben repräsentiert. Das Maximum der Skala zeigt die maximal auftretenden Kerbspannungen für das Modell. In Teilabbildung **a** ist die Spannungsverteilung der gesamten Platte sichtbar. Bild **b** zeigt eine Nahaufnahme des Bereichs der höchsten Spannungen. Der linke Pfeil weist auf den Ort mit der Maximalspannung und der rechte auf eine weitere Region hoher Spannungswerte hin.

In der Farbdarstellung der Von-Mises-Vergleichsspannungen des Modells nach *P. angulatum* zeigt sich, dass die höchsten Spannungen am Kerbtiefpunkt auftreten. Im fast 6 mm weiter oben liegenden Kerbende tritt hingegen nur noch ein Drittel der Maximalspannung auf (Abbildung 3.5).

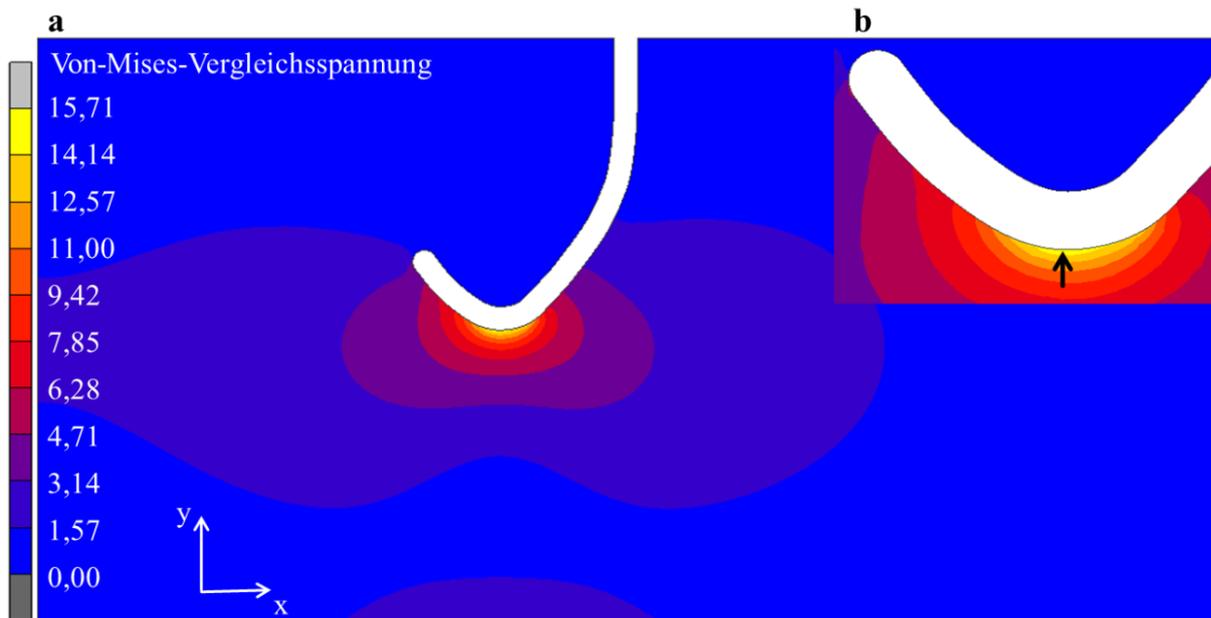


Abbildung 3.5: Im Modell nach *P. angulatum* wird in der Farbdarstellung der Von-Mises-Vergleichsspannungen deutlich, dass am Tiefpunkt der Kerbe die höchsten Spannungen vorzufinden sind. Die Farbskala links zeigt die jeweiligen Grenzwerte in N mm^{-2} der nebenstehenden Farben. Das Maximum der Skala zeigt die maximal auftretenden Kerbspannungen für das Modell. Teilabbildung **a** zeigt die Spannungsverteilung in der gesamten Platte. In **b** ist der Bereich der Kerbe mit den höchsten Spannungen vergrößert dargestellt.

Das Modell nach *F. saxonica* weist mit einer Verringerung der Maximalspannung auf 35,72 % der Referenzkerbe die niedrigsten Kerbspannungen dieser Untersuchungsreihe auf. Der gesamte untere Bereich der Kerbe zeigt dabei verhältnismäßig hohe Spannungen von 8,5 bis fast 11 N mm^{-2} , wobei diese bei den Kerbenden absinken (Abbildung 3.6).

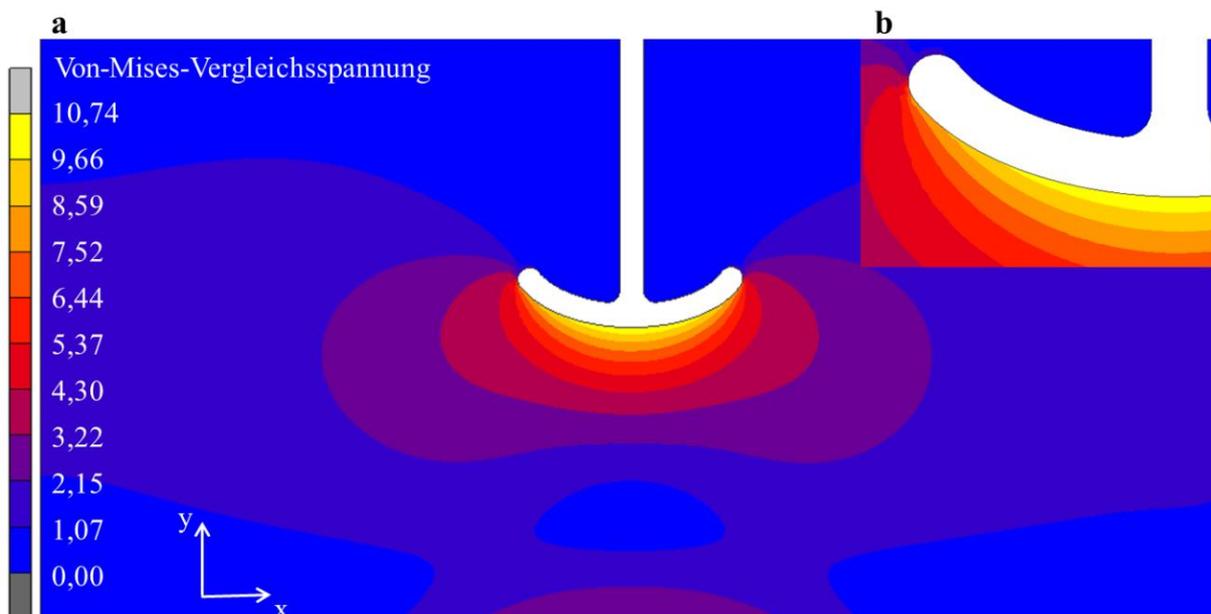


Abbildung 3.6: Die Kerbgeometrie inspiriert von *F. saxonica* zeigt in der Farbdarstellung verglichen zu den anderen Modellen geringe Von-Mises-Vergleichsspannungen, die auf einen breiten Bereich ausgeweitet sind. Die Farbskala links repräsentiert jeweils die Grenzwerte der Spannungen der nebenstehenden Farben in N mm^{-2} . In Teilabbildung **a** ist die Spannungsverteilung der gesamten Platte sichtbar. Bild **b** zeigt eine Nahaufnahme des Bereichs der höchsten Spannungen, der hier weiter ausgebreitet ist als bei den anderen Modellen.

3.3 Druckbelastung der 2D-Modelle von Strukturen ausgewählter Diatomeenarten

Die maximal auftretenden Von-Mises-Vergleichsspannungen aller biologisch inspirierten Modelle weisen ebenfalls in der Druckbelastung niedrigere Werte als die unmodifizierte Kerbe auf. Daher werden sämtliche Ergebnisse in Bezug zu dieser höchsten Spannung, $55,24 \text{ N mm}^{-2}$, gesetzt (Tabelle 3.3). Vier der biologisch inspirierten Plattenmodelle erreichen gegenüber der Maximalspannung der unmodifizierten Kerbe mit Reduzierungen von 19 bis 30 % keine niedrigere Spannung als eine Aufbohrung am Kerbende mit dem Radius von 2 mm, die 32 % erzielt. Eines dieser Modelle, *P. angulatum*, welches nur geringfügig höhere Spannungen als die Aufbohrung von 2 mm aufweist, schneidet besonders im Vergleich zur Zuglast deutlich schlechter ab, wo es eine Spannungsreduzierung von 48 % erreichte. Die Kerbgeometrie nach Vorbild von *F. lewisiana* erbringt hingegen für die Druckbelastung eine Spannungsreduktion um 58 %, was einer Maximalspannung von $23,11 \text{ N mm}^{-2}$ entspricht und wirkt somit unter dieser Last eher spannungsreduzierend als unter Zug. Sie erreicht damit ebenfalls niedrigere Spannungen als eine Aufbohrung von 3 mm, die um 34 % geringere Maximalspannungen verursacht. Das Plattenmodell nach Vorbild von *F. saxonica*, dessen Maximalspannung bereits unter Zuglast das beste Ergebnis erzielte, erreicht mit $20,26 \text{ N mm}^{-2}$ beinahe die gleiche Spannungsreduktion wie im Lastfall zuvor. Insgesamt bieten die Aufbohrungen bei der Drucklast eine höhere Spannungsreduzierung verglichen mit der Zuglast.

Tabelle 3.3: Die Rangordnung der maximalen Von-Mises-Vergleichsspannungen der zehn auf Druck belasteten Plattenmodelle zeigt, dass alle biologisch inspirierten Kerbgeometrien verglichen zur unmodifizierten Kerbe ebenfalls bei dieser Belastungsart zu niedrigeren Spitzenspannungen führen. Die Modelle tragen dabei den Artnamen der Diatomee, deren Kerbe abstrahiert wurde, oder den Radius der Aufbohrung als Namen. Der prozentuale Vergleich zeigt, in welchem Verhältnis die Maximalspannungen der modifizierten Kerben zu der Spannung der unmodifizierten Kerbe (100 %) stehen.

Modell	Maximale Von-Mises-Vergleichsspannung in N mm^{-2}	Prozentualer Vergleich
Unmodifiziert	55,24	100,00%
<i>N. tripunctata</i>	44,54	80,63%
<i>G. hippocampus</i>	42,51	76,96%
<i>N. affine</i>	38,45	69,61%
<i>P. angulatum</i>	38,37	69,46%
Radius 2	37,67	68,19%
<i>N. menisculus</i>	36,27	65,66%
Radius 3	32,83	59,43%
<i>F. lewisiana</i>	23,11	41,84%
<i>F. saxonica</i>	20,26	36,68%

Die maximalen Von-Mises-Vergleichsspannungen treten bei der Druckbelastung der Modelle an gleicher Stelle der Kerbe wie unter Zuglast auf (Abbildung 3.7 und Abbildung 3.8). Dennoch ergeben sich unterschiedliche Rangordnungen der Modelle. Die hohen Spannungen sind bei der Drucklast nicht so lokal auf den Kerbrand begrenzt wie bei der Zuglast und reichen weiter nach unten, in Richtung der Krafteinleitungsstelle.

