

TU ILMENAU

BACHELORARBEIT

WIEDERKEHRZEITEN VON HITZEEXTREMEN
IM KLIMAMODELL AWI-ESM2.1

Jule Katharina Schrepfer

Betreuer:

Prof. Dr. Erich Runge

Prof. Dr. Gerrit Lohmann

26. April 2022, Ilmenau

Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Analyse von Wiederkehrzeiten von Hitzeextremen in verschiedenen Klimaszenarien. Mit Hilfe des gekoppelten Klimamodells AWI-ESM2.1 werden zunächst das historische Klima seit 1850 sowie die beiden Zukunftsszenarien SSP1-2.6 und SSP5-8.5 simuliert. Es wird jeweils ein kleines Ensemble von Simulationen berechnet. Die Tagesmaximaltemperaturen werden mit Hilfe zweier Methoden aus der Extremwerttheorie analysiert: Der Block-Maxima-Methode und der Peaks-over-Threshold-Methode. Aus den zugehörigen Verteilungsfunktionen werden die mittleren Wiederkehrzeiten verschiedener Temperaturen berechnet. Der Kolmogorov-Smirnov-Test zeigt, dass die Daten sowohl durch die generalisierte Extremwertverteilung (Weinbull-Verteilung) als auch durch die Paretoverteilung gut beschrieben werden können. Allerdings erweist sich aufgrund der Autokorrelation der Temperaturen die Block-Maxima-Methode als geeigneter zur Abschätzung der Wiederkehrzeiten. Die zu einer bestimmten Wiederkehrzeit gehörigen Temperaturen sind seit dem vorindustriellen Zeitalter bereits angestiegen und es zeigt sich eine starke Abhängigkeit vom betrachteten Zukunftsszenario. Um den Einfluss der Autokorrelation besser zu verstehen, wird außerdem die Verteilung der Wiederkehrzeiten für einen konstanten Schwellwert untersucht. Bei schwacher Korrelation, wie dies z.B. in Deutschland der Fall ist, kann die Verteilung durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden. An anderen Orten wie Südamerika und Indonesien sind die Temperaturen stärker korreliert, die Autokorrelation der Temperaturdifferenzen zum durchschnittlichen Jahresverlauf fällt anfangs nach Potenzgesetz ab. Dadurch werden sowohl sehr kurze als auch sehr lange Wiederkehrzeiten häufiger. Eine der Literatur entnommene Gleichung für die Verteilung der Wiederkehrzeiten in langzeitkorrelierten Systemen wird anhand der simulierten Tagesmaximaltemperaturen verifiziert.

abstract

This thesis deals with the analysis of return times of heat extremes in different climate scenarios. With the help of the coupled climate model AWI-ESM2.1, the historical climate since 1850 and the two future scenarios SSP1-2.6 and SSP5-8.5 are simulated. A small ensemble of simulations is calculated in each case. The daily maximum temperatures are analyzed using two methods from extreme value theory: the block maxima method and the peaks-over-threshold method. The average return times of different temperatures are calculated from the associated distribution functions. The Kolmogorov-Smirnov test shows that the data can be well described by both the generalized extreme value distribution (Weibull distribution) and the Pareto distribution. However, due to the autocorrelation of the temperatures, the block maxima method proved to be more suitable for estimating the return times. The temperatures associated with a certain return time have already risen since the pre-industrial age and there is a strong dependence on the future scenario considered. In order to better understand the influence of the autocorrelation, the distribution of the return times for a constant temperature threshold is also examined. If the correlation is weak, as is the case in Germany, for example, the distribution can be described by an exponential function. In other places such as South America and Indonesia, the temperatures are more strongly correlated, the autocorrelation of the temperature differences to the average annual course initially falls off according to the power law. As a result, both very short and very long return times are becoming more frequent. An equation taken from the literature for the distribution of return times in long-term correlated systems is verified using the simulated daily maximum temperatures.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	8
2	Klimasimulationen	11
2.1	Aufbau von AWI-ESM 2.1	11
2.1.1	ECHAM 6.3.04p1	11
2.1.2	JSBACH	12
2.1.3	FESOM2.0	13
2.1.4	OASIS-MCT	14
2.2	Klimasimulationen mit AWI-ESM2.1	14
2.3	Ergebnisse für die Erhöhung der Oberflächentemperatur	17
3	Extremwertverteilungen	20
3.1	Block-Maxima-Methode	20
3.1.1	Theorie zur Block-Maxima-Methode	20
3.1.2	Anwendung der Block-Maxima-Methode auf die Tagesmaximaltemperaturen	24
3.1.3	Kolmogorov-Smirnov-Test	27
3.1.4	Ergebnisse für generalisierte Extremwertverteilung und Diskussion	28
3.2	Peaks-over-Threshold-Methode	32
3.2.1	Theorie zur Peaks-over-Threshold-Methode	32
3.2.2	Anwendung der Peaks-over-Threshold-Methode auf Tagesmaximaltemperaturen	33
3.2.3	Ergebnisse und Diskussion	34
3.3	Return levels global	38

4	Verteilung der Wiederkehrzeiten	40
4.1	Theorie zu Wiederkehrzeiten	40
4.1.1	Poissonverteilung	40
4.1.2	Verteilung bei Langzeitkorrelation	41
	Ergebnisse für kurze Wiederkehrzeiten	45
5	Fazit und Ausblick	50
6	Anhang	53
6.1	Schritte zur funktionierenden historischen Simulation	53
7	Literaturverzeichnis	57
8	Danksagung	60
9	Eidesstattliche Erklärung	61

1 Einleitung

Seit dem vorindustriellen Zeitalter hat sich die Erde um etwa 1.1 K erwärmt, was hauptsächlich auf anthropogene Treibhausgasemissionen zurückzuführen ist. Klimamodelle prognostizieren bis zum Ende des Jahrhunderts je nach Szenario einen Temperaturanstieg zwischen 1.5 K (SSP1-1.9-Szenario) und 5 K (SSP5-8.5-Szenario). [1] Die Betrachtung des Einflusses des Klimas auf die Menschheit erschöpft sich allerdings nicht durch die Analyse der Mittelwerte, da insbesondere Extremereignisse einen profunden Einfluss auf Leben, Gesundheit und Sicherheit haben können[2].

Beispiele sind die Hitzewelle in Europa im Jahre 2003 mit über 14000 Toten alleine in Frankreich [3], die Hitzewelle im Jahr 2021 in Kanada [4], aber auch Überflutungen wie im Jahr 2021 im Ahrtal [5]. Die Wahrscheinlichkeit für einige dieser Extreme hat sich bereits heute durch die Klimaerwärmung erhöht [6]. Somit ist es u.a. als Wissensgrundlage für politische Entscheidungen wichtig zu untersuchen, wie sich die Eigenschaften (z.B. Frequenz und Ausprägung) von zukünftigen Extremereignissen von denen aus der Beobachtungshistorie unterscheiden und welchen Einfluss das Ausmaß der zukünftigen Treibhausgasemissionen dabei hat.

Gegenstand dieser Arbeit ist die Untersuchung von Temperaturextremen.

Ein Extremereignis beschreibt im Kontext der Klimaforschung das Überschreiten eines bestimmten Grenzwerts durch eine Variable, wobei der Grenzwert nah am oberen (oder unteren) Ende der beobachteten Verteilung der Variable liegt[6].

Im Folgenden werden die täglichen Maximaltemperaturen analysiert. Von Interesse

sind insbesondere die Wiederkehrzeiten von Hitzeextremen, d.h. die Zeit zwischen zwei Überschreitungen einer Grenztemperatur an einem konstanten Ort. Wie häufig ein solches Extremereignis auftritt, ist von großer Relevanz für die Risikoabschätzung und zu Planungszwecken. Welchen Einfluss haben zukünftige Treibhausgasemissionen auf diese Wiederkehrzeiten?

Aufgrund der Seltenheit von Extremereignissen ist es schwieriger, darüber eine aussagekräftige Statistik zu erstellen. In dieser Arbeit werden zwei Methoden aus der Extremwerttheorie angewandt: Die Block-Maxima-Methode und die Peaks-over-Threshold-Methode. Bei Ersterer werden die Daten in Blöcke unterteilt und die Maxima jedes Blockes betrachtet. Die Verteilung dieser Blockmaxima kann durch die generalisierte Extremwertverteilung beschrieben werden. Bei der Peaks-over-Threshold-Methode hingegen werden alle Werte betrachtet, die oberhalb eines Grenzwertes liegen. Für sehr hohe Grenzwerte kann deren Verteilung unter bestimmten Bedingungen (in Kapitel 3 beschrieben) durch die Paretoverteilung beschrieben werden.

Mit Hilfe beider Verfahren werden die mittleren Wiederkehrzeiten verschiedener Temperaturen für das vorindustrielle Zeitalter, die heutige Zeit sowie für zwei Zukunftsszenarien in den Jahren 2070-2099 berechnet. Neben der mittleren Wiederkehrzeit ist auch die Verteilung der Wiederkehrzeiten von Interesse. Im Falle von statistisch unabhängigen Tagesmaximaltemperaturen kann diese Verteilung durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden. Diese Näherung ist jedoch nicht in allen Fällen gerechtfertigt. Auf einen heißen Tag folgt oft ein weiterer, abhängig vom Ort können die Temperaturen auch über einen längeren Zeitraum stark korreliert sein, wodurch sich die Verteilung der Wiederkehrzeiten ändert. Die Abhängigkeit dieser Verteilung von der Autokorrelation der Temperaturen ist ebenfalls Gegenstand dieser Arbeit.

Die zugrundeliegenden Tagesmaximaltemperaturen wurden unter Zuhilfenahme des gekoppelten Klimamodells AWI-ESM2.1 simuliert, in welchem die Wechselwirkung der Klimakomponenten Atmosphäre, Landoberfläche und Ozean unter dem Einfluss verschiedener Anfangs- und Randbedingungen abgebildet werden [7]. Es wer-

den das historische Klima seit 1850 in einem kleinen Ensemble von Simulationen sowie erstmals mit diese Modell die beiden Zukunftsszenarien SSP1-2.6 (optimistischere Annahme der der zukünftigen Treibhausgasentwicklungen) [8] sowie SSP5-8.5 [9] simuliert.

Die Arbeit ist in drei Teile unterteilt: In Kapitel 2 werden das Klimamodell AWI-ESM2.1, die Simulationen sowie erste Ergebnisse beschrieben. Es werden anschließend zwei Orte für die nähere Betrachtung ausgewählt. Kapitel 3 beschäftigt sich mit den mittleren Wiederkehrzeiten verschiedener Temperaturen, während Kapitel 4 auf die Verteilung der Wiederkehrzeiten für konstante Schwellwerte eingeht. Schließlich fasst Kapitel 5 die wichtigsten Ergebnisse zusammen und nennt potentiell interessante Erweiterungen.

2 Klimasimulationen

2.1 Aufbau von AWI-ESM 2.1

Das Klimamodell AWI-ESM kombiniert verschiedene Modelle einzelner Komponenten des Erdsystems. Es besteht aus FESOM2, welches den Ozean und das Meereis beschreibt, ECHAM für die Atmosphäre, JSBACH als Teil von ECHAM zur Beschreibung des Landes und OASIS, welches für die Kopplung von Land und Ozean zuständig ist. Die zugrunde liegenden physikalischen Gleichungen (Differentialgleichungen) für jedes Modell werden auf einem Gitter mit sogenannter T63 Auflösung ($1,88^\circ$ am Äquator) gelöst. Vertikal ist die Atmosphäre in 47 Level unterteilt, die in Bodennähe der Topographie folgen und in der Höhe einer Druckkoordinate unterliegen. Der Zeitschritt beträgt 450s bei ECHAM, 10-30 min bei FESOM und 3h bei OASIS. [7] Die Programmiersprache des Modells ist Fortran.

Im Folgenden sollen die einzelnen Komponenten und wesentlichen zugrunde liegenden Gleichungen von AWI-ESM kurz beschrieben werden. Da das Modell viel komplexer ist, als es hier dargestellt werden kann, sei auf die Dokumentationen von AWI-ESM [7], ECHAM [10], JSBACH [11], FESOM [12] und OASIS3-MCT verwiesen.

2.1.1 ECHAM 6.3.04p1

Das Modell ECHAM 6.3.04p1 wurde am Max-Planck-Institut für Meteorologie entwickelt.

Im Modell bestehen alle Elemente der Atmosphäre aus trockener Luft, Wasserdampf,

Regen und Schnee. Für trockene Luft und Wasserdampf wird die ideale Gasgleichung verwendet. Der Energieaustausch zwischen Teilen der Atmosphäre geschieht hauptsächlich durch Strahlung sowie durch Wärmeaustausch und Phasenänderung von Regen und Schnee. Die Enthalpie der Bestandteile Luft, Wasserdampf, Schnee und Regen wird berücksichtigt.

Die Komponenten der Atmosphäre bewegen sich und werden in horizontaler Richtung beschleunigt durch Druckgradienten sowie - in mitbewegten Koordinaten - die Corioliskraft. Zusätzlich zu dieser Bewegung werden auch turbulente Strömungen berücksichtigt.

In vertikaler Richtung wirkt die Schwerkraft, der Luftdruck ändert sich in dieser Richtung durch die Gewichtskraft von Luft und Wasserdampf. Außerdem gilt die Kontinuitätsgleichung für die Teilchenanzahl.

Das Erdsystem wird durch Sonnenstrahlung erwärmt. Hierbei wird im Modell zwischen kurzwelliger und langwelliger Strahlung unterschieden. Die kurzwellige Strahlung geht von der Sonne aus, wird von der Atmosphäre gestreut und von Atmosphäre und Landoberfläche teilweise in langwellige Strahlung umgewandelt. Diese langwellige Strahlung wird von der Atmosphäre teils transmittiert, teils absorbiert und re-emittiert. Die Atmosphäre strahlt in Abhängigkeit von Temperatur und Wellenlänge ab. Eine Rolle dabei spielt auch die Wolkenbildung, die im Modell ebenfalls parametrisiert wird. [10]

Alle Differentialgleichungen werden auf dem Gitter mit einem Zeitschritt von 450s gelöst[7].

2.1.2 JSBACH

Das Modell JSBACH ist Teil von ECHAM und beschreibt das Land und den landgebundenen Kohlenstoffkreislauf. Eine wichtige Rolle für das Klima spielt die Albedo des Bodens, welche beschreibt, welcher Anteil der einfallenden Strahlung absorbiert und umgewandelt wird. Sie hängt stark von der Vegetation ab, welche wiederum vom Klima abhängt. Das Modell beschreibt neben Absorption von Sonnenstrahlung u.a. den Hitzetransport im Boden und simuliert Änderungen der Vegetation und der

damit verbundenen biochemischen und physikalischen Vorgänge. Auch die Landnutzung durch den Menschen spielt dabei eine Rolle.[11]

Im historischen Szenario (ab 1850) wird die beobachtete Vegetation und deren Änderung im historischen Zeitraum von JSBACH genutzt. Im Zukunftsszenario wird mit dynamischer Vegetation gerechnet, das heißt die Vegetation kann sich vom Klima abhängig entwickeln.