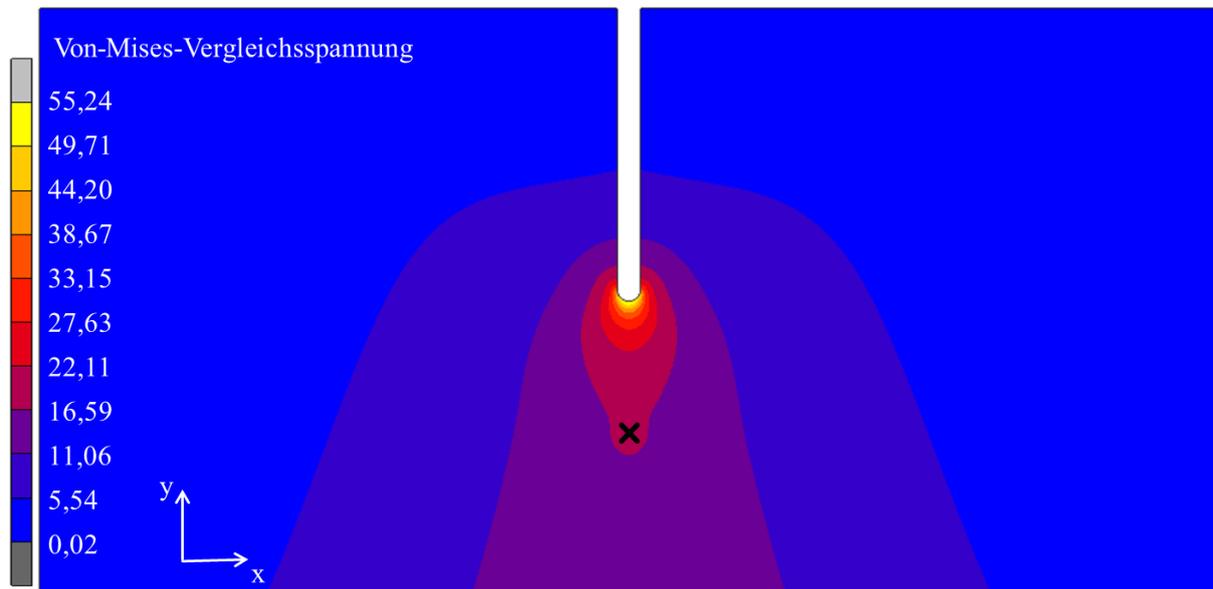


Abbildung 3.7: Die unmodifizierte Kerbe zeigt in der Farbdarstellung die Von-Mises-Vergleichsspannungen, die höchste Werte im Kerbgrund aufweist. Die Farbskala links repräsentiert jeweils die Grenzwerte der Spannungen der nebenstehenden Farben in N mm^{-2} . Das schwarze Kreuz symbolisiert die Krafteinleitungsstelle.

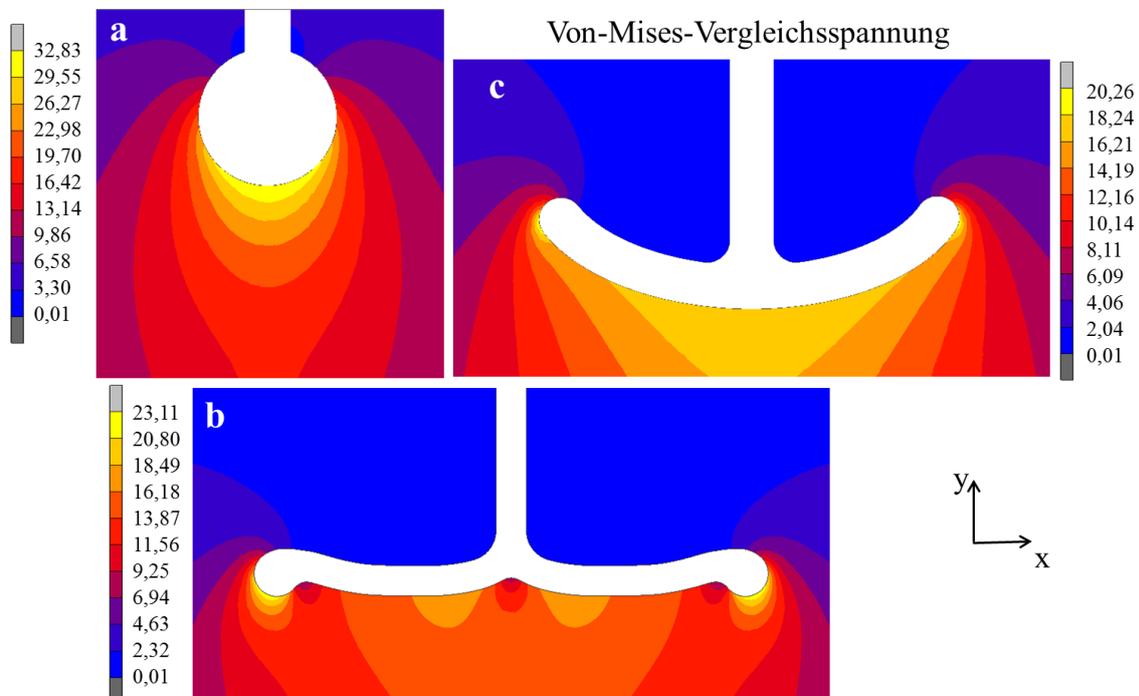


Abbildung 3.8: Die Ausschnitte der Plattenmodelle der Kerbe mit einer Aufbohrung von 3 mm (a), nach *F. lewisiana* (b) und *F. saxonica* (c) stellen eine Farbdarstellung der Von-Mises-Vergleichsspannungen dar. Die jeweilige Farbskala zeigt die Grenzwerte in N mm^{-2} der nebenstehenden Farben, wobei das Maximum gleichzeitig die maximal auftretenden Kerbspannungen für das Modell darstellt. In allen drei Modellausschnitten ist zu erkennen, dass die höchsten Spannungen etwa an gleicher Stelle auftreten wie unter Zugbelastung. Der Bereich der auftretenden Kerbspannungen ist jedoch größer.

3.4 Zweidimensionale Parameterstudie

Von den 500 erstellten Kerbgeometrien konnte für 499 eine erfolgreiche Spannungsermittlung bei Zugbelastung am rechten Plattenrand vorgenommen werden. Die geringste maximale Von-Mises-Vergleichsspannung dieser Untersuchung lag bei $10,29 \text{ N mm}^{-2}$, welche somit geringer ist als die des Modells nach *F. saxonica* von der vorangegangenen Untersuchung (Kapitel 3.2). Die höchste zu verzeichnende Spannung von $30,49 \text{ N mm}^{-2}$ liegt sogar noch über der Maximalspannung der unmodifizierten Kerbe aus Kapitel 3.2. Bei Betrachtung der maximalen Von-Mises-Vergleichsspannung über die Kerblänge ist ein deutlicher Trend zu erkennen (Abbildung 3.9). Die minimale Kerblänge mit 25 mm weist die höchsten Maximalspannungen auf, wohingegen längere Kerben ab ca. 44 mm die geringsten Maximalspannungen zulassen. Die Streuung, besonders im Bereich von 30 bis 40 mm Länge, in dem bei gleicher Kerblänge Spannungen auftreten können, die sich teilweise um den Faktor zwei unterscheiden, zeigt jedoch, dass die Kerblänge nicht der einzige bestimmende Einflussfaktor für die Spannung ist. Im Zusammenhang mit der Kerblänge steht gleichzeitig die Position des Kerbendes in der Platte (x_2), womit eine Beziehung dieser zur Maximalspannung ebenfalls gegeben ist (Abbildung 3.10). Je weiter die Kerbe nach rechts in die Platte hineinragt, desto geringer sind die auftretenden Maximalspannungen. Ebenfalls ist zu beobachten, dass die Werte mit ähnlichem Ausmaß wie bei der Kerblänge streuen.

Für die x-Koordinate des Kerbtiefpunktes (x_2) kann kein deutlicher Trend im Zusammenhang mit der maximalen Von-Mises-Vergleichsspannung beobachtet werden (Abbildung 3.10). Es fällt jedoch auf, dass für weiter rechts in der Platte liegende Kerbtiefpunkte ($x_2 > 60$) geringere Spannungen auftreten.

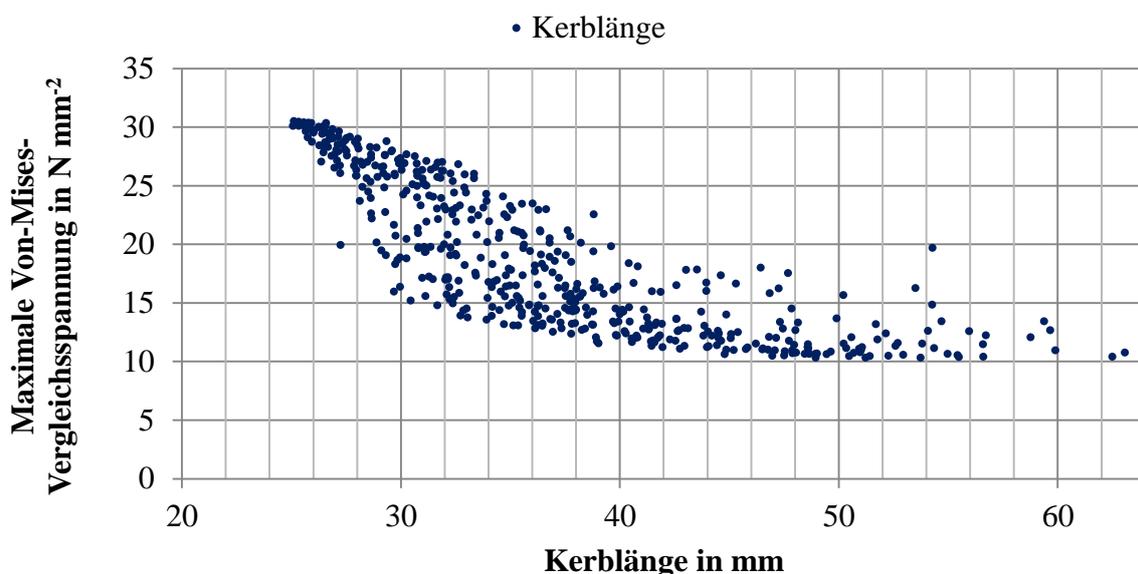


Abbildung 3.9: Die maximalen Von-Mises-Vergleichsspannungen der Modelle der DoE, aufgetragen über die Kerblänge (blaue Punkte) zeigen, dass ein Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen gegeben ist. Die höchsten Spannungen betragen $30,49 \text{ N mm}^{-2}$ und die niedrigsten $10,29 \text{ N mm}^{-2}$. Kurze Kerben ($< 28 \text{ mm}$) erzielen im Gegensatz zu langen Kerben ($> 40 \text{ mm}$) mit ca. 30 N mm^{-2} bis zu dreifach höhere Maximalspannungen.

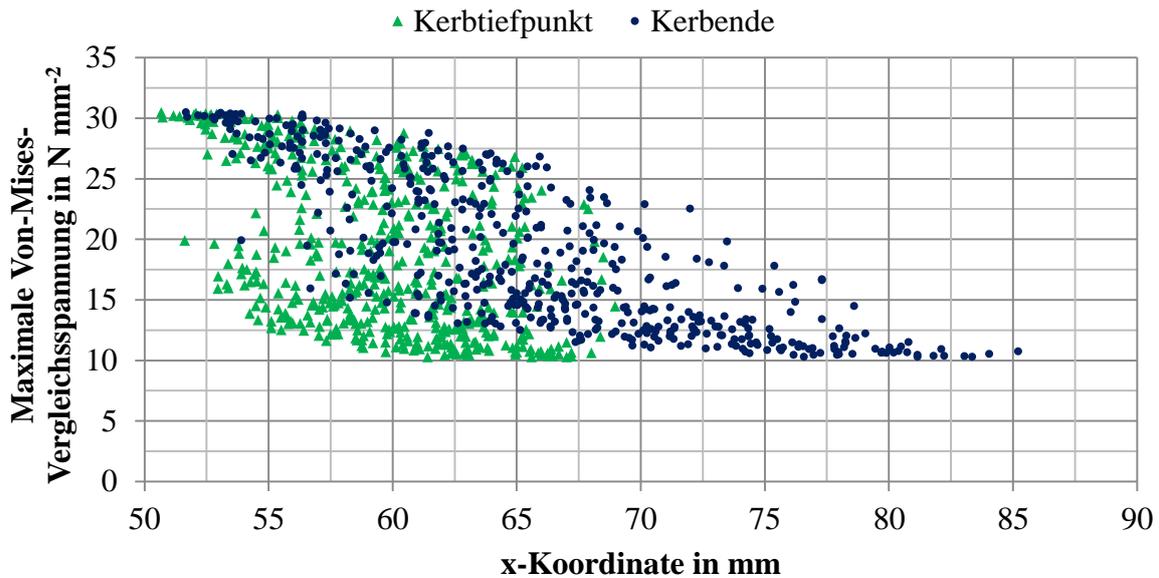


Abbildung 3.10: Die maximalen Von-Mises-Vergleichsspannungen, aufgetragen über den x-Koordinaten des Kerbendes (blaue Punkte), zeigen, dass für Kerbenden nahe der Plattenmitte höchste Maximalspannungen und für weit außen liegende, ab ca. 80 mm vom linken Plattenrand entfernte Kerbenden, niedrigste Höchstspannungen auftreten. Für die maximalen Von-Mises-Vergleichsspannungen, aufgetragen über die x-Koordinaten des Kerbtiefpunktes (grüne Dreiecke), ist kein eindeutiger Zusammenhang erkennbar. Kerbtiefpunkte nahe der Plattenmitte erreichen die höchsten Maximalspannungen dieser Untersuchung, doch bei einem Kerbtiefpunkt, der weiter rechts in der Platte liegt ($x > 50$ mm), treten Spitzenspannungen zwischen $10,29$ und $30,49$ N mm^{-2} auf.

Das Aufaddieren aller Winkel der vier Kreisbögen lässt erkennen, dass eine Abhängigkeit bezüglich des Gesamtwinkels zur Maximalspannung besteht, für aufaddierte Radien kann jedoch nicht das Gleiche beobachtet werden (Abbildung 3.11). Einzig für große Radien, die in der Summe mehr als 35 mm ergeben, treten die geringsten Maximalspannungen auf. Für Winkel bis ca. 140° scheint die maximale Von-Mises-Vergleichsspannung stark an den Winkel gekoppelt zu sein und wird offensichtlich durch diesen begrenzt. Ab einem 140° -Winkel stagnieren die Maximalspannungen bei minimal $10,29$ N mm^{-2} , wobei die Streuung der auftretenden Spannungen groß ist und bei gleichem Winkel eine Differenz von ca. 10 N mm^{-2} möglich ist.

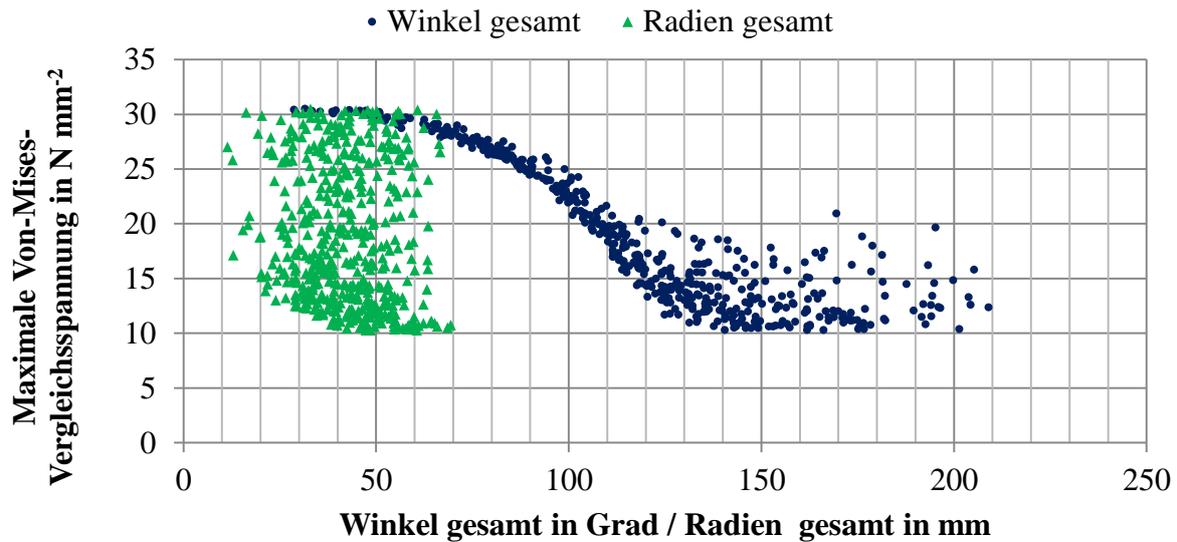


Abbildung 3.11: In der Darstellung der maximal auftretenden Von-Mises-Vergleichsspannungen dieser DoE, aufgetragen über den Gesamtwinkel der vier Kreisbögen (blaue Punkte), wird der Zusammenhang dieser beiden Größen deutlich. Mit zunehmendem Winkel sinkt die Maximalspannung bis zu einer Winkelsumme von 140° , wo die Spannungen keine geringeren Werte als $10,29 \text{ N mm}^{-2}$ annehmen. Bei der maximalen Von-Mises-Vergleichsspannung, aufgetragen über die aufaddierten Radien (grüne Dreiecke), kann kein direkter Zusammenhang festgestellt werden.

Weiterhin kann bei einzelnen Ergebnisbildern beobachtet werden, dass bei etwa gleichem Kerbgesamtwinkel von zum Beispiel 153° , wo keine Spannungen am Kerbende zu beobachten sind, die Abweichung der Maximalspannungen dennoch groß sein kann. Zwei Modelle mit diesem Kerbwinkel weisen beispielsweise eine Maximalspannung von $16,77$ und $10,69 \text{ N mm}^{-2}$ auf (Abbildung 3.12). Die Radien des Modells mit höheren Spannungen, sind dabei mit ca. $16, 14, 3$ und 2 mm deutlich kleiner als die des anderen Modells, die ca. $8, 17, 16$ und 5 mm betragen.

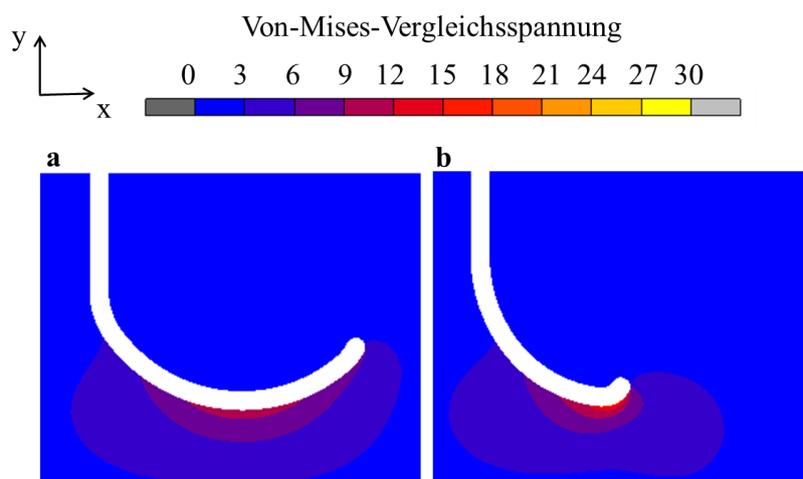


Abbildung 3.12: Die Farbdarstellung zeigt in einer Übersicht die von Von-Mises-Vergleichsspannung bei zwei parametrisch aufgebauten Modellen, deren Kerben im Winkel von $153,8^\circ$ in **a** und $153,2^\circ$ in **b** umgelenkt sind. Trotz etwa gleichem Umlenkwinkel der Kerben sind die Maximalspannungen unterschiedlich. Am Kerbteil mit dem geringeren Kerbradius nahe dem Kerbtiefpunkt in Modell **b** treten höheren Maximalspannungen auf ($16,77 \text{ N mm}^{-2}$) als bei der Kerbe mit größeren Radien in **a** ($10,69 \text{ N mm}^{-2}$).

In der gemeinsamen Betrachtung der aufaddierten Winkel und Radien mit der Von-Mises-Vergleichsspannung wird ersichtlich, dass nur für die Kombination aus den größten Radien und Winkeln die niedrigsten Spannungen auftreten (Abbildung 3.13).

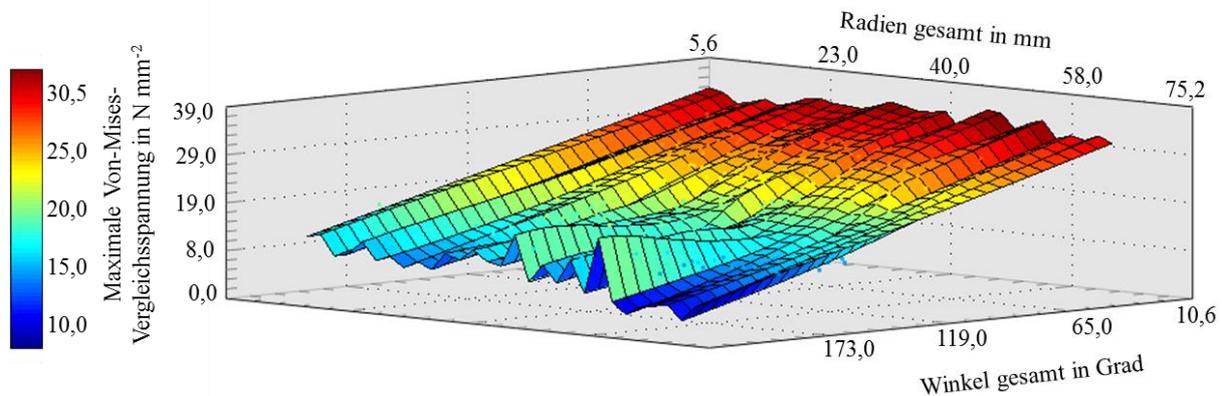


Abbildung 3.13: Mit der Kriging-Interpolations-Methode wird der Zusammenhang der aufaddierten Radien und Winkel zur maximalen Von-Mises-Vergleichsspannung dargestellt. Die Farben repräsentieren zusätzlich zur vertikalen Achse ebenfalls die Spannungen, deren zugehörige Werte auf der Farbskala links ablesbar sind. In der Abbildung wird deutlich, dass größte Winkel in Kombination mit den größten Radien zu den niedrigsten Spannungen führen.