2.1.3 FESOM2.0

FESOM2 modelliert den Ozean. Grundlegend für die Beschreibung ist die Navier-Stokes-Gleichung (formuliert für die horizontalen Geschwindigkeitskomponenten), wobei die Corioliskraft berücksichtigt wird.

$$\partial_t \mathbf{u} + f \mathbf{e}_z \times \mathbf{u} + (\mathbf{u} \nabla_h + \omega \partial_z) \mathbf{u} + \nabla_h p / \rho_0 = D_h \mathbf{u} + \nu_v \partial_z \mathbf{u} \quad (2.1)$$

wobei \mathbf{u} die horizontale Geschwindigkeit, f der Coriolis-Parameter, ω die vertikale Geschwindigkeit, D_h der Viskositätsoperator in horizontaler Richtung und ν_v die Viskosität in vertikaler Richtung sind. Des Weiteren gilt die hydrostatische Gleichung $\partial_z p = -g\rho$ sowie die Kontinuitätsgleichung $\partial_z \omega = -\nabla \mathbf{u}$, da das Meerwasser näherungsweise inkompressibel ist. Wärmetransport geschieht durch Massetransport und Wärmeleitung:

$$\partial_t T + \nabla(\mathbf{u}T) + \partial_z(\omega T) = \nabla(\mathbf{K} \nabla T) \quad (2.2)$$

wobei \mathbf{K} ein Tensor ist. Analog gilt für den Salzgehalt S :

$$\partial_t S + \nabla(\mathbf{u}S) + \partial_z(\omega S) = \nabla(\mathbf{K} \nabla S) \quad (2.3)$$

[12]

Diese und weitere Differentialgleichungen werden auf dem Gitter mit einem Zeitschritt von 10-30 Minuten gelöst. In der neueren Version ist das Gitter an Orten, wo kleinskalige Prozesse zu beobachten sind, höher aufgelöst. [7]

2.1.4 OASIS-MCT

OASIS ist für die Kopplung zwischen Atmosphäre und Ozean verantwortlich. FESOM übermittelt die Oberflächentemperatur des Meeres, die Meereisdicke und -Konzentration sowie die Schneetiefe an OASIS, welches die Daten an ECHAM weitergibt. ECHAM berechnet mit Hilfe dieser Informationen sowie seiner eigenen Informationen die Impulsüberträge (z.B. durch Wind über dem Ozean), den Wasseraustausch und die Wärmeflüsse zwischen Atmosphäre und Ozean. [13] Diese Kopplung geschieht im Modell AWI-ESM im Abstand von drei Stunden. [7]

2.2 Klimasimulationen mit AWI-ESM2.1

Die Basis für die Untersuchung der Temperaturextreme bilden Simulationen mit dem Klimamodell AWI-ESM2.1. Die generelle Verwendung des Modells wird in [14] beschrieben.

Zu Beginn der Arbeit wurde das Modell AWI-ESM auf dem Supercomputer Mistral des Deutschen Klimarechenzentrums (DKRZ) in Hamburg installiert. Auf dem Großrechner läuft die Linux-Distribution Red Hat Enterprise Linux 6.10. Per SSH wurde über das Linux-Terminal auf den Rechner zugegriffen. Zunächst wird das git-Repository PICO-FESOM [15] geklont. Anschließend können die ESM Tools installiert werden- Diese beinhalten eine Sammlung von Skripten zum Download, Kompilieren und Konfigurieren von gekoppelten Klimamodellen sowie dem Ausführen von Klimasimulationen [14].

Vor dem Kompilieren des Klimamodells AWI-ESM wird im Quellcode von PICO-FESOM die Meereiskopplung deaktiviert, da diese eine längere Gleichgewichtssimulation zum Einschwingen voraussetzen würde. Nach diesen Änderungen kann das Klimamodell unter Nutzung der ESM-Tools kompiliert werden.

Eine Besonderheit bei der historischen Simulation ist, dass die Vegetation nicht ans Klima gekoppelt ist und dynamisch von JSBACH anhand des Klimas berechnet wird (Standard), sondern die tatsächlich historisch beobachtete Vegetation genutzt wird. Hierfür wird der `hist_fixed` branch der `esm_tools` und `esm_runscripts` genutzt.

Sämtliche Parameter des Klimamodells werden über `namelists` oder `.yaml`-Dateien definiert. Dazu gehören Pfade zu Submodellen, `Restart-files` oder zu benötigten Dateien mit z.B. Treibhausgaskonzentrationen, aber auch Angaben wie der simulierte Zeitraum, Modellversion und Szenario, Anzahl der Kerne, Angaben zu Warm- oder Kaltstart oder zu dynamischer Vegetation, jeweils getrennt nach Modellkomponenten.

Als Anfangszustand für den Ozean wird eine bereits vorhandene Gleichgewichtssimulation des vorindustriellen Zeitalters genutzt, da das Einschwingen der Ozeantemperatur aufgrund der hohen Wärmekapazität sehr lange dauert. Die physikalischen Größen, die das Atmosphärenmodell ausgeben soll, die zeitliche Auflösung und der Typ (Minima, Maxima, Momentanwert, Mittelwert) der Größen wird in der Datei `namelist.echam` definiert. Alle zur Verfügung stehenden Variablen sind in [16] aufgelistet. In diesem Fall werden Mittelwert und Maximum der täglichen Temperatur benötigt.

Nach einigen zusätzlichen Änderungen in Konfigurationsdateien wird die Simulation mit dem Befehl

```
esm_runscripts run_hist_working.yaml -e run_hist_1
```

gestartet. Hierbei ist `run_hist_working.yaml` der Name der (Haupt-)Konfigurationsdatei und `run_hist_1` der Name der Simulation.

Eine ausführlichere Beschreibung der Schritte bis zum erfolgreichen Start der historischen Simulation ist im Anhang zu finden.

Die Simulation eines Modelljahres nimmt etwa 30 Minuten in Anspruch, hinzu kommt die Zeit in der Warteschleife vor der Simulation jedes Jahres. Insgesamt benötigt die Simulation der Jahre 1850 bis 2015 im historischen Lauf ca. eine Woche. Sehr selten auftretende numerische Probleme aufgrund hoher Windgeschwindigkeiten können, wie in der Dokumentation [14] von den Modellentwickler:innen angegeben, durch eine leichte Abänderung des Zustandes der Atmosphäre einige Monate vor Auftreten des Problems und eine erneute Simulation umgangen werden. Es wird ein Ensemble aus drei historischen Simulationen berechnet, die verschiedenen Anfangsbedingungen werden ebenfalls durch leichte Variation der Atmosphären-

parameter generiert.

Der Klimazustand am Ende der historischen Simulationen wird als Ausgangspunkt für die Simulation der Zukunftsszenarien genutzt. Die SSP-Szenarien basieren auf fünf verschiedenen Annahmen zur sozio-ökonomischen Entwicklung und beschreiben u.a. die daraus resultierenden Treibhausgasemissionen [17]. Betrachtet werden hier das optimistische Szenario SSP1-2.6 [8] sowie das pessimistische Szenario SSP5-8.5 [9]. In ersterem sinken die CO_2 -Emissionen bis ca. 2070 auf 0 und es wird anschließend CO_2 aus der Atmosphäre entfernt, während in letzterem die jährlichen Emissionen im nächsten Jahrhundert weiter ansteigen. Die CO_2 -Konzentration in der Atmosphäre in beiden Szenarien ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Analog zur

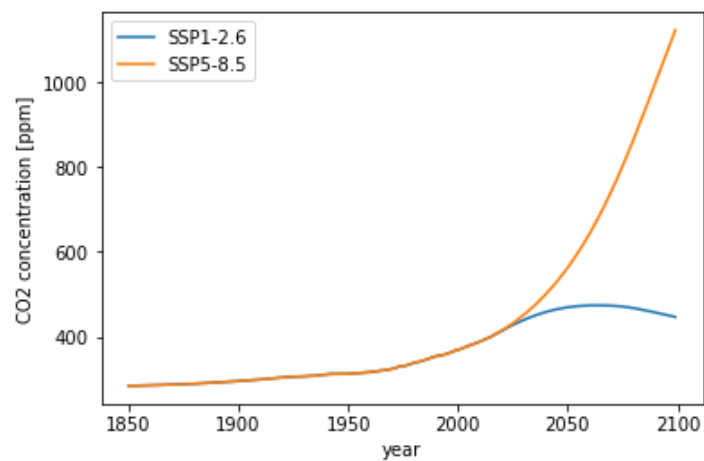


Abbildung 2.1: CO_2 -Konzentration in der Atmosphäre in der historischen Simulation und den Szenarien SSP1-2.6 [8] und SSP5-8.5 [9]

historischen Simulation wird zunächst das Modell installiert. Dieses Mal wird nicht der `hist_fixed` branch genutzt, sondern die Standardversion. Diese muss allerdings modifiziert werden, da die SSP-Szenarien noch nicht enthalten sind. Insbesondere müssen die Dateien `namelist.echam` sowie `namelist.jsbach` leicht abgeändert werden. Außerdem werden in den Dateien `echam.yaml`, `echam.datasets.yaml`, `fesom.yaml` sowie `fesom.datasets.yaml` u.a. Abschnitte für die beiden Szenarien angelegt, in denen die Pfade zu Forcings wie Treibhausgaskonzentrationen und Ozon festgelegt sind. Die beiden Zukunftsszenarien werden für den Zeitraum 2015 bis 2099 simuliert, jeweils mit einem Ensemble von drei Durchläufen, von denen jeder auf dem Endzustand von einer der drei historischen Simulationen beruht.

Die Ergebnisse des Klimamodells werden in Form von NetCDF-Dateien ausgegeben, mit einer Datei pro Output-Stream und Jahr. In jeder der Dateien sind die entsprechenden Werte für jeden Gitterpunkt und Tag des Jahres enthalten.

Mit Hilfe der climate data operators (cdo) [18] werden die Tagesmaximaltemperatur und der Tagesmittelwert extrahiert und die einzelnen Jahre zu jeweils einer Datei zusammengefasst. Außerdem wurden die global gemittelte Jahrestemperatur und die Jahresmaximaltemperatur für alle Gitterpunkte berechnet. Diese Daten bilden die Grundlage dieser Arbeit und werden im Folgenden mit Python ausgewertet.

2.3 Ergebnisse für die Erhöhung der Oberflächentemperatur

In Abbildung 2.2 ist die global und zeitlich gemittelte Durchschnittstemperatur von jeweils drei Simulationen der Jahre 1850-2014 (historisches Szenario, blau) sowie für die Jahre 2015-2100 in den Szenarien SSP1-2.6 (gelb) und SSP5-8.5 (rot) dargestellt. Es wurde die Differenz zum Mittelwert der Jahre 1851-1880 (entspricht der Temperatur des vorindustriellen Zeitalters) gebildet. Es ist ein deutlicher Temperaturanstieg seit dem Ende des vorindustriellen Zeitalters zu erkennen, der weitaus größer ist als die statistischen Schwankungen der einzelnen Jahre. Der simulierte bisherige Temperaturanstieg stimmt gut mit den vom IPCC (AR6) [1] beschriebenen 1.1K überein. Die mittlere Temperaturänderung des Zeitraums 2081-2100 gegenüber dem vorindustriellen Zeitalter liegt im SSP1-2.8 Szenario mit 2.05K etwas über der vom IPCC angegebenen von 1.8K, während der Anstieg im SSP5-8.5-Szenario mit 4.4K mit dem Wert 4.4K von IPCC übereinstimmt.

Im Folgenden wird die Veränderung von Extremtemperaturen untersucht. Hierbei werden die simulierten Maximaltemperaturen jedes Tages genutzt. In Abbildung 2.3 ist die Differenz der mittleren Jahresmaximaltemperatur von jeweils 30 Jahren zur mittleren Jahresmaximaltemperatur der Jahre 1851-1880 dargestellt. Bereits in den Jahren 1985-2014 ist ein deutlicher Anstieg an den meisten Orten der Erde zu

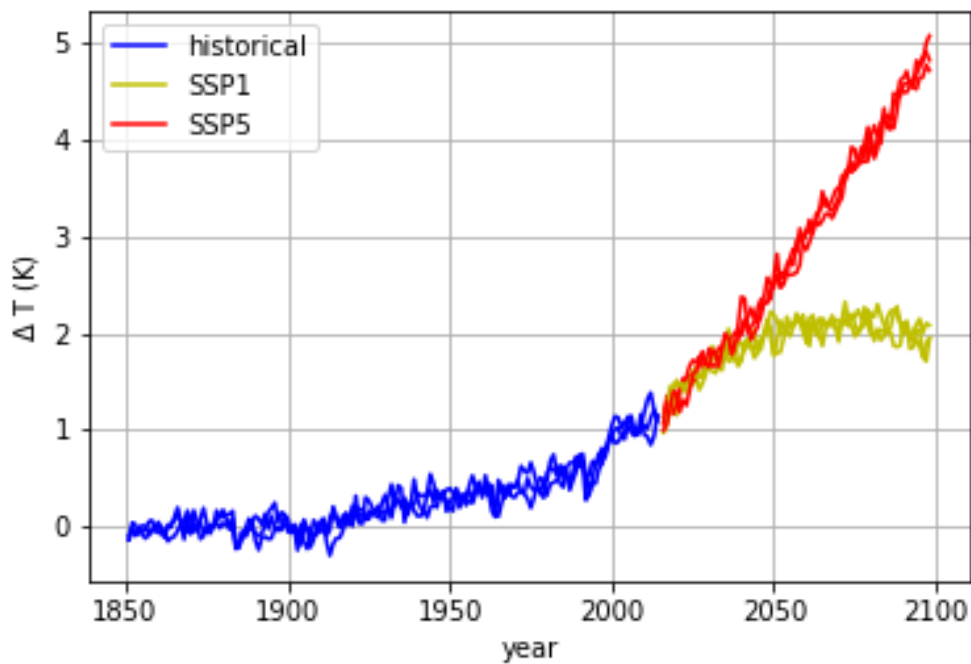
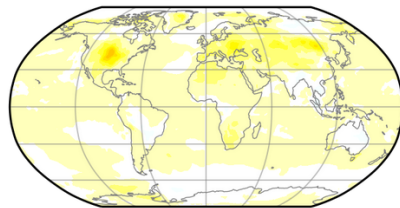


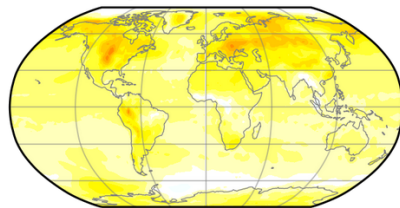
Abbildung 2.2: Simulierte globale Durchschnittstemperatur seit 1850. Es wurde jeweils ein Ensemble von drei Simulationen für den historischen Lauf seit 1850 (blau) sowie die Zukunftsszenarien SSP1-2.6 (optimistischere Annahme) und SSP5-8.5 (pessimistische Annahme) gerechnet.

erkennen. Im Szenario SSP5-8.5 steigt die Jahresmaximaltemperatur in manchen Regionen der Erde um bis zu 14K. Dies liegt deutlich über dem global gemittelten Temperaturanstieg. Die stärksten Veränderungen zeigen sich über Teilen Nord- und Südamerikas sowie Europas. Über dem Ozean steigen die Jahresmaximaltemperaturen deutlich weniger stark als auf dem Land, was auf die Unterschiede in der Wärmekapazität zurückzuführen ist. Für Wiederkehrzeiten von einem Jahr sind genügend Daten vorhanden, um die zugehörigen Temperaturen direkt aus den Daten zu berechnen. Bei höheren Wiederkehrzeiten treten die zugehörigen Temperaturen allerdings nur wenige Male innerhalb des Beobachtungszeitraums auf. Das nächste Kapitel behandelt zwei mathematische Verfahren zur Extremwertanalyse.

historical, year 1985-2015



SSP1 year 2070-2100



SSP5 year 2070-2100

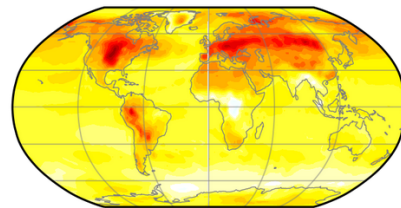


Abbildung 2.3: Differenz der Jahresmaximaltemperatur zur Jahresmaximaltemperatur im vorindustriellen Zeitalter

3 Extremwertverteilungen

Betrachtet wird nun der Temperaturverlauf an einem konstanten Ort. Im Folgenden werden Deutschland (Koordinaten $51^\circ\text{N}, 9^\circ\text{O}$) sowie eine Insel von Indonesien ($-2^\circ\text{N}, 138^\circ\text{O}$) untersucht. Die Wiederkehrzeit einer Temperatur T_1 ist definiert als die Zeit zwischen zwei Ereignissen, bei denen die Temperatur über dem Schwellwert T_1 liegt, wobei dazwischen kein weiteres Ereignis $T > T_1$ liegen darf [19]. Gegenstand dieses Kapitels ist die Abhängigkeit der mittleren Wiederkehrzeit vom gewählten Schwellwert. Hierfür werden zwei Methoden aus der Extremwerttheorie genutzt: Die Block-Maxima-Methode und die Peaks-over-Threshold-Methode. Beide Verfahren werden hier auf die täglichen Maximaltemperaturen angewendet.

3.1 Block-Maxima-Methode

3.1.1 Theorie zur Block-Maxima-Methode

Bei der Block-Maxima-Methode werden die Daten in Blöcke unterteilt und jeweils das Maximum eines Blockes betrachtet. Unter bestimmten Voraussetzungen konvergiert die Verteilung nach Normierung für sehr große Blockgrößen gegen die generalisierte Extremwertverteilung.