Die geringste Maximalspannung in dieser Parameterstudie erreichte ein Plattenmodell, dessen Kerbe die Länge 54,7 mm, den Gesamtwinkel 166,2° und Gesamtradius 60,5 mm besitzt. Mit $10,29 \text{ N mm}^{-2}$ wurde die Kerbspannung durch diese Kerbgeometrie im Verhältnis zum Modell mit der höchsten Spannung um über 66 % verringert.

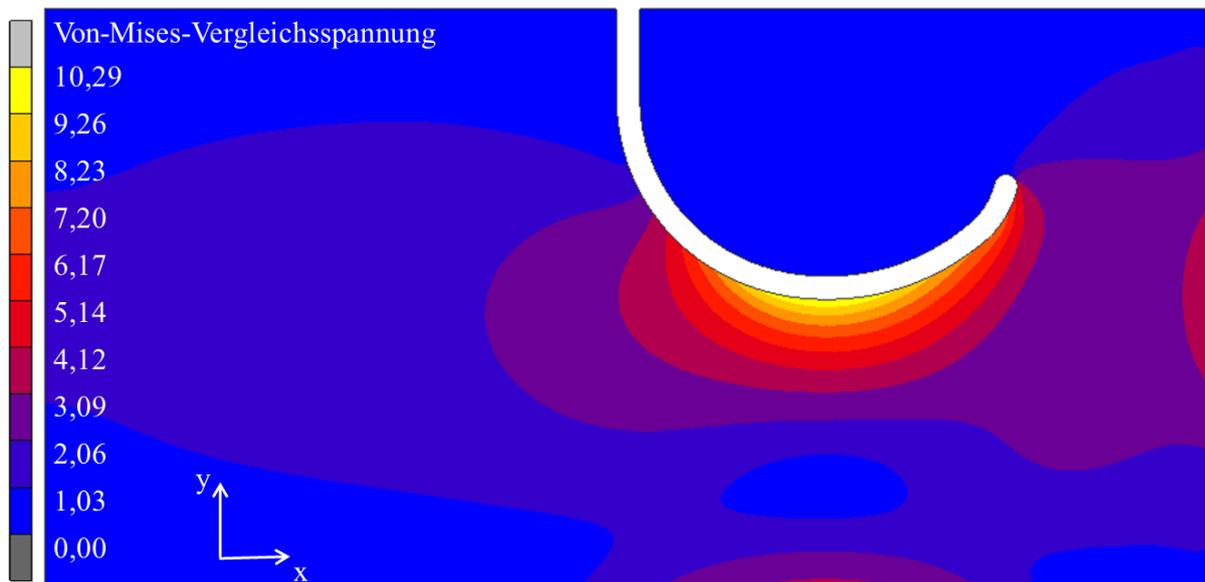


Abbildung 3.14: In der Farbdarstellung werden die Von-Mises-Vergleichsspannungen des Modells mit einer Kerblänge von 54,7 mm, einem Gesamtwinkel von 166,2° und Gesamtradius von 60,5 mm gezeigt, das mit $10,29 \text{ N mm}^{-2}$ den minimalen Maximalwert der gesamten Parameterstudie erreicht. Die Farbskala links repräsentiert jeweils die Grenzwerte der Spannungen der nebenstehenden Farben in N mm^{-2} . Die vier Kreisbögen besitzen (links nach rechts) Radien von 16,1; 17,0; 19,8 und 7,6 mm sowie Winkel von 58,2; 23,1; 49,6 und 53,3°.

Bei genauerer Betrachtung aller 500 Ergebnisbilder fällt auf, dass ab einem Gesamtwinkel von ca. 130° die maximalen Von-Mises-Vergleichsspannungen nicht mehr am Kerbende auftreten. Stattdessen sind sie an tiefer liegenden Stellen der Kerbe lokalisiert, wobei sie bei Modellen mit einem Kerbumlenkwinkel bis zu ca. 137° dem Maximalwert nahe Spannungen am Kerbende aufweisen. Für noch größere Winkel sind die Spannungen in diesem Bereich verglichen mit den auftretenden Maximalspannungen gering (Abbildung 3.12 und Abbildung 3.14).

3.5 Zugbelastung der 3D-Modelle mit Verdickungen um Kerben

Bei der Zugbelastung der 3D-Modelle ergeben sich unterschiedliche Spannungsverläufe für jedes der Modelle. Die ebene Platte ohne jegliche Modifikation der Kerbe ergibt mit $20,01 \text{ N mm}^{-2}$ die höchste Maximalspannung und die Platte mit dem doppelten Wulst mit $15,08 \text{ N mm}^{-2}$ die geringste (Tabelle 3.4). Bereits bei einer einfachen Verdickung sinken die Spannungen um 17 bzw. 22 %.

Tabelle 3.4: Dargestellt sind die maximalen Von-Mises-Vergleichsspannungen in N mm^{-2} der auf Zug belasteten 3D-Plattenmodelle 1.-4. und ein prozentualer Vergleich, wobei das erste Modell, die ebene Platte, als Bezug verwendet wird.

Modell	Maximale Von-Mises-Vergleichsspannung in N mm^{-2}	Prozentualer Vergleich
1. ebene Platte	20,01	100,0 %
2. einfache Verdickung	16,53	82,6 %
3. einfache Verdickung verrundet	15,54	77,7 %
4. doppelte Verdickung verrundet	15,08	75,4 %

Die Von-Mises-Vergleichsspannungen im Kerbgrund fallen bei den Modellen mit Verdickungen nach Vorbild der Diatomeen um die Kerbe geringer aus als bei der ebenen Platte. Dafür treten jeweils neben dem Wulst Spannungen von etwa 7 N mm^{-2} auf, die bei der ebenen Platte im gleichen Abstand zur Kerbe mit 5 N mm^{-2} etwas geringer liegen (Abbildung 3.15). Der zweite Wulst des 4. Plattenmodells scheint weitest gehend frei von höheren Spannungen zu sein.

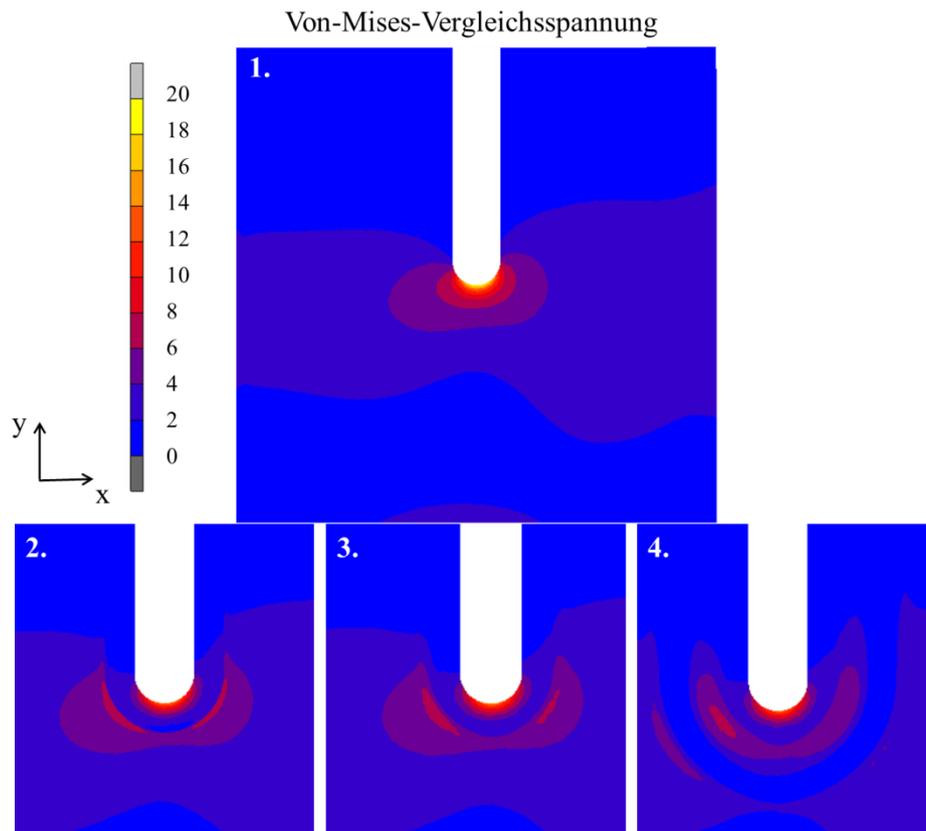


Abbildung 3.15: In der Farbdarstellung sind die Von-Mises-Vergleichsspannungen der vier 3D-Plattenmodelle zu erkennen, wobei 1. die ebene Platte, 2. die Platte mit einem Wulst, 3. die Platte mit einem verrundeten Wulst und 4. die Platte mit zwei verrundeten Wülsten darstellt. Die Farbskala links zeigt Grenzwerte der Spannungen in N mm^{-2} . Durch die Verdickungen nach Vorbild der Diatomeen sind die Spannungen in der Platte auf größere Bereiche verteilt.

4 Diskussion

4.1 Plausibilitätsanalyse

Für die Plausibilitätsanalyse wurden Vergleichsrechnungen mit einer Kreislochplatte angestellt, da zu dieser Geometrie bereits diverse Analysen durchgeführt wurden. Die analytische Berechnung der Spannungsüberhöhung einer kreisförmigen Öffnung in einer unendlich großen Platte, die auf Zug belastet ist, wurde bereits erstmals 1898 durchgeführt (Kirsch 1898). Der Vergleich der simulativen und analytischen Ergebnisse wurde mit Normalspannungen angestellt, da diese aus den analytischen Nachweisrechnungen hervorgehen. Sie stellen Hauptnormalspannungen dar, weil der Symmetrie zur Folge keine Schubspannung auftreten (Neuber 2001).

Aufgrund der geringen Abweichung der Simulationsergebnisse (1,35 %) bei der Vernetzung mit 0,2 mm Elementkantenlänge zu den analytischen Berechnungen der Kreislochplatte kann davon ausgegangen werden, dass bei gleicher Vernetzung der anderen Kerbmodelle die resultierenden Maximalspannungen mit den realen Werten nahezu übereinstimmen. Die Plausibilitätsanalyse wurde nur für den Lastfall Zug durchgeführt, aber alle Einstellungen bis auf die

Randbedingungen für den Lastfall Druck sind identisch. Die in beiden Lastfällen verwendeten Schalenelemente, die eine dreidimensionale Berechnung erfordern, sind fähig Zug- und Biegespannungen zu berechnen (MSC 2010b). Die Spannungswerte werden dennoch nur untereinander verglichen und nicht in Bezug zu anderen Untersuchungen gesetzt. Da sich die Spannung über die Dicke der Platte ändert und in der äußersten Ebene die höchsten Biegespannungen auftreten, werden die Von-Mises-Vergleichsspannungen der obersten Ebene betrachtet. In den durchgeführten Untersuchungen ist keine Symmetrie senkrecht zur Zugrichtung gegeben, weshalb ebenfalls Schubspannungen vorhanden sind. Aus diesem Grund werden anstelle der Normalspannungen Von-Mises-Vergleichsspannungen betrachtet (Gleichung 2.1).

4.2 Zweidimensionale Untersuchung von Strukturen ausgewählter

Diatomeenarten

In der Untersuchung der Strukturen einzelner Individuen der sieben verschiedenen Diatomeenarten dienten bei der Abstraktion der terminalen Raphengeometrie REM-Aufnahmen ohne Maßstabsangabe als Vorlage, was jedoch aufgrund der Skalierbarkeit der betrachteten Geometrien zu vernachlässigen ist. Die Kerbmaße können im Verhältnis zu den Plattenabmessungen maßstabsgetreu vergrößert oder verkleinert werden und da die Dicke der Platte antiproportional zur Spannung ist, kann diese ebenfalls skaliert werden.

Da jeweils nur ein Bild pro Art verwendet wurde, sind die erstellten Geometrien nicht repräsentativ für das gesamte Spektrum von Raphengeometrien einer Art. Durch die im Abstraktionsprozess manuell erstellten Splines ist die konstruierte Kerbform immer noch komplex und schwer nachzuvollziehen. Daher wurde im Anschluss zu dieser ersten Untersuchung eine Parameterstudie mit einer weiter vereinfachten Kerbform unter Zuglast durchgeführt.

Die Materialeigenschaften von Stahl sind in allen Untersuchungen nur exemplarisch verwendet worden und können durch andere ersetzt werden, da die durchgeführte Spannungsanalyse materialunabhängig ist, was darauf zurückzuführen ist, dass lediglich ein Geometrievergleich angestellt wurde.

4.2.1 Vernetzung bei der FE-Analyse

In den Bereichen, in denen hohe Spannungen zu erwarten sind, dem Kerbgrund und dem Rissende, ist ein besonders feines FE-Netz erforderlich, sodass an möglichst vielen Knotenpunkten die Spannungen ermittelt werden können. Aus der Untersuchung des Einflusses der Netzfeinheit auf die Spannungen hat sich ergeben, dass die Elementkantenlänge in diesem Bereich bei maximal 0,2 mm liegen sollte. Weitere Verfeinerungen würden keinen großen Genauigkeitsvorteil mehr erbringen und die Berechnungszeit unverhältnismäßig erhöhen. Die fein gewählte Vernetzung musste nach mehreren erprobten Methoden gleichmäßig mit Viereckselementen auf die gesamte Platte vorgenommen werden. Einen Vorteil bei einer Vernetzung mit Dreieckselementen würde jedoch die Möglichkeit des Einsatzes von Gradienten bieten. Weiter außen im Plattenmodell, wo die Spannungswerte weniger interessieren, können, ohne verzerrte Elemente zu erhalten, größere Elemente erzeugt werden als im inneren Bereich

nahe dem Kerbgrund (Abbildung 4.1). Auf diese Weise können beispielsweise bei der Vernetzung vom Plattenmodell nach *N. menisculus* fast 80 % der Elemente gegenüber der gleichmäßigen 0,2 mm-Vierecksvernetzung eingespart werden, wodurch sich die Rechenzeit auf wenige Sekunden beschränkt. Die Netzerstellung muss jedoch für jede Geometrie individuell vorgenommen werden. Aufgrund der zeitlichen Vorteile einer Automatisierung der Einstellungen für eine Geometrie und der Berechnung in Marc Mentat mittels eines Skriptes wurde jedoch auf die individuelle Netzeinstellungen einzelner Modelle verzichtet. Die Anwendung von Verfeinerungsregionen, um die Zahl der Elemente ebenfalls zu reduzieren, wurde angesichts zu stark verzerrter Elemente für diese Untersuchung abgelehnt.

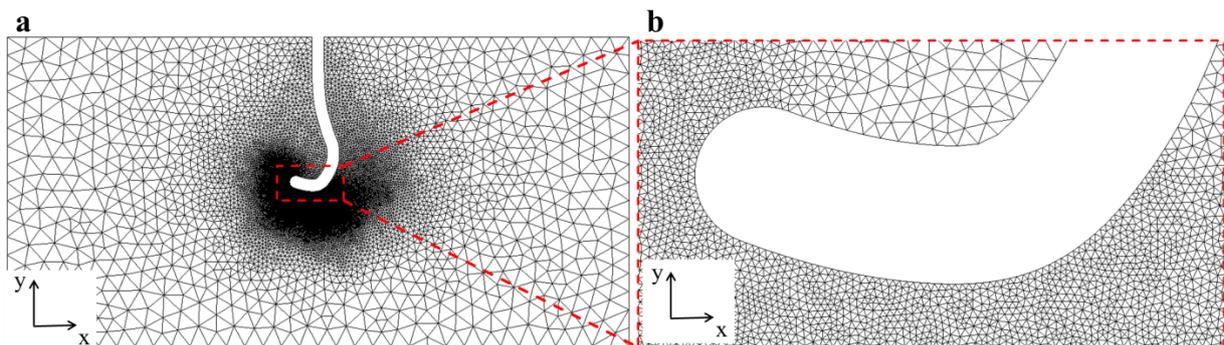


Abbildung 4.1: Die Vernetzung des Modells von *N. menisculus* mit Dreieckselementen lässt einen Gradienten der Elementgröße zu. Am Plattenrand wurde den Elementen eine Kantenlänge von 3 mm zugewiesen (a) und im hoch aufgelösten Bereich des Kerbgrundes (b) sind Elementkantenlängen von 0,1 mm verwirklicht. Die Einstellungen für ein Netz mit Gradienten müssen aufgrund unterschiedlich langer Kerben für jedes Plattenmodell individuell vorgenommen werden.

4.2.2 Interpretation der Ergebnisse der Zuglast

Um einen Vergleich der Ergebnisse der Plausibilitätsrechnungen und der zweidimensionalen Untersuchung ausgewählter Diatomeenarten anstellen zu können, sind neben den Normalspannungen auch die Von-Mises-Vergleichsspannungen des Nachweismodells mit einer 0,2 mm-Vernetzung bestimmt worden. Diese betragen mit $2,99 \text{ N mm}^{-2}$ nur etwa ein Zehntel bis Drittel der maximalen Von-Mises-Vergleichsspannungen der 2D-Raphen-Untersuchung bei Zuglast. Eine Begründung für diese Differenz stellt die Kerbgeometrie dar. Da alle Kerben von der Plattenmitte bis zum oberen Rand ragen und nicht wie in der analytischen Nachweisrechnung innerhalb der Platte eingeschlossen sind, ergeben sich deutlich höhere Spannungen. Alle Kraftflusslinien der oberen Plattenhälfte werden somit nach unten umgeleitet und konzentrieren sich am Kerbgrund, wohingegen der Kraftfluss beim Kreisloch nach oben und unten geleitet werden kann.

Die beobachteten Kerbspannungen treten bei den untersuchten Geometrien häufig am Kerbtiefpunkt auf. Bei der unmodifizierten Kerbe und bei den Aufbohrungen lässt sich dies besonders gut beobachten. Am Beispiel von *N. menisculus* zeigt sich jedoch, dass der Kerbtiefpunkt nicht zwingend die höchsten Spannungen aufweist. Da das Kerbende mit dem Radius von 1 mm jedoch nur knapp 1 mm über dem Kerbtiefpunkt liegt, scheinen sich hier die Kraftflusslinien stärker zu konzentrieren. Trotz des kleinen Radius des Kerbendes liegt die Maximal-

spannung im Vergleich zu anderen Modellen mit dem gleichen Radius niedrig (Tabelle 3.2). Es liegt die Vermutung nahe, dass der Spannungsspitzenwert an dieser Stelle geringer ausfällt, weil sich die Spannungen nicht nur lokal auf einen kleinen Bereich konzentrieren, sondern ebenfalls weiter rechts an der Kerbe stärker ausgeprägt sind, wo sich der Kerbtiefpunkt mit einem Kerbradius von 5 mm befindet (Abbildung 3.4). Diese "Verteilung" der Spannung kann ebenfalls beim Modell von *F. saxonica* beobachtet werden (Abbildung 3.6). Hier sind Spannungen in Höhe von 90 % der auftretenden Maximalspannung fast auf die Hälfte des modifizierten Kerbteils ausgebreitet, die im Vergleich zu den anderen Modellen jedoch gering ausfallen, was auf den großen Radius in diesem Bereich zurückzuführen ist. Die Kerbenden scheinen durch ihre Umlenkung nach oben nicht einen Ort mit konzentrierten Kraftflusslinien darzustellen und weisen daher Spannungen unter 5 N mm^{-2} auf. Aus diesen Ergebnissen lässt sich schließen, dass geringe Spannungen auftreten, wenn der Kerbtiefpunkt einen großen Radius aufweist und das Kerbende zudem nach oben umgebogen ist, sodass es vom Kerbtiefpunkt weiter entfernt liegt, wie bei den Kerbgeometrien nach *F. saxonica* und *P. angulatum*.

4.2.3 Interpretation der Ergebnisse der Drucklast

Die Spannungsverteilung der Modelle bei Drucklast weist Ähnlichkeiten zu der bei Zuglast auf. Da die Kraft 10 mm unter der Kerbe aufgebracht wird, können hingegen größere Spannungen bis zu dieser Stelle beobachtet werden. Die Kerben, die in der Platte in Abschnitten waagrecht verlaufen ergeben niedrigere Spannungen als jene, die nur senkrecht verlaufen. Der Kerbradius scheint hier an anderer Stelle wichtig zu sein als bei der Zuglast. Um genauere Aussagen treffen zu können müssten Variationen der Kerbgeometrien oder ebenfalls eine Parameterstudie vorgenommen werden.

Aus dieser Untersuchung wird dennoch deutlich, dass die Kerbgeometrien für verschiedene Belastungen unterschiedliche Ergebnisse liefern. Die zwei dargestellten Rangfolgen in Tabelle 3.2 und Tabelle 3.3 zeigen, dass eine spannungsreduzierende Wirkung abhängig vom Lastfall ist und keine Universallösung geboten werden kann. Optimierung, in diesem Sinne das Reduzieren von Kerbspannungen, kann in der Technik gezielt für eine oder mehrere Belastungen vorgenommen werden und ist somit stets an eine Spezialisierung gekoppelt (Wissner 2010).

4.3 Zweidimensionale Parameterstudie

Für eine Parameterstudie musste definiert werden, welche Art von Raphengeometrie untersucht werden soll, da nicht alle unterschiedlichen Geometrien in einer Untersuchung erfasst werden konnten. Diese Studie beschränkte sich daher auf eine Krümmungsrichtung der Kerbe ohne Aufgliederung und Aufweitungen.

Es bestand eine geringe Wahrscheinlichkeit bei der durchgeführten DoE, dass Parameterkombinationen auftreten, bei denen alle Winkel und Radien sehr groß sind und somit die Kerbe aus der Platte herausragt. Dies trat bei der Untersuchung nur für eine Geometrie auf, deren

Kerbspannungsberechnung anschließend in der Simulation fehlschlug. Für die Auswertung musste der Ausgabewert der Spannung, der 0 N mm^{-2} betrug, entfernt werden.