Die folgende Darstellung der mathematischen Grundlagen orientiert sich an [20]. Es sei M_n das Maximum der Werte von n identisch verteilten, unabhängigen Zufallsvariablen X_i mit Verteilungsfunktion F . Dann ist die Verteilungsfunktion der Maxima gegeben durch

$$P(M_n \leq t) = (F(t))^n \tag{3.1}$$

da $F(t)$ die Wahrscheinlichkeit beschreibt, dass der Wert von X kleiner ist als t . Der zentrale Grenzwertsatz sagt aus, dass die Verteilung der Summe von identisch verteilten Zufallsvariablen bei richtiger Normierung durch Standardabweichung und Mittelwert für große n zur Normalverteilung konvergiert. In Analogie dazu soll nun die Verteilung des Maximums von n identisch verteilten Zufallsvariablen untersucht werden.

G heißt Extremwertverteilung, wenn es Folgen a_n und b_n gibt, sodass gilt:

$$\frac{M_n - b_n}{a_n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} G \quad (3.2)$$

Dies sagt noch nicht aus, dass Extremwertverteilungen auch existieren. Es wurden jedoch drei Typen von Extremwertverteilungen gefunden: Die Gumbelverteilung, die Frechet-Verteilung und die Weinbull-Verteilung. Hierbei sind zwei Extremwertverteilungen F_1 und F_2 dann vom gleichen Typ, wenn sie durch horizontale Verschiebung c und Stauchung d ineinander überführt werden können:

$$F_1\left(\frac{t-c}{d}\right) = F_2(t) \text{ mit } c > 0 \quad (3.3)$$

Gumbel-Typ:

$$G(t) = e^{-e^{-t}} \quad (3.4)$$

Frechet-Typ:

$$G(t) = \begin{cases} e^{-t^{-\alpha}} & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

mit $\alpha > 0$

Weinbull-Verteilung:

$$G(t) = \begin{cases} e^{-(-t)^\alpha} & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

mit $\alpha > 0$

Es kann gezeigt werden, dass für jede der Verteilungen entsprechende Verteilungsfunktionen F sowie Folgen a_n und b_n existieren. Nach dem Satz von Fisher-Tippett-Gnedenko ist eine Verteilungsfunktion G genau dann eine Extremwertverteilung,

wenn sie vom Gumbel-Typ, Frechet-Typ oder Weibull-Typ ist.

Der Beweis ist schön und wird daher in Folgenden kurz dargestellt. Die Darstellung orientiert sich an [21].

Für den Beweis wird die Eigenschaft genutzt, dass Extremwertverteilungen max-stabil sind, d.h. dass gilt:

$$G^n(c_n t + d_n) = G(t) \quad (3.7)$$

Diese Eigenschaft ist sinnvoll, da für große n die Extremwertverteilung bis auf Verschiebung und Stauchung unabhängig von n sein soll und sich somit als Maximum von n Zufallsvariablen, die nach der generalisierten Extremwertverteilung verteilt sind, wieder eine Verteilung des gleichen Typs ergeben sollte.

Es kann gezeigt werden, dass dies auch allgemein für reelle n gilt.

Für den Beweis wird n als Produkt zweier reeller Zahlen s_1 und s_2 dargestellt. Es gilt dann:

$$G^{s_1 s_2}(c(s_1 s_2)t + d(s_1 s_2)) = G^{s_1}(c(s_1)t + d(s_1)) = (G^{s_1})^{s_2}(c(s_2)(c(s_1)t + d(s_1)) + d(s_2)) \quad (3.8)$$

Damit gilt:

$$c(s_1 s_2) = c(s_1)c(s_2) \rightarrow c(s) = s^\rho \quad (3.9)$$

$$d(s_1 s_2) = d(s_1)c(s_2) + d(s_2) \quad (3.10)$$

Fall 1: $\rho = 0$

$$d(s_1 s_2) = d(s_1) + d(s_2) \rightarrow d(s) = k \cdot \ln(s) \quad (3.11)$$

$$G^s(t + k \cdot \ln(s)) = G(t) \quad (3.12)$$

$$G(k \cdot \ln(s)) = G(0)^{\frac{1}{s}} \quad (3.13)$$

mit $s = e^{\frac{y}{k}}$:

$$G(y) = G(0)^{e^{-\frac{y}{k}}} = e^{\ln(G(0))e^{-\frac{y}{k}}} \quad (3.14)$$

Dies ist vom selben Typ wie die Gumbel-Verteilung.

Fall 2: $\rho \neq 0$

$$d(s_1 s_2) = s_2^\rho d(s_1) + d(s_2) = s_1^\rho d(s_2) + d(s_1) \quad (3.15)$$

Der letzte Schritt erfolgte durch Vertauschung der Indizes. Damit gilt:

$$d(s_1) = \frac{d(s_2) \cdot (1 - s_1^\rho)}{1 - s_2^\rho} := (s_1^\rho - 1) \cdot \mu \quad (3.16)$$

Einsetzen von $c(s)$ und $d(s)$ in 3.7

$$G^s(s^\rho t + (s^\rho - 1)\mu) = G(t) \quad (3.17)$$

Die Substitution $G(t - \mu) = H(t)$ ergibt:

$$H^s(s^\rho t) = H(t) \quad (3.18)$$

Für $t=0$ gibt es hiermit zwei Möglichkeiten: $H(0)=0$ und $H(0)=1$.

Fall 2.1: $H(0)=0$

Dann ist $H(t < 0) = 0$, da H eine Verteilungsfunktion ist. Sei nun $t=1$ in Gleichung 3.18

$$H^s(s^\rho) = H(1) \quad (3.19)$$

Substitution $s = y^{\frac{1}{\rho}}$

$$H(y) = H(1)y^{-\frac{1}{\rho}} = e^{\ln(H(1))y^{-\frac{1}{\rho}}} \quad (3.20)$$

Es gilt hierbei $\ln(H(1)) \leq 0$. Der Exponent $-\frac{1}{\rho}$ muss negativ sein, damit die (abschnittsweise definierte) Funktion an der Stelle $t=0$ stetig ist. Die Funktion ist vom gleichen Typ wie die Fréchet-Verteilung und damit ist auch $G(t) = H(t + \mu)$ vom gleichen Typ wie die Fréchet-Verteilung.

Fall 2.2: $H(0) = 1$

Es gilt $H(t > 0) = 1$, da H eine Verteilungsfunktion ist. Mit $t=-1$ in Gleichung 3.18 folgt:

$$H^s(-s^\rho) = H(-1) \quad (3.21)$$

Substitution $s = (-y)^{\frac{1}{\rho}}$

$$H(y) = H(-1)^{(-y)^{-\frac{1}{\rho}}} = e^{\ln(H(-1))(-y)^{-\frac{1}{\rho}}} \quad (3.22)$$

Hierbei ist $\ln(H(-1)) < 0$. Der Exponent $-\frac{1}{\rho}$ muss diesmal aus Stetigkeitsgründen positiv sein. Durch horizontale Stauchung und Verschiebung kann die Funktion $H(y)$ in die Weibull-Verteilung übergeführt werden, damit ist auch $G(y)$ von gleichen Typ wie die Weibull-Verteilung.

q.e.d.

Die drei Verteilungen können zu einer generalisierten Extremwertverteilung zusammengefasst werden:

$$G(z) = \begin{cases} \exp\left(-\left(1 + \gamma\frac{(z-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\right) & , 1 + \gamma\frac{(z-\mu)}{\sigma} > 0 \\ 0 & , 1 + \gamma\frac{(z-\mu)}{\sigma} < 0, \gamma > 0 \\ 1 & , 1 + \gamma\frac{(z-\mu)}{\sigma} < 0, \gamma < 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

Es gilt $\sigma > 0$. Für $\gamma < 0$ entspricht dies der Weibull-Verteilung und für $\gamma > 0$ der Fréchet-Verteilung. Für $\gamma = 0$ wird der Grenzwert der obigen Formel für $\frac{1}{\gamma} \rightarrow \infty$ betrachtet, woraus sich mittels Euler $G(z) = \exp\left(e^{-\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)}\right)$ ergibt.

[20]

3.1.2 Anwendung der Block-Maxima-Methode auf die Tagesmaximaltemperaturen

Die Block-Maxima-Methode ermöglicht die Untersuchung der Verteilung der Maximaltemperaturen innerhalb eines bestimmten Zeitraums [22], woraus Wiederkehrzeiten von seltenen Hitzeextremen bestimmt werden können. Vom Klimamodell wurden die Tagesmaximaltemperaturen von 1850-2014 (historischer Lauf) sowie von 2015 bis 2099 (zwei verschiedene Zukunftsszenarien) berechnet. Es wird nun jeweils ein Zeitraum von 30 Jahren betrachtet (Zeitraum, über den das Klima definiert ist).

Interessant sind die Jahre 1851-1880 (Temperatur wie vorindustriell, siehe Abb. 2.2), 1985-2014 (Ende der historischen Simulation) sowie 2070-2099 (Zukunftsprognosen in zwei Szenarien). Da ein Ensemble von drei Simulationen erstellt wurde, stehen jeweils 90 Jahre zur Analyse zur Verfügung. Des Weiteren können im Fall von Deutschland die Daten von vier benachbarten Gitterpunkten genutzt werden, da die Temperaturverteilung dort hinreichend ähnlich ist. Im Fall von Indonesien ist dies aufgrund der geringen Größe der Inseln nicht gegeben, sodass nur ein Gitterpunkt genutzt wird.

Die Tagesmaximaltemperaturen werden in Blöcke aufgeteilt und jeweils das Maximum betrachtet. Für die Anwendung der generalisierten Extremwertverteilung müssen allerdings einige Bedingungen erfüllt sein. Unter Anderem müssen die Zufallsvariablen (Tagesmaximaltemperaturen) unabhängig voneinander und identisch verteilt sein. Die Unabhängigkeit ist nicht komplett gegeben. Allerdings wurde in Veröffentlichungen wie [19] gezeigt, dass bei ausreichend großer Blockgröße die Verteilung trotzdem angewendet werden kann, da jeweils nur die Maxima betrachtet werden. Im Fall von kurzreichweitiger Korrelation über m Tage ergeben sich bei einem Block der Länge n etwa m/n unabhängige Ereignisse. Das größere Problem ist, dass die Tagesmaximaltemperaturen zu unterschiedlichen Zeitpunkten im Jahr nicht identisch verteilt sind, da die Temperaturen an fast allen Orten der Welt einem Jahresgang unterliegen. Es gibt mehrere Möglichkeiten, dieses zu lösen. Eine Möglichkeit ist, den durchschnittlichen Jahresgang des jeweiligen Szenarios von den simulierten Temperaturen abzuziehen. Zumindest der Mittelwert der Verteilung bliebe dann im Jahresverlauf konstant. Allerdings gehen dadurch viele Informationen verloren, da sich die Jahresverläufe in den betrachteten Zeitspannen und Szenarien stark unterscheiden und bei diesem Verfahren keine Aussage möglich ist, wie viel wärmer die heißesten Tage tatsächlich werden. Eine weitere Möglichkeit ist, den durchschnittlichen Jahresverlauf der Jahre 1851-1880 abzuziehen. Hierbei geht die Information über den tatsächlichen Temperaturanstieg nicht verloren. Allerdings verschiebt sich der durchschnittliche Temperaturverlauf nicht nur nach oben, auch die Form verändert sich, sodass der Erwartungswert für die betrachteten Temperaturdifferenzen im Jahresverlauf schwankt und keine identische Verteilung gegeben ist. Eine vielversprechende Methode ist die Betrachtung der Temperaturen im Som-

mer, ohne den durchschnittlichen Temperaturverlauf abzuziehen. Zwar ist der mittlere Temperaturverlauf auch während des Sommers nicht konstant, dieser Effekt ist jedoch kleiner als die statistischen Temperaturschwankungen. Dieser Ansatz wird im Folgenden gewählt.

Die Monate Juni bis August (Sommer in der Nordhemisphäre) bilden jeweils einen Block. Die Parameter der generalisierten Extremwertverteilung werden nun mittels der Maximum-Likelihood-Methode optimiert [23]: Zunächst wird die Dichtefunktion $g(z)$ durch Ableiten der Verteilungsfunktion berechnet:

$$g(z) = \begin{cases} \frac{1}{\gamma} \cdot \left(1 + \gamma \frac{(z-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}-1} \frac{\gamma}{\sigma} \cdot \exp\left(-\left(1 + \gamma \frac{(z-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\right) & , 1 + \gamma \frac{(z-\mu)}{\sigma} > 0 \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases} \quad (3.24)$$

Die Parameter γ, σ und μ werden nun so optimiert, dass das Produkt

$$\prod_{i=1}^n g_{\gamma, \sigma, \mu}(m_i) \quad (3.25)$$

maximal wird, wobei m_i das Maximum des i -ten Blocks ist. [23] Durch Logarithmieren ergibt sich:

$$\sum_{i=1}^n \ln(g_{\gamma, \sigma, \mu}(m_i)) = \max \quad (3.26)$$

[23] Die Optimierung erfolgt mittels der Python-Funktion `scipy.optimize.minimize` (es wird die negative log-likelihood-Funktion minimiert).

Die mittlere Wiederkehrzeit von Temperaturen $T > T_1$ ergibt sich für große Wiederkehrzeiten als:

$$t_{return} = \frac{t_{block}}{1 - G(T_1)} \quad (3.27)$$

wobei $G(T)$ die Verteilungsfunktion und t_{block} die Blocklänge ist. Für Wiederkehrzeiten in der Größenordnung der Blockgröße ist zu berücksichtigen, dass ein Event mehrfach innerhalb eines Blocks auftreten kann. Unter der Annahme, dass die Ereignisse unabhängig voneinander und damit Poisson-verteilt sind, muss die Formel

laut [24] korrigiert werden: Die Wahrscheinlichkeit, dass das Event $T > T_T$ in einem Block der Länge t_{Block} nicht auftritt, ist $G(T_1) = e^{-\frac{t_{Block}}{t_{return}}}$. Damit gilt

$$t_{return} = -\frac{t_{Block}}{\ln(G(T_1))} \quad (3.28)$$

Für $G \approx 1$, d.h. Wiederkehrzeiten deutlich größer als die Blocklänge, ist die Formel identisch mit 3.27.

Die Standardabweichung wird mit Hilfe der Bootstrap-Methode berechnet [25]. Dabei wird die generalisierte Extremwertverteilung mehrfach (hier 10 mal) unter Nutzung von jeweils der Hälfte der Blockmaxima (Blöcke zufällig ausgewählt) berechnet. Es werden Mittelwert und Standardabweichung der sich daraus ergebenden Wiederkehrzeiten berechnet.

Jeweils nach Optimierung der Parameter wird mit dem Kolmogorov-Smirnov-Test überprüft, ob die Daten durch die Verteilung ausreichend gut beschrieben werden.

3.1.3 Kolmogorov-Smirnov-Test

Mit dem Kolmogorov-Smirnov-Test kann überprüft werden, ob eine gegebene Verteilung F vorgegebene Daten gut beschreibt. Betrachtet wird dazu der maximale Abstand zwischen der aus den empirischen Daten ermittelten Verteilungsfunktion und dem mathematischen Modell.

$$D = \max \left| F(y_i) - \frac{i}{N} \right| \quad (3.29)$$

Hierbei sind die empirischen Daten y_i der Größe nach aufsteigend sortiert. N bezeichnet die Anzahl der Datenpunkte. Die Gleichung beschreibt den maximalen vertikalen Abstand zwischen theoretischer und empirischer Verteilungsfunktion.

Für ein Signifikanzniveau α beschreibt das mathematische Modell die Daten dann gut genug, wenn gilt:

$$D < \frac{\sqrt{-0.5 \cdot \ln(\alpha/2)}}{\sqrt{n}} \quad (3.30)$$

[25] Im Folgenden wird ein Signifikanzniveau von 5 % gewählt.