4.3.1 Erkenntnisse aus den Ergebnissen

Tendenziell sinken die maximal auftretenden Spannungen für eine längere Kerbe sowie für größere Winkel und erreichen ein Minimum bei $10,29 \text{ N mm}^{-2}$. Hiermit scheint eine Untergrenze für die Spannung in dieser Untersuchung vorzuliegen. Besonders auffällig ist, dass sich die Spannung bei zunehmendem Winkel kontinuierlich reduziert, aber ab einem Gesamtwinkel von ca. 140° (Abbildung 3.11) die minimale Spannung erreicht ist und trotz weiterer Winkelvergrößerung keine Abnahme mehr geschieht. An dieser Stelle könnte der Radius der Kreisbögen den begrenzenden Faktor darstellen, der in dieser Untersuchung auf 20 mm für jeden Kreisbogen beschränkt wurde. Für größere Radien wären möglicherweise noch niedrigere Spannungen zu erzielen.

Aus der Parameterstudie kann für die einseitig gekrümmte Hakenform ein detaillierteres Verständnis für den Winkel der Umlenkung gewonnen werden. Bei einem Umbiegen der Kerbe um etwa 130° steht die Maximalspannung nicht mehr in Abhängigkeit des Radius am Kerbende, da diese Stelle nicht mehr Ort der Maximalspannungen ist. Radaj und Schilberth (1977) haben bereits festgestellt, dass nur der Teil der Kerbe die Höchstspannungen beeinflusst, welcher der hochbeanspruchten Zone angehört. Somit sind für die Maximalspannungen dann die Kerbradien nahe dem Kerbtiefpunkt ausschlaggebend, was aus den einzelnen Ergebnisbildern dieser Parameterstudie ebenfalls deutlich wird (Abbildung 3.12). Nach Mattheck (2006a; b) sowie Radaj und Schilberth (1977) führen kleine Radien zu einer abrupten Kraftflussumlenkung und damit zu hohen Kerbspannungen.

Die Erkenntnis, dass die Umlenkung der Kerbe in einem ca. 130° -Winkel niedrigere Kerbspannungen als bei kleineren Winkeln bewirkt, wird durch die Methode der Schubvierecke von Mattheck (2006b) bestätigt. Der durch diese Methode identifizierte 45° -Winkel zur Spannungsreduzierung, der bei den Zugdreiecken Einsatz findet, tritt ebenfalls in der hier durchgeführten Untersuchung auf. Wenn als Ausgangspunkt ein um 90° abgelenktes Kerbende gilt, wird mit einer weiteren 45° -Umlenkung nach oben der Gesamtwinkel erreicht, der etwa in der Parameterstudie nachgewiesen wurde. Ein damit in Verbindung stehendes Kerbdesign wurde von Mattheck *et al.* (2008) mit der Methode der Zugdreiecke als Beitrag zum Fail Safe Design bereits entwickelt (Abbildung 4.2). Durch den 135° -Winkel wird erreicht, dass das Schlitzende in einer schubinduzierten Druckzone liegt und somit ein Weiterwachsen des Risses verhindert ist. Das Design wurde für eine einseitige Rissumlenkung und in einer symmetrischen Form entwickelt, wobei außerdem ein großer Kerbradius realisiert wurde.

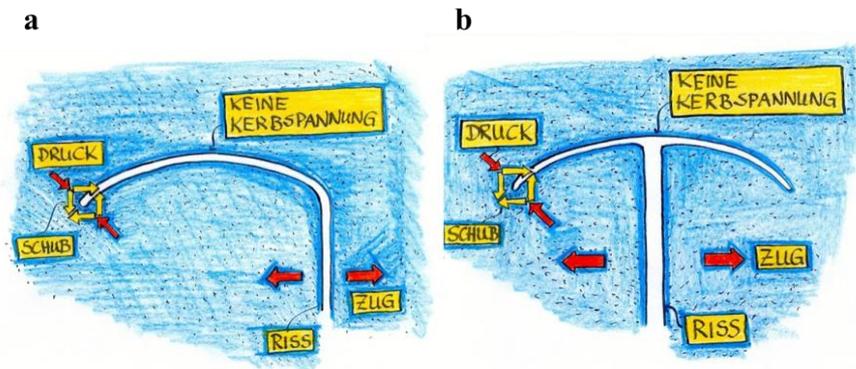


Abbildung 4.2: Die mit der Methode der Zugdreiecke entwickelten Rissumlenkungen bewirken, dass das Rissende in der schubinduzierten Druckzone nicht mehr weiterreißen kann. Da die Umlenkungen, die einseitig (a) oder symmetrisch (b) vorgenommen werden können, mit einem großen Radius geschehen, treten keine Kerbspannungen auf (Mattheck *et al.* 2008).

Für das beste Ergebnis der Parameterstudie ist ebenfalls geprüft worden, ob das Kerbende im Druckbereich liegt, wozu die Normalspannungen anstelle der Von-Mises-Vergleichsspannungen aus der Simulation ausgegeben wurden (Abbildung 4.3). Bei dem Kerbende können negative Normalspannungen zwischen $-0,1$ und $-1,4 \text{ N mm}^{-2}$ bei mehr als der Hälfte des Kreisbogens, auf der linken Seite festgestellt werden, die Druckspannungen entsprechen. Auf der rechten Seite hingegen treten Zugspannungen bis zu 6 N mm^{-2} auf.

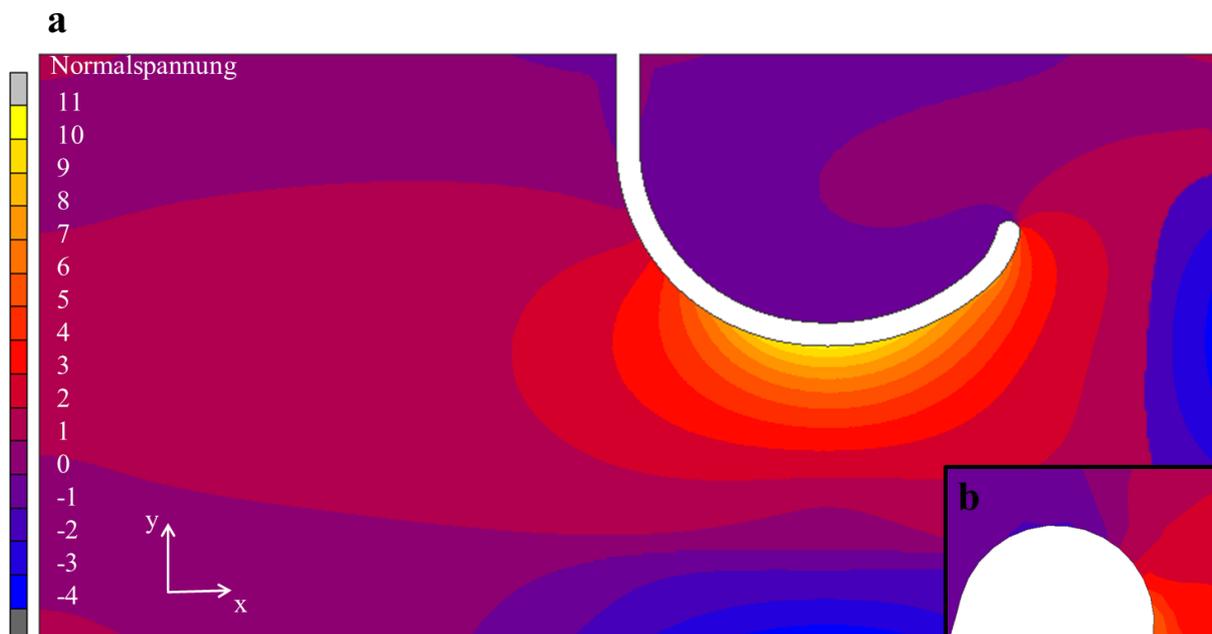


Abbildung 4.3: Die farbige Darstellung der Normalspannungen (in N mm^{-2}) des Modells, welches mit $10,29 \text{ N mm}^{-2}$ die niedrigste Maximalspannung der Parameterstudie aufweist, zeigt dass Teile des Kerbendes eine Druckspannung erfahren. In Teilabbildung a wird sichtbar, dass rechts über der Kerbe ein größerer Druckbereich von 0 bis -1 N mm^{-2} vorherrscht, genauso wie an Teilen der unteren und rechten Plattenkante (bis zu -4 N mm^{-2}). In b ist zu erkennen, dass mehr als die Hälfte des Kreisbogens, der das Kerbende darstellt, Druckspannung erfährt.

Die in der Parameterstudie berechneten Geometrien mit geringen Maximalspannungen scheinen also durchaus Gemeinsamkeiten mit den Zugdreiecks-Kerbgeometrien aufzuweisen. In Studien von Wissner (2010) wurden die von Mattheck *et al.* (2008) nach der Methode der

Zugdreiecke entwickelten Kerbmodelle gegenüber einer geraden, unmodifizierten Kerbe und einer Abschlussbohrung, deren Radius viermal so groß ist wie die Kerbbreite, unter gleicher Zuglast verglichen. Die Spannungsverteilung der umgelenkten Kerben fiel deutlich gleichmäßiger aus und die maximal auftretende Normalspannung wurde gegenüber der geraden Kerbe auf ein Viertel und gegenüber der Abschlussbohrung auf die Hälfte reduziert. Mit der Studie konnte demnach schon gezeigt werden, dass eine Kerbumlenkung mit 135° besonders geringe Spannungen erzeugt.

In den Modellen mit Kerbgeometrien nach Vorbild von Strukturen einzelner Diatomeenarten der hier durchgeführten Untersuchung kann nun geprüft werden, ob auftretende Maximalspannungen am Kerbende auf einen geringeren Winkel als 135° zurückzuführen sind. Bei dem Modell nach *N. menisculus* trifft dies zu, da der Winkel der Umlenkung nur $109,4^\circ$ beträgt. Die Kerbgeometrien nach *F. lewisiana* und *N. affine* bestätigen die Theorie ebenfalls, da ihre Maximalspannungen im Kerbende auftreten, welche nur um 90° umgebogen sind. Bei der Kerbgeometrie nach *F. saxonica* kann genau Gegenteiliges gezeigt werden, da an den Kerbenden keine hohen Spannungen mehr festzustellen sind und der Umlenkwinkel der aufgliederten Kerben jeweils 135° beträgt. Das Gleiche gilt für die Kerbgeometrie nach *P. angulatum*, deren Kerbende um 143° umgebogen ist sowie für die Modelle nach *N. tripunctata* und *G. hippocampus*, mit Winkeln von 141° und 160° . Auffällig ist die Ähnlichkeit der Geometrie der Kerbe nach *F. saxonica* und der Kerben nach den Zugdreiecken. Die von Mattheck sogenannten Optimalformen der Natur (2006b), die er bereits unter anderem an Bäumen und Knochenstrukturen nachgewiesen hat, und denen er die Zugdreiecke zugrunde legt, scheinen somit ebenfalls an den Raphengeometrien der Diatomeen auffindbar zu sein.

4.4 Dreidimensionale Untersuchung von Verdickungen

Die Verdickungen um die Kerben können die durch Zugbelastung entstandenen Spannungen, welche konzentriert im Kerbgrund auftreten, im Vergleich zu einer ebenen Platte mit gleicher Kerbe senken, indem sie sie gleichmäßiger verteilen. Der Doppelwulst scheint jedoch im Vergleich zum einfachen nur geringe Auswirkungen auf die Kerbspannungen zu haben. Der Vergleich der Modelle 2 und 3 lässt vermuten, dass der tangentielle Übergang des Wulstes in die Platte spannungsreduzierend wirkt.

Unterschiedliche Geometrien, sogenannte Riss-Stopp-Wülste, wurden bereits in der Untersuchung von Wissner (2010) bei verschiedenen Belastungen von Platten mit einem Kreisloch geprüft. Er stellte fest, dass neben dem Erreichen einer Nennspannungsminderung und der lokalen Versteifung durch gerade Wülste sowie Ringwülste um das Kreisloch einer Spannungskonzentration am Kreisloch entgegengewirkt wird. In Vergleichen konnte er eine Spannungsreduktion von bis zu 38 % aufgrund der Wulstgeometrien feststellen. Eine weitere Feststellung der Studie war, dass Verdickungen immer beidseitig auf die Platte aufgebracht werden müssen, weil sonst ein gegenteiliger Effekt als die Spannungsverringerung erzielt werden

kann. Daher wurden die Wülste in der hier durchgeführten Untersuchung ebenfalls auf Plattenober- und -unterseite aufgebracht.

Für eine Biegebelastung haben Hamm und Smetacek (2007) bereits anhand des Flächenträgheitsmoments argumentiert, dass Verdickungen des Materials eine Verbesserung der Steifigkeit erzielen. Demnach sind Kerben, die angrenzende Verdickungen aufweisen, steifer, wenn die Last senkrecht zur Platte angreift, woraus geringere Biegespannungen resultieren.

4.5 Fazit

Die hier durchgeführte Studie konnte bestätigen, dass die beobachteten terminalen Raphengeometrien eine spannungsreduzierende Wirkung gegenüber einer unmodifizierten Kerbe besitzen. Die Hypothese von Pickett-Heaps *et al.* (1979), dass die Raphengeometrien auch das Risiko des longitudinalen Durchbrechens der Schale durch unterschiedliche Belastungen verringern, kann zumindest für abstrahierte Geometrien bestätigt werden. Ebenfalls werden die Aussagen von Hamm (2005) sowie Hamm und Smetacek (2007) bekräftigt, die ebenfalls die Strukturen bei den Raphen hervorgehoben haben und sie als Mittel zur Spannungsreduzierung darstellten. Das klassische Aufbohren eines Risses zur Vergrößerung des Kerbradius erbringt, wie die Ergebnisse zeigen, eine Reduzierung der Spannung, jedoch treten die Kerbspannungen bei der Zugbelastung stets an der gleichen Stelle, im Kerbtiefpunkt, auf und es können neue Risse entstehen (Mattheck *et al.* 2008). Mit dem Vergleich der Raphengeometrien in der ersten Untersuchung bei Zuglast wurden wichtige Erkenntnisse zur Kerbform gewonnen, auch wenn nur für drei Geometrien gezeigt werden konnte, dass sie geringere Spannungen aufweisen als eine Aufbohrung mit 1,5-facher Kerbbreite als Radius. Gegenüber einer Aufbohrung erbringt das Umlenken von Rissenden den Vorteil, dass wesentlich größere Kerbradien zu verwirklichen sind, da die Risspitze nicht mehr am Ort der Maximalspannung lokalisiert ist. Dadurch, dass die durch Kerben auftretenden Spannungen möglichst gering gehalten werden, kann das Versagen eines Bauteils sowie das Überdimensionieren in der Konstruktion vermieden werden (Mattheck 2006a). Die in dieser Studie für geringe Kerbspannungen identifizierte Kerbumlenkung mit einem 135° -Winkel wurde bereits von Mattheck *et al.* (2008) und Wissner (2010) als eine Alternative zu Aufbohrungen dargestellt. Durch die geringeren und gleichmäßiger verteilten Spannungen kann die doch eher kompliziertere Geometrie gerechtfertigt werden.

In der hier durchgeführten, dreidimensionalen Untersuchung von Verdickungen um eine Kerbe konnte für Zuglasten ebenfalls festgestellt werden, dass eine Verstärkung der Platte an der Kerbe, insbesondere am Kerbgrund, die maximal auftretenden Spannungen im Vergleich zu einer ebenen Platte reduziert, so wie es Wissner (2010) bereits zeigen konnte. Die gleichmäßigere Verteilung von Spannungen an der Kerbe ist nach dem Axiom konstanter Spannung für die Haltbarkeit eines Bauteils bei entsprechender Belastung von Vorteil.

4.6 Bionische Umsetzung

Die untersuchten Geometrien der Raphen können bei Bauteilen angewendet werden, in denen Aussparungen bzw. Risse nicht vermeidbar sind, um Spannungsüberhöhungen und letztendlich Risse im Bauteil zu verhindern. Das Kerbdesign sollte vorzugsweise direkt in die Konstruktion miteinbezogen werden, damit das Bauteil nicht überdimensioniert wird oder es bei Inbetriebnahme erst gar nicht zu einer Rissbildung kommt. Eine Fertigungsmöglichkeit für Kunststoffteile, die die Kerbumlenkung bzw. die Verdickungen beinhalten, stellt das Spritzgussverfahren dar, womit diese eher ungewöhnlichen Geometrien zu realisieren wären. Eine Anwendung in der Praxis der Riss-Umlenkung gab es bereits nach der Studie von Wissner (2010) bei einer Behälterwanne aus Stahl, bei der herkömmliche Aufbohrungen am Ende von Schlitzten nicht den gewünschten Erfolg brachten. Die so genannten Zugdreieckschlitzte wurden dabei jedoch zu Langlöchern abstrahiert.

Zusätzlich zur verbesserten Eigenschaft bezüglich der Spannungen stellt die Kerbgeometrie mit Umlenkungen ein elegantes Design dar und ist daher für jene Bereiche geeignet, bei denen es neben der Funktionalität auch noch auf ein auffälliges, interessantes Erscheinungsbild ankommt.

Kerbspannungen treten im Alltag häufig auf, sind jedoch erst auffällig, wenn es zum Bruch, dem Versagen des Bauteils, kommt. Generell ist das Einsatzgebiet der untersuchten Kerbgeometrie groß, aber da es sich um eine eher-ungewöhnliche Geometrie handelt, die nicht so einfach zu realisieren ist, muss beim Einsatz bewusst sein, ob sich der höhere Aufwand lohnt und es auch nicht zu einer Funktionsbeeinträchtigung durch zum Beispiel Verhaken oder Verkanten kommt.

Ein konkretes, potentiell Einsatzgebiet des Raphendesigns könnte bei der Nahtgeometrie beim Laserstrahlschweißen geboten sein. Aufgrund der unter anderem hohen Schweißgeschwindigkeit und hohen Präzision ist dieses Verfahren bereits in der Industrie etabliert (Pfeifer, Schmitt 2006). Ein Nachteil dieser Schweißtechnik ist jedoch die Gefahr des Entstehens von Rissen (Dilthey 2006). Um für möglichst geringe, an der Naht auftretende Spannungen zu sorgen, kann nun als Nahtabschluss eine geschweißte Raphengeometrie dienen, womit erreicht werden könnte, dass der Anfang, bzw. das Ende der Naht verminderte Spannungen aufweisen. Da weitere Vorteil des Laserschweißens die hohe Verfahrens- und Produktflexibilität, das einfache Integrieren in betriebliche Abläufe mit Anbindung an CAD- Strukturen und die Makro- und Mikrobearbeitung ist (Pfeifer, Schmitt 2006), sollte das Realisieren des Raphendesign möglich sein.

4.7 Ausblick

Die durchgeführte Parameterstudie kann in einer nachfolgenden Untersuchung zu einer Optimierung ausgebaut werden, um zum Beispiel eine möglichst kurze Kerblänge für eine bestimmte Formzahl zu erlangen. In zusätzlichen Parameterstudien bzw. Optimierungen könnten außerdem noch weitere Krümmungsrichtungen der Kerbe untersucht werden, genauso wie

Aufgliederungen nach Vorbild von *N. affine* und *F. saxonica* sowie *F. lewisiana*, die zusätzliche Aufweitungen am Kerbende besitzt.

Für den Lastfall Druck scheint es besonders darauf anzukommen, an welcher Stelle die Kraft eingeleitet wird, weshalb es generell schwierig ist Aussagen über die Spannungen machen zu können. Sinnvoll wären daher gezielte Untersuchungen mit vorgegebenen Lastfällen.

Alle zweidimensionalen Untersuchungen können ebenfalls auf die dritte Dimension ausgeweitet werden, wodurch komplexere Kerbgeometrien, die nicht nur in einer Ebene vorliegen, erfasst werden können. Die hier durchgeführte dreidimensionale Untersuchung der Verdickungen um Kerben ist ebenfalls weiter ausbaufähig. Es könnten Verdickungen, die den der Diatomeen ähnlicher sind, untersucht werden, wie zum Beispiel der Raphenkiel, eine Erhöhung der ganzen Raphe. Dazu würden jedoch genauere REM-Aufnahmen dieser Bereiche benötigt werden. Insgesamt könnten Druck- und Zugbelastungen von 3 D-Modellen, die den Raphengeometrien näher sind, interessante Untersuchungen darstellen, da somit möglicherweise mehr von den Spannungsverläufen in der Schale verstanden werden kann. Neben den unterschiedlichen Geometrien der Raphen, die hier stichprobenartig untersucht wurden, sind außerdem die Fibulae der Diatomeen interessante Strukturen. Dies sind bogenförmige Verbindungen der Innen- und Außenseite der Raphen, die eine Stützfunktion zu besitzen scheinen (Hamm 2005). Im Rahmen von weiteren Untersuchungen der Raphen sollten diese Strukturen ebenfalls mit erfasst werden, da sie möglicherweise Potential für den Leichtbau bieten.

5 Quellen

5.1 Literaturverzeichnis

Baumgartner, A., Harzheim, L., Mattheck, C. (1992): SKO (soft kill option): The biological way to find an optimum structure topology, International Journal of Fatigue, Volume 14, Issue 6: 387-393.

Dilthey, U. (2006): Schweißtechnische Fertigungsverfahren 1: Schweiß- und Schneidtechnologien. VDI-Buch. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Edgar, L. A., Zavortink, M. (1983): The Mechanism of Diatom Locomotion. II: Identification of Actin. Proceedings of the Royal Society B, Volume 218 Number 1212: 345-348.

Hamm, C. E., Merkel, R., Springer, O., Jurkojc, P., Maier, C., Prechtel, K., Smetacek, V. (2003): Architecture and material properties of diatom shells provide effective mechanical protection. Nature, Volume 421, Number 6925: 841-843.

Hamm, C. E. (2005): The Evolution of Advanced Mechanical Defenses and Potential Technological Applications of Diatoms Shells. Journal of Nanoscience and Nanotechnology, Volume 5: 108-119.