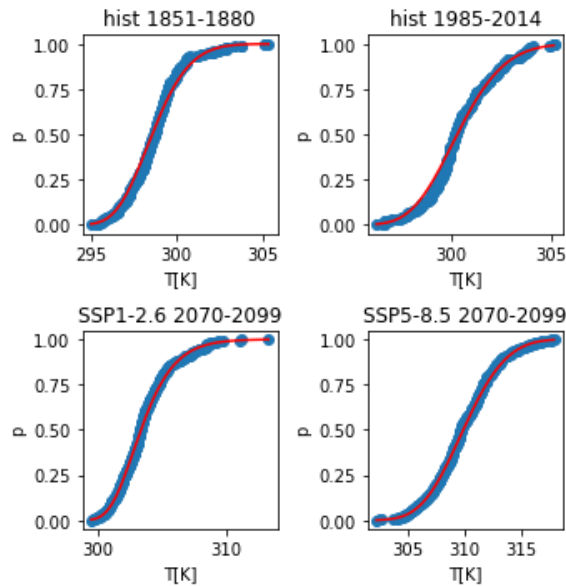


Abbildung 3.1: (a-d) zeigen die Verteilungsfunktionen der generalisierten Extremwertverteilung für Tagesmaximaltemperaturen im Sommer in Deutschland für die Jahre 1851-1880, 1985-2014 sowie 2070-2099 in den Szenarien SSP1-2.6 und SSP5-8.5.

3.1.4 Ergebnisse für generalisierte Extremwertverteilung und Diskussion

Der Kolmogorov-Smirnov-Test mit Signifikanzniveau 5 % ergibt, dass die Verteilung der Wiederkehrzeiten sowohl für Deutschland als auch für Indonesien in allen Szenarien gut durch die generalisierte Extremwertverteilung beschrieben werden kann. In Abbildung 3.1 ist die Verteilungsfunktion für die höchste Temperatur eines Sommers (Juni-August) in Deutschland dargestellt. Die blauen Punkte stellen hierbei die Simulationsergebnisse dar, die rote Linie den theoretischen Verlauf mit entsprechend angepassten Parametern. Es ist eine gute Übereinstimmung zu erkennen. Die Verteilungsfunktionen sind definitionsgemäß monoton steigend und der Wertebereich ist das Intervall $[0,1]$. Mit fortschreitender Zeit ist eine klare Verschiebung der Verteilungsfunktion hin zu höheren Temperaturen zu erkennen.

In Fig 3.2 und Abbildung 3.3 ist im oberen Teil die Dichtefunktion der generalisierten Extremwertverteilung dargestellt. Die verschiedenen Kurven sind Resultat der mehrfachen Optimierung der drei Parameter auf Grundlage von jeweils 50 % der

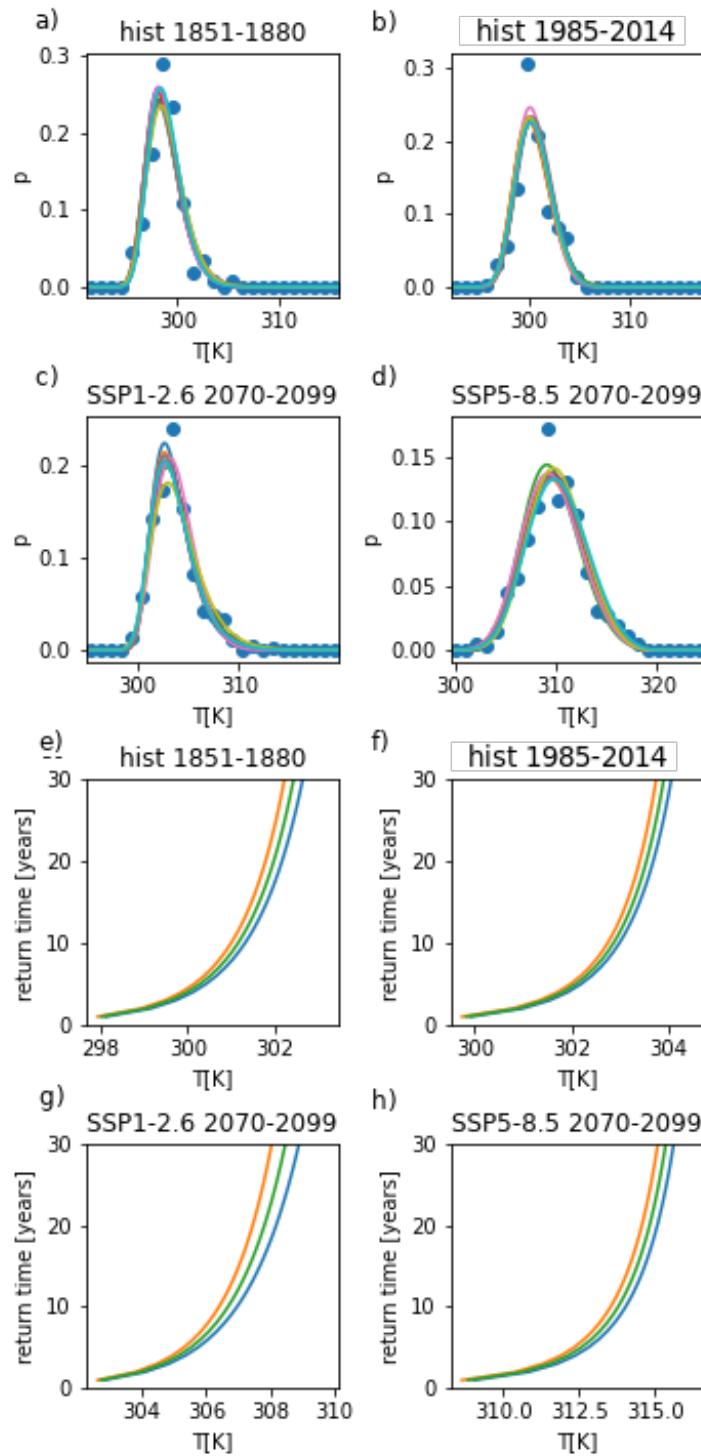


Abbildung 3.2: (a-d) zeigen die Dichtefunktionen der generalisierten Extremwertverteilung für Tagesmaximaltemperaturen im Sommer in Deutschland für die Jahre 1851-1880, 1985-2014 sowie 2070-2099 in den Szenarien SSP1-2.6 und SSP5-8.5. Die verschiedenen bunten Kurven sind Resultat der mehrfachen Optimierung der Parameter auf Grundlage von jeweils 50% der Werte. Abbildungen (e-h) zeigen die mittleren Wiederkehrzeiten in Abhängigkeit der Temperatur (Mittelwert und Standardabweichung).

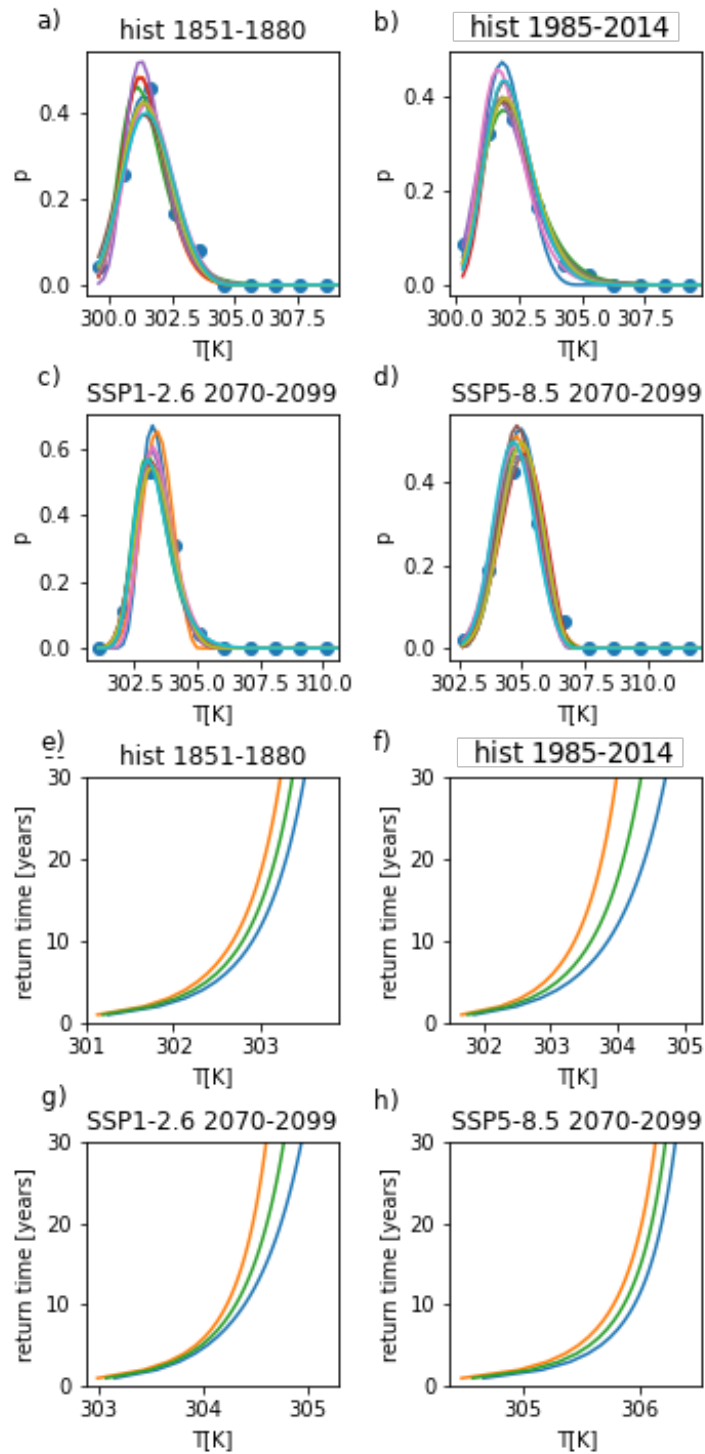


Abbildung 3.3: (a-d) zeigen die Dichtefunktionen der generalisierten Extremwertverteilung für Tagesmaximaltemperaturen im Sommer in Indonesien für die Jahre 1851-1880, 1985-2014 sowie 2070-2099 in den Szenarien SSP1-2.6 und SSP5-8.5. Die verschiedenen bunten Kurven sind Resultat der mehrfachen Optimierung der Parameter auf Grundlage von jeweils 50% der Werte. Abbildungen (e-h) zeigen die mittleren Wiederkehrzeiten in Abhängigkeit der Temperatur (Mittelwert und Standardabweichung).

Szenario/Wiederkehrzeit	5 Jahre	30 Jahre
historisch (1851-1880)	(300.2 ± 0.1) K	(302.1 ± 0.3) K
historisch (1985-2014)	(302.0 ± 0.1) K	(303.7 ± 0.2) K
SSP1-2.6 (2070-2099)	(305.4 ± 0.1) K	(308.2 ± 0.4) K
SSP5-8.5 (2070-2099)	(312.6 ± 0.2) K	(315.3 ± 0.3) K

Tabelle 3.1: Temperaturen mit Wiederkehrzeiten von 5 bzw. 30 Jahren in Deutschland

, berechnet mit Hilfe der Block-Maxima-Methode

Szenario/Wiederkehrzeit	5 Jahre	30 Jahre
historisch (1851-1880)	(302.5 ± 0.1) K	(303.4 ± 0.2) K
historisch (1985-2014)	(303.1 ± 0.2) K	(304.4 ± 0.3) K
SSP1-2.6 (2070-2099)	(304.0 ± 0.1) K	(304.7 ± 0.3) K
SSP5-8.5 (2070-2099)	(305.6 ± 0.1) K	(306.2 ± 0.1) K

Tabelle 3.2: Temperaturen mit Wiederkehrzeiten von 5 bzw. 30 Jahren in Indonesien, berechnet mit Hilfe der Block-Maxima-Methode

Maximaltemperaturen und werden zur Berechnung des Fehlers genutzt. Im Deutschland verschiebt sich das Maximum der Dichtefunktion im SSP5-Szenario um ca. 10K nach rechts im Vergleich zum historischen Szenario. Dies liegt weit über dem global gemittelten Temperaturanstieg um 5K. Des Weiteren steigt die Varianz, die Verteilung wird breiter. In Indonesien verschiebt sich das Maximum der Dichtefunktion weniger stark, was auf die umgebenden Wassermassen mit hoher Wärmekapazität zurückzuführen ist. Dennoch ist auch hier eine klare Verschiebung hin zu höheren Temperaturen mit fortschreitender Zeit zu erkennen sowie wesentlich höhere Extremtemperaturen im SSP5-Szenario als im SSP1-Szenario. Im Rahmen der Standardabweichung ergaben sich für alle Extremwertverteilungen mit Ausnahme des SSP1-Szenarios in Deutschland im Rahmen der Standardabweichung Parameter $\gamma < 0$, was der Weibull-Verteilung entspricht. Dies bedeutet, dass es eine obere Grenze für die Maximaltemperaturen gibt, keine untere. Die obere Grenze ist sinnvoll, da, egal in welchem Szenario, niemals beliebig hohe Temperaturen auftreten werden (z.B. 100°C). Allerdings gibt es in der Praxis auch eine untere Grenze für die Temperatur (alleine der absolute Temperaturnullpunkt würde eine solche Grenze darstellen). Dies wird durch das mathematische Modell nicht korrekt beschrieben. Im SSP1-Szenario in Deutschland gilt ebenfalls $\gamma < 0$, allerdings könnte es sich im Rahmen der Standardabweichung ebenso um eine Frechet- oder Gumbelverteilung

handeln.

Im unteren Teil der Grafiken sind die aus der Verteilungsfunktion berechneten Wiederkehrzeiten in Abhängigkeit der Temperatur mit Mittelwert und Standardabweichung geplottet. Die Funktionen sind monoton steigend, da Temperaturen oberhalb eines Schwellwerts umso unwahrscheinlicher sind, je höher dieser Schwellwert ist. Die Funktionen sind linksgekrümmt und besitzen eine Singularität, Temperaturen oberhalb treten im Modell nicht auf.

Tabellen 3.1 und 3.2 zeigen die return levels der Tagesmaximaltemperaturen für die Wiederkehrzeiten 5 Jahre und 30 Jahre in Deutschland und Indonesien.

Auffällig ist an beiden Orten der Unterschied zwischen den Zukunftsszenarien. Temperaturen, welche im SSP1-2.6-Szenario seltener als alle 30 Jahre auftreten, werden im SSP5-Szenario zur Normalität.

Zu beachten ist, dass die Größe der Gitterzellen im Klimamodell einen Einfluss auf die Extremtemperaturen hat. Je kleiner die Gitterzelle, desto besser können lokale Temperaturextreme aufgelöst werden und verschwinden nicht in einem Mittelwert. Somit sind die simulierten Extremtemperaturen kleiner als die tatsächlichen (mit unendlich hoher Auflösung). Die Gitterzellen im genutzten Modell haben eine Größe von $1.87^\circ \times 1.87^\circ$, was für Deutschland einer Fläche von $130\text{km} \times 210\text{km}$ entspricht. So wurden in den letzten Jahrzehnten an einigen Orten Deutschlands bereits Temperaturen von über 40°C gemessen, diese traten jedoch nur lokal auf und nicht gemittelt über ein so großes Gebiet.

3.2 Peaks-over-Threshold-Methode

3.2.1 Theorie zur Peaks-over-Threshold-Methode

Die Peaks-over-Threshold-Methode ist ein zweiter Ansatz in der Extremwerttheorie. Hier werden nicht mehr Blockmaxima betrachtet, sondern alle Werte, die oberhalb eines bestimmten Schwellwertes u liegen. Es stellt sich die Frage nach der Verteilung des Exzess $X - u$ unter der Bedingung, dass $X > u$.

Die generalisierte Paretoverteilung ist gegeben durch

$$P_{\gamma,\beta}(t) = 1 - \left(1 + \frac{\gamma t}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\gamma}} \text{ mit } \begin{cases} t > 0 & , \gamma > 0 \\ t \in [0, -\frac{\beta}{\gamma}] & , \gamma < 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

Nach dem Satz von Pickands–Balkema–de Haan konvergiert die Verteilungsfunktion $P(X - u \leq t | X > u)$ für große u genau dann gegen die Pareto-Verteilung $P_{\gamma,\beta(u)}$, wenn die Verteilungsfunktion F der zugrunde liegenden Zufallsvariable im Max-Anziehungsbereich der generalisierten Extremwertverteilung liegt. [20] Der Beweis findet sich in [26].

3.2.2 Anwendung der Peaks-over-Threshold-Methode auf Tagesmaximaltemperaturen

Als Schwellwert für die Tagesmaximaltemperaturen wird die Temperatur gewählt, oberhalb derer 2 Prozent der Werte liegen. Es werden erneut nur die Tage von Juni bis August betrachtet. Die Korrelation der Temperaturen stellt hier ein größeres Problem dar als bei der Block-Maxima-Methode, da oft voneinander abhängige Temperaturen aufeinanderfolgender Tage oberhalb des Schwellwertes liegen. Durch Wahl eines hohen Schwellwertes nimmt die Anzahl aufeinanderfolgender Tage oberhalb dieses Wertes ab. Hier wird als Schwellwert das 98 % - Quantil der Sommertemperaturen gewählt, d.h. die Temperatur, unterhalb der 98 % der Temperaturen liegen. Es ist zu erwarten, dass die mittels dieser Methode ermittelten Extremtemperaturen oberhalb der mit der generalisierten Extremwertverteilung ermittelten liegen.

Das methodische Vorgehen in diesem Abschnitt entspricht dem bei der generalisierten Extremwertverteilung.

Die Dichtefunktion der Paretoverteilung ergibt sich durch Ableiten der Verteilungsfunktion:

$$p_{\gamma,\beta}(t) = \frac{1}{\beta} \left(1 + \frac{\gamma t}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\gamma}-1} \text{ mit } \begin{cases} t > 0 & , \gamma > 0 \\ t \in [0, -\frac{\beta}{\gamma}] & , \gamma < 0 \end{cases} \quad (3.32)$$

Szenario/Wiederkehrzeit	5 Jahre	30 Jahre
historisch (1851-1880)	(301.0 ± 0.1) K	(303.2 ± 0.1) K
historisch (1985-2014)	(302.9 ± 0.1) K	(304.1 ± 0.1) K
SSP1-2.6 (2070-2099)	(307.0 ± 0.1) K	(309.4 ± 0.2) K
SSP5-8.5 (2070-2099)	(314.1 ± 0.1) K	(316.1 ± 0.2) K

Tabelle 3.3: Temperaturen mit Wiederkehrzeiten von 5 bzw. 30 Jahren in Deutschland, berechnet mit Hilfe der Peaks-over-Threshold-Methode

Szenario/Wiederkehrzeit	5 Jahre	30 Jahre
historisch (1851-1880)	(303.0 ± 0.1) K	(303.6 ± 0.1) K
historisch (1985-2014)	(303.8 ± 0.1) K	(304.3 ± 0.1) K
SSP1-2.6 (2070-2099)	(304.2 ± 0.1) K	(305.0 ± 0.2) K
SSP5-8.5 (2070-2099)	(305.9 ± 0.1) K	(306.3 ± 0.1) K

Tabelle 3.4: Temperaturen mit Wiederkehrzeiten von 5 bzw. 30 Jahren in Indonesien, berechnet mit Hilfe der Peaks-over-Threshold-Methode

Wie bereits bei der generalisierten Extremwertverteilung werden die Parameter mittels der Maximum-likelihood-Methode [23] optimiert:

$$\sum_{i=1}^n \ln(p_{\beta,\gamma}(m_i)) = \max \quad (3.33)$$

Mittels Kolmogorov-Smirnov-Test wird überprüft, ob die Paretoverteilung die Daten mit einem Signifikanzniveau von 5% beschreibt. Aus den optimierten Parametern werden die Wiederkehrzeiten für Temperaturen $T > T_1$ berechnet:

$$t_{return} = -\frac{1}{1 - P(T_1 - u)} \cdot \frac{1}{q \cdot 92 \frac{days}{year}} \quad (3.34)$$

wobei P die Verteilungsfunktion und q der Anteil der Tage, die in der Verteilung verwendet wurden.

3.2.3 Ergebnisse und Diskussion

In Abbildung 3.4 ist die Verteilungsfunktion der Paretoverteilung für die Tagesmaximaltemperaturen für die Jahre 1851-1880 und 1985-2014 im historischen Szenario

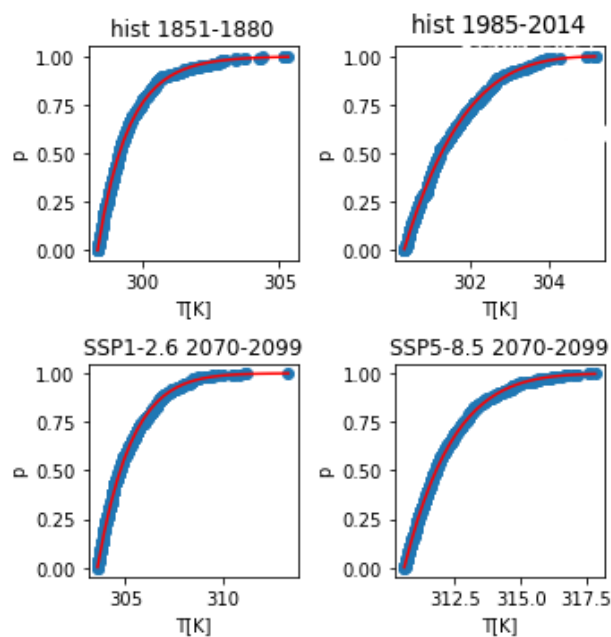


Abbildung 3.4: (a-d) Verteilungsfunktion der generalisierten Paretoverteilung für Tagesmaximaltemperaturen im Sommer in Deutschland. Betrachtet werden (a) das historische Szenario (1851-1880), (b) das heutige Klima (1985-2014) sowie die Szenarien SSP1-2.6 (c) und SSP5-8.5 (d)

sowie für die Jahre 2070-2099 in den Szenarien SSP1-2.6 und SSP5-8.5 in Deutschland dargestellt. Die blauen Punkte zeigen die vom Klimamodell simulierte Daten, die rote Linie die Paretoverteilung mit entsprechend optimierten Parametern. Die Daten werden gut durch die Paretoverteilung approximiert, was der Kolmogorov-Smirnov-Test mit Signifikanzniveau 5% bestätigt. Definitionsgemäß ist auch diese Verteilungsfunktion monoton steigend mit Wertebereich $[0,1]$. Die Rechtskrümmung kann mit Blick auf die monoton fallende Dichtefunktion erklärt werden, welche in Abbildung 3.5 (Deutschland) sowie 3.6 (Indonesien) zu sehen ist. Diese Funktionen stellen das (neu normierte) rechte Ende der Dichtefunktion der Temperaturverteilung dar, welche für sehr hohe Temperaturen gegen 0 strebt.

Für alle betrachteten Dichtefunktionen ergeben sich im Mittel Parameter $\gamma < 0$, in 6 von 8 Fällen kann dies im Rahmen der Standardabweichung als sicher angesehen werden. Dies bestätigt, dass obere Grenzen für die Tagesmaximaltemperaturen existieren, was bereits bei der generalisierten Extremwertverteilung festgestellt wurde. Im unteren Teil von 3.5 und 3.6 sind die aus der Verteilungsfunktion berechneten Wiederkehrzeiten in Abhängigkeit der Temperatur dargestellt. Im Vergleich zur

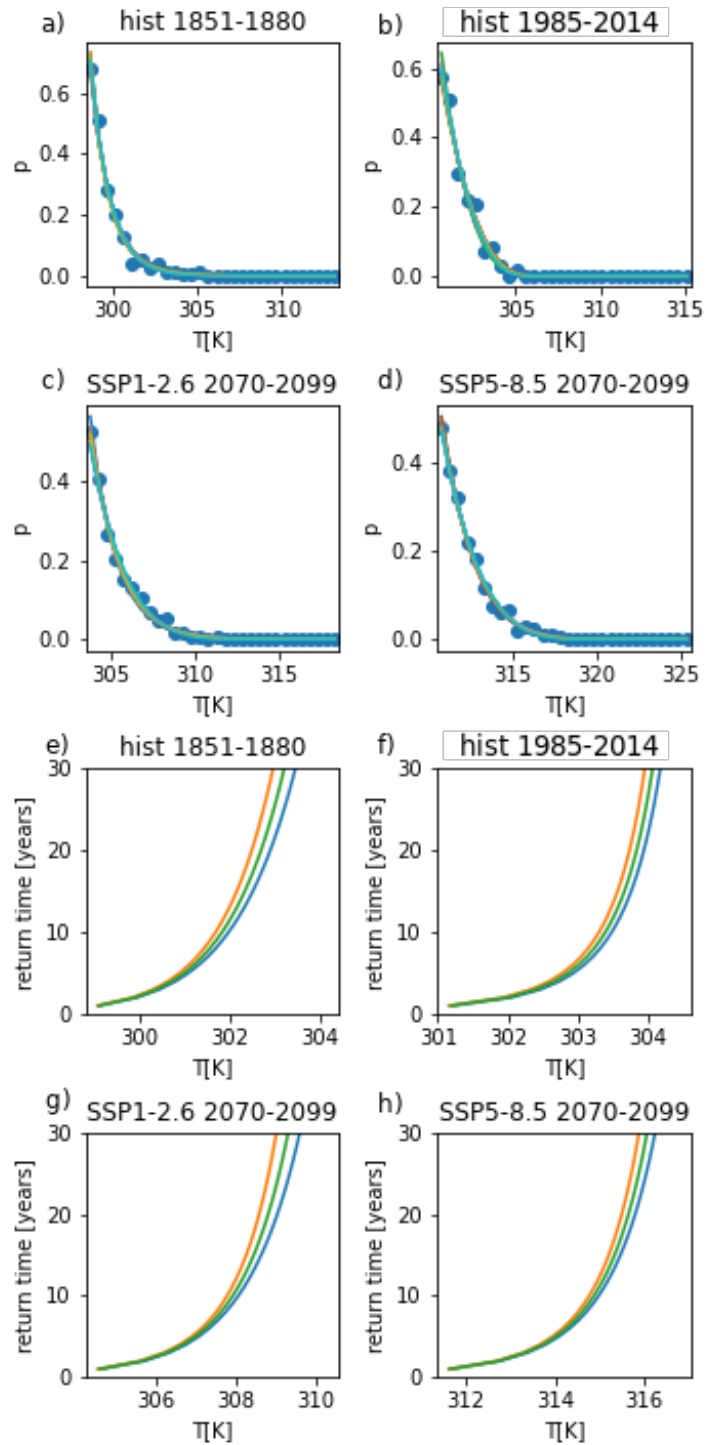


Abbildung 3.5: (a-d) Dichtefunktionen der generalisierten Paretoverteilung für Tagesmaximaltemperaturen im Sommer in Deutschland. Betrachtet werden (a) das historische Szenario (1851-1880), (b) das heutige Klima (1985-2014) sowie die Szenarien SSP1-2.6 (c) und SSP5-8.5 (d). Die verschiedenen bunten Kurven sind Resultat der mehrfachen Optimierung der Parameter auf Grundlage von jeweils 50% der Werte. Abbildungen (e-h) zeigen die mittlere Wiederkehrzeit in Abhängigkeit der Temperatur (Mittelwert und Standardabweichung).

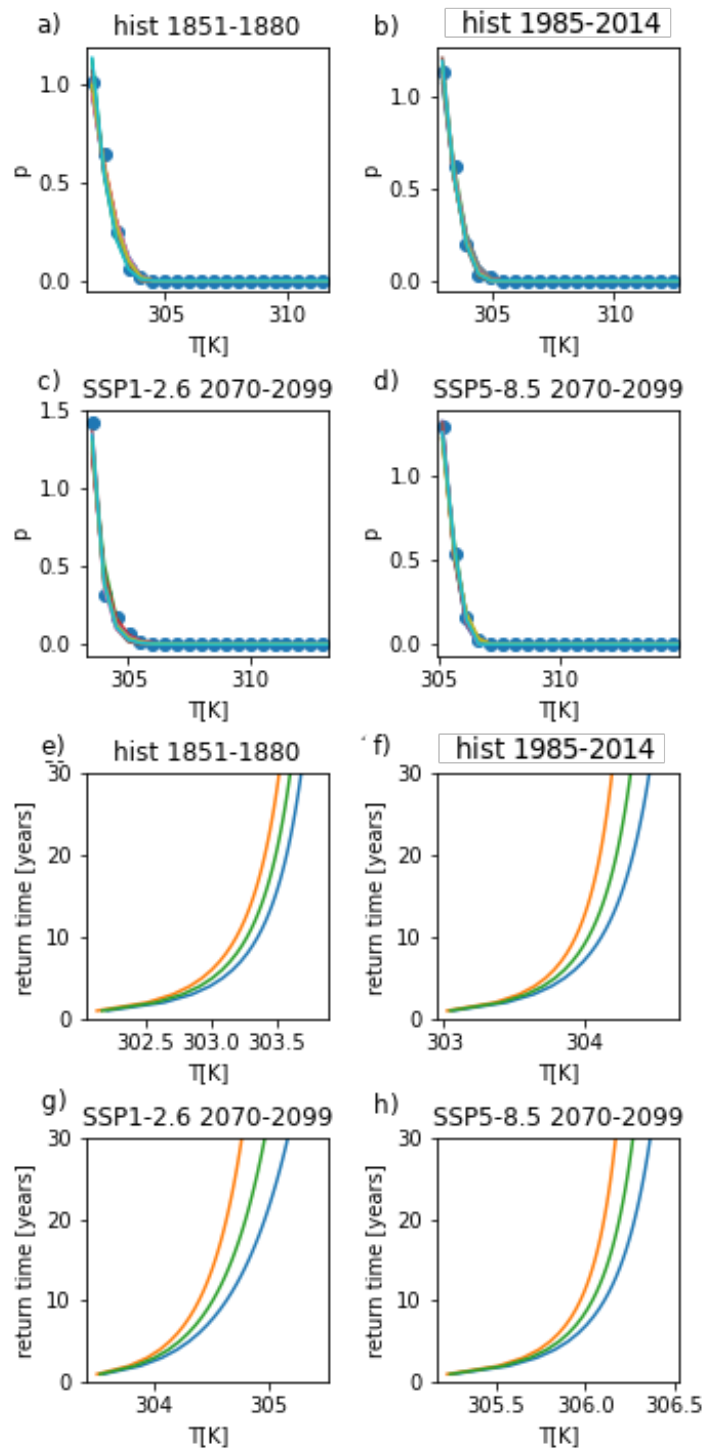


Abbildung 3.6: (a-d) Dichtefunktionen der generalisierten Paretoverteilung für Tagesmaximaltemperaturen im Sommer in Indonesien. Betrachtet werden (a) das historische Szenario (1851-1880), (b) das heutige Klima (1985-2014) sowie die Szenarien SSP1-2.6 (c) und SSP5-8.5 (d). Die verschiedenen bunten Kurven sind Resultat der mehrfachen Optimierung der Parameter auf Grundlage von jeweils 50% der Werte. Abbildungen (e-h) zeigen die mittlere Wiederkehrzeit in Abhängigkeit der Temperatur (Mittelwert und Standardabweichung).

vorindustriellen Zeit ist auch hier an beiden Orten bereits heute ein deutlicher Temperaturanstieg zu erkennen, in den Szenarien SSP1-2.6 und SSP5-8.5 steigen die Extremtemperaturen weiter. Temperaturen, welche heute nur alle 30 Jahre auftreten, werden zur Normalität.

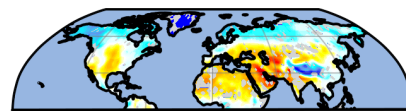
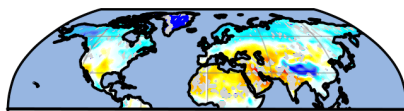
Ein Vergleich der aus der Paretoverteilung berechneten return levels für Wiederkehrzeiten von 5 Jahren und 30 Jahren (siehe Tabellen 3.3 und 3.4) mit den Resultaten der generalisierten Extremwertverteilung zeigt, dass vor Allem in Deutschland die Temperaturen durch die Paretoverteilung höher eingeschätzt werden. Dies kann nicht durch die Standardabweichung alleine erklärt werden und ist auf die Korrelation aufeinanderfolgender Tagesmaximaltemperaturen zurückzuführen, welche im mathematischen Modell nicht enthalten ist (Annahme unabhängiger Zufallsvariablen). Auf einen sehr heißen Tag folgen oft mehrere weitere. Die Peaks-over-Threshold-Methode bezieht alle heißen Tage einer Hitzewelle in die Auswertung mit ein. Einige wenige unabhängige Hitzewellen werden also aufgrund ihrer Länge stärker gewichtet. Bei der Block-Maxima-Methode dagegen wird nur der heißeste Tag einer Hitzewelle in die Auswertung einbezogen, dafür werden auch kältere Zeiträume berücksichtigt. Sind Wiederkehrzeiten zwischen zeitlich weiter auseinanderliegenden Hitzewellen von Interesse, so liefert die generalisierte Extremwertverteilung die besseren Ergebnisse.

3.3 Return levels global

Mit Hilfe der Block-Maxima-Methode, welche sich als geeigneter erwiesen hat, werden nun für alle Orte auf der Nordhalbkugel die zu einer Wiederkehrzeit von 30 Jahren gehörenden Tagesmaximaltemperaturen berechnet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.7 dargestellt. Es ist global ein klarer Anstieg der return levels zu erkennen. Im SSP5-Szenario treten an manchen Orten Temperaturen von bis zu 60°C auf.

historical, year 1851-1880

historical, year 1985-2015



SSP1, year 2070-2099

SSP5, year 2070-2099

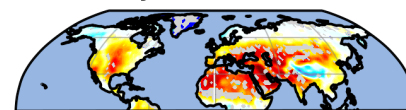
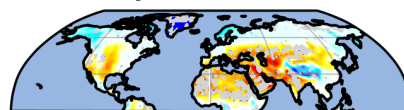


Abbildung 3.7: Es sind die return levels für die Temperatur für eine Wiederkehrzeit von 30 Jahren in den Monaten Juni-August auf der Nordhalbkugel dargestellt.

4 Verteilung der Wiederkehrzeiten

Im letzten Kapitel wurde die Abhängigkeit der mittleren Wiederkehrzeit von der Temperatur untersucht. Bereits beim Vergleich von Block-Maxima-Methode und Peaks-over-Threshold-Methode zeigte sich, dass die Autokorrelation und ihr Einfluss auf die Verteilung von Wiederkehrzeiten eine Rolle spielen. Ziel dieses Kapitels ist es, den Einfluss der Autokorrelation auf die Wiederkehrzeiten besser zu verstehen. Vereinfachend wird hierbei die Differenz der täglichen Temperaturen zum mittleren Temperaturverlauf betrachtet, um die statistischen Temperaturschwankungen von periodischen Temperaturänderungen im Jahresverlauf zu trennen und um sinnvoll eine Autokorrelation berechnen zu können. Es wird die Häufigkeitsverteilung von Wiederkehrzeiten für konstante Abweichungen ΔT vom Jahresgang untersucht.

4.1 Theorie zu Wiederkehrzeiten

4.1.1 Poissonverteilung

Im Falle von statistisch unabhängigen Ereignissen, die mit einer durchschnittlich konstanten Rate pro Zeit auftreten, kann die Anzahl der Ereignisse in einem bestimmten Zeitintervall durch die Poissonverteilung beschrieben werden:

$$P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (4.1)$$

Hierbei ist λ der Erwartungswert für die Anzahl der Ereignisse. Es gilt $\lambda = \frac{t}{t_{return}}$, wobei t die Länge des betrachteten Intervalls und t_{return} die Wiederkehrzeit ist. Dann

ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis in der Zeit t nicht auftritt:

$$P(0) = e^{-\frac{t}{t_{\text{return}}}} \quad (4.2)$$

Die Verteilungsfunktion der Wiederkehrzeiten (Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis in Zeit t mindestens einmal auftritt) ist $1 - P(0)$. Die Dichtefunktion ist damit:

$$p(t) = \frac{1}{t_{\text{return}}} e^{-\frac{t}{t_{\text{return}}}} \quad (4.3)$$

Das gleiche Ergebnis wird auch in [24] angegeben.

Die Anwendbarkeit dieser Theorie auf die simulierten Tagesmaximaltemperaturen wird nun überprüft. Betrachtet wird in diesem Kapitel die Differenz der Temperaturen zum mittleren Temperaturverlauf des Jahres. Der Zeitraum, nachdem die Temperaturdifferenz unter ΔT_1 sinkt bis sie wieder über ΔT_1 steigt wird auf ganze Jahre gerundet und die Häufigkeitsverteilung sowohl im linearen als auch im einfach logarithmischen Diagramm dargestellt. Eine Hitzewelle mit Temperaturen oberhalb des Schwellwerts an aufeinanderfolgenden Tagen wird nur einfach gezählt, diese Temperaturen treten nicht unabhängig voneinander auf.

Die Resultate für den Fall von Deutschland und einen Schwellwert von 10K über dem durchschnittlichen Jahresgang sind in Abbildung 4.1 dargestellt. Die aus der Poissonverteilung hergeleitete Gleichung 4.3 beschreibt die Verteilung gut. Im Diagramm mit logarithmierten relativen Häufigkeiten liegen die Punkte über einen Zeitraum von 6 Jahren auf einer Geraden. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten längerer Wiederkehrzeiten im untersuchten Zeitintervall ist zu gering, um eine aussagekräftige Statistik zu liefern.

4.1.2 Verteilung bei Langzeitkorrelation

Die Annahme der statistischen Unabhängigkeit ist dann gerechtfertigt, wenn die Wiederkehrzeiten bzw. die zugehörigen Schwellwerte für die Temperatur so groß sind, dass die Korrelation vernachlässigt werden kann. Im Falle von Wiederkehrzei-

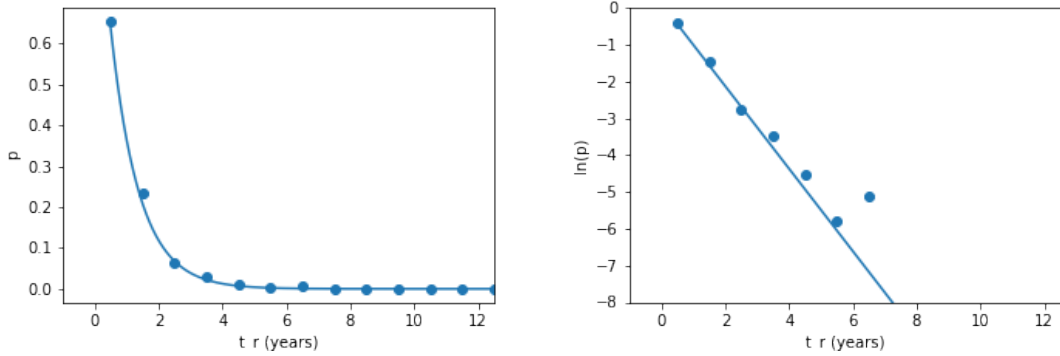


Abbildung 4.1: Verteilung der Wartezeit zwischen zwei Ereignissen $\Delta T > 10K$ im vorindustriellen Zeitalter. Die Verteilung ist exponentiell (erkennbar in Teil (b) mit logarithmischer Ordinatenachse) und kann gut durch die aus der Poissonverteilung hergeleitete Gleichung 4.3 beschrieben werden.

ten von Temperaturen ist dies jedoch nicht immer gegeben. Wie lässt sich also die Verteilung von kürzeren Wiederkehrzeiten beschreiben? Hierzu wird zunächst die Autokorrelation untersucht: Die Korrelation bei Zeitreihen berechnet sich durch:

$$C = \frac{\sum_{i=0}^t T(t_i)T(t_i + \tau)}{\sum_{i=0}^t T(t_i)^2} \quad (4.4)$$

Für $\tau = 0$ ist die Autokorrelation 1, mit der Zeit sinkt sie. Je nach Zeitabhängigkeit der Autokorrelation gibt es verschiedene Verteilungsfunktionen für die Wiederkehrzeit. Die Korrelation wird im einfach und doppelt logarithmischen Diagramm geplottet, um zu ermitteln, ob sie exponentiell oder nach Potenzgesetz abfällt.

Dabei ergibt sich bei der doppelt logarithmischen Darstellung sowohl für Indonesien als auch Südamerika für die ersten 100-150 Tage eine Gerade, bevor sich ein starkes Rauschen ergibt. Sie kann also für eine gewisse Zeit gut durch ein Potenzgesetz beschrieben werden. Die Steigung im doppelt logarithmischen Diagramm ist gleich dem Exponenten. Sie beträgt -0.52 für Südamerika und -0.37 für Indonesien. Im Falle von Deutschland ergibt sich weder im einfach noch im doppelt logarithmischen Diagramm eine Gerade. Die Autokorrelation fällt anfangs langsamer und später schneller ab als nach Potenzgesetz, nach ca. 40 Tagen ist nur noch Rauschen zu erkennen. Wird die Autokorrelation dennoch durch eine Gerade angenähert, so ergibt sich ein Exponent von ca. -1. Die Autokorrelation kann also in vielen Fällen

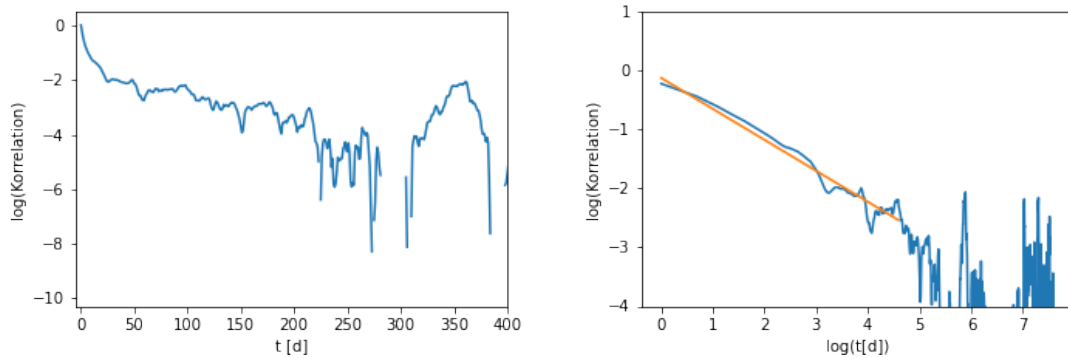


Abbildung 4.2: Autokorrelation der Tagesmaximaltemperatur in Südamerika (a) im einfach logarithmischen Diagramm (b) im doppelt logarithmischen Diagramm. Im doppelt logarithmischen Diagramm ergibt sich anfangs eine Gerade, was auf ein Potenzgesetz hindeutet, bevor ein starkes Rauschen der Korrelation auftritt. Die Steigung im doppelt logarithmischen Diagramm beträgt -0.52 und ist gleich dem Exponenten γ .

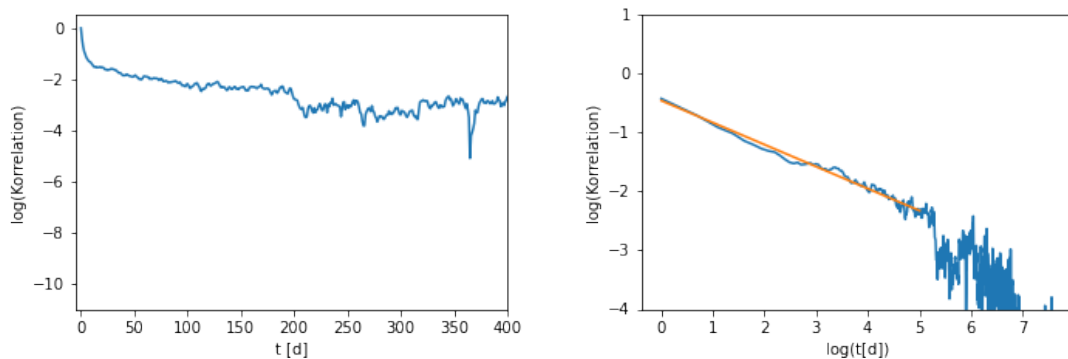


Abbildung 4.3: Autokorrelation der Tagesmaximaltemperatur in Indonesien (a) im einfach logarithmischen Diagramm (b) im doppelt logarithmischen Diagramm. Im doppelt logarithmischen Diagramm ergibt sich anfangs eine Gerade, was auf ein Potenzgesetz hindeutet, bevor ein starkes Rauschen der Korrelation auftritt. Die Steigung im doppelt logarithmischen Diagramm beträgt -0.37 und ist gleich dem Exponenten γ .

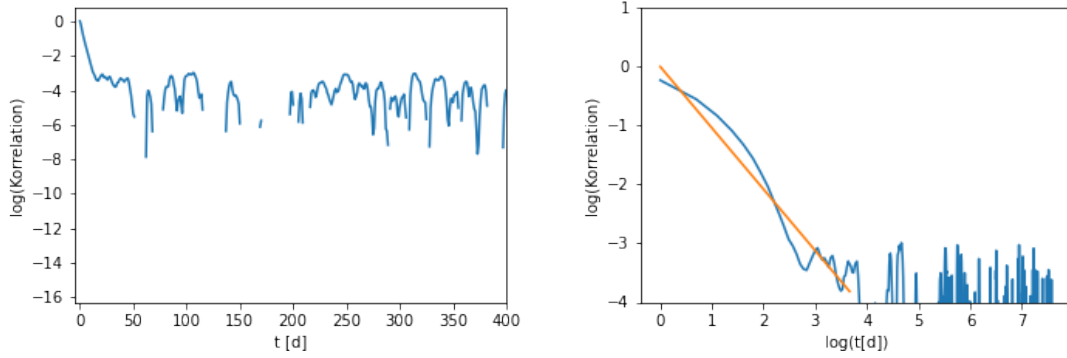


Abbildung 4.4: Autokorrelation der Tagesmaximaltemperatur in Deutschland (a) im einfach logarithmischen Diagramm (b) im doppelt logarithmischen Diagramm. Es ergibt sich in keinem der Diagramme eine perfekte Gerade, Die Steigung im doppelt logarithmischen Diagramm beträgt ca. -1.

durch ein Potenzgesetz beschrieben werden:

$$C(t) = k \cdot t^{-\gamma} \quad (4.5)$$

Nach [27],[19] gilt dann für die Verteilung der Wiederkehrzeiten:

$$p(t) = \frac{a_\gamma}{t_{return}} e^{-(b_\gamma \frac{t}{t_{return}})^\gamma} \quad (4.6)$$

mit

$$a_\gamma = \frac{\gamma \Gamma(\frac{2}{\gamma})}{\Gamma^2(\frac{1}{\gamma})} \quad (4.7)$$

und

$$b_\gamma = \frac{\Gamma(\frac{2}{\gamma})}{\Gamma(\frac{1}{\gamma})} \quad (4.8)$$

Der Beweis findet sich in [19].

Für $\gamma = 1$ geht die Verteilung in die exponentielle Verteilung 4.3 über, die auch bei unkorrelierten Ereignissen auftritt.

Es ist zu beachten, dass in [19] und [27] die Konstante b_γ in Gleichung 4.6 außerhalb der Klammern steht, was jedoch zu falschen Ergebnissen führt. Die hier gezeigte Variante führt zu einer korrekten Normierung und ist in Übereinstimmung mit den in [19] im Anhang angegebenen Zahlenwerten.

Unter Nutzung des Korrelationsexponenten und der aus den Messdaten berechneten

mittleren Wiederkehrzeit wird mit Gleichung die theoretische Verteilung der Wiederkehrzeiten berechnet. Diese wird gemeinsam mit der Häufigkeitsverteilung der Wiederkehrzeiten (Einteilung in Zeitintervalle einer Länge von 5 Tagen) in einem Diagramm geplottet.

Außerdem wird die Gleichung 4.6 folgendermaßen linearisiert:

$$\ln(-\ln(p(t)/p(0))) = \gamma \ln(t) + \ln(b_\gamma) - \gamma \ln(t_{return}) \quad (4.9)$$

Wird die aus den Simulationsergebnissen ermittelte Verteilung der Wiederkehrzeiten dementsprechend dargestellt, so ergibt sich eine Gerade mit Anstieg γ , welcher mit dem Korrelationsexponenten übereinstimmen sollte. $p(0)$ wird hierbei aus der Anzahl von Hitzewellen ermittelt, zwischen denen genau ein Tag liegt (geringster Abstand zweier getrennter Hitzewellen).

Ergebnisse für kurze Wiederkehrzeiten

Abbildungen 4.5, 4.6 und 4.7 stellen die relative Häufigkeit von Wiederkehrzeiten mit verschiedenen skalierten Achsen dar. Für Indonesien und Südamerika wird für die Abweichung vom Jahressgang ein return level von 1.5K gewählt, für Deutschland aufgrund der größeren Temperaturschwankungen ein return level von 3K. Die zugehörigen Wiederkehrzeiten liegen in der Größenordnung von 10-30d, was in allen Fällen innerhalb des Zeitintervalls liegt, in dem die Autokorrelation der Tagesmaximaltemperaturen noch nicht in einem Rauschen verschwindet.

In der jeweils ersten Grafik sind die relativen Häufigkeiten (y-Achse) einfach logarithmiert. Bei einer exponentiellen Verteilung, die bei voneinander unabhängigen Werten oder einem Korrelationsexponenten von -1 resultiert, würden die Punkte auf einer Geraden liegen. Für Deutschland ist dies der Fall, in Indonesien und Südamerika treten sowohl sehr kurze als auch sehr lange Wiederkehrzeiten häufiger auf als bei unabhängigen Ereignissen. Dies ist auf die Autokorrelation zurückzuführen. Auf Tage mit hohen Temperaturen folgen innerhalb kurzer Zeit weitere solcher Tage, während die Temperaturen in anderen Zeitperioden sehr niedrig und die Wiederkehrzeiten sehr lang sind. In Indonesien kann die hohe Autokorrelation u.a. auf die

Wärmekapazität des umgebenden Ozeans zurückgeführt werden. In Deutschland hingegen gibt es wenig umgebendes Wasser und die Temperaturen resultieren aus vorbeiziehenden Hoch- und Tiefdruckgebieten auf Zeitskalen von einigen Tagen. In Südamerika haben Effekte wie das El-Nino-Phänomen [28] auf längeren Zeitskalen einen Einfluss auf die Temperatur und deren Autokorrelation [29].

Für Südamerika und Indonesien muss also die Autokorrelation bei der Verteilung der Wiederkehrzeiten berücksichtigt werden. Für diese beiden Regionen ist in der jeweils zweiten Grafik die nach Gleichung 4.9 linearisierte Verteilung der Wiederkehrzeiten unter Berücksichtigung der Autokorrelation dargestellt. Tatsächlich liegen die Punkte über eine Größenordnung hinweg auf einer Geraden. Die Steigung der Geraden sollte gleich dem negativen Korrelationsexponenten sein. Für Südamerika ergibt sich eine Steigung von 0.45, was dem Betrag nach nah am weiter oben ermittelten Exponenten der Autokorrelation von -0.52 liegt, in Indonesien stimmt der Wert von 0.37 betragsmäßig noch besser mit dem Exponenten 0.37 überein. Gleichung 4.6 beschreibt die Verteilung also gut. In der jeweils letzten Grafik sind für die Orte in Deutschland, Südamerika und Indonesien die Wiederkehrzeiten mit linearer Achsenskalierung dargestellt. Die orange Kurve beschreibt die Resultate der aus der Poissonverteilung hergeleiteten Verteilung, die blaue Kurve die Verteilung unter Berücksichtigung der Wiederkehrzeiten. In Deutschland beschreibt erstere die Verteilung der simulierten Wiederkehrzeiten gut, während in Südamerika und Indonesien wie oben bereits diskutiert eine klare Abweichung zu erkennen ist. In diesen Fällen werden die Ergebnisse gut durch die blaue Kurve beschrieben. In Deutschland stimmen die beiden Verteilungen nahezu überein, da ein Exponent von ca. -1 für die Autokorrelation ermittelt wurde, wodurch Gleichung 4.6 in Gleichung 4.3 übergeht.

Die Anwendbarkeit von Gleichung 4.6 ist hiermit für den Fall kurzer Wiederkehrzeiten bestätigt.

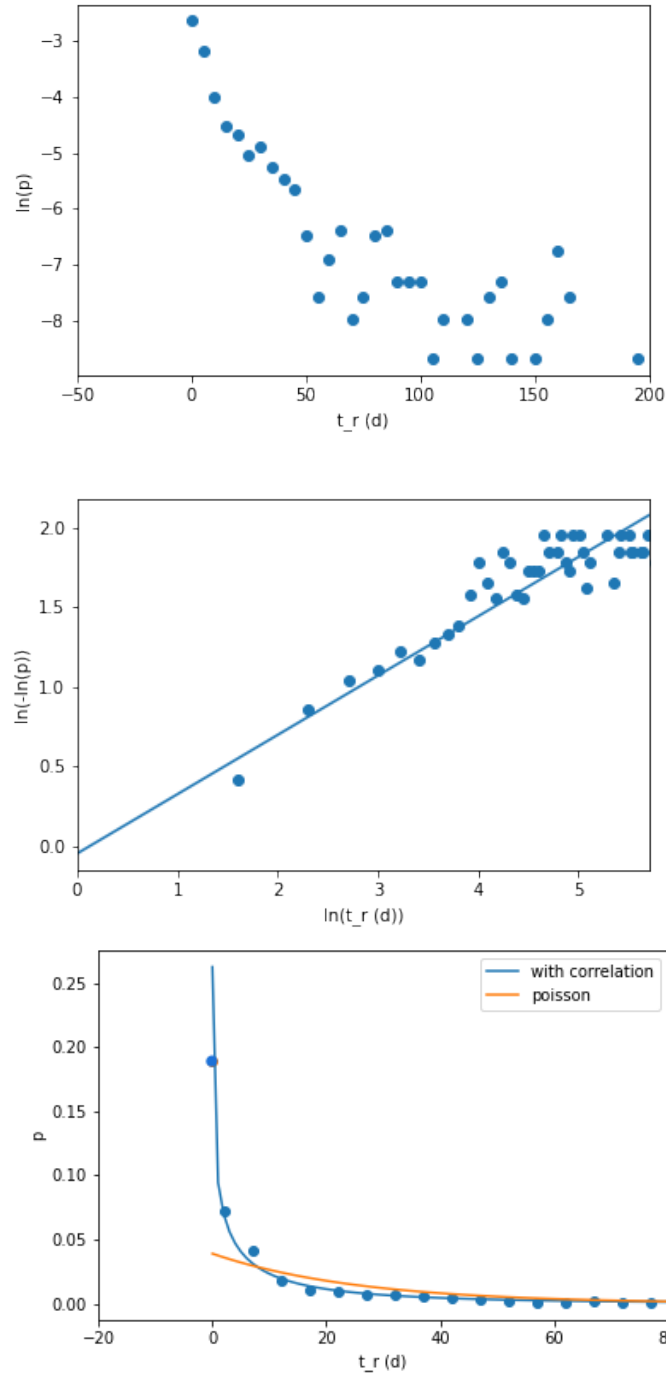


Abbildung 4.5: (a) Relative Häufigkeit von Wiederkehrzeiten für Temperaturen in Indonesien, die 1.5K oder mehr vom mittleren Jahresverlauf abweichen, Ordinatenachse logarithmisch. Die mittlere Wiederkehrzeit beträgt 25.6d. Es ist eine klare Abweichung von der exponentiellen Verteilung zu erkennen. (b) Darstellung der Wiederkehrzeiten nach Gleichung 4.9. Die Punkte liegen auf einer Geraden mit Steigung 0.37, was sehr genau mit dem Exponenten der Autokorrelation von 0.37 übereinstimmt. (c) Verteilung der Wiederkehrzeiten mit linearer Achseneinteilung, Poissonverteilung (orange Linie) und Verteilung unter Berücksichtigung der Autokorrelation (blaue Linie)

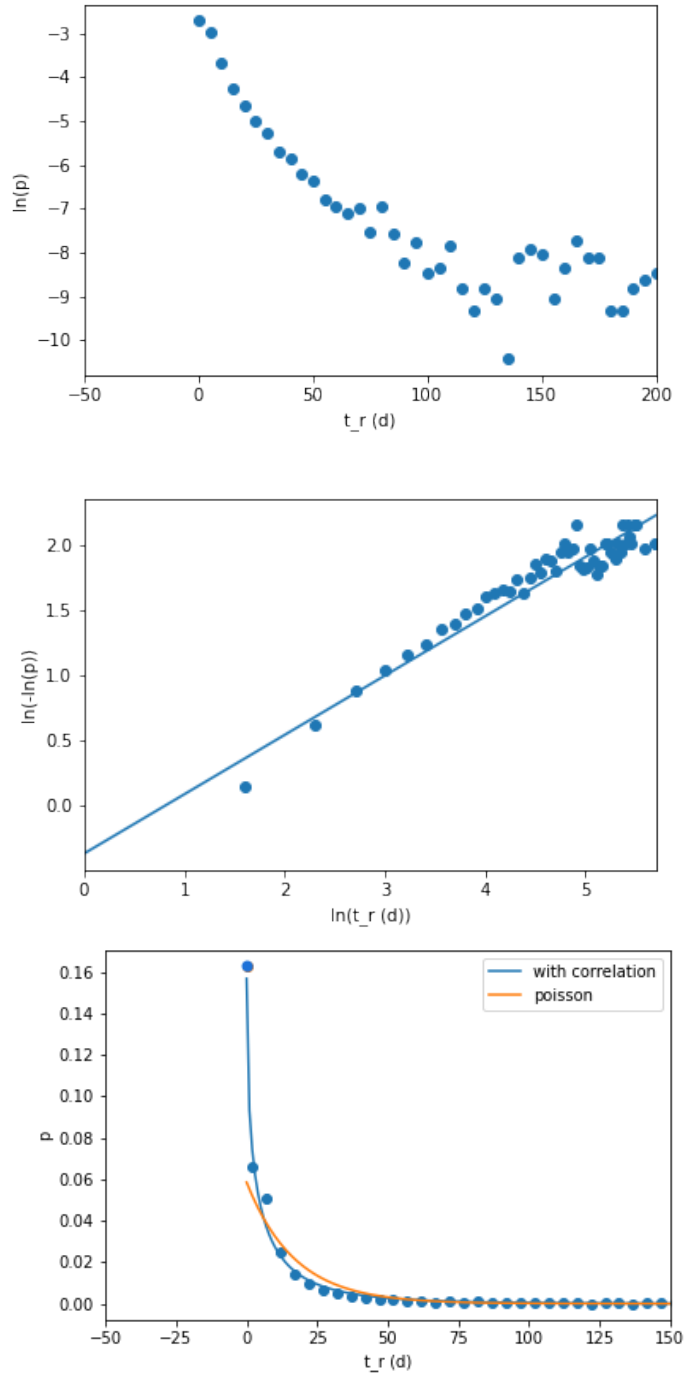


Abbildung 4.6: (a) Relative Häufigkeit von Wiederkehrzeiten für Temperaturen in Südamerika, die 1.5K oder mehr vom mittleren Jahresverlauf abweichen, Ordinatenachse logarithmisch. Die mittlere Wiederkehrzeit beträgt 17d. Es ist eine klare Abweichung von der exponentiellen Verteilung zu erkennen. (b) Darstellung der Wiederkehrzeiten nach Gleichung 4.9. Die Punkte liegen auf einer Geraden mit Steigung 0.45, was im Rahmen der Ungenauigkeiten mit dem Exponenten der Autokorrelation von 0.52 übereinstimmt. (c) Verteilung der Wiederkehrzeiten mit linearer Achseneinteilung, Poissonverteilung (orange Linie) und Verteilung unter Berücksichtigung der Autokorrelation (blaue Linie)

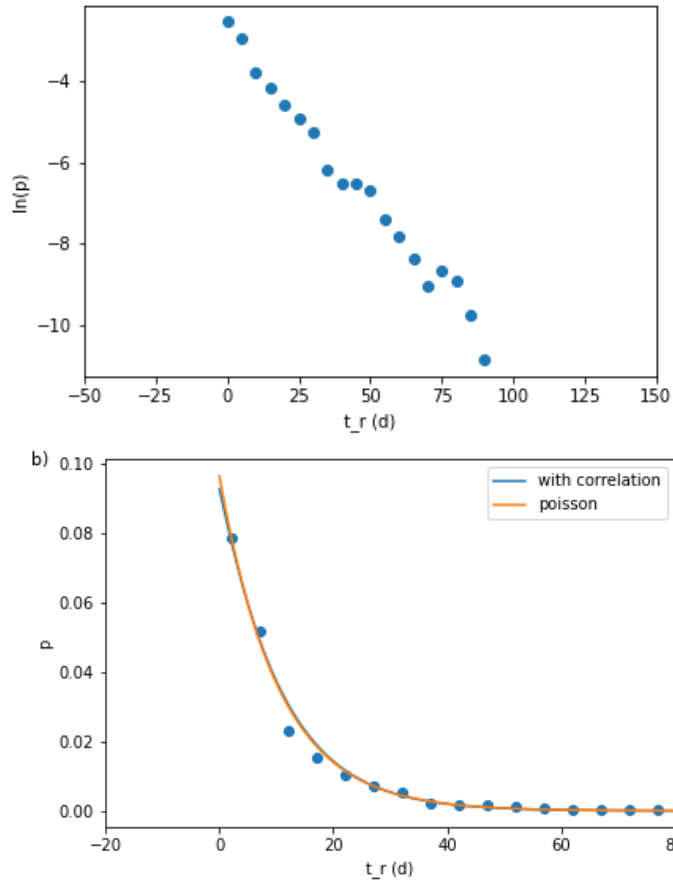


Abbildung 4.7: (a) Relative Häufigkeit von Wiederkehrzeiten für Temperaturen in Deutschland, die 1.5K oder mehr vom mittleren Jahresverlauf abweichen, Ordinatenachse logarithmisch. Die mittlere Wiederkehrzeit beträgt 12.4d. Im Fall von Deutschland wird die Verteilung gut durch eine Exponentialfunktion beschrieben, da die Punkte im einfach logarithmischen Diagramm auf einer Geraden liegen. (b) Verteilung der Wiederkehrzeiten mit linearer Achseneinteilung, Poissonverteilung (orange Linie) und Verteilung unter Berücksichtigung der Autokorrelation (blaue Linie). Sie stimmen hier nahezu überein. Der Exponent bei der Autokorrelation von -1 führt zu einer exponentiellen Verteilung.

5 Fazit und Ausblick

In dieser Arbeit wurden die Wiederkehrzeiten hoher Temperaturen in verschiedenen Klimaszenarien untersucht. Hierfür wurden mit dem Klimamodell AWI-ESM2.1 das historische Szenario von 1850 bis 2014 sowie erstmals die Zukunftsszenarien SSP1-2.6 und SSP5-8.5 simuliert, jeweils mit einem Ensemble von drei Simulationen unter leicht unterschiedlichen Startbedingungen. Die simulierte globale Durchschnittstemperatur stimmt im Rahmen der Standardabweichung mit den im IPCC-Bericht [1] angegebenen Werten überein.

Die Jahresmaximaltemperatur erhöht sich an allen Orten der Welt gegenüber der im vorindustriellen Zeitalter, im Szenario SSP5-8.5 an einigen Orten um bis zu 14K.

Eine gute Möglichkeit zur Untersuchung von Extremtemperaturen mit größeren Wiederkehrzeiten stellt die Block-Maxima-Methode dar. Konkret wurden die Temperaturen in Deutschland und Indonesien betrachtet. Die generalisierte Extremwertverteilung beschreibt die Verteilung der Maximaltemperatur eines Sommers sehr gut, was der Kolmogorov-Smirnov-Test bestätigt. Es ergibt sich in fast allen untersuchten Fällen eine Weibull-Verteilung, was auf eine obere Grenze bei den Temperaturen hindeutet. Aus der Verteilung wurden die Wiederkehrzeiten in Abhängigkeit der Temperatur ermittelt. Im Vergleich zu den Jahren 1851-1880 sind die Temperaturen für konstante Wiederkehrzeiten schon im Zeitraum 1985-2014 gestiegen, in den Szenarien SSP1-2.6 und insbesondere SSP5-8.5 ist ein noch deutlicherer Anstieg zu erkennen. Heutige Temperaturrekorde, welche alle 30 Jahre auftreten, könnten in Zukunft jährlich erreicht werden. Es zeichnet sich ein großer Unterschied zwischen den Extremtemperaturen in den beiden Szenarien ab.

Generell liegen die im Modell simulierten Extremtemperaturen aufgrund der Auflösung

des Gitters und der damit einhergehenden Mittlung unterhalb derer, welche sich bei höherer Auflösung ergeben würden. Für zukünftige Forschungen wären also Daten höher aufgelöster Klimamodelle von Interesse.

Die Paretoverteilung beschreibt die Temperaturverteilung der wärmsten 2% der Sommertage gut, was der Kolmogorov-Smirnov-Test bestätigt. Auch hier ergibt sich aufgrund des Vorzeichens des Exponenten ein Maximum für die Temperatur. Die Paretoverteilung liefert allerdings für konstante Temperaturen geringere Wiederkehrzeiten, was auf die Autokorrelation der Tagesmaximaltemperaturen zurückzuführen ist. Ein möglicher Lösungsansatz hierfür wäre, jeweils nur einen Temperaturwert (den höchsten?) einer Hitzewelle zu berücksichtigen. Hierbei wäre zu untersuchen, ob die mathematischen Voraussetzungen für eine Paretoverteilung noch erfüllt sind.

Um den Einfluss der Autokorrelation besser zu verstehen, wurde die Verteilung von Wiederkehrzeiten für einen konstanten Schwellwert untersucht. Hierbei wurde jeweils die Differenz zum mittleren Temperaturverlauf eines Jahres betrachtet. Die Autokorrelation fällt in Südamerika und Indonesien für einen Zeitraum von ca. einem halben Jahr nach Potenzgesetz ab, bevor sich ein starkes Rauschen ergibt. In Deutschland fällt die Autokorrelation schneller ab als an den beiden anderen Orten und verschwindet bereits nach 40 Tagen im Rauschen.

Die Verteilung der Wiederkehrzeiten einer bestimmten Temperaturabweichungen vom Jahresgang kann in Deutschland gut durch eine aus der Poissonverteilung (Annahme unabhängiger Ereignisse) hergeleitete exponentielle Verteilung beschrieben werden, sowohl für Wiederkehrzeiten der Größenordnung von 10 Tagen als auch von Jahren. Im Fall von Südamerika und Indonesien wird die Häufigkeit sowohl hoher als auch niedriger Temperaturen aufgrund der Autokorrelation stark unterschätzt. Es konnte gezeigt werden, dass in diesen Fällen die Verteilung von Wiederkehrzeiten der Größenordnung von einem Monat unter Nutzung des Exponenten der Autokorrelation gut durch Gleichung 4.6, beschrieben werden kann, welche auch in [19] zur Beschreibung von Wiederkehrzeiten langzeitkorellierter Daten genutzt wird.

Für zukünftige Forschungen wäre eine Betrachtung der absoluten Temperaturwerte ohne Abzug des Jahresgangs von Interesse, da diese für die Praxis relevanter

sind. Hierbei würden sich jedoch aufgrund des Jahresgangs periodische Schwankungen in der Autokorrelation ergeben. Des Weiteren ist eine genauere Betrachtung der Autokorrelation über einen längeren Zeitraum interessant, wo diese momentan im Rauschen verschwindet, beispielsweise durch Mittelung von Temperaturen über einen gewissen Zeitraum.

6 Anhang

6.1 Schritte zur funktionierenden historischen Simulation

```
#load module git
module load git

#install git lfs
git lfs install

#path where direnv is installed
mkdir ~/.local/bin
export PATH=${HOME}/.local/bin:${PATH}

#install direnv
curl -sfL https://direnv.net/install.sh | bash

#create a project folder where the model and all simulations will be stored
mkdir /ab0246/a270188/awiesm-2.1-wiso_hist
cd /ab0246/a270188/awiesm-2.1-wiso_hist

#get pico-fesom git repository
git lfs clone --depth 1 --recurse-submodules
https://gitlab.awi.de/paleodyn/Projects/awiesm-2.2-dev/pico-fesom.git

#enter into the pico-fesom project folder
cd pico-fesom

#create a fixed .envrc
vim .envrc
#the file should look like this:
module load git
module load python3/2021.01-gcc-9.1.0
layout python
export PROJECT_BASE=$(pwd)
###
```

```

#run direnv allow to activate the changes
direnv allow

#install esm-tools
~/ .bashrc should look like this:
export PATH=${HOME}/.local/bin:${PATH}
eval "$(direnv hook bash)"
export LC_ALL=en_US.UTF-8
export LANG=en_US.UTF-8
module load git
##

activate the changes
source ~/ .bashrc #I have to run this command every time I log in to mistral
#go to the esm folder
cd software/github.com/esm-tools/esm_tools/
#unload the netcdf_c module
module unload netcdf_c
#and install the esm_tools
./install.sh

#create file ${HOME}/.esmtoolsrc and add user names:
vim ${HOME}/.esmtoolsrc
GITLAB_DKRZ_USER_NAME=...
SWREPO_AWI_USER_NAME=...

cd ${PROJECT_BASE}
vim model_codes/awiesm-2.1-wiso/fesom-2.0/src/sub_picocpl.F90
#edit as follows (adjust the first comment as wished):
!CS: set restoring to zero
!  real(kind=WP)                :: gammaT=1.e-4, gammaS=1.e-4
   real(kind=WP)                :: gammaT=0.0, gammaS=0.0

#compile the model
cd ${PROJECT_BASE}/model_codes
esm_master comp-awiesm-2.1-wiso

#switch to hist_fixed branch for esm_runscripts
cd ${PROJECT_BASE}/software/github.com/esm-tools/esm_tools/
git remote remove origin
git remote add origin https://github.com/esm-tools/esm_tools
git fetch
git checkout hist_fixed
cd ${PROJECT_BASE}

#switch to hist_fixed branch
git submodule add https://github.com/esm-tools/esm_runscripts
software/github.com/esm-tools/esm_runscripts software/github.com
/esm-tools/esm_runscripts
cd software/github.com/esm-tools/esm_runscripts/

```

```

git remote remove origin
git remote add origin https://github.com/esm-tools/esm_runscripts
git fetch
git checkout hist_fixed
pip install -e .

#setup your experiment YAML (in ${PROJECT_BASE}/run_configs)
#as you wish and submit the simulation
vim ${PROJECT_BASE}/run_configs/run_hist_working2.yaml
#the used file run_hist_working2.yaml can be found attached

#add libnetcdf to your LD_LIBRARY_PATH
vim .envrc
#add this line
export LD_LIBRARY_PATH=/sw/rhel6-x64/netcdf
/parallel_netcdf-1.6.0-impi-intel14/lib/
#look up in the installation output if this or an other
#version of the libnetcdf is used
direnv allow

#add some lines in the file esm/tools/configs/components/echam/echam.yaml:
vim software/github.com/esm-tools/esm_tools/configs/components/echam/echam.yaml
#add thes lines:
#- need_2years_before
#- need_2years_after
#to
#forcing_additional_information:
#at aerocoarse:, aerofin:, aerofarir:, ozone:, volcanir:, volcsw:, swflux:

#copy the correct echam namelists
cp -r /pf/a/a270179/esm_tools/namelists/echam/6.3.05p2-wiso/ /work
/ab0246/a270188/awiesm-2.1-wiso_hist/pico-fesom/software/github.com/esm-tools
/esm_tools/namelists/echam/
vim /work/ab0246/a270188/awiesm-2.1-wiso_hist/pico-fesom/software/github.com/
esm-tools/esm_tools/namelists/echam/6.3.05p2-wiso/HIST/namelist.echam
#define the output you want in this file

#modify ozone in echam.datasets.yaml (otherwise simulation stops in 2008)
"histozone":
    "${forcing_dir}/ozone/${resolution}_ozone_historical_1850.nc":
        to: 1850
    "${forcing_dir}/ozone/${resolution}_ozone_historical_@YEAR@.nc":
        from: 1851
        to: 2014
    "/pool/data/ECHAM6/input/r0008/${resolution}/ozone/${resolution}_
ozone_ssp370_@YEAR@.nc":
        from: 2015

```

```
#disable dMOC output (saves time) if you want in namelist.io by
#setting ldiag_dMOC =.false. and by using namelist_dir: "/work/ab0246/a270179
/jule_namelists/" in your run_hist_working_2.yaml

#solve problem with old python module
vim ${PROJECT_BASE}/software/github.com/esm-tools/esm_tools/
configs/machines/mistral.yaml
#change the line - "load python3/3.5.2" to - "load python/2021.01-gcc-9.1.0"

#submit the simulation
cd ${PROJECT_BASE}/run_configs
#submit the simulation in check mode
esm_runscripts run_hist_working2.yaml -e run_hist -c
#submit
esm_runscripts run_hist_working2.yaml -e run_hist
```


7 Literaturverzeichnis

- [1] V. Masson-Delmotte, P. Zhai, A. Pirani, S. Connors, C. Péan, S. Berger, N. Caud, Y. Chen, L. Goldfarb, M. Gomis, *et al.*, “Contribution of working group i to the sixth assessment report of the intergovernmental panel on climate change,” 2021.
- [2] A. AghaKouchak, F. Chiang, L. S. Huning, C. A. Love, I. Mallakpour, O. Mazdiyasn, H. Moftakhari, S. M. Papalexiou, E. Ragno, and M. Sadegh, “Climate extremes and compound hazards in a warming world,” *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, vol. 48, pp. 519–548, 2020.
- [3] R. S. Kovats and L. E. Kristie, “Heatwaves and public health in europe,” *European journal of public health*, vol. 16, no. 6, pp. 592–599, 2006.
- [4] S. Y. Philip, S. F. Kew, G. J. van Oldenborgh, F. S. Anslow, S. I. Seneviratne, R. Vautard, D. Coumou, K. L. Ebi, J. Arrighi, R. Singh, *et al.*, “Rapid attribution analysis of the extraordinary heatwave on the pacific coast of the us and canada june 2021,” *Earth System Dynamics Discussions*, pp. 1–34, 2021.
- [5] F. Kreienkamp, S. Y. Philip, J. S. Tradosky, S. F. Kew, P. Lorenz, J. Arrighi, A. Belleflamme, T. Bettmann, S. Caluwaerts, S. C. Chan, *et al.*, “Rapid attribution of heavy rainfall events leading to the severe flooding in western europe during july 2021,” 2021.
- [6] S. Seneviratne, N. Nicholls, D. Easterling, C. Goodess, S. Kanae, J. Kossin, Y. Luo, J. Marengo, K. McInnes, M. Rahimi, *et al.*, “Changes in climate extremes and their impacts on the natural physical environment,” 2012.
- [7] D. Sidorenko, H. F. Goessling, N. Koldunov, P. Scholz, S. Danilov, D. Barbi, W. Cabos, O. Gurses, S. Harig, C. Hinrichs, *et al.*, “Evaluation of fesom2. 0 coupled to echam6. 3: preindustrial and highresmip simulations,” *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, vol. 11, no. 11, pp. 3794–3815, 2019.
- [8] D. P. van Vuuren, E. Stehfest, D. E. Gernaat, J. C. Doelman, M. van den Berg, M. Harmsen, H. S. de Boer, L. F. Bouwman, V. Daioglou, O. Y. Edelenbosch, B. Girod, T. Kram, L. Lassaletta, P. L. Lucas, H. van Meijl, C. Müller, B. J. van Ruijven, S. van der Sluis, and A. Tabeau, “Energy, land-use and greenhouse gas emissions trajectories under a green growth paradigm,” *Global Environmental Change*, vol. 42, pp. 237–250, jan 2017.

- [9] E. Kriegler, N. Bauer, A. Popp, F. Humpenöder, M. Leimbach, J. Strefler, L. Baumstark, B. L. Bodirsky, J. Hilaire, D. Klein, I. Mouratiadou, I. Weindl, C. Bertram, J.-P. Dietrich, G. Luderer, M. Pehl, R. Pietzcker, F. Piontek, H. Lotze-Campen, A. Biewald, M. Bonsch, A. Giannousakis, U. Kreidenweis, C. Müller, S. Rolinski, A. Schultes, J. Schwanitz, M. Stevanovic, K. Calvin, J. Emmerling, S. Fujimori, and O. Edenhofer, “Fossil-fueled development (SSP5): An energy and resource intensive scenario for the 21st century,” *Global Environmental Change*, vol. 42, pp. 297–315, jan 2017.
- [10] M. A. Giorgetta, E. Roeckner, T. Mauritsen, J. Bader, T. Crueger, M. Esch, S. Rast, L. Kornblueh, H. Schmidt, S. Kinne, *et al.*, “The atmospheric general circulation model echam6-model description,” 2013.
- [11] C. H. Reick, V. Gayler, D. Goll, S. Hagemann, M. Heidkamp, J. E. Nabel, T. Raddatz, E. Roeckner, R. Schnur, and S. Wilkenskjaeld, “Jsbach 3-the land component of the mpi earth system model: documentation of version 3.2,” 2021.
- [12] S. Danilov, D. Sidorenko, N. Koldunov, P. Scholz, Q. Wang, T. Rackow, H. Goeßling, and L. Zampieri, “Fesom2.0 documentation,” 2017.
- [13] D. Sidorenko, T. Rackow, T. Jung, T. Semmler, D. Barbi, S. Danilov, K. Dethloff, W. Dorn, K. Fieg, H. F. Gößling, *et al.*, “Towards multi-resolution global climate modeling with echam6–fesom. part i: model formulation and mean climate,” *Climate Dynamics*, vol. 44, no. 3, pp. 757–780, 2015.
- [14] D. Barbi, N. Wieters, P. Gierz, F. Chegini, M. Andrés-Martínez, and D. Ural, “Esm tools r6.1 usermanual,” 2022.
- [15] C. Stepanek, P. Gierz, G. Knorr, C. Danek, H. Knahl, M. Fahrenberg, and U. Dubey, “Pico-fesom.” <https://gitlab.awi.de/paleodyn/Projects/awiesm-2.2-dev/pico-fesom>, 2021.
- [16] S. Rast, R. Brokopf, M. Esch, V. Gayler, I. Kirchner, L. Kornblüh, A. Rhodin, and U. Schulzweida, “User manual for echam6,” *Reports on Earth System Science*, vol. 13, 2013.
- [17] K. Riahi, D. P. Van Vuuren, E. Kriegler, J. Edmonds, B. C. O’neill, S. Fujimori, N. Bauer, K. Calvin, R. Dellink, O. Fricko, *et al.*, “The shared socioeconomic pathways and their energy, land use, and greenhouse gas emissions implications: an overview,” *Global environmental change*, vol. 42, pp. 153–168, 2017.
- [18] U. Schulzweida, R. Mueller, L. Kornblueh, C. Ansorge, and R. Quast, “Cdo.” <https://github.com/AZed/cdo>, 2015.
- [19] J. F. Eichner, “Über die statistik der maximawerte und wiederkehrintervalle in langzeitkorrelierten systemen,” *Justus-Liebig-Universität Gießen, Promotionsarbeit im Fach Physik*, 2005.
- [20] P. Embrechts, C. Klüppelberg, and T. Mikosch, *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Springer Verlag, 1997.

- [21] S. I. Resnick, *Extreme Values, Regular Variation and Point Processes*. Springer Verlag, 1987.
- [22] J. Contzen, T. Dickhaus, and G. Lohmann, “Variability and extremes: statistical validation of the alfred wegner institute earth system model (awi-esm),” *Geoscientific Model Development*, vol. 15, no. 4, pp. 1803–1820, 2022.
- [23] L. Le Cam, “Maximum likelihood: an introduction,” *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, pp. 153–171, 1990.
- [24] T. Lestang, F. Ragone, C.-E. Bréhier, C. Herbert, and F. Bouchet, “Computing return times or return periods with rare event algorithms,” *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, vol. 2018, no. 4, p. 043213, 2018.
- [25] L. Sachs and J. Hedderich, *Angewandte Statistik Methodensammlung mit R*. Springer, 2009.
- [26] M. R. Leadbetter, H. Rootzen, and G. Lindgren, *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes*. Springer New York, 2012.
- [27] J. F. Eichner, J. W. Kantelhardt, A. Bunde, and S. Havlin, “Statistics of return intervals in long-term correlated records,” *Physical Review E*, vol. 75, no. 1, p. 011128, 2007.
- [28] W. Cai, M. J. McPhaden, A. M. Grimm, R. R. Rodrigues, A. S. Taschetto, R. D. Garreaud, B. Dewitte, G. Poveda, Y.-G. Ham, A. Santoso, *et al.*, “Climate impacts of the el niño–southern oscillation on south america,” *Nature Reviews Earth & Environment*, vol. 1, no. 4, pp. 215–231, 2020.
- [29] G. Burgers and G. J. Van Oldenborgh, “On the impact of local feedbacks in the central pacific on the enso cycle,” *Journal of Climate*, vol. 16, 04 2003.

8 Danksagung

Ich möchte mich bei meinen Betreuern Erich Runge, Gerrit Lohmann und Christian Stepanek für die Unterstützung bei der Bachelorarbeit bedanken. Vielen Dank auch an Fernanda Matos für das zur Verfügung stellen der Simulationsergebnisse des vorindustriellen Zeitalters, welche zur Initialisierung der historischen Simulation genutzt wurden sowie für die Hilfe bei Fragen zum Klimamodell. Außerdem möchte ich mich bei Dag Lohmann für die Unterstützung bei Fragen zur Versicherungsmathematik bedanken.

9 Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich eidesstattlich, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit selbstständig angefertigt habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Alle Ausführungen, die anderen Schriften wörtlich oder sinngemäß entnommen wurden, sind kenntlich gemacht worden. Die Arbeit ist in gleicher oder ähnlicher Form oder auszugsweise im Rahmen einer anderen Prüfung noch nicht vorgelegt worden.

Jule Schrepfer