Hamm, C. E. (2006): Das Leben im Plankton – Überleben durch Leichtbaustrukturen. In: Büchel, K.G., Malik, F. (Hrsg.) (2006): Faszination Bionik – Die Intelligenz der Schöpfung. MCB-Verlag, München, 374-379.

- Hamm, C. E., Mielke, R., Kara, C., Lüdemann, U., Cleff, M., Philipp, B. (2007):** Ammo-light- Fraktale Leichtbauschalen. (Poster) Technikmuseum, Berlin.
- Hamm, C. E., Jansen, S. und Philipp, B. (2008):** Bremerhavener Schule für Leichtbau: Verfahren Evolutionary Light Structure Engineering (ELiSE). (Poster) Hannover Messe 2008, 21.-25.04.2008, Hannover.
- Hamm, C. E., Smetacek, V. (2007):** Armor: Why, When, and How. In: Falkowski, P., Knoll, A. (Hrsg.) (2007): Evolution of Primary Producers in the Sea. Elsevier, San Diego, 311-332.
- Heim, R. (2005):** FEM mit Nastran- Einstieg und Umsetzung mit Lernprogramm UNA. Carl Hanser Verlag GmbH & CO. KG, München, Wien.
- Hibbeler, R.C., Wauer, J. (2007):** Technische Mechanik 2: Festigkeitslehre. Pearson Studium, München.
- Hürlimann, J., Kilchör, T., Dirnhofer, R., Wyler, D. (2007):** Kieselalgen als mikroskopisch kleine biologische Spuren. In: Herrmann, B., Saternus, K.-S. (Hrsg.) (2007): Biologische Spurenkunde, Band 1 Kriminalbiologie. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 193-204.
- Kesel, A. B. (2010):** Sind Prozesse aus der Natur auf Wirtschaftsprozesse übertragbar? In: Otto, K.S., Speck, T. (Hrsg.) (2011): Darwin meets Business: evolutionäre und bionische Lösungen für die Wirtschaft. Springer Gabler Verlag, Wiesbaden, 81-86.
- Kirsch, G. (1898):** Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, 42, 797–807.
- Klein, B. (2010):** FEM: Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau. Vieweg Teubner Verlag, Wiesbaden.
- Krige, D. G. (1951):** A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. Journal of Chemical, Metallurgical and Mining Society of South Africa, Volume 52, Number 6: 119-139.
- Mattheck, C. (1990):** Design and Growth Rule for Biological Structures and their Application in Engineering. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Volume 13, Issue 5: 535-550.
- Mattheck, C. (2003):** Warum alles kaputt geht. Form und Versagen in Natur und Technik. Verlag Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe.
- Mattheck, C. (2006a):** Design in der Natur. Der Baum als Lehrmeister. Rombach Verlag KG, Freiburg im Breisgau., Berlin.
- Mattheck, C. (2006b):** Verborgene Gestaltgesetze der Natur. Optimalformen ohne Computer. Verlag Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe.
- Mattheck, C., Bethge, K., Tesari, I., Wissner, C., Kappel, R. (2008):** Rissarrest: Aikido an der Riss Spitze. Konstruktionspraxis, 2: 14-17.
- Meinken, A. (2001):** Finite Elemente in der Praxis: Grundlagen und Beispiele für die Anwendung von MARC/MENTAT. Expert Verlag, Renningen-Malmsheim.
- Nachtigall, W. (2002):** Bionik: Grundlagen und Beispiele für Ingenieure und Naturwissenschaftler. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Neuber, H. (2001): Kerbspannungslehre: Theorie der Spannungskonzentration; genaue Berechnung der Festigkeit. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Pfeifer, T., Schmitt, R. (Hrsg.) (2006): Autonome Produktionszellen: komplexe Produktionsprozesse flexibel automatisieren. VDI-Buch. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Pickett-Heaps, J. D., Tippit, D. H., Andreozzi, J. A. (1979): Cell division in the pennate diatom *Pinnularia*. III. The valve and associated cytoplasmic organelles. *Biologie Cellulaire*, Volume 35, 295-8.

Radaj, D., Schilberth, G. (1977): Kerbspannungen an Ausschnitten und Einschlüssen. Band 69, Deutscher Verlag für Schweißtechnik, Düsseldorf.

Round, F. E., Crawford, R. M., Mann, D. G. (1990): The diatoms: Biology & morphology of the genera. Cambridge University Press, Cambridge.

Vajna, S., Weber, C., Bley, H., Zeman, K. (2009): CAx für Ingenieure. Eine praxisbezogene Einführung. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen (Hrsg.) (2006): VDI-Wärmeatlas. 10. Auflage. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

5.2 Sonstige Quellen

Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung (2013): H75822-1 (Bilddatei online). In: Friedrich Hustedt Diatom Database at AWI. Verfügbar unter: <https://webapps.awi.de/Hustedt-Diatoms/H75751-76000/thumbnail/H75822-1.jpg> (Zugriff: 29.04.2013).

Altair (2011): HyperStudy User's Guide, Version 11.0.130. Unpubliziert.

Haufe, P. (2011): Leichtbauoptimierung von Strukturen für Hochleistungsrennyachten auf der Basis von pennaten Diatomeen Schalen. Bachelor-Thesis, Hochschule Bremen. Unpubliziert.

MSC (2010a): Marc User's Guide.

MSC (2010b): Marc Volume B: Element Library.

Naguschewski, R. (2012): Leichtbau-Optimierung an Wabenkreisplatten nach Vorbild von Diatomeen. Bachelor-Thesis, Hochschule Bremen. Unpubliziert.

Niebuhr, N. (2009): Konstruktion von Gründungsstrukturen für Offshore Windkraftanlagen nach biologischem Leichtbauvorbild. Master-Thesis, Hochschule Wismar. Unpubliziert.

Scherrer, M. (2004): Kerbspannung und Kerbformoptimierung. Dissertation, Universität Karlsruhe.

Siegel, D. (2010): Parametrisierung einer Radiolarie zur bionischen Entwicklung einer Offshore-Gründungsstruktur. Bachelor-Thesis, Hochschule Bremen. Unpubliziert.

Wissner, C. (2010): Beiträge zum Fail Safe Design. Dissertation, Universität Karlsruhe.

Danksagung

An dieser Stelle sei allen Personen herzlich gedankt, die mich für meine Bachelorarbeit in jeglicher Hinsicht unterstützt haben.

Besonderer Dank geht an Prof. Susanna Labisch für die Betreuung und insbesondere ihre Ratschläge in der FEM und in den analytischen Nachweisen. Ebenfalls gebührt Dr. Christian Hamm ausdrücklicher Dank für diverse konstruktive Gespräche und vielseitige Anregungen. Ihm und seiner Arbeitsgruppe möchte ich außerdem für die Vergabe des Bachelorarbeitsthemas und der Möglichkeit am Imare in der Abteilung Bionischer Leichtbau zu arbeiten danken. Für viele Tipps und anregende Gespräche sei der ganzen Gruppe gedankt und vor allem Daniel Siegel und Moritz Maier aufgrund diverser Hilfestellungen. Anschließend bedanke ich mich bei Pjotr Jurkojc für einige wertvolle Tipps in Marc Mentat. Friedel Hinz und Bank Beszteri vom AWI Friedrich-Hustedt-Zentrum für Diatomeenforschung möchte ich für die Beratung zu Beginn bezüglich der raphentragenden Diatomeen und die Informationsbereitstellung danken. Ebenfalls gebührt Prof. Frank Jablonski Dank, der mir zu Beginn der Bearbeitungszeit wichtige Fragen zur Mechanik beantworten konnte und weiter einige Ratschläge für die Bearbeitung dieses Themas gab sowie Frau Nina Franke vom Mercedes Benz Werk Bremen für die Informationen zum Laserschweißen.

Patrick Haufe danke ich für Anregungen und der Hilfe in Teilen meiner Auswertung und Helene König sowie Lena Heemann für ihre Korrekturvorschläge meiner Arbeit.

Abschließend möchte ich mich außerordentlich bei Robert Naguschewski bedanken, der mir für fachliche Ratschläge und Hilfestellungen jederzeit zur Seite stand und besonders mental eine großartige Unterstützung in der gesamten Bearbeitungszeit geboten hat.

A Anhang

A.a Formzahl

Die Formzahl α_k oder auch K für eine Platte mit Kreisloch, die auf Zug belastet ist, lässt sich in Abhängigkeit des Verhältnisses des Radius r zur Plattenbreite b bestimmen (Abbildung A. 1). Für eine unendliche Platte gilt demnach $\alpha_k = 3$.

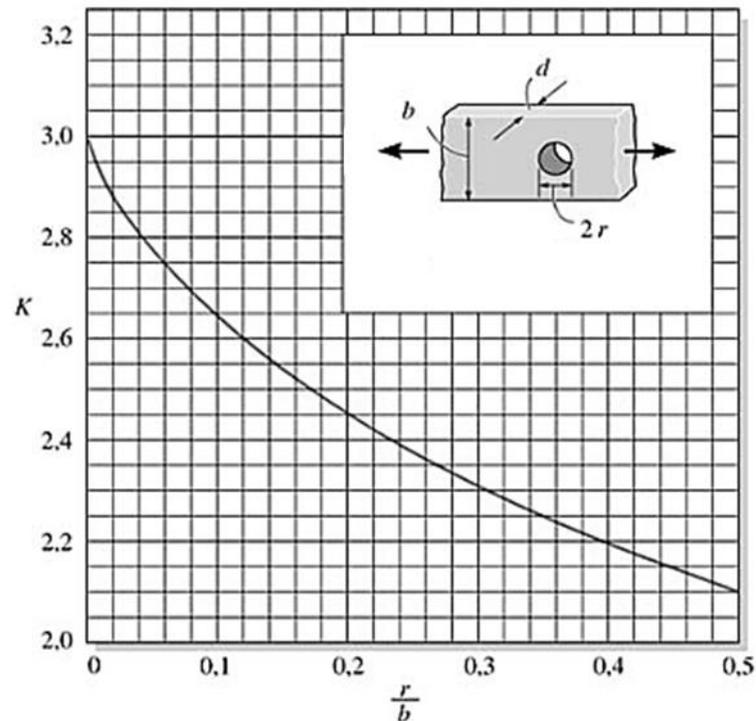


Abbildung A. 1: Die Formzahl K für eine auf Zug belastete Platte kann maximal den Wert drei annehmen. Aufgetragen im Diagramm ist K über das Verhältnis der Breitenabmessung (b) einer Platte zum Radius (r) eines Kreisloches. Zusätzlich ist die Dicke der Platte d eingezeichnet (verändert nach Hibbeler, Wauer 2007).

A.b Datenträger

Auf dem beigelegten Datenträger befinden sich weitere Ergebnisbilder aller Untersuchungen und diverse Marc Mentat Dateien der Modelle und der Ergebnisse. Weiterhin sind einige Dateien der Parameterstudie beigefügt.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Bachelorarbeit selbstständig und nur unter Benutzung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe und alle Ausführungen, die wörtlich oder sinngemäß übernommen wurden, als solche gekennzeichnet sind. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen und ist auch noch nicht veröffentlicht.

Ich bin mir bewusst, dass eine falsche Erklärung rechtliche Folgen haben wird.

Bremen, 08.05.2013

Unterschrift